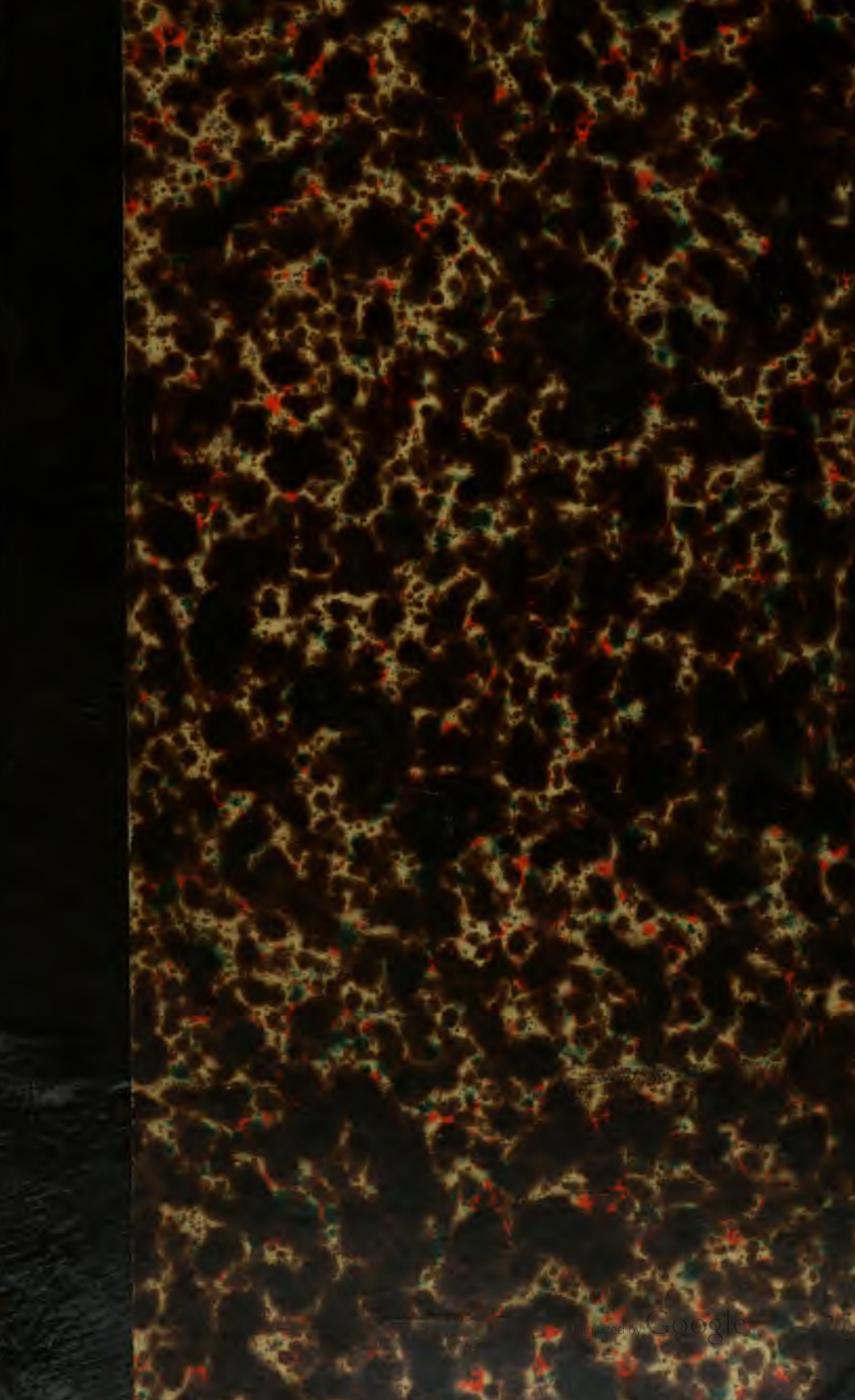





SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

EINUNDSECHZIGSTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1870.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LXI. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1870. — HEFT I BIS V.

(Mit 11 Tafeln und 46 Holzschnitten.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1870.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXI. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

1.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

I. SITZUNG VOM 7. JÄNNER 1870.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Note über den krystallisirten Enstatit aus dem Meteoreisen von Deesa", von Herrn Dr. Stanislas Meunier in Paris, eingesendet durch den Herrn Hofrath W. Ritter v. Haidinger.

„Bemerkungen zu Herrn Dr. Stanislas Meunier's Note über den Victorit oder Enstatit von Deesa. Preise für aufzusuchende Meteorsteine aus altbekannten Fällen, von welchen unsere Museen noch nichts besitzen", von Herrn Hofrath W. Ritter v. Haidinger.

„Über die Bestandtheile der Früchte von *Cerasus acida*. Borckh.", von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

„Eine Spiralklappe in der Pfortader der Nagethiere" von Herrn Hofrath Dr. J. Hyrtl.

„Über Lieschkolben *(Typha)* der Vorwelt", von Herrn Hofrath F. Unger in Graz.

„Vorläufige Mittheilung über einen Apparat zur Beobachtung der Schallbewegung", von dem c. M. Herrn Prof. Dr. E. Mach in Prag.

„Chemische Untersuchung der Mineralquelle zu Weilutza bei Jassy", von Herrn Dr. Sam. Kónya.

„Der Ullmannit (Nickelantimonkies) von Waldenstein in Kärnten", von den Herren J. Rumpf und F. Ullik eingesendet durch Herrn Prof. Dr. K. Peters in Graz.

„Zoologische Studien in der syrmischen Bucht. I. Die Orthopteren der syrmischen Bucht mit einer übersichtlichen Zusammenstellung des Vorkommens dieser Insecten in einigen anderen ebenen Gebieten der österr. Alpen", von Herrn Prof. V. Graber in Graz.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academy, The American, of Arts and Sciences: Proceedings. Vol. VII, Sign. 44—66. Boston & Cambridge, 1868: 8°.

Academy of Natural Sciences of Philadelphia: Journal N. S. Vol. VI, Part 3. Philadelphia, 1869; 4°. — Isaac Lea, Observations on the Genus Unio. Vol. XII. Philadelphia; 4°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Abhandlungen. 1867 und 1868. Berlin 1868 & 1869; 4°.

Annalen der Chemie & Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXVI, Heft 2. Leipzig & Heidelberg, 1869; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 7. Jahrg., (1869), Nr. 24; 8. Jahrgang (1870), Nr. 1. Wien; 8°.

Association, The American, for the Advancement of Science: Proceedings. Vol. XVI. Cambridge, 1868; 8°.

— The American Pharmaceutical: Proceedings. Sixteenth annual Meeting held at Philadelphia, September, 1868. Philadelphia, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1784—1785. (Band 75, 8—9.) Altona, 1869; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXVI, Nr. 143. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nrs. 23—24. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XVIII[e] Année, 3[e] Série. Tome V, 25[e]—26[e] Livraisons. 1869; XIX[e] Année, 3[e] Série. Tome VI, 1[re] Livraison. Paris, 1870; 8°.

Essex Institute: Proceedings. Vol. V, Nrs. 7—8. Salem, 1868; 8°

Exploration géologique du Canada: Rapport des operations de 1863 à 1866. Ottawa, 1866; 8°.

Gesellschaft für Salzburger Landeskunde: Mittheilungen. IX. Vereinsjahr 1869. Salzburg; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IV. Band, Nr. 24. Wien, 1869; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXX. Jahrg. (1869), Nr. 40—41.; XXXI. Jahrgang (1870), Nr. 1. Wien; 8°.

Gould, Benjamin Apthorp, Investigations in the Military and Anthropological Statistics of American Soldiers. New York, 1869; 8°.

Landbote, Der steirische: 2. Jahrgang, Nr. 26. Graz, 1869; 4°.

Lyceum of Natural History of New York. Annals. Vol. IX, Nrs. 1—4. New York, 1868; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1869, XI—XII. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XI°. Année 1869. 312° Livraison, Tome XII°, Année 1870. 313° Livraison. Paris; 4°.

Museum of Comparative Zoology at Harvard College, in Cambridge: Annual Report. 1868. Boston, 1869; 8°.

Nature. Vol. I, Nrs. 7—9. London, 1869; 4°.

Peabody Academy of Science: Memoirs. Vol. I, Nr. 1. Salem, 1869; 4°. — The American Naturalist. Vol. II, Nrs. 1—12. Salem, 1869; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1869, Nr. 16. Wien; kl. 4°.

Report, Annual, of the Commissioner of Patents for the Year 1868. Vols. I—III. Washington, 1867; 8°.

Reports of the Commissioners of Fisheries of the State of Maine for the Years 1867 & 1868. Augusta, 1869; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VII° Année, Nrs. 3—5. Paris & Bruxelles, 1869—1870; 4°.

Smithsonian Institution: Annual Report 1870. Washington, 1868; 8°. — Letter of the President of the National Academy of Sciences. 1866 & 1867; 8°.

Society, The American Philosophical: Proceedings. Vol. X, Nrs. 78—80. Philadelphia, 1867 & 1868; 8°.

— The Medical, of the State of New York. Transactions for the Year 1866, Albany, 1866; 8°.

— The Boston, of Natural History: Memoirs. Vol. I, Part. 4. Boston, New York, London, 1869; 4°. — Proceedings. Vol. XII, Sign. 1—17. June 1868 — March 1869; 8°. — Harris, Occasional Papers of the Boston Society of Natural History. I. Boston, 1869; 8°.

— The Wisconsin State Agricultural: Transaction. Vols. V—VII. Madison, 1860—1868; 8°. — Annual Report of the Superintendent of Public Instruction of the State of Wisconsin for the Year ending August 31, 1868. Madison, 1868; 8°. — Statistics:

Exhibiting the History, Climate and Productions of the State of Wisconsin. Madison, 1869; 8⁰. — Reid, David Boswell, Outline of an Adress delivered in the Assembly Hall, September 27th 1860. Maidison, 1861; 8⁰.

Society, The Portland, of Natural History: Proceedings. Vol. I, Part 2. Portland, 1869; 8⁰. — Second Annual Report upon the Natural History and Geology of the State of Maine. 1863; 8⁰. — Sixth Annual Report of the Secretary of the Maine Board of Agriculture. 1861. Augusta; 8⁰.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. XIX. Jahrgang, Nr. 51—52. Wien, 1869; 4⁰.

— Medizin. Wochenschrift. XIX. Jahrgang (1869), Nr. 101—104; XX. Jahrgang (1870), Nr. 1—2. Wien; 4⁰.

Winchell, Alexander, The Grand Traverse Region. Ann Arbor, 1866; 8⁰. With Appendix. — Man the last Term of the Organic Series. Ann Arbor, 1867; 8⁰. — The Onward March of the Race. 8⁰. — Statement of Operations in the Museum of the University of Michigan in the Department of „Geology, Zoology and Botany etc." 8⁰. — The Fruit-Bearing Belt of Michigan. 8⁰. — *Stromatoporidae:* Their Stucture and Zoological Affinities; 8⁰.

Chemische Untersuchung der Mineralquelle zu Weilutza bei Jassy.

Von Dr. Samuel Kónya.

Etwa eine Meile westlich von Jassy liegt das Gut Weilutza in einem Thale, darin die Mineralquelle entspringt, welche Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist.

Die Geschichte dieser Quelle bietet kein großes Interesse dar, sie wurde im Jahre 1837 von dem damaligen Besitzer des Gutes, auf welchem die Quelle zu Tage tritt, K. Konaki, entdeckt, als derselbe Wasser zu seinem Lebensbedarf suchte. Der auffallend bittere Geschmack des Wassers veranlaßte ihn, dasselbe von dem Apotheker A. Abrahamfy in Jassy chemisch untersuchen zu lassen; dieser erkannte es bald als ein ausgezeichnetes Mineralwasser nach den Resultaten einer Analyse, welche weiter unten auch angeführt werden.

Heute ist die Quelle im Besitze seiner Exellenz des Herrn Ministers des Innern M. v. Cogelniceano.

Die Quelle besitzt eine Stein-Fassung von etwa 4 Klafter Tiefe und 85′ im Durchmesser, in welcher das Wasser bis zur halben Höhe reicht; diese Fassung ist mit einem Holzgitter eingezäunt und mit einem hölzernen Dache bedeckt.

Das zur Untersuchung verwendete Wasser wurde aus der Tiefe des Brunnens geschöpft, wobei man eben nicht Gefahr laufen konnte, beim Herausheben Verluste an Gasen zu erleiden.

Die Temperatur der Quelle wurde am 30. Juli mit einem Normal-Thermometer gemessen, und bei der mittleren Lufttemperatur von 32·5°C. mit 11°C. gefunden.

Die Bestimmung des specifischen Gewichtes des Wassers wurde 2mal mit dem Picnometer ausgeführt, und zwei Versuche ergaben im Mittel = 1.00811.

Frisch geschöpft und selbst nach längerem Stehen in offenen Gefäßen ist das Wasser vollkommen klar, besitzt keinen auffallenden

Geruch, wohl aber einen etwas bitteren, jedoch durchaus nicht unangenehmen Geschmack. Zu den wesentlichsten Reagentien verhält sich das Wasser folgendermaßen:

Ammon trübt das Wasser nur mäßig. Oxalsaures Ammon bewirkt eine bedeutende Trübung, durch Chlorbaryum entsteht ein sehr starker Niederschlag, der durch Zusatz von Salzsäure nicht schwindet. Säuren bewirken nur kaum bemerkbare Kohlensäureentbindung. Salpetersaures Silberoxyd bei Zusatz von Salpetersäure gibt nur einen mäßigen Niederschlag von Chlorsilber.

Auf etwaige Schwefelverbindungen mit Blei und Kupfersalzen geprüft, wurde ein negatives Resultat erhalten.

Durch die qualitative Analyse des Mineralwassers wurden folgende Körper als dessen Bestandtheile nachgewiesen:

Basen:

Natron	Kalk
Kali	Magnesia
Ammon	Thonerde
Lithion	Eisenoxydul
(Baryt)	Manganoxydul
(Strontian)	Organische Substanz.

Säuren:

Schwefelsäure	Kieselsäure
Kohlensäure	(Salpetersäure)
Phosphorsäure	Chlor.

Die eingeklammerten Bestandtheile waren in so geringen Mengen repräsentirt, daß es unmöglich war, dieselben quantitativ zu bestimmen.

Die quantitative Untersuchung geschah nach den allgemein üblichen Trennungsmethoden; nach dem Wägen wurden sämmtliche Niederschläge auf ihre Reinheit geprüft.

Zur Bestimmung der Gesammt-Kohlensäure wurden mehrere hermetisch verschließbare Flaschen bis zur Hälfte mit einer Auflösung von Chlorbaryum in verdünnter Ammoniakflüssigkeit mit gemessenenen Quantitäten frisch geschöpften Mineralwassers gefüllt.

Der erhaltene Gesammt-Niederschlag wurde im Laboratorium im Mohr'schen Apparate mit Salzsäure zerlegt und die Kohlensäure bestimmt.

Die Kieselsäure wurde als solche von den vorhandenen Basen und Säuren getrennt und gewogen, die Schwefelsäure und Chlor aus den erhaltenen Niederschlägen des schwefelsauren Barytes und Chlorsilbers bestimmt.

Um die in kleiner Menge vorhandenen Körper zu bestimmen, wurden größere Mengen des Mineralwassers eingedampft, das Eisen als Oxydhydrat und das Mangan als Mangansulfür gewogen, die Phosphorsäure und Thonerde vom Eisen getrennt, erstere als phosphorsaure Magnesia und letztere als phosphorsaure Thonerde gewogen.

Der Kalk wurde behufs vollständiger Trennung von der Magnesia zweimal mit oxalsaurem Ammoniak gefällt und immer als kohlensaurer Kalk bestimmt.

Die Bestimmuug der Magnesia geschah aus dem mit Ammoniak und phosphorsaurem Natron erhaltenen Niederschlage als pyrophosphorsaure Magnesia.

Baryt und Strontian konnten nur qualitativ mit Hilfe der Spectral-Analyse nachgewiesen werden.

Die Alkalien wurden als Chloride gewogen, mit Platinchlorid das vorhandene Kali gefällt und aus dem erhaltenen Resultate Kali und Natron berechnet.

Das Lithion wurde als basisch phosphorsaures Lithion bestimmt. Das erhaltene Salz zeigte nur die ihm charakteristischen Linien im Spectralapparate, war also frei von andern Alkalien.

Zur quantitativen Bestimmung des Ammoniaks wurden nach der Methode von Boussingault 2500 C.C. Mineralwasser mit Kali destillirt, das Destillat in einem Kolben aufgefangen, in welchem sich 20 C. C. stark verdünnte Normal-Oxalsäure befanden, das erhaltene Destillat mit Normal-Kali zurücktitrirt und aus der verbrauchten Oxalsäure das Ammoniak berechnet.

Um die im Wasser gelöste nicht flüchtige organische Substanz annähernd zu bestimmen, wurde eine gemessene Menge des Wassers mit kohlensaurem Natron im Überschusse versetzt, der entstandene Niederschlag von kohlensauren alkalischen Erden abfiltrirt, das Filtrat eingedampft, der Rückstand bei 140° C. getrocknet, gewogen,

geglüht, bis die Salzmasse vollkommen weiß erschien und wieder gewogen; die Differenz beider Wägungen wurde als verbrannte organische Substanz in Rechnung gebracht.

Behufs der Controle der angeführten Analysen wurden gewogene Quantitäten von Mineralwasser bis zur völligen Trockene abgedampft, der dadurch erhaltene bei 180°C. getrocknete Rückstand als Summe der fixen Bestandtheile durch Wägen ermittelt, derselbe hierauf in schwefelsaure Verbindungen verwandelt und sein Gewicht abermals bestimmt. Mit diesen beiden Gewichtsresultaten wurden nun jene verglichen, die man erhält, wenn man die Summe der einzeln aus der Analyse hervorgegangenen Ergebnisse für jene Zustände berechnet, wie selbe bei 180°C. oder durch Behandlung der einzelnen Verbindungen mit Schwefelsäure statthaben müßte.

Die Ergebnisse der einzelnen quantitativen Bestimmungen sind in folgenden Tabellen schematisch zusammengestellt:

Specifisches Gewicht.

Gewicht des leeren Piknometers	Piknometer mit destillirtem Wasser gefüllt	Piknometer mit dem Wasser der Quelle gefüllt	Specifisches Gewicht	Mittel
5·862	27·050	27·222	1·00811	1·00811
5·862	27·050	27·222	1·00811	

Kohlensäure.

Wassermenge in Grammen	Kohlensäure	Für 10,000 Theile	Mittel
262·7	0·150	5·7099	5·849
302·16	0·181	5·9890	

Kieselsäure.

Wassermenge in Grammen	Enthält Kieselsäure	Für 10,000 Theile	Mittel
1008·1	0.0085	0·0843	0·0824
504	0·0040	0·0806	

Chlor.

Wassermenge in Grammen	Chlorsilber	Entspricht Chlor	In 10,000 Theilen	Mittel
504	0·234	0·0578	1·1468	1·1507
504	0·236	0·0547	1·1547	

Schwefelsäure.

Wassermenge in Grammen	Schwefelsaurer Baryt	Entspricht Schwefelsäure	Für 10,000 Theile	Mittel
504	6·955	2·388	47·397	47·397
504	6·955	2·388	47·397	

Phosphorsäure.

Wassermenge in Grammen	Pyrophosphors. Magnesia	Phosphorsaure Thonerde	Entspricht Phosphorsäure	Für 10,000 Theile
6048·6	0·004	0·008	0·005	0·008

Gesammtkalk.

Wassermenge in Grammen	Kohlensaurer Kalk	Entspricht Kalk	Für 10,000 Theile	Mittel
1008	0·822	0·460	4·5635	4·592
504	0·416	0·233	4·621	

Kalk, welcher beim Kochen des Wassers gelöst bleibt.

Wassermenge in Grammen	Kohlensaurer Kalk	Entspricht Kalk	Für 10,000 Theile	Mittel
504·0	0·181	0·101	2·004	2·074
722·8	0·277	0·155	2·144	

Magnesia.

Wassermenge in Grammen	Phosphorsaure Magnesia	Entspricht Magnesia	Für 10,000 Theile	Mittel
1008	1·970	0·7099	7·042	7·042
504	0·985	0·355	7·041	

Eisenoxydul.

Wassermenge in Grammen	Eisenoxyd	Entsprechend Eisenoxydul	Für 10,000 Theile
6048·6	0·010	0·0045	0·0074

Manganoxydul.

Wassermenge in Grammen	Mangansulfür	Entsprechend Manganoxydul	Für 10,000 Theile
4536	0·001	0·0008	0·0018

Thonerde.

Wassermenge in Grammen	Phosphorsaure Thonerde	Thonerde	Für 10,000 Theile
6048·6	0·008	0·005	0·008

Kali.

Wassermenge in Grammen	Kalium-Platinchlorid	Für 10,000 Theile	Mittel
504	0·035	0·1341	0·1269
4536	0·281	0·1197	

Natron.

Wassermenge in Grammen	KCl + NaCl + LiCl	NaCl	Entspricht Natron	Für 10,000 Theile	Mittel
504	2·384	2·374	1·258	24·962	25·087
4536	21·659	21·574	11·440	25·212	

Lithion.

Wassermenge in Grammen	Basisch phosphorsaures Lithion	Gibt Lithiumoxyd	Für 10,000 Theile
4536	0·027	0·0034	0·0076

Ammon.

Wassermenge in Grammen	Verbrauchte Oxalsäure in c. c. 1cc=0,0017 Gr. NH_3	Entspricht NH_3	Für 10,000 Theile
2520	0·1	0·00017	0·0007

Organische Substanz.

Wassermenge in Grammen	NaO,CO_2 vor dem Glühen	NaO,CO_2 nach dem Glühen	Organische Materie	Für 10,000 Theile	Mittel
1008	31·770	31·677	0·093	0·922	0·868
1008	32·598	32·516	0·082	0·814	

Summe der fixen Bestandtheile.

Wassermenge in Grammen	Rückstand bei 180° C. getrocknet	In 10,000 Theilen	Mittel
302·4	2·704	89·418	90·146
226·8	2·061	90·873	

Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate.

Wassermenge in Grammen	Summe der Sulfate	In 10,000 Theilen	Mittel
302·4	2·700	90·000	90·133
226·8	2·031	90·266	

Es ergeben demnach die Mittelwerthe der einzelnen Bestimmungen folgende Zusammensetzung für 10,000 Theile des Weilutzer Wassers:

Bestandtheile	In 10,000 Theilen
Natron	25·087
Kali	0·127
Ammoniak	0·0007
Lithion	0·007
Kalk	4·592
Baryt	Spuren
Strontian	Spuren
Magnesia	7·042
Thonerde	0·008
Eisenoxydul	0·007
Manganoxydul	0·001
Schwefelsäure	47·397
Kohlensäure gebunden	2·465
Kohlensäure halb gebunden	2·465
Kohlensäure frei	0·919
Phosphorsäure	0·008
Salpetersäure	Spuren
Kieselsäure	0·082
Chlor	1·150
Organische Substanz	0·868
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	92·225
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	90·145
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate berechnet	90·133
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate gefunden	89·959

Werden die elektropositiven Bestandtheile mit den elektronegativen nach ihren Verwandtschaften zu Salzen gruppirt, so erhält man folgendes Schema für die in diesem Wasser gelösten Salze:

A. In 10,000 Theilen sind enthalten:

Bestandtheile	
Schwefelsaures Kali	0·235
Schwefelsaures Natron	57·457
Schwefelsaures Lithion	0·029
Schwefelsaures Ammoniak	0·0023
Schwefelsaurer Kalk	5·037
Schwefelsaure Magnesia	17·900
Phosphorsaurer Kalk	0·009
Chlor-Magnesium	1·541
Kohlensaurer Kalk	4·430
Kohlensaure Magnesia	0·976
Kohlensaures Eisenoxydul	0·011
Kohlensaures Manganoxydul	0·0017
Thonerde	0·008
Kieselsäure	0·082
Organische Substanz	0·868
Halbgebundene Kohlensäure	2·465
Freie Kohlensäure	0·919
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	92·225
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	90·145
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate berechnet	90·133
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate gefunden	89·959

B. In einem Wiener Pfunde = 7680 Grane sind enthalten:

Bestandtheile	Grane
Schwefelsaures Kali	0·180
Schwefelsaures Natron	44·128
Schwefelsaures Lithion	0·022
Schwefelsaures Ammoniak	0·0017
Schwefelsaurer Kalk	3·868
Schwefelsaure Magnesia	13·747
Phosphorsaurer Kalk	0·006

Bestandtheile	
Chlormagnesium	1·183
Kohlensaurer Kalk	3·402
Kohlensaure Magnesia	0·749
Kohlensaures Eisenoxydul	0·008
Kohlensaures Manganoxydul	0·0013
Thonerde	0·006
Kieselsäure	0·062
Halb gebundene Kohlensäure	1·893
Freie Kohlensäure	0·705
Organische Substanz	0·666
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	69·231
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	70·829
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate gefunden	69·089
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate berechnet	69·222

Um endlich auch den Verhältnissen des Landes zu entsprechen, aus dessen Boden dieses Mineralwasser entspringt, hielt ich es für nothwendig die erhaltenen Resultate auch auf das rumänische Gewicht Oka = $2^1/_4$ Wiener Pfunde oder 17280 Grane zu berechnen und dieselben in folgender Tabelle darzulegen:

C. In einer Oka = $2^1/_4$ Wiener Pfunde = 17280 Grane sind enthalten.

Bestandtheile	Grane
Schwefelsaures Kali	0·399
Schwefelsaures Natron	99·285
Schwefelsaures Lithion	0·050
Schwefelsaures Ammoniak	0·0039
Schwefelsaurer Kalk	8·703
Schwefelsaure Magnesia	30·931
Phosphorsaurer Kalk	0·015
Chlor-Magnesium	2·662
Kohlensaurer Kalk	7·655
Kohlensaure Magnesia	1·686
Kohlensaures Eisenoxydul	0·019
Kohlensaures Manganoxydul	0·0029
Thonerde	0·012

Bestandtheile	Grane
Kieselsäure	0·131
Organische Substanz	1·398
Halb gebundene Kohlensäure	4·359
Freie Kohlensäure	1·588
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	155·770
Summe der fixen Bestandtheile berechnet	159·364
Summe der fixen Restandtheile als Sulfate gefunden . .	153·449
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate berechnet . .	155·749

Dieses Mineralwasser ist schon zu wiederholten Malen Gegenstand chemischer Untersuchung gewesen.

Im Jahre 1837 wurde von dem Apotheker Abrahamfy und im Jahre 1853 von meinem sehr geehrten Collegen Herrn Dr. Gottlieb Stenner eine Analyse ausgeführt.

Ich theile in der folgenden Tabelle die Resultate beider Analysen mit:

Bestandtheile in 10,000 Theilen	Abrahamfy 1837	Dr. G. Stenner 1853	Kónya 1369
Chlornatrium	8.7	—	—
Schwefelsaures Kali. . . .	—	0·88	0·235
Schwefelsaures Natron .	19·0	80·92	57·457
Schwefelsaures Lithion .	—	Spuren	0·029
Schwefels. Ammoniak . .	—	Spuren	0·0023
Schwefelsaurer Kalk . . .	0.83	5·59	5·037
Schwefelsaure Magnesia.	—	6·00	17·900
Phosphorsaurer Kalk . . .	—	—	0·009
Chlormagnesium	2·0	1·80	1·541
Kohlensaurer Kalk.	5·13	6·89	4·430
Kohlensaure Magnesia . .	—	0·23	0·976
Kohlensaurer Baryt . . . . } Kohlensaurer Strontian . }	—	—	Spuren
Kohlens. Eisenoxydul. . .	—	} 0·15 (Eisenoxydul, Manganoxydul, Thonerde)	0·011
Kohlens. Manganoxydul .	—		0·0017
Thonerde.	—		0·008
Kieselsäure	0·5	0·13	0·082

Bestandtheile in 10,000 Theilen	Abrahamfy 1837	Dr. G. Stenner 1853	Kónya 1869
Salpetersäure	—	Spuren	Spuren
Organische Substanz ...	—	Spuren	0·868
Halbgebund. Kohlensäure	—	—	2·465
Freie Kohlensäure	—	—	0·919
Summe der fixen Bestandtheile berechnet.....	—	102·59	92·225
Summe der fixen Bestandtheile gefunden	38·0	—	90·145
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate berechnet	—	—	90·133
Summe der fixen Bestandtheile als Sulfate gefunden	—	—	89·959
Specifisches Gewicht ...	—	1·00903	1·00811

Nach den hier dargelegten Resultaten der Analyse ist dieses Mineralwasser unter die Bitterwässer einzureihen.

Am Schlusse meiner Arbeit kann ich nicht umhin, dem Rector der Jassyer Universität, Herrn Prof. Micle für die Liebenswürdigkeit mit welcher er mir sämmtliche Apparate des physicalischen Cabinetes zur Verfügung stellte, hiemit öffentlich meinen Dank auszusprechen.

Über einige Bestandtheile der Früchte von *Cerasus acida* Borckh.

Von dem w. M. Dr. **Friedrich Rochleder.**

Die in den folgenden Zeilen mitgetheilten Erfahrungen schließen sich an jene an, welche sich in den Sitzungsberichten der k. Akademie, Bd. LIX. II. Abth. April-Heft. Jahrg. 1869 unter dem Titel: Über einige Bestandtheile der Blätter und Rinde von *Cerasus acida* abgedruckt finden.

Der frisch gepreßte Saft von Weichseln wurde mit dem anderthalbfachen Volum von Weingeist (90 Pct. Alkoholgehalt) vermischt, filtrirt und das Filtrat mit Bleizuckerlösung versetzt. Die käsigen Flocken, welche sich ausscheiden, vermindern mit Wasser zusammengebracht, ihr Volum bedeutend und verwandeln sich in ein Haufwerk von Krystallen. Dieser krystallinische Niederschlag gibt in Wasser vertheilt, mit Schwefelwasserstoff behandelt, Schwefelblei und eine sauer schmeckende, farblose Flüssigkeit, die beim Verdunsten im Wasserbade einen syrupdicken Rückstand läßt, der über Schwefelsäure unter einer Glocke bald zu Krystallen erstarrt. Diese lösen sich in etwas Alkohol und Wasser enthaltendem Äther unter Zurücklassen von sehr wenig Substanz auf. Die ätherische Lösung, im Wasserbade der Destillation unterworfen, läßt einen farblosen, stark sauer schmeckenden, syrupdicken Rückstand, der im Vacuo über Schwefelsäure bald zu einer Krystallmasse erstarrt. Alle Eigenschaften sprechen dafür, daß diese Säure Äpfelsäure sei.

Es wurde noch zum Überfluß eine Analyse dieser Säure ausgeführt.

0·3234 gaben 0·4238 Kohlensäure und 0·1341 Wasser.

	Berechnet		Gefunden
C_4 —	35·82	—	35·74
H_6 —	4·48	—	4·61
O_5 —	59·70	—	59·65
	100·00	—	100·00.

In der Rinde und namentlich in bedeutender Menge in den Blättern des Weichselbaumes findet sich Citronsäure, aus der die Äpfelsäure der Früchte entstanden sein muß.

Zwischen Äpfelsäure und Citronsäure läßt sich ein einfacher Zusammenhang denken.

$$\underbrace{C_6H_8O_7}_{\text{Citronsäure}} + OH_2 = \underbrace{C_4H_6O_5}_{\text{Äpfelsäure}} + \underbrace{C_2H_4O_3}_{\text{Oxyessigsäure.}}$$

Schreibt man die Formel der Äpfelsäure:

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ C<^{H}_{OH} \\ | \\ C<^{H}_{H} \\ | \\ COOH \end{array}$$

so ist die Formel der Citronsäure dieser Ansicht entsprechend:

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ C<^{H}_{OH} \\ | \\ C<^{H}_{CH_2COOH.} \\ | \\ COOH \end{array}$$

Ich habe einige Versuche über die Einwirkung der Monchlor-Essigsäure auf Äpfelsäure angestellt und werde später darüber berichten.

Vorausgesetzt, daß Citronsäure in Äpfelsäure und Oxyessigsäure zerfallen kann, würde die Letztere im Stoffwechsel wohl bald zu Essigsäure werden und wir finden ein Essigsäurederivat in den Weichseln neben der Äpfelsäure. Diese Acetylverbindung ist der rothe Farbstoff der Weichseln.

Der mit Alkohol gemischte, durch Bleizuckerlösung gefällte Saft gibt mit Bleiessig einen blauen Niederschlag. Die zuerst fallende Menge wird beseitigt. Die später fallenden Mengen werden abfiltrirt. In dem nunmehr blauen Filtrate bringt Ammoniak anfangs einen blauen, dann grünlich blauen, später blaß grünliche, zuletzt fast weiße Niederschläge hervor. Die grünlich blauen können durch Zusatz von wenig Essigsäure rein blau werden.

Die blauen Niederschläge sind Bleiverbindungen des rothen Farbstoffes. Sie lösen sich mit blutrother Farbe in Essigsäure haltendem Wasser auf. Mit überschüssiger verdünnter Schwefelsäure behandelt, geben sie schwefelsaures Blei und eine prachtvoll rothe Flüssigkeit, die erhitzt ein schön rothes Pulver ausscheidet.

Wird die etwas Schwefelsäure enthaltende, vom schwefelsauren Blei abfiltrirte rothe Lösung mit einer hinreichenden Menge der blauen Bleiverbindung gemischt und einige Stunden in Berührung gelassen und hierauf filtrirt, so erhält man eine violette Flüssigkeit, die Auflösung des neutralen Bleisalzes des rothen Farbstoffes. Beim Verdunsten dieser Flüssigkeit im Vacuo über Schwefelsäure bleibt ein fast schwarzer Rückstand, der sich zu einem violetten Pulver zerreiben läßt, das in Wasser sich mit violetter Farbe löst. Aus dieser Lösung fällt Alkohol die Verbindung in violetten Flocken aus.

0·3383 dieser Verbindung gaben 0·5515 Kohlensäure und 0·1526 Wasser.

0·7632 gaben 0·0848 Bleioxyd, entsprechend 11·11 Pct. Bleioxyd oder 10·31 Blei.

Auf 100 Theile berechnet entspricht dieses Resultat folgender Zusammensetzung

			Berechnet		Gefunden
C_{74}	= 888	—	44·56	—	44·46
H_{98}	= 98	—	4·92	—	5·01
O_{50}	= 800	—	40·14	—	40·22
Pb	= 207	—	10·38	—	10·31
	=1993	—	100·00	—	100·00.

Für die bleifreie Substanz gibt dieses Salz die Formel

$$C_{37}H_{50}O_{25}.$$

Dieser rothe Farbstoff spaltet sich durch die Einwirkung von Schwefelsäure oder Salzsäure in ein Kohlehydrat und ein zweites Product, welches eine rothe Farbe besitzt und die größte Ähnlichkeit mit dem rothen Spaltungsproducte des Kastaniengerbstoffes zeigt.

Eine Quantität des blauen, oben erwähnten Bleisalzes wurde mit verdünnter, überschüssiger Schwefelsäure behandelt, die hochrothe Flüssigkeit von dem schwefelsauren Blei abfiltrirt und über Schwefelsäure in den luftleeren Raum gebracht. Nach vierzehntägigem Verweilen wurde die rückständige, dicke, in Fäden ziehbare Masse mit Wasser behandelt. Es blieb ein rother in Wasser unlöslicher Rückstand, der durch ein Filter von der noch rothen, sauren Flüssigkeit getrennt wurde. Mit Wasser gewaschen, zuerst im Vacuo über Schwefelsäure, dann bei 117° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gab dieses rothe Spaltungsproduct bei der Analyse folgende Daten:

0·2241 gaben 0·5009 Kohlensäure und 0·0883 Wasser, oder auf 100 Theile berechnet:

		Berechnet	Gefunden
C_{26}	= 312	— 61·18	— 60·96
H_{22}	= 22	— 4·31	— 4·38
O_{11}	= 176	— 34·51	— 34·66
	510	—100·00	—100·00.

Eine andere Quantität des blauen Bleisalzes wurde mit verdünnter Schwefelsäure zersetzt, die rothe Flüssigkeit vom schwefelsauren Blei abfiltrirt und nach Zusatz von etwas Schwefelsäure zum Sieden erhitzt, während zur Abhaltung des Sauerstoffes ein Strom von Kohlensäure durch die kochende Flüssigkeit geleitet wurde. Es setzte sich alsbald ein rothes Pulver ab, dessen Menge beim Erkalten der Flüssigkeit zunahm. Es wurde auf einem Filter gesammelt und mit Wasser gewaschen. Es wurde zuerst im Exsiccator über Schwefelsäure, dann bei 110° C. in einem Strom von Kohlensäure getrocknet.

Die Analyse gab folgende Zahlen:

0·1758 gaben 0·4000 Kohlensäure und 0·0679 Wasser, oder in 100 Theilen:

		Berechnet	Gefunden
C_{52}	= 624	— 62·27	— 62·05
H_{42}	= 42	— 4·19	— 4·31
O_{21}	= 336	— 33·54	— 33·64
	1002	—100·00	—100·00

$$C_{52}H_{42}O_{21} = 2(C_{26}H_{22}O_{11})—OH_2.$$

Ein anderes Quantum von der blauen Bleiverbindung des rothen Farbstoffes wurde mit verdünnter Schwefelsäure zerrieben, die breiförmige Masse auf ein Filter zum Abtropfen gebracht und der Filterinhalt mit Alkohol ausgewaschen. Die schön kirschrothe, alkoholische Lösung wurde mit Schwefelsäure versetzt und längere Zeit zum Sieden erhitzt. Es bildete sich eine gelatinöse, schön rothe Masse, die abfiltrirt, mit Alkohol und Wasser gewaschen und bei 118° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, zur Analyse verwendet wurde. Zerrieben ist dieser Körper ein blutrothes Pulver.

0·1814 gaben 0·4146 Kohlensäure und 0·0773 Wasser, oder in 100 Theilen:

		Berechnet	Gefunden
C_{28}	= 336	— 62·45	— 62·33
H_{26}	= 26	— 4·83	— 4·74
O_{11}	= 176	— 32·72	— 32·93
	538	—100·00	—100·00

$$C_{28}H_{26}O_{11} = C_{26}H_{22}O_{11} + C_2H_6O—OH_2.$$

Das rothe Spaltungsproduct des Weichselfarbstoffes wurde mit dem dreifachen Gewichte Ätzkali geschmolzen, die Schmelze in schwefelsäurehaltendem Wasser gelöst und die Lösung der Destillation unterworfen. Das Destillat enthielt neben Spuren von Ameisensäure, eine ansehnliche Menge von Essigsäure.

Der Destillationsrückstand wurde von einigen dunklen Harzklümpchen durch Filtriren getrennt und mit Äther geschüttelt. Der Ätherauszug wurde der Destillation im Wasserbade unterworfen, der Rückstand in Wasser gelöst und mit Bleizuckerlösung gefällt. Die von dem Bleiniederschlage abfiltrirte Flüssigkeit wurde durch Schwefelwasserstoff vom Blei befreit und im Wasserbade zur Trockne verdunstet, der Rückstand in Wasser gelöst und mit Bleizuckerlösung

gefällt. Diese Fällung wurde mit dem früher erhaltenen Bleisalze vereinigt. Die von dem Bleiniederschlage abfiltrirte Flüssigkeit enthielt kein Phloroglucin oder Isophloroglucin, sondern nur Spuren von Äscylsäure (Protocatechus.), die aus dem Bleisalze leicht rein dargestellt werden konnte.

Das rothe Spaltungsproduct des Weichselroth zerfällt also durch Ätzkali in Essigsäure und Äscylsäure.

Das rothe Spaltungsproduct entsteht, wie schon weiter oben angedeutet wurde, neben einem Kohlehydrat. Man kann sich von der Bildung desselben leicht überzeugen. Wird die mit Schwefelsäure versetzte wässerige Lösung des rothen Farbstoffes längere Zeit im Sieden erhalten, während ein Strom von Kohlensäure hindurchstreicht, dann zum Erkalten gestellt und vierundzwanzig Stunden an einem kühlen Orte stehen gelassen, von dem Ausgeschiedenen abfiltrirt und mit kohlensaurem Baryt versetzt, von schwefelsaurem Baryt abfiltrirt und das Filtrat über Schwefelsäure in der Leere verdunstet, so bleibt ein Rückstand, aus dem durch Zusatz von Alkohol ein Niederschlag von Zuckerbaryt fällt, der sich in Wasser löst und durch Verdunsten dieser Lösung im Vacuo als weiße, amorphe, spröde Masse zurückbleibt. Weder die Barytverbindung noch der Zucker konnten krystallisirt erhalten werden. Er reducirt Fehling'sche Flüssigkeit so leicht wie Traubenzucker.

Diese Daten sprechen dafür, daß der rothe Farbstoff der Weichseln $= C_{37}H_{50}O_{25}$ anzusehen ist als eine Verbindung von $C_{18}H_{12}O_6 + 2 (C_{12}H_{22}O_{11}) - 3\ OH_2$.

Bei der Einwirkung von Schwefelsäure sollte demnach $C_{18}H_{12}O_6$ und $2 (C_{12}H_{22}O_{11})$ gebildet werden [1]). Aber das Kohlehydrat $C_{12}H_{22}O_{11}$ zerfällt unter Aufnahme von OH_2 in $2 (C_6H_{12}O_6)$ und aus $2 (C_{12}H_{12}O_6)$ entsteht unter Austritt von OH_2 die Verbindung $C_{24}H_{22}O_{11}$.

Der Bestandtheil $C_{18}H_{12}O_6$ ist seiner Zersetzung in Essigsäure und Äscilsäure durch Alkali zufolge ein dreifach acetylirter Äscylsaurealdehyd und seine Zusammensetzung durch die Formel

---

1) Ob das Kohlehydrat $C_{12}H_{22}O_{11}$ Rohrzucker und somit das daraus entstehende $C_6H_{12}O_6$ Invertzucker sei, konnte wegen zu geringer Menge von Material nicht entschieden werden.

$$C_6 \begin{cases} COH \\ (OH)_2 \\ (C_2H_3O)_3 \end{cases}$$ ausgedrückt.

In allen Eigenschaften sowie in der Zusammensetzung herrscht eine außerordentliche Ähnlichkeit zwischen den rothen Körpern, welche aus dem Farbstoff der Weichseln einerseits und dem Gerbstoff der Roßkastanien anderseits durch Einwirkung von Mineralsäuren in der Wärme entstehen. Beide sind Derivate des Äscylaldehydes, der rothe Körper aus Kastaniengerbstoff ist die Phloroglucinverbindung dieses Aldehydes, der hier in Rede stehende Körper enthält um $C_6H_6O_3$ mehr als der Aldehyd der Äscylsäure, als ob Phloroglucin zu seinen Elementen hinzugetreten wäre, was jedoch nicht der Fall ist, da aus dem Vorhergesagten sich ergibt, daß 3H durch 3 (C_2H_3O) ersetzt sind.

Es geht aus den angegebenen Versuchen mit Sicherheit hervor, daß der rothe Farbstoff der Weichseln als Derivat des Äscylsäurealdehydes ein Product der Umwandlung des Gerbstoffes ist, der sich in den unreifen Früchten findet und den zusammenziehenden Geschmack derselben verursacht. Das Chlorophyll hat keinen Antheil an der Bildung des rothen Farbstoffes. Die Annahme besonderer Chromogene in den unreifen Früchten ist überflüssig. Wie bei den Weichseln wird es sich bei anderen Früchten finden. Der rothe Farbstoff der Weichseln scheint in vielen anderen Früchten vorzukommen. Der Farbstoff der Früchte von *Sambucus nigra* scheint damit identisch zu sein. Zerquetschte reife Früchte von *Sambucus nigra* geben an Äther soviel Chlorophyll ab, als unreife. Der rothe Farbstoff, der in Äther unlöslich ist, gibt mit Blei eine blaue Verbindung, aus welcher er abgeschieden werden kann. Das Chlorophyll hat auch hier keinen Antheil an der Bildung des rothen Pigmentes beim Reifen der Früchte.

Note über den krystallisirten Enstatit aus dem Meteoreisen von Deesa.

Von **Stanislas Meunier**,
Docteur ès-Sciences.

Herr v. Lang hat in der Sitzung am 29. April 1869 der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften eine Abhandlung vorgelegt über den Enstatit aus dem Meteoreisen von Breitenbach. Ich bitte aus dieser Veranlassung um Erlaubniß, in einigen Zeilen analoge Thatsachen mitzutheilen, welche mir das Studium darbot, das ich nun zum Abschlusse brachte, über ein sehr interessantes Eisen von der Cordillere von Deesa in Chili.

Bei der Untersuchung gewisser Bruchstücke von Silicaten, welche in dem Eisen eingeschlossen sind, war ich so glücklich im Innern eine Druse von mehr als 5 Millimeter Durchmesser, vollständig ausgekleidet mit vollkommen klaren und farblosen Krystallnadeln zu entdecken.

Diese Nadeln hatten $0^{mm}.3$ mittlere Länge und etwa $0^{mm}.07$ Stärke. Unter dem Mikroskop erscheinen sie bei angemessener Vergrößerung als sechsseitige Prismen an den Enden mit einer vierflächigen Pyramide.

Die Prismen sind im Allgemeinen etwas mit Rissen durchzogen, manchmal bemerkt man eine gewisse Anzahl von Linien, die unter sich parallel, etwas entfernt von einander stehen, senkrecht auf ihre gemeinschaftliche Axe, und als ob sie eine Spaltbarkeit andeuteten.

Ungeachtet der Nettigkeit der Krystallisation ist die Substanz nicht immer vollkommen rein: Man sieht in einigen Exemplaren ganz kleine schwarze Körnchen unregelmäßig zerstreut, hie und da scheinen auch Blasen und Tropfen vorhanden zu sein, ohne Zweifel analog denen, welche Herr Sorby in seiner wohlbekannten Abhandlung beschrieben hat [1]).

[1]) Proceedings of the Royal Society. 16. Juni 1869.

Diese Krystalle sind in zu kleiner Menge vorhanden, als daß es mir gelungen wäre, sie vollständig zu studiren, und ich mußte mich begnügen für meine Versuche nur ganz kleine Fragmente abzutrennen. Ich habe Folgendes beobachtet:

Die Substanz wird sehr leicht zwischen Glasplatten zerdrückt. Die Trümmer haben einen vollkommen muscheligen Bruch, sie zeigen keine Spaltungsformen und besitzen zum Theil sehr lange und ungewöhnlich scharfe Spitzen.

Wenn man die zwei Glasplatten gegen einander reibt, so wird der Körper in ein außerordentlich feines Pulver verwandelt, und das Glas zeigt einige mikroskopische Ritze, welche Zeugniß für die Härte des Körpers abgeben.

In polarisirtem Lichte sind die prismatischen Fragmente von sehr großer Wirksamkeit, und ich bewahre unter andern ein kleines Exemplar, welches sich durch eine glänzende, mosaikartige Structur auszeichnet, welche es zwischen den zwei Nicols zeigt.

Was die chemischen Eigenschaften betrifft, so gelang es mir nur die Wirkung der Wärme, die von Säuren und einigen andern Reagentien auf die Krystalle zu beobachten.

Diese Substanz schien mir vollkommen unschmelzbar vor dem Löthrohr, die schärfsten Kanten bleiben ohne Veränderung. Säuren äußern keine Wirkung. Nach zwanzig Stunden in Königswasser waren die Krystalle vollständig unversehrt. Herr Des Cloizeaux hat freundlichst die Messungen der neuen Substanz vorgenommen. Hier sind die Ergebnisse, zu welchen dieser berühmte Krystallograph gelangte:

$g^1m = 134^\circ\ 3'$ bis $20'$
$g^1h^1 = 90^\circ 40'$
g^1m auf $h^1 = 46^\circ$
$mh^1 = 137^\circ 20'$
mm^1 auf $h^1 = 93^\circ$ bis $93^\circ 40'$
h^1m links $= 136^\circ 25'$ bis $135^\circ 40'$ (?)
$g^1m^1 = 134^\circ;\ 134^\circ 40'$
mm^1 auf $g^1 = 88^\circ 40'$.

Es ergibt sich deutlich aus allen diesen Maaßen, daß die Substanz der Species des Enstatits angehört.

Indessen unterscheidet sie sich von allen bekannten Varietäten dieses Minerals, und zwar durch verschiedene Charaktere, deren wichtigster in der vollständigen Abwesenheit von Eisen besteht, woraus sich auch ergibt, daß sie streng farblos ist. Der Enstatit des Herrn v. Lang ist grün und enthält viel Eisen.

Übrigens sind die Krystalle, welche ich beobachtete, von sehr einfacher Form, und zeigen ungewöhnliche Abmessungen.

Endlich zeigen diese Krystalle eine Art von Gruppirung, welche unter den Mineralspecies außerordentlich selten ist. Sie haben nämlich eine große Neigung, sich mit ihren Enden an einander zu reihen, so daß sie eine Gestalt von dem Ansehen eines Rosenkranzes annehmen. Ich habe eine Gruppe dieser Art herauspräparirt und bewahre sie, welche aus drei in dieser Weise articulirten Prismen besteht.

Alle diese Thatsachen scheinen mir einen specifischen Namen für diese typische Varietät des Enstatits zu rechtfertigen. Ich widme sie dem Herrn Victor Meunier, Director des französischen Journales „Cosmos," und lege ihr daher den Namen Victorit bei.

Paris, 15. December 1869.

Bemerkungen zu Herrn Dr. Stanislas Meunier's Note über den Victorit oder Enstatit von Deesa.

Preise für aufzusuchende Meteorsteine aus altbekannten Fällen, von welchen unsere Museen noch nichts besitzen.

Von dem w. M. W. Ritter v. Haidinger.

Indem ich der hochgeehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe die beifolgende Note des Herrn Dr. Stanislas Meunier in Paris über den „Enstatit von Deesa" zu freundlich wohlwollender Aufnahme für die Sitzungsberichte ergebenst überreiche, darf ich nicht verfehlen, dem trefflichen Verfasser meinen verbindlichsten Dank auszudrücken, für das Vertrauen, das er in mich setzte, indem er meine Vermittlung anrief, sowie meine reiche Anerkennung für die zahlreichen Ergebnisse seiner Studien, namentlich in dem Umfange der Meteoritenkunde.

Herr Stanislas Meunier ist als Aide-naturaliste im Muséum d'histoire naturelle ein kräftiger Mitarbeiter an den epochemachenden Studien unseres hochgeehrten Gönners und Freundes Herrn A. Daubrée.

Bemerkungen in früheren Schriften der beiden verdienstvollen Forscher waren es, die mich vor zwei Jahren bestimmten, gewisse meiner früheren in unseren Sitzungsberichten und anderwärts entwickelten Ansichten neu zusammenzustellen, und in unserer Sitzung am 8. October 1868 der hochgeehrten Classe vorzulegen. Hatten dieselben auch in einer Richtung die Natur eines Anspruches von meiner Seite, so folgte doch seither eine Reihe gegenseitiger Zusendungen und Mittheilungen, und ich begrüße diese letztere mit besonderem Vergnügen.

Aus dem Inhalte mancher der früheren hätte ich wohl gerne Einiges der hochgeehrten Classe vorgelegt, aber sie waren gedruckt und daher geschäftsordnungsmäßig ausgeschlossen.

Diesmal ist es anders. Herr Meunier schickt mir handschriftlich seine Mittheilung. Ich habe dieselbe aus dem französischen übersetzt und lege sie hier zu freundlich wohlwollender Aufnahme vor.

Ich habe mehrmals in dem Laufe von mehr als zwanzig Jahren der hochgeehrten Classe Mittheilungen hochgeehrter Freunde vorgelegt. Ich glaube dieses Mal mit einem besonderen Nachdruck eine ähnliche Vorlage ausstatten zu dürfen, wo die Thatsache selbst für unsere kaiserliche Akademie der Wissenschaften eine Central-Stellung in einer Abtheilung von Forschungen bezeichnet, in welchen ich selbst, auf Grundlage unserer classischen Meteoriten-Sammlung des k. k. Hof-Mineraliencabinets, namentlich unter der sorgsamen Leitung unseres verewigten hochverdienten Collegen Hörnes Theil genommen habe an einer stets zunehmenden Bewegung in der Meteoritenkunde, welche von hier aus mit Eifer und Beharrlichkeit begonnen, auch bald einen reichen Nachklang namentlich in Paris und London fand. Während wir in unserer eigenthümlichen Lage vielfachen Hindernissen begegneten, preisen und bewundern wir dort den raschesten, auch materiell reich unterstützten Fortschritt. In einer unserer früheren Sitzungen habe ich ein Bild dieses Fortschrittes mit Zahlen belegt der hochverehrten Classe vorgelegt [1]).

Für mich ist die Zeit der eigentlichen Wirksamkeit in der Förderung der Arbeit aus natürlichen Ursachen wohl größtentheils vorüber, ich erfreue mich nun an den Erfolgen Anderer. Ich bin glücklich zu sehen, wie Herr Director Dr. Gustav Tschermak, Amtsnachfolger unseres Hörnes nun auch gerade in diesem Wissenschaftszweige erfolgreich seine eigenen früheren Studien verwerthet, und mit größtem Eifer für die Vermehrung der Meteoritensammlung wirkt. Dazu die Mittheilungen des hochgeehrten Collegen Victor von Lang in unserem eigenen Kreise, die wichtigen Mittheilungen von Herrn Professor Kenngott, die unvergleichliche Bearbeitung des Meteorsteinfalles von Krähenberg am 5. Mai 1869 durch den hochverdienten Astronomen Dr. Georg Neumayer in Frankenthal. Alles dies aus der allerneuesten Periode. Nun diese neueste Mittheilung von Herrn Dr. Stanislas Meunier.

---

[1]) Die Meteoriten des k. k. Hof-Mineralienkabinets am 1. Juli 1867, und der Fortschritt seit dem 7. Jänner 1859. Sitzungsberichte u. s. w. LVI. Band. Sitzung am 27. Juli 1867.



Aber ich darf wohl überhaupt meine Freude darüber ausdrücken, und eine spätere unparteiische Geschichte der wissenschaftlichen Ergebnisse unserer Akademie wird es gewiß nicht verfehlen hervorzuheben, daß in den Zweigen meiner eigenen ersten Studien vom Beginne derselben an, sich durch jüngere Kräfte eine reiche Entwicklung anschloß, dem gegenwärtigen Fortschritte entsprechend gründlicher vorbereitet, und von welchen noch große Ergebnisse in Aussicht stehen, in Mineralogie, Krystallographie, Krystall-Optik, Metamorphismus, dann mancherlei geologischen geographischen Bestrebungen überhaupt, wobei ich wohl vielfach weniger als eigentlicher Arbeiter wirkte, als indem sich eben hochgeehrte jüngere Freunde zu erfolgreichen Arbeiten angeregt erwiesen.

Nebst der Mittheilung über den neuen Enstatit oder Victorit, welche von Herrn Meunier hier vorliegt, gibt mir derselbe überdies Nachricht von einer neuen Arbeit über den Ursprung der Meteoriten, welche demnächst erscheinen soll. Diese verdient allerdings eine aufmerksame Würdigung, selbst wenn man sich derselben nicht augenblicklich anzuschließen geneigt fühlen sollte. Er nimmt nämlich an, wogegen wohl kaum etwas einzuwenden ist, und was namentlich auch mit meinen mehrfach gegebenen Ansichten übereinstimmt, daß die Meteoriten Bruchstücke eines größeren Himmelskörpers sind. Dann aber seien alle Meteoriten Ergebnisse der letzten Ausbildung unseres planetaren Systems seit unserer Tertiärzeit. Zuerst seien die Eisenmassen vorwaltend gefallen, sodann die Stein-Meteoriten, endlich, und das zwar erst seit ganz kurzer Zeit, langten die kohlehaltigen Meteoriten bei uns an, im Ganzen gesondert etwa nach ihrem specifischen Gewichte. Die Körper, welchen sie entstammen, hätten früher als Begleiter der Erde oder selbst dem Monde angehört. Ich werde aus zu unvollkommener Bekanntschaft nicht versuchen für diese neue Ansicht einzutreten, aber es scheint mir auch noch zu früh, um der zahlreichen Schwierigkeiten zu gedenken, welche sich doch wohl diesen Ansichten entgegensetzen, während andererseits die so zahlreich nachgewiesene Übereinstimmung der Kometenbahnen mit den Bahnen der periodischen Sternschnuppen-Ströme und den Bahnen der Meteoriten als ein großes einfaches Bild zusammengehöriger Erscheinungen sich darbietet.

Ich bitte die hochgeehrte Classe um Erlaubniß aus Veranlassung dieser letzten Beziehung noch eine Betrachtung anzuknüpfen. Zwei

Kometen schon sind von Herrn Tempel in Marseille als neu entdeckt zur Kenntniß der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften gebracht worden, mit Bezugnahme auf die Preisaufgabe derselben, ausgeschrieben am 28. Mai 1869. Als Ergebniß jeder Entdeckung dieser Art ist begreiflich die Kenntniß der Bahn das wünschenswerth Gesuchte. Aber ohne Zweifel bietet das entgegengesetzte Ende der Reihe dieses oben erwähnten großen Gesammmtbildes ein, wenn auch ganz verschiedenes, doch großes Interesse dar, welches zu verfolgen gewiß einer Körperschaft wie unsere Akademie, nicht unwürdig wäre.

Ich meine die zahlreichen, man möchte sagen verschollenen Meteoriten, welche wohl noch auf unserer Erde herumliegen, deren Dasein man in so fern kennt, als über dieselben in der Literatur zahlreiche Nachrichten sich finden, aber von welchen sich noch keine Bruchstücke in den an verschiedenen Museen aufbewahrten Meteoritensammlungen finden.

Unser Meteoriten-Forscher Chladni[1]) hat nicht nur die zahlreichsten Nachweisungen in der Literatur gegeben, sondern hat selbst sich bestrebt, ältere Meteorsteine aufzufinden. Einiges fand sich, Vieles gelang ihm nicht. Aber das hohe Interesse, welches mit denselben verbunden ist, kann auch jetzt nicht als veraltet bezeichnet werden.

Es wäre mir ein Leichtes, aus diesem Gesichtspunkte hier ein höchst anregendes, umfassenderes Verzeichniß zu entwerfen, wenn es sich schon um den Ernst der That handelte, aber da ich der meiner beschränkten Thatkraft allzu vielfach entgegenstehenden Hindernisse wegen nicht daran denken darf, einen eigentlichen Antrag zu stellen, so begnüge ich mich hier den Wunsch nach Forschungen dieser Art, als Grundlage einer Preis-Ausschreibung nur wie man zu sagen pflegt „im Princip“ auszusprechen.

In Vertretung sämmtlicher Meteoriten-Museen geschähe dies nach dem vielbekannten und vielwiederholten geflügelten Worte: „Wenn ich nur etwas davon hätte“.

Ob man die zwei Meteoreisen-Massen wiederfinden wird, welche (nach Homer) Zeus von den Füßen der Here löste und sie nach Troja hinabwarf, und die noch am Ende des zwölften Jahrhunderts

---

[1]) Über Feuermeteore u. s. w. Wien 1819.

unserer Zeitrechnung daselbst gezeigt wurden? Ich habe über diese in einer früheren Sitzung am 6. October 1864, veranlaßt durch eine höchst anziehende Mittheilung, mit welcher mich Herr Professor W. H. Miller, Secretär für das Ausland der Royal Society in London, erfreute, der hochverehrten Classe einige Betrachtungen und Bemerkungen vorgelegt [1]). Jedenfalls gehören diese Massen in den Kreis deren, welchen künftige Forscher ihre Aufmerksamkeit zuwenden sollten.

Nur eines ferneren großen Meteorsteines aus jenen uralten bekannten Zeiten möchte ich hier noch gedenken, desjenigen, welcher nach Plutarch, im Leben Lysanders Cap. 22. und 23. (ungefähr im Jahre 465 vor unserer Zeitrechnung) bei Aegos Potamos gefallen war und noch zur Zeit des Plinius gezeigt wurde. Chladni vermuthet zwischen den jetzigen Orten Gallipoli und Zemenic [2]). Herr P. A. Kesselmeyer hat den Ort auf seiner Karte der Meteoritenfälle in Europa unter 40° 24′ N. und 26° 36′ O. Greenw. verzeichnet [3]).

Der Stein ist von dem Reisenden W. G. Browne auf Veranlassung von Smithson Tennant aufgesucht, aber nicht gefunden worden [4]). Humboldt selbst, wie ich dies bereits in meiner oben angeführten Mittheilung in Erinnerung brachte [5]) regte noch zu ferneren Forschungen an. „Trotz der vergeblich angewandten Bemühungen des afrikanischen Reisenden Browne habe ich nicht die Hoffnung aufgegeben, man werde einst diese so schwer zerstörbare thracische Meteormasse in einer den Europäern jetzt sehr zugänglichen Gegend (nach 2312 Jahren) wieder auffinden“.

Dies als ein Beispiel, welches uns allerdings jetzt eben sehr nahe gerückt ist durch die Unternehmungen für Eisenbahnen und die neuerdings so sehr vermehrten freundlichen Beziehungen mit

---

[1]) Ein vorhomerischer Fall von zwei Meteoreisenmassen bei Troja. Sitzungsberichte u. s. w. Band L. 1864.

[2]) Chladni. Feuermeteore, S. 177.

[3]) Abhandlungen der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt a. M. Bd. III. 1860.

[4]) Bibliothèque britannique. Literature. Journ. LX, p. 300. Chladni Feuermeteore, Seite 178.

[5]) Kosmos. I, S. 124. 1844.

Constantinopel, von wo aus wohl erfolgreiche Forschungen in's Werk gesetzt werden könnten!

Als eine aufzusuchende Meteoreisenmasse statt aller möchte ich hier diejenige bezeichnen, welche vor fünfundzwanzig Jahren im Jänner 1844 im Carritas Paso, am Fluße Mocorita, in Corrientes um 2 Uhr des Morgens, während der damaligen Kriege zwischen den feindlichen Lagern niederfiel. Herr R. P. Greg hat die Nachricht aufbewahrt [1]), aber noch besitzt kein Museum eine Probe der Eisenmasse. Bei dem ersten Versuche, der einige Zeit nach dem Falle stattfand, gelang es nicht die kleinste Probe zu gewinnen.

Herr H. E. Symonds, der Augenzeuge des Falles, gab auch von diesem Versuche Nachricht. Er sandte einen Mann mit einem Hammer dahin, aber dieser kam zurück mit der Nachricht, die Masse sei so hart, daß er zwar den Hammer zerbrach, aber es ihm nicht gelang das kleinste Stückchen von dieser *„piedra de hierro“* abzutrennen.

Aber ich muß mich bescheiden, hier nur ein Wort als frommen Wunsch zu sagen. Ich fühle es ein Antrag wäre hoffnungslos, dazu müßte erst auch unser Oesterreich von einer Bewegung für Förderung der Naturwissenschaften ergriffen worden sein, wie sie gegenwärtig in England sich immer mehr und mehr ausdehnt [2]). Aber was vermögen die Männer der Wissenschaft in gewissen Lagen, wo man allenfalls noch fremdländisches lobt, aber redliche wissenschaftliche Bestrebungen, die uns näher betreffen, geringschätzt oder todtschweigen will.

---

[1]) Philosophical Magazine für Juli 1855. — W. Haidinger. Über die Natur der Meteoriten in ihrer Zusammensetzung und Erscheinung. Sitzungsberichte XLIII Bd., S. 389. 1861.

[2]) Neue freie Presse, Abendblatt am 30. December 1869

II. SITZUNG VOM 13. JÄNNER 1870.

Das k. & k. Ministerium des Äußern übermittelt, mit Note vom 4. Jänner l. J., einen von dem Leiter der commerciellen Abtheilung der ostasiatischen Expedition, Herrn Ministerialrathe v. Scherzer abgefaßten Specialbericht über die Thätigkeit der fachmännischen Begleiter der k. k. Mission während der ersten Hälfte der Expedition.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Die zwei Homerischen Meteoreisenmassen von Troja. Nachtrag zu den Mittheilungen über dieselben vom 6. October 1864“, von Herrn Hofrathe W. Ritter v. Haidinger.

„Über Curvenbüschel“ vom Herrn Dr. Emil Weyr in Prag.

„Über ein neues Verfahren, den Reductionsfactor einer Tangentenboussole zu bestimmen“, vom Herrn A. Waszmuth, Assistenten für Physik am deutschen Polytechnikum in Prag.

Herr Jos. Effenberger zu Wischau in Mähren theilt, mit Schreiben vom 6. Jänner l. J. mit, daß es ihm gelungen sei Violinen zu construiren, welche an Tonmacht denen der alten Meister Stradivari und Guarneri del Jesu nahe kommen; derselbe ersucht die k. Akademie von dieser Idee Kenntniß zu nehmen und ihm zu gestatten, daß er, zur Wahrung seiner Priorität, dieselbe in einer, zumeist auf wissenschaftlicher Grundlage basirten Denkschrift darlege.

Herr Prof. Dr. A. E. Reuss legt eine Abhandlung über „Oligocäne Korallen aus Ungarn“ vor.

Herr Prof. Dr. K. Langer überreicht eine Abhandlung: „Über das Lymph- und Blutgefäßsystem des Darmcanales von *Salamandra maculata*“ von Herrn Dr. Leo Levschin aus St. Petersburg.

Herr F. Unferdinger übergibt eine Abhandlung:

„Transformation und Bestimmung des dreifachen Integrales

$$\iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}, \alpha x+\beta y+\gamma z\right) dx dy dz“.$$

Herr H. Obersteiner legt eine Abhandlung: „Über einige Lymphräume im Gehirne“ vor.

Herr Dr. S. L. Schenk überreicht eine Abhandlung: „Über den Stickstoffgehalt des Fleisches“.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften und Künste, südslavische: Arbeiten. IX. Band. Agram, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1786 (Bd. 75. 10). Altona, 1870; 4°.

Bern, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868/69. Folio, 4° & 8°.

Bonn, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868. 4° & 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXIX, Nrs. 25—26. Paris, 1869; 4°.

Cosmos. XIXe Année, 3e Série. Tome VI, 2e Livraison. Paris, 1870; 8°.

Gesellschaft, Geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. 3. Nr. 2. Wien, 1870; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band, Nr. 1. Wien, 1870; 8°.

— schlesische, für vaterländische Cultur: XLVI. Jahresbericht. Breslau, 1869; 8°. —Abhandlungen: Philosophisch-historische Abtheilung. 1868, Heft 2 und 1869; Abtheilung für Naturwissenschaften und Medicin, 1868/69. Breslau, 1869; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg., Nr. 2. Wien, 1870; 8°.

Halle, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868. 4° & 8°.

Instituut, k. Nederlandsch Meteorologisch: Meteorologisch Jaarboek voor 1868. I. Deel. Utrecht; 4°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie, von H. Will. Für 1867, 3. Heft. Giessen, 1869; 8°.

Kiel, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften vom Jahre 1868. (XV. Band.) Kiel; 4°.

Königsberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868/69. 4° & 8°.

Landbote, Der steirische. 3. Jahrgang, Nr. 1. Graz, 1870; 4°.

Löwen, kathol. Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1866/67. 8° & 12°.

Marburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften 1868/69. 4° & 8°.

Nature. Vol. I, Nr. 10. London, 1869; 4°.

Reichsanstalt, k. k., geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1869, Nr. 17. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VII° Année, Nr. 6. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Rostock, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868/69. Folio, 4° & 8°.

Société médico-chirurgicale des hopitaux et hospices de Bordeaux: Mémoires & Bulletins. Tome III (1868), 2° Fascicule. Paris & Bordeaux, 1868; 8°.

— Linnéenne de Lyon: Annales. Année 1868 (N. S.), Tome XVI. Paris; 4°.

— Impériale d'Agriculture etc. de Lyon: Annales des Sciences physiques & naturelles, d'agriculture & d'industrie. 3° Serie, Tome XI. 1867. Lyon & Paris; 4°.

Society, The Chemical, of London: Journal. Ser. 2. Vol. VI, October, November, December 1868; Vol. VII, January — September 1869. London; 8°. — Anniversary Meeting, March 30th, 1869. 8°.

— The Linnean, of London: Transactions. Vol. XVI, Parts 2 & 3. London, 1868—1869; 4°. — Proceedings. Session 1868—69. 8°. — Journal. Botany: Vol. X, Nr. 48; Vol. XI, Nrs. 49—51; Vol. XII. (1869.); Zoology: Vol. X, Nrs. 43—46. London, 1868—1869; 8°. — List. 1868. 8°.

— The Zoological, of London: Proceedings for the Year 1868, Parts II—III. London; 8°.

— The Anthropological, of London: Anthropological Review & Journal. Nrs. 24—26. (January, April, July 1869.) London, Paris, Leipzig, Turin & Florence; 8°.

Society, The Royal, Dublin: Journal. Vol. V, Nr. XXXVIII. Dublin, 1869; 8°.

Upsala, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868/69. Folio, 4° & 8°.

Verein, Naturw., für Sachsen und Thüringen in Halle: Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Jahrgang 1868. XXXI. & XXXII. Band. Berlin; 1868; 8°.

Zürich, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften von Ostern 1867 bis Michaelis 1868. 4° & 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrg., Nr. 3—4. Wien, 1870; 4°.

Die zwei homerischen Meteoreisenmassen von Troja.

Nachtrag zu den Mittheilungen über dieselben vom 6. October 1864.

Von dem w. M. W. Ritter v. Haidinger.

Für die erste Veranlassung die in der Überschrift erwähnte anziehende Zusammenstellung der hochverehrten Classe vorzulegen [1]) war ich vor nun mehr als fünf Jahren meinem hochverehrten Freunde W. H. Miller, Secretär für das Ausland der königlichen Gesellschaft zu London, zu dem verbindlichsten Danke verpflichtet.

Ein freundliches Schreiben von demselben hochverdienten Forscher aus Cambridge vom 28. März 1865 bot schon in dieser frühen Zeit eine sehr anregende Fortsetzung. Ich hatte Separat-Abdrücke meiner Mittheilung an Herrn Professor Miller gesandt, aber schon die vorläufige Notiz des Inhaltes im „Anzeiger" hatte die Aufmerksamkeit unseres so berühmten Ehrenmitgliedes Sir John Herschel erregt. Er war eben mit der Übersetzung der Ilias in englische Hexameter beschäftigt und nahe beim Schlusse des fünfzehnten Gesanges. In den Auflagen, welche er zur Vergleichung vor sich hatte, von Voß und Pogson, waren die zwei Verse nicht enthalten. Er schrieb nun an Miller, um fernere Mittheilungen in Bezug auf diese Zeilen.

„Ich fand sie", schreibt Miller, „in der Auflage von Joshua Barnes, Professor der griechischen Sprache an der Universität von Cambridge von 1695 bis 1712, gedruckt zu Cambridge im Jahre 1711. Ich verglich neuerdings diese Auflage, und fand, daß Barnes die Echtheit der zwei beanständeten Verse in folgenden Worten aufrecht erhält":

---

[1]) Ein vorhomerischer Fall von zwei Meteoreisenmassen bei Troja. Bericht von W. Haidinger. Sitzungsberichte. Band L. 1864.

„Weil daher diese Verse so sehr von den vorhergehenden abhängen, daß sie zugleich mit ihnen stehen oder fallen müssen, so habe ich geglaubt sie in ihrer Stelle wieder einsetzen zu müssen in unserer Auflage" [1]).

Dies stimmt gänzlich mit der Ansicht überein, welche Sie in ihrer Mittheilung (Seite 4, Zeile 9 und Seite 7, Zeile 3) des Sonder-Abdruckes ausgesprochen haben".

Miller schloß über den Fall dieser zwei Massen noch die Betrachtung an, daß doch bereits mehrfach Fälle aufgezählt worden sind, in welchen sich zwei Eisenmassen gefunden haben, und führt nebst den zwei von mir gegebenen Beispielen von Cranbourne und Braunau noch das uns so wohlbekannte Ereigniß des Meteoreisenfalles von Agram an.

Er fragt: Gibt es eine physische Ursache, welche dahin wirkt, daß das Erscheinen von Meteoreisen in Paaren mehr Regel als Ausnahme wäre [2])?

Das war im April 1865. Im darauffolgenden November kam meine Erkrankung und damit eigentlich doch ein ernster Abschnitt in meiner Theilnahme an Forschungen, wenn ich auch durch den Meteorsteinfall von Knyahinya vom 9. Juni 1866 gewissermaßen gewaltsam zu den Meteoriten zurückgeführt wurde. Dazu der entsetzliche Krieg!

Ein späterer Brief Miller's, nachdem ich ihm schon einen Separat-Abdruck über Knyahinya geschickt hatte, vom 17. September 1867, enthielt die Nachricht, daß nunmehr Herschel's Übersetzung der Ilias bereits gedruckt sei. Er gab mir die Abschrift dieser Stelle, welche ich um so lieber hier der hochverehrten Classe vorlege, als die Wiederherstellung des vollständigen Textes durch die in unseren eigenen Sitzungsberichten enthaltene Erörterung veranlaßt worden war.

„Hast thou forgotten the day when on high suspended with anvils Slung to thy feet, I held thee chained by the hands, and in fetters,

---

[1]) Quoniam itaque hi versus adeo a praecedentibus dependent, ut simul cum iis stentque cadantque et nobis visum suo loco restituere, in hac nostra editione.

[2]) Is there any physical cause that tends to make the occurrence of iron meteorites in pairs the rule rather than the exception?

Golden, infrangible, swung thee aloft, 'mid clouds in the aether?
Sore were the Gods on Olympus height distressed when they saw thee.
One did I seize in my wrath and dashed him down from the threshold
Breathless and bruised to the earth. Nor yet was my anger abated.
Such were my grief and rage at the woes of godlike Heracles,
Whom thy malignant hate, the subservient tempests arousing,
Chased o'er the desolate sea by the aid of impetuous Boreas.
Hardly the Coan shore he reached. There I came to his rescue,
Saved him from utter destruction and landed him safely in Argos,
Famed for its steeds, though sore distressed and exhausted by suff'rings.
(Then, nor till then, did I free thy feet, and those ponderous masses
Down as a sign to all future time I hurled upon Troja.)"

Über neuere Meteoritenfälle erwähnte Miller aus den Werken Sir Samuel White Baker's „The Albert Nyanza" Ch. IX, p. 359, auch eines Ereignisses, das gewiß in diese Classe von Erscheinungen gehört, wenn es auch dort einer anderen Veranlassung zugeschrieben wird. Baker berichtet aus Tarangollé einer Lage etwa 4° 31′ N. und 32° 55′ O. von Greenw., etwa S. O. von Gondokoro.

Am 11. Juni (1864) fand ein merkwürdiges Ereigniß statt. Bei vollkommen klarem Himmel wurden wir durch einen Schall aufgeregt, wie von einer plötzlichen Explosion einer Mine oder von schwerem Geschütz, unmittelbar mit einer Wiederholung. Sie schien gerade südlich von meinem Lager, in dem etwa sechzehn Meilen entfernten Gebirge stattgefunden zu haben. Ich konnte mir das Ereigniß nur durch die Annahme erklären, daß eine ungeheuere Granitmasse sich von einem Berge abgetrennt habe und in das Thal gefallen sei, wobei sie von einer hervorragenden Stelle am Abhange abgesprungen sei, und so den doppelten Schall hervorgebracht habe." Gewiß ist Professor Miller's Ansicht die richtige, daß die gewaltige Schall-Erscheinung auf einem Meteorsteinfalle beruhte.

Dann die Nachricht des Skippers Turner vom Schooner Algerine vom 14. September 1867 in der Times of Hamilton, Ontario, von einem Meteor, welches als ein Feuerball in größter Schnelligkeit heranrückte und mit den ungeheuersten Schall-Erscheinungen in den

Ontario-See fiel, nur ungefähr 150 Klafter vom Hintertheile des Schiffes.

Aber die Mittheilungen kamen zu einer Zeit, wo mir der Gebrauch meines rechten Armes gänzlich versagt war.

Den Sommer 1868 bezeichnete für mich die Bewegung durch den eben herausgekommenen ersten Band des von der Royal Society in's Leben geförderten Verzeichnisses der naturwissenschaftlichen Abhandlungen von 1800 bis 1863[1]). Dazu noch die von mir vorbereitete Schrift über Licht-, Wärme- und Schall-Erscheinungen bei den Meteoritenfällen [2]), welche ich der hochverehrten Classe vorzulegen die Ehre hatte.

Ein freundliches Schreiben von Professor Miller vom 13. August 1868 brachte auch die Homerischen Meteoreisenmassen wieder in Erinnerung.

„Eines Tages, schreibt Miller, als ich unserem Sanskrit-Professor Cowell unsere Mineralien-Sammlung zeigte, erwähnte ich gegen ihn jener Stelle im Homer, welche, wie ich glaube, sich auf einen Fall von Meteoreisen in der Ebene von Troja beziehe. Er fragte allsogleich, ob nicht das griechische Wort dafür ἄκμων sei. Als ich dies bejahend beantwortete, eröffnete sich eine Besprechung, deren Inhalt ich ihn ersuchte mir schriftlich mitzutheilen, und von welcher das folgende eine Abschrift ist“:

Das griechische Wort ἄκμων hat die Bedeutung von „Donnerkeil“ nur in einer oder zwei Stellen beibehalten, wie in Hesiod, Theogonie 722, 724, worüber Göttling sagt: „non est incus, sed quem recentiones μύδρον dicunt, habendus ille in meteoricis, ut loquuntur, lapidibus.“ So im Homer, o, gaben die von Eustathius angeführten Zeilen das gewöhnliche μυδρους anstatt des dunkleren ἄκμονας der homerischen Zeilen. Eustathius sagt auch aus Veranlassung von Il. σ. 476, Ἄκμων sei der Vater des Ὀυρανος und die Akmonidae seien οἱ Ὀυρανιδαι. In der Rig Veda findet man oft *áśman* gebraucht als „Donnerkeil“ (obwohl es in dem späteren classischen Sanskrit nur einen „Stein“ bedeutet); so haben wir in der

---

1) Catalogue of Scientific Popers. (1800—1863) Compiled and published by the Royal Society of London, Vol. I. 1867. A—Clu. — Vol. II, 1868, Clu — Gra. —Wiener Zeitung Nr. 169. W. R. v. Haidinger, Dornbach 8. Juli 1868.

2) Sitzungsberichte. Band LVIII. 1868.



Rig Veda 1, 121.9: „O Indra, Du warfst Deinen eisernen Keil, den der Gott Ribhu brachte, vom Himmel, *áyasam ásmánan*, und in 4, 22.1 erscheint Indra beschrieben als „derjenige, welcher durch seine Stärke daherkommt den Donnerkeil tragend“ *yo ásmanam sárvasá bibhrad* u. s. w. Im Zend bedeutet *ásman* „Himmel“ und „Stein“; im classischen Sanskrit heißt es nur „Stein“, während im modernen Persischen es nur „Himmel“ bedeutet. Wir haben auch eine gegenwärtige hindustanische Redensart: „*ásmán boltá*“ buchstäblich „der Himmel spricht“ für „es donnert“.

Aśman ist gleichbedeutend mit ἄκμων, da das *ś* des Sanskrit immer κ im Griechischen wird.

Während sich hier eine gewiß anregende Erweiterung für classische Forschungen darbot, welche es wohl verdienen auch ihrerseits weiter fortgeführt zu werden, versäumte Herr Professor Miller auch in diesem Schreiben vom 13. August 1868 nicht, die eigentlich meteoritische Frage aus seiner früheren Betrachtung wieder in Erinnerung zu bringen, die Thatsache, nunmehr von Agram, Braunau, Cranbourne, Troja verzeichnet, von dem gleichzeitigen Falle oder Vorkommen von Paaren von Meteoreisenmassen. Er brachte dann auch in Erinnerung, daß so etwas nachgeahmt werden kann, wenn man eine zäheflüssige Masse in einer Weise in Bewegung setzt, daß sie gleichzeitig eine rasche Rotation annimmt, während sie zugleich fortschreitet. Die Masse wird dabei entzwei gerissen [1]).

Wenn ich nun heute meinem hochgeehrten edlen Gönner und Freunde, Herrn Professor Miller, meinen innigsten Dank für so viele freundliche Anregung ausspreche, so darf ich nicht versäumen auch seine freundliche Nachsicht mir zu erbitten für die Verspätung, in welcher ich sie nun erst jetzt der hochverehrten Classe darlege. Aber während früher so manches Hinderniß obwaltete, gibt gerade die Frage der Rotation, welche neuerlichst wieder durch den Meteorstein von Goalpara [2]) lebhafter der Aufmerksamkeit der Meteoritenforscher sich dargeboten hat, Veranlassung, dem Gegenstande einige Worte zu widmen.

---

[1]) „That this may be imitated by flinging a viscid mass, so that it has a rapid rotation as well as a progressive motion. The viscid mass frequently separates into two.“

[2]) Der Meteorstein von Goalpara in Assam, nebst Bemerkungen über die Rotation der Meteoriten in ihrem Zuge. Von W. R. v. H. Sitzungsb. 1869. Bd. LIX. Abth. II.



Bei dem Falle von Goalpara trat die Beschaffenheit der Oberfläche von Meteorsteinen mehr in den Vordergrund, so daß ich auch meiner eigenen früheren Betrachtungen über Rotation in Beziehung auf den Meteoreisenfall von Hraschina bei Agram nur vorübergehend gedachte, und ich muß sehr um Entschuldigung bitten, wenn ich nicht damals schon Herrn Professor Miller's Bemerkungen mit in den Kreis der dortigen Betrachtungen zog. Freilich wünscht man in Mittheilungen dieser Art sich möglichst kurz zu fassen, und was eben vorliegt nur mit dem allernächst Verwandten in Beziehungen zu bringen.

Die Thatsache von zwei Eisenmassen aus dem Falle von Agram, von welchen die eine in einer deutlich plattenförmigen Gestalt im k. k. Hof-Mineralienkabinet aufbewahrt wird, gegenüber gehalten der großen kosmischen Geschwindigkeit des Meteors, war Veranlassung gewesen, bei meinem Berichte über diesen Fall vom Jahre 1859 [1]) in Erwägung zu ziehen, welche Lage ein Körper dieser Art dem stets wachsenden Luftdrucke entgegenstellen müßte. Der Schwerpunkt stets voran. Aber dann folgte unmittelbar die Nothwendigkeit einer Rotation, sobald die Gestalt eines Durchschnittes nur irgend von einer Kreisfläche abwich. Dann aber konnte auch durch die fortwährend beschleunigte rotatorische Bewegung, während die Geschwindigkeit der Bewegung in gerader Linie abnahm, gar wohl ein tangentiales Fortschleudern eines Theiles oder ein Zerreissen oder Zerbersten überhaupt stattfinden. Die Masse aber war nicht flüssig, sondern hoch krystallinisch und daher so fest damals, wie sie uns noch gegenwärtig vorliegt. An derselben hatte ja v. Widmannstätten die nach ihm benannten Structur-Linien entdeckt!

An dem angeführten Orte (Seite 387) heißt es wörtlich: Eine Trennung der beiden Stücke, desjenigen von 71 Pfund und desjenigen von 16 Pfund während des Falles wäre aber durch ein Zerreissen der ganzen plattenförmigen Masse durch die Centrifugal-Tendenz bei der oben angenommenen gewaltsamen Rotation ganz im Einklang mit dem dort (Seite 385) gegebenen Bilde.

---

[1]) Der Meteoreisenfall von Hraschina bei Agram am 26. Mai 1751. Von W. H. Mit einer Tafel. Sitzungsberichte der math. nat. Cl. d. k. A. d. W. Bd. XXXV, S. 361. Vergl. S. 385. und ff.



Einer Angabe, wie sie für einen zäheflüssigen Körper von Herrn Professor Miller angenommen wird, habe ich in Literaturwerken nicht begegnet. Freilich muß ich mich dabei zu einer nur allzu ungenügenden Kenntniß derselben bekennen. Indessen aus einer älteren Abhandlung aus der Zeit vor dem gegenwärtigen Aufschwunge meteoritischer Forschungen ist eines Versuches gedacht, der auf den Gegenstand der Frage bezogen werden kann. Herr Akademiker Dr. Schafhäutl [1]) geht von dem Grundsatze aus, „daß der so rasch wachsende Widerstand der Luft die noch fallende weiche Masse zerdrücke, was viel wahrscheinlicher ist, als daß sie von Gasen zerrissen werde." Dabei erwähnt er Folgendes:

„Läßt man nämlich an einem Thurme bei windstillem Wetter einen etwas großen Tropfen aus einer zähen Flüssigkeit bestehend, hinabfallen, so zerspringt dieser Tropfen plötzlich, wenn er ungefähr die Mitte des Thurmes erreicht hat, als wenn er von einer sich plötzlich von innen expandirenden elastischen Flüssigkeit zerrissen worden wäre. Mir ist dieses Experiment nie mißlungen".

Ich verdanke einen Separat-Abdruck der Abhandlung der freundlichen Gewogenheit des Herrn Professor Dr. Schafhäutl selbst, noch mit der Aufschrift Bergrath Haidinger, also wohl noch aus der Zeit des „k. k. Montanistischen Museums" vor dem Jahre 1850.

Von Rotation war damals keine Rede, welche wohl nach den seitdem gewonnenen Erfahrungen als Grund zu einer solchen Erscheinung genügend erachtet werden dürfte

Über die Annahme eines früher weichen Zustandes glaube ich auch nach Allem was gegenwärtig in entgegengesetzter Beziehung gründlich erkannt ist, nicht weiter etwas beifügen zu sollen.

Der Berührungspunkte in den Betrachtungen der einzelnen Erscheinungen in dem Studium der Meteoriten gibt es allerdings so viele, daß man unwillkürlich von der einen zur andern geleitet wird. Wenn ich oben erwähnte, ich wünschte nur das allernächst Verwandte zu versammeln, so scheint dies in einigem Widerspruche zu stehen,

---

[1]) Über den bei Schönenberg, Landesgericht Burgau gefallenen Meteorstein und sein Verhältniß zu den im mineralogischen Kabinete der Akademie der Wissenschaften befindlichen Aerolithen. Gelehrte Anzeigen, herausgegeben von Mitgliedern der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. München, 7, 8, 9, 10, April 1847, Nr. 69 bis 72, Seite 553. Besonders Seite 581.



mit den vielerlei Richtungen, welche hier in meiner heutigen Mittheilung verfolgt erscheinen. Aber sie haben doch ein untrennbares Band, das sie umschließt, die freundlichen fortgesetzten Mittheilungen, demselben Gegenstande gewidmet, meines so hochgeehrten Freundes Herrn Professors W. H. Miller, mit welchem mich so viele unserer gemeinschaftlich gepflegten Studien verbinden, und der auch in den nächsten Beziehungen zu unserer eigenen kaiserlichen Akademie der Wissenschaften steht, als Secretär für das Ausland der Royal Society in London.

Ihm bin ich wahrhaft zu dem verbindlichsten, nun spät zur Vorlage gebrachten Danke verpflichtet.

Über den Stickstoffgehalt des Fleisches.

Von Dr. S. L. Schenk,

Assistent und Docent an der Wiener Universität.

Unter den stickstoffhaltigen Körpern, welche wir als Einnahmen bei den Stoffwechselversuchen benützen, ist das Fleisch als eines der vorzüglichsten Mittel zu betrachten. Einerseits darum, weil der Stickstoffgehalt desselben innerhalb gewisser Grenzen constant ist, andererseits, weil die Versuchsthiere (Hunde) längere Zeit ohne Beeinträchtigung ihrer Functionen bei ausschließlicher Fleischnahrung bestehen können.

Dieses bestimmte die Forscher auf dem Gebiete des Stoffwechsels eine Reihe von Analysen des Fleisches vorzunehmen, um den Stickstoffgehalt desselben zu ermitteln und festzustellen.

Um so mehr steigerte sich das Bedürfniß, eine bestimmte Stickstoffgröße des Fleisches zu kennen, als man in Erfahrung gebracht hat, daß ein Deficit von Stickstoff in den Ausscheidungen als Fleischansatz, und ein Mehr als Verbrauch von Fleisch respective eiweißartiger Substanz des Körpers zu betrachten ist.

Die Zahlen, welche uns bekannt sind, variiren um 0·1 bis 0·7 Grm. Stickstoff auf 100 Grm. feuchter Substanz berechnet. So finden wir bei Bischoff[1]) die Analysen von W. Mayer angeführt, der im trockenen Fleische 12·05 Pct. N, auf feuchte Substanz berechnet, 3·01 Pct. N gefunden hat. Das von W. Mayer analysirte Fleisch war ein gutes frisches Kuhfleisch, von dem Fett und Knochen abpräparirt waren. Bidder und Schmidt[2]) fanden für das frische Rindfleisch 3·68 Pct. bis 3·15 Pct. Stickstoff in der feuchten Substanz, in der trockenen zwischen 12·38 Pct. und

---

[1]) Bischoff. Harnstoff als Maaß des Stoffwechsels. Giessen 1853.

[2]) Die Verdauungssäfte und der Stoffwechsel. 1852, S. 301.

12·45 Pct. N. Playfair und Boeckmann [1]) geben im Mittel im trockenen Fleische 15·03 Pct. im frischen 3·78 Pct. Stickstoff an. Grouven [2]) theilt vier Analysen vom frischen Fleische mit, die unter einander um einige Zehntelgramme differiren.

Die Zahlen aus seinen Analysen sind folgende: 3·52, 3·46, 3·51, 3·17 Pct. — Hundefleisch wurde von Will [3]) analysirt und der Stickstoffgehalt desselben 3·46 Pct. bis 3·55 Pct. gefunden. W. Mayer [4]) gibt hingegen den Stickstoffgehalt des Hundefleisches auf 3·05 Pct. an. Voit [5]) kam im Allgemeinen dahin, bei der Zahl 3·4 Pct. N zu bleiben wie wohl er zugibt, daß man den Stickstoffgehalt des Fleisches nicht genau angeben kann, und man bei dieser von ihm gewählten Stickstoffgröße auf Schwankungen von 0·3 Grm. Stickstoff auf 100 Grm. Fleisch gefaßt sein muß. Die Stickstoffbestimmungen des Fleisches sind zumeist nach der Methode von Will-Warrentrapp ausgeführt worden, wahrscheinlich deshalb, weil diese Methode bequemer als die von Dumas auszuführen ist, zugleich aber bezüglich ihrer Verläßlichkeit dieser nicht nachsteht.

Sowohl die vorausgegangenen Angaben über den Stickstoffgehalt des Fleisches, die von einander nicht unbeträchtlich verschieden sind, als auch die von Voit gewählte Mittelzahl, bestimmten mich, eine Reihe von Verbrennungen des Fleisches vorzunehmen, um den procentischen Stickstoffgehalt desselben wo möglich genauer festzustellen. Nun wird aber das Fleisch verschiedener Thiere als Futter benutzt, und wenn nicht aller Stickstoff des genommenen Fleisches in den Ausscheidungen (im Harne und Kothe) erscheint, so wird das Deficit als Fleischansatz am Versuchsthiere berechnet.

Dem zufolge habe ich das Fleisch verschiedener Thiere mit Natronkalk verbrannt, und so den Stickstoffgehalt desselben ermittelt, um zu sehen ob denn überhaupt eine solche Umrechnung zulässig ist, ob der Stickstoffgehalt des verfutterten Fleisches dem Stickstoffgehalte des Fleisches am Versuchsthiere entspricht.

---

[1]) Liebig, Zoochemie, S. 324.

[2]) Physiologisch chemische Fütterungsversuche. 1864.

[3]) Zeitschrift für Biologie I. Bd., S. 98.

[4]) L. c.

[5]) Zeitschrift für Biologie I. Bd., S. 99.

Die Resultate meiner Analysen theile ich in folgenden Tabellen mit [1]).

I.

Fleisch vom	Nr.	Trockene Substanz zur Verbrennung in Grammen	Entspricht feuchter Substanz in Grammen	Liefert Stickstoff bei der Verbrennung in Grammen	Proctgehalt an Stickstoff in Grammen	
					für feuchte Substanz	für trock. Substanz
Rinde	1	0·563	1·887	0·062	3·3	11·0
	2	0·562	2·036	0·068	3·34	12·1
	3	0·528	1·942	0·067	3·45	12·6
	4	1·099	4·006	0·154	3·84	14·01
	5	1·123	3·492	0·122	3·49	10·68
	6	1·046	3·732	0·132	3·69	13·19

Diese Tabelle zeigt uns an, daß die Zahlen des Stickstoffgehaltes auf feuchte Substanz berechnet bis 0·4 Theile Stickstoff auf 100 Theile Fleisch von einander abweichen. Das arithmetische Mittel der vorletzten Columne ist 3·52.

Man könnte glauben, daß das Fleisch von verschiedenen Rindern einen verschiedenen Stickstoffgehalt liefere, und daß dies nicht der Fall wäre, wenn wir das Fleisch von einem und demselben Thiere nehmen würden. Dem widersprechen die Versuche 4 und 5, wozu das Fleisch von einem Thiere und die zu verbrennende Substanz für beide Analysen aus einem und demselben Stücke genommen wurde.

Demnach zeigt das Resultat, daß beide von einander um 0·39 Grm. Stickstoff differiren.

Die Ursache dieser Differenz kann nicht als ein Fehler der Verbrennung angesehen werden, da die Verbrennung sowohl in dem einen (Nr. 4) als dem anderen (Nr. 5) Falle mit der nöthigen Vorsicht gemacht wurde. Da aber die Differenzen auch in den anderen Versuchen auffallen, so muß man sich nach der Ursache dieser Differenzen anderweitig als in unrichtig gelieferten Angaben oder in Verbrennungsfehlern umsehen.

[1]) Das Fleisch ward frisch vom Metzger geholt, und da beim Transporte ein Theil des Wassers verdunsten konnte, so habe ich mich entschlossen den Wassergehalt des Fleisches nicht anzugeben.

Bevor wir aber die Ursache dieser Differenzen eruiren, wollen wir die Zahlen, welche wir aus den Analysen des Fleisches anderer Thiere und des Menschen gewonnen haben, mittheilen.

II.

Fleisch vom	Nr.	Trockene Substanz zur Verbrennung in Grammen	Ist gleich feuchter in Grammen	Liefert Stickstoff bei der Verbrennung in Grammen	Proctgehalt an Stickstoff in Grammen	
					in feuchter Substanz	in trockener Subst.
Pferde	1	0·736	2·662	0·082	3·1	11·14
	2	0·619	2·338	0·076	3·25	12·27
Kaninchen	1	0·586	1·905	0·061	3·20	10·4
	2	0·401	1·432	0·050	3·5	12·4
Hunde	1	0·851	3·589	0·113	3·14	13·27
	2	0·484	2·055	0·063	3·06	13·2
	3	0·453	1·906	0·066	3·46	14·6
Menschen	1	0·539	1·427	0·052	3·50	15·4
	2	0·481	1·589	0·067	4·21	13·93

Hieraus ersehen wir, daß das Fleisch verschiedener Thiere nicht ganz gleich zusammengesetzt zu sein scheint, da wir Schwankungen von 0·1 Grm. bis über 1 Grm. auf 100 Grm. feuchter Substanz haben. Jedoch kommen diese Schwankungen nicht nur bei dem Fleische verschiedener Thiere so auffällig vor, sondern bei den drei Versuchen vom Hundefleische, welche aus einem Stücke genommen sind, finden wir Differenzen von 0·06 bis 0·46 Grm. auf 100 Grm. Substanz. Diese Zahlen sind schon bedeutend genug, um zu zeigen, daß die Substanz ziemlich variable Größen von Stickstoff bei der Verbrennung liefert.

Die größte Stickstoffmenge gibt uns das Fleisch des Menschen, indem wir es hier sogar auf 4·2 Pct. N gebracht haben. Wenn wir hier noch 3·4 Pct. N als Mittelzahl annehmen, so würde offenbar durch diese Größe bei einer Verfutterung von 1000 Grm. Fleisch ein so bedeutender Fehler begangen werden, daß man in die Gesetze über den Stickstoffkreislauf im Organismus keine Einsicht erlangen könnte.

Das zur Verbrennung benützte Fleisch vom Menschen, welches ziemlich sehnig war, ward bei Gelegenheit einer Amputation eines Beines in Folge größerer Zerstörungen desselben, vom Oberschenkel genommen und konnte nicht ganz frei von Bindegewebe gemacht werden.

Es scheint also bei der Verbrennung der gewählten Partien eine besonders reich an Bindegewebe gewesen zu sein, und diese wird auch einen größeren Stickstoffgehalt als die bisher analysirten Fleischpartien geliefert haben.

Die Mittel für den Stickstoffgehalt auf feuchte Substanz berechnet sind nach obigen Tabellen (I. II.) folgende:

Rindfleisch	= 3·52
Pferdefleisch	= 3·17
Kaninchenfleisch	= 3·35
Hundefleisch	= 3·22
Menschenfleisch	= 3·85.

Wenn diese aus wenigen Analysen berechneten Mittelzahlen an und für sich einen untergeordneten Werth haben, so geben sie uns andererseits eben so wenig wie die directen Resultate der Analysen ein Recht, bei erfolgtem Fleischansatze den Stickstoffgehalt des angesetzten Fleisches ohne Weiteres dem des Futterfleisches gleichzusetzen. Noch mehr hinderlich aber sind uns bei allen Stoffwechselversuchen die großen Verschiedenheiten, welche wir im Stickstoffgehalte verschiedener Fleischproben von einem und demselben Thiere gefunden haben.

Suchen wir deshalb die Ursachen derselben auf.

Es wären zunächst die Aschenbestandtheile des Fleisches zu berücksichtigen. Mit dem vermehrten Auftreten derselben könnte der Stickstoffgehalt des Fleisches vermindert sein und der umgekehrte Fall würde eintreten, wenn die Aschenbestandtheile vermindert wären.

Aus den quantitativen Bestimmungen der Aschenbestandtheile des Fleisches geht hervor (Voit [1]), daß dieselben 1·05 Pct. bis 1·13 Pct. im frischen Fleische betragen. Daß solche Schwankungen

[1]) Voit Zeitschrift für Biologie, I. Bd.

den Stickstoffgehalt des Fleisches nicht wesentlich beeinträchtigen, ist von selbst einleuchtend.

Nächst den Aschenbestandtheilen kommt der Fettgehalt des Fleisches in Betracht.

Da die Vermehrung des Fettes von so vielen Umständen abhängig ist, so dürften hierdurch öfters Schwankungen des Stickstoffes im Fleische bedingt werden, zumal nicht nur eine Fettanhäufung zwischen den einzelnen Muskelfaserbündeln, sondern auch eine Verfettung der einzelnen Muskelfasern nicht selten vorkömmt.

Bischoff und Voit [1]) geben den Fettgehalt im Fleische durchschnittlich auf 1 Pct. an.

Moleschott [2]) gibt den Fettgehalt bei Säugethieren 37·15, bei Vögeln 19·46, bei Fischen 45·97 auf 1000 Theile an. Bei den bisherigen Untersuchungen über den Stoffwechsel kommt zumeist das Fleisch der Säugethiere in Betracht. Der Fettgehalt des Letzteren ist offenbar nach den Untersuchungen von Moleschott größer als von Bischoff und Voit angegeben wird. Diese Verschiedenheit in den Angaben würde ich dadurch erklären, daß Moleschott beliebige Fleischstücke zur Fettbestimmung genommen hat, während B. und V. (l. c.) das Fleischstück, welches zur Fettbestimmung verwendet wurde von den größeren Bindegewebs- und Fettpartien sorgfältig befreit zu haben scheinen.

Von den Fettbestimmungen, die ich gemacht und in folgender Tabelle zusammengestellt habe, sind die Objecte der drei ersten (1, 2, 3) von den größeren Bindegewebs- und Fettzügen, so weit es mit freiem Auge möglich ist, befreit, was bei den drei letzten (4, 5, 6) nicht geschehen ist.

Fleisch vom Rinde

1)	0·7%	Fett	4)	4·280%	Fett
2)	1·0	„	5)	3·321	„
3)	1·3	„	6)	5·060	„

Man ersieht aus diesen Zahlen, daß der Fettgehalt des Fleisches ein ziemlich variabler ist, und dem zufolge von Einfluß auf den Stickstoffgehalt des Fleisches. Das Fett, als stickstofffreier Körper

---

[1]) B. u. V. Ernährung des Fleischfressers.

[2]) Physiologie der Nahrungsmittel. Giessen. 1859.

in größerer Menge im Fleische enthalten, wird eine Verminderung des procentischen Stickstoffgehaltes bedingen.

Das zur Verbrennung genommene Fleisch ist eine Substanz, die außer den contractilen Theilen und Fett noch Bindegewebe und elastische Fasern enthält, so daß die Muskelfasern in dieselben eingebettet sind.

Da wir nun das Fleisch von diesen Geweben nicht befreien können, andererseits ihre Quantität im Fleische keine unbeträchtliche ist, so kann eine Vermehrung oder Verminderung ihrer Menge im Fleische auf den procentischen Stickstoffgehalt des Fleisches von Einfluß sein. Dieser Einfluß des Bindegewebes und elastischen Gewebes auf den Stickstoffgehalt des Fleisches könnte sich nur dann geltend machen, wenn nebst der relativ größeren Menge derselben im Fleische ihr procentischer Stickstoffgehalt größer oder kleiner als der des Fleisches wäre.

Es schien mir also nothwendig einiges über den Stickstoffgehalt des Bindegewebes und elastischen Gewebes zu erfahren.

Dem zufolge habe ich einige Stickstoffbestimmungen dieser Gewebe gemacht.

Fürs Bindegewebe wählte ich die Achillessehne zur Verbrennung, für das elastische Gewebe war das *ligamentum nuchae bovis* noch am zweckmäßigsten, da doch dieses Band als nur aus elastischen Fasern bestehend zu betrachten ist, und ich nicht bald ein anderes Gewebe finden konnte, welches für diese Zwecke dem gewählten vorzuziehen wäre.

Folgende Tabelle ist das Resultat meiner Analysen.

III.

	Nr.	Trockene Substanz zur Verbrennung in Grammen	Ist gleich feuchter Substanz in Grammen	Liefert Stickstoff in Grammen	Proctgehalt an Stickstoff in Grammen	
					für feuchte Substanz	für trock. Substanz
Achillessehne	1	0·372	1·114	0·064	5·74	17·2
	2	0·386	1.157	0·059	5·1	15·2
	3	0·222	0·794	0·037	4·94	16·6
ligamentum nuchae bovis	1	0·295	0·639	0·044	6·88	14·9
	2	0·308	0·667	0·046	6·89	14·8
	3	0·351	0·735	0·051	6·80	14·5

Wenn wir auch aus diesen Zahlen nicht ganz bestimmt den Stickstoffgehalt dieser Gewebe angeben können, da die Anzahl der Verbrennungen eine entsprechend größere sein sollte und wir diese Gewebe nicht ganz frei von anderen ihnen beigemengten Elementen haben, so läßt sich doch entschieden behaupten, daß ihr procentischer Stickstoffgehalt ein bedeutend größerer als der des Fleisches ist. Ja das elastische Gewebe liefert einen procentischen Stickstoffgehalt, der doppelt so groß als der des Fleisches ist.

Was beim elastischen Gewehe *(ligamentum nuchae)* noch besonders auffällt, ist, daß der procentische Stickstoffgehalt auf feuchte Substanz berechnet in allen drei (4, 5, 6) Versuchen bis auf 0·08 bis 0·09 Grm. gleich groß ist.

Das Bindegewebe und elastische Gewebe in den Muskeln ist ein wesentlicher Factor, von dem die Stickstoffgröße des Fleisches abhängt.

Mit dem vermehrten Auftreten derselben im Fleische ist der Stickstoffgehalt im letzteren größer, das Umgekehrte ist bei der Verminderung dieser Gewebe der Fall.

Es geht hieraus hervor, daß die Schwankungen in den obigen Angaben der Fleischanalysen abgesehen vom Fette, wesentlich von der größeren oder geringeren Quantität des Bindegewebes und der elastischen Fasern in den Muskeln abhängt.

Da wir aber die Quantität des elastischen und Bindegewebes im Fleische nicht kennen, und vorläufig keine Methode besitzen um diese Gewebe quantitativ genau zu bestimmen, so müssen wir auf eine einigermaßen genaue Zahl für den Stickstoffgehalt des Fleisches Verzicht leisten.

Über ein neues Verfahren, den Reductionsfactor einer Tangentenboussole zu bestimmen.

Von **Anton Wassmuth**,

Assistenten für Physik am deutschen Polytechnikum in Prag.

Mit dem Namen „Reductionsfactor einer Tangentenboussole" bezeichnet man bekanntlich jene Größe, mit der die Tangenten der Ablenkungswinkel zu multipliciren sind, um die Stromintensitäten, nach absolutem Maaße gemessen, zu erhalten. Dieser Factor k hängt bloß von den Dimensionen des Apparates und der Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus ab und es ist z. B. für eine Weber'sche Tangentenboussole vom Radius R, $k = \frac{RH}{2\pi}$ und ebenso für eine nach Helmholtz und Gaugain gleich $\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{RH}{2\pi} = 0{,}2224 \times HR$, wenn H die horizontale Componente der magnetischen Erdkraft bedeutet; oder aber unter Voraussetzung der chemischen Stromeinheit, welche künftighin durchwegs zu Grunde gelegt sein soll, gleich obigem Werthe von k multiplicirt mit 1,05.

So einfach demnach der Zusammenhang zwischen Reductionsfactor und den vorhergehenden Größen ist, so bietet doch die Berechnung nach diesen Formeln meistens viele Schwierigkeiten, da einerseits die Componente H für den Beobachtungsort oft nicht genau genug bestimmt ist und anderseits die Dimensionen des Apparates sich selten mit der nöthigen Sicherheit ermitteln lassen. Man ist daher außer Stande, diese Constante für ein gegebenes Instrument theoretisch zu bestimmen, sondern auf den Weg des Versuches hingewiesen.

Dabei hat man bis jetzt ausschließlich elektrolytische Bestimmungen in Anwendung gebracht, sei es in der Art, daß die in einem Voltameter binnen einer bestimmten Zeit entwickelte Knallgasmenge mit Beobachtung der nöthigen Vorsichten und Reductionen gemessen und mit der Tangente des gleichzeitig am untersuchten Instrumente

beobachteten Ablenkungswinkels verglichen wurde, oder aber in der Art, daß man ein Metallsalz der Elektrolyse unterwarf, die an der Kathode ausgefällte Menge des betreffenden Metalls durch Wägung bestimmte und daraus die äquivalente Knallgasmenge berechnete, um dieselbe in der vorhin bezeichneten Weise mit der gleichzeitig beobachteten Ablenkungstangente zu vergleichen.

Dem ersten Verfahren ist, abgesehen von den der Messung und Reduction des Gasvolumens anhaftenden Fehlerquellen noch der Umstand hinderlich, daß sich ein beträchtlicher Gasverlust durch Absorption und, wie man auch nachgewiesen haben will, durch theilweise Wiedervereinigung der getrennten Gase nicht vermeiden läßt. Das zweite Verfahren [1]) ist zwar von den angeführten Übelständen frei, setzt jedoch die Ausführung genauer Wägungen voraus. Berücksichtigt man endlich, daß beide Methoden überdies noch genaue Zeitbestimmungen erheischen, so wird man zugestehen müssen, daß solche Bestimmungen ziemlich umständlich sind und den Besitz von experimentellen Hilfsmitteln voraussetzen, die nicht immer zur Verfügung stehen.

Diese Erwägungen haben mich veranlaßt, versuchsweise einen andern Weg zur experimentellen Ermittlung des Reductionsfactors einzuschlagen, welcher jedenfalls viel rascher und einfacher und, wie ich glaube nachweisen zu können, mit nicht geringerer Sicherheit und Genauigkeit zum Ziele führt.

Den Anhaltspunkt dazu boten mir die von Prof. v. Waltenhofen in seiner Abhandlung über die elektromotorische Kraft der Daniell'schen Kette nach absolutem Maaße (Pogg. 133. Bd.) mit-

[1]) Bei der Untersuchung der Tangentenboussole, mit welcher Prof. v. Waltenhofen die in dieser Abhandlung zu Grunde gelegten Messungen der elektromotorischen Kraft der Daniell'schen Kette ausführte, hat derselbe die elektrolytische Fällung des Kupfers vorgezogen und zu diesem Zwecke einen dem Horsford'schen Apparat ähnlichen Zersetzungsapparat mit Glaswanne construirt, bei welchem die Kupferplatten eine Berührungsfläche von mindestens je 60□ Centimeter der Flüssigkeit darboten, indem auf die Vortheile großer Platten zur Erzielung eines constanten Stromes Seite 476 der betreffenden Abhandlung (Pogg. Bd. 133) hingewiesen wird. — Bezüglich des hiebei in Betracht kommenden elektrochemischen Äquivalentes des Wassers mag erwähnt werden, daß die von Wiedemann, Galvanismus, Bd. II, pag. 917 angeführten Bestimmungen dieser Größe um Differenzen bis zum Betrage von 2% abweichen.

getheilten zahlreichen Bestimmungen dieser Größe, welche sämmtlich nach der Poggendorff'schen Compensationsmethode und zwar in der Art ausgeführt wurden, daß der Einfluß der Polarisation vollständig ausgeschlossen war. Die elektromotorische Kraft der genannten Kette wurde nämlich jedesmal aus Stromstärke und Widerstand in der Nebenschließung abgeleitet [1]) und die gefundenen Zahlen zeigen eine solche Übereinstimmung, daß der von den einzelnen Versuchsresultaten sehr wenig abweichende Mittelwerth 12,04 auf die Jacobi-Siemens'schen Maaßeinheiten bezogen als eine mit großer Sicherheit bestimmte physikalische Constante betrachtet werden muß, welche mit Rücksicht auf die chemische Anordnung der Daniell'schen Kette überdiß jedenfalls nur sehr geringen Variationen unterliegen kann.

Diese Größe gibt daher ein unter allen Verhältnissen mit den einfachsten Mitteln und doch mit großer Genauigkeit reproducirbares Maaß an die Hand, aus welchem sofort der Reductionsfactor einer zu untersuchenden Tangentenboussole ohne weiteres berechnet werden kann, wenn dieselbe bei der Compensation einer Daniell'schen Kette als Galvanometer in der Nebenschließung von bekanntem Widerstande gedient hat. Bezeichnet man nämlich, auf die vorgenannten Einheiten bezogen, Stromstärke und Widerstand in dieser Nebenschließung, beziehungsweise mit i und r, ferner den an der Tangentenboussole bei erreichter Compensation der Daniell'schen Kette (durch eine beliebige andere von entsprechender Stärke) abgelesenen Ablenkungswinkel mit α und den gesuchten Reductionsfactor bezüglich der Jacobischen Stromeinheit mit k, so hat man wegen $i = k \operatorname{tang} \alpha$ und $12{,}04 = ir$ [2]) die Relation:

$$k = \frac{12{,}04}{r \operatorname{tang} \alpha}.$$

---

[1]) Es mag hier erinnert werden, daß die zweite Form der Poggendorff'schen Methode, welche in der Vergleichung der Widerstände in der Leitung der compensirenden Kette und der Nebenschließung besteht, nur relative Messungen gestattet und überdies, wie Prof. von Waltenhofen in seiner Abhandlung über die Polarisation constanter Ketten (Sitzungsb. d. kais. Akad. 49. Bd.) unzweifelhaft nachgewiesen hat, von dem Einfluß der Polarisation nicht unabhängig ist.

[2]) Es ist nämlich die elektromotorische Kraft der compensirten Kette jedesmal gleich dem Producte von Stromstärke und Widerstand der Nebenschließung.

Ich habe eine Reihe solcher Versuche ausgeführt, die ich nun näher erörtern will. Als Ladungsflüssigkeit diente bei der Daniell'schen Kette eine concentrirte Kupfervitriollösung, deren Concentration durch hineingelegte Kupfervitriolkrystalle unterhalten wurde; das Zink war sorgfältig amalgamirt und stand in mit dem fünfzehnfachen Volum Wasser verdünnter englischer Schwefelsäure. Bei den Versuchen Nr. II bis VII wurde das von Poggendorff angegebene Verfahren beobachtet, das Daniell'sche Element jedesmal nach erfolgter Compensation auseinander zu nehmen, die Metallplatten von den anhaftenden Gasblasen zu reinigen, neu zusammenzustellen und abermals zu compensiren. Als compensirende Kette wurde ein constantes Kohlenzinkelement verwendet.

Zur Untersuchung gelangte zuerst eine Gaugain'sche Tangentenboussole mit massivem Messingring nebst vier Drathkreisen, mit der ich folgende vier Reihen von Versuchen, bei denen jedesmal ein anderes Daniell'sches Element zur Compensation genommen wurde, ausführte. Der Strom ging dabei durch den messingenen Reif.

Versuchsreihe	r	α	$\log r \tan \alpha$	k	Mittel	Größte Abweichung vom Mittel
Nr. I	1,025	17°0	0,49606—1	38,42	39,05	1,8 %
	2,025	8·7	0,49118—1	38,85		
	3,025	5·8	0,48752—1	39,18		
	4,025	4·3	0,48093—1	39,78		
Nr. II	1,025	17·0	0,49606—1	38,42	38,88	1,18%
	2,025	8·75	0,49371—1	38,63		
	3,025	5·8	0,48752—1	39,18		
	4,025	4·35	0,48597—1	39,32		
Nr. III	1,025	17·15	0,50011—1	38,06	38,66	2,2 %
	2,025	8·75	0,49371—1	38,63		
	3,025	5·75	0,48374—1	39,53		
	4,025	4·45	0,49588—1	38,44		
Nr. IV	1,025	17·15	0,50011—1	38,06	38,22	1,6 %
	2,025	8·8	0,49622—1	38,41		
	3,025	5·85	0,49128—1	38,85		
	4,025	4·55	0,50557—1	37,59		

Hieraus ergibt sich, wenn man die Versuchsreihe Nr. I, bei der die Metallplatten während der Compensation nicht gereinigt wurden, außer Acht läßt, als Mittelwerth für den Reductionsfactor dieser Boussole $k = 38{,}59$, dessen Abweichung vom Mittel der Versuchsreihen II, III und IV nicht einmal 1% erreicht und dessen größte Abweichung von den einzelnen Beobachtungsresultaten 2,6% beträgt. Elektrolytische Bestimmungen mit (concentrirter) Kupfervitriollösung zwischen Kupferplatten ergaben für diesen Reductionsfactor einen etwas höheren Werth. (Sehr nahe 40.)

Eine Berechnung dieses Factors konnte hier leider nicht durchgeführt werden, da die Dimensionen des Messingreifes nicht auf den Werth des bei der Rechnung zu Grunde zu legenden Radius schließen ließen; die für denselben gefundenen Grenzwerthe zeigen indeß eine befriedigende Übereinstimmung.

Um aber auch eine derartige, genauere Vergleichung anstellen zu können, wurde eine Versuchsreihe Nr. V mit derselben Tangentenboussole in der Art ausgeführt, daß der Strom nicht durch den Messingreif, sondern durch einen von den vier an demselben festliegend angebrachten, isolirten Kupferdräthen ging. Der Radius dieses Kupferringes fand sich ziemlich genau gleich 88 Mm. und die Entfernung seines Mittelpunktes vom Drehungspunkte der Nadel gleich 45 Mm., während die am Aufstellungsorte direct gemessene, erdmagnetische Horizontal-Intensität 1,657 war. Berechnet man mit diesen Größen den Reductionsfactor, so findet man denselben gleich 34,52, welcher Werth mit den aus meinen Versuchen erhaltenen 34,61 eine beinahe vollständige Übereinstimmung gibt, indem die Abweichung davon nur ¼ Pct. beträgt, wie aus der nachstehend angeführten Tabelle hervorgeht.

Versuchsreihe	r	α	$\log r \operatorname{tang} \alpha$	k	Mittel	Größte Abweichung vom Mittel
Nr. V	1,025	18°55	0,53650—1	35,01	34,61	1,2%
	2,025	9·75	0,54153—1	34,60		
	3,025	6·55	0,54075—1	34,66		
	4,025	5·0	0,54672—1	34,19		

Zeigen die Messungen Nr. I bis IV, daß die einzelnen Bestimmungen mit verschiedenen Daniell'schen Ketten unter sich sehr gut übereinstimmende Resultate ergeben, so erhellt nicht minder aus dem Versuche Nr. V das genaue Zusammentreffen des berechneten mit dem nach meinem Verfahren gefundenen Werthe.

Dasselbe zeigte sich auch bei den Versuchen Nr. VI und VII, die ich mit einer zwölf Drathkreise enthaltenden Gaugain'schen Boussole durchführte:

Versuchsreihe	r	α	$\log r \tan g \alpha$	k	Mittel	Größte Abweichung vom Mittel
Nr. VI	1,065	69°5	0,45461	4,213	4,25	0,9%
	2,065	53·83	0,45100	4,248		
	3,065	42·55	0,44924	4,265		
	4,065	34·67	0,44890	4,269		
Nr. VII	1,069	69·5	0,45624	4,211	4,28	1.6%
	2,069	53·55	0,44734	4,298		
	3,069	42·25	0,44525	4,319		
	4,069	34·5	0,44662	4,305		

Als Mittelwerth aus diesen Bestimmungen ergibt sich hieraus für den Reductionsfactor die Größe 4,26, welcher Werth von den einzelnen Beobachtungen höchstens um 1,4% abweicht.

Für dasselbe Instrument wurde der Reductionsfactor auch auf verschiedenen anderen Wegen ermittelt, wobei sich ein nahezu gleicher Mittelwerth 4,19 ergab, während jedoch die einzelnen Bestimmungen unter sich weniger genau als bei meinen Versuchen übereinstimmten.

Bedenkt man nun noch, daß dieses Verfahren Apparate voraussetzt, die in keinem physikalischen Laboratorium fehlen (einige bekannte Widerstände, ein Rheostat, der nicht einmal graduirt zu sein braucht, zwei Ketten und ein gewöhnlicher Multiplicator) und daß man mehrere Versuche binnen kurzer Zeit ausführen kann, so darf wohl mit Recht gesagt werden, daß dieses Verfahren rascher und einfacher als die gewöhnlichen Methoden zum Ziele führt und auch mindestens die gleiche Genauigkeit wie jene gewährt.

Ebenso einleuchtend ist es, daß sich dieses Verfahren mit Vortheil zum Graduiren anderer Galvanometer verwenden läßt und zwar besonders dort, wo das von Poggendorff angegebene Verfahren vermöge der Construction des betreffenden Instrumentes nicht ausführbar ist. Über die Modification, die dann das Verfahren erleidet, werde ich indeß ein anderes Mal berichten.

Schließlich kann ich nicht umhin, Herrn Prof. von Waltenhofen, in dessen Laboratorium ich die Versuche ausführte, für die Überlassung der Instrumente so wie für die gütige Unterstützung meiner Bestrebungen meinen wärmsten Dank auszusprechen.

III. SITZUNG VOM 20. JÄNNER 1870.

Das k. k. Handelsministerium setzt die Akademie, mit Zuschrift vom 11. Jänner l. J., in Kenntniß, daß die kaiserliche französische Regierung die Einberufung einer internationalen Commission nach Paris beschlossen habe, welche von dem in den Archiven des französischen Kaiserthums niedergelegten End-Meter mittelst eines Strichmeters eine gesetzlich giltige Nachbildung zu verfertigen und überhaupt an allen Untersuchungen und Beschlüssen Theil zu nehmen hätte, welche geeignet wären die Genauigkeit der Nachbildungen der in den Archiven befindlichen Mustermaaße außer Zweifel zu setzen. Die kais. franz. Regierung habe die Einladung an die k. k. Regierung gerichtet, sich bei dieser internationalen Commission durch Fachgelehrte vortreten zu lassen.

Das k. k. Handelsministerium ladet daher die k. Akademie ein, ein Mitglied aus ihrer Mitte zu wählen, welches im Namen der k. k. Regierung, im Vereine mit dem k. k. Professor Dr. Joseph Herr und den ungarischerseits gewählten Fachgelehrten an den Arbeiten dieser Commission in Paris Theil zu nehmen hätte.

Das k. k. Handelsministerium übermittelt ferner, mit Note vom 17. Jänner, ein Exemplar eines von dem gewesenen nautischen Ober-inspector Carl Zamara veröffentlichten nautischen Instrumentes „Correttore delle corse“,

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über den Bau des Quarzes“ von Herrn G. Hinrichs, Professor an der Staats-Universität von Iowa, eingesendet durch Herrn Hofrath W. Ritter v. Haidinger.

„Bemerkungen über des Herrn Prof. G. Hinrichs' Note über den Bau des Quarzes“, vom Herrn Hofrathe W. Ritter v. Haidinger.

Herr Prof. Dr. E. Mach in Prag übersendet eine Abhandlung des Herr Cl. Neumann, Assistenten der Physik an der Prager Universität: „Beobachtungen über die Schwingungen gestrichener Saiten".

Herr Dr. A. Boué übergibt eine „geographisch-geognostische Karte des Thales von Sutchesa".

Herr Dr. A. Friedlowsky überreicht eine Abhandlung: „Über Vermehrung der Handwurzelknochen durch ein *Os carpale intermedium* und über secundäre Fußwurzelkochen".

Herr Prof. Fr. Simony spricht über die Temperaturverhältnisse des Hallstätter See's, Gmundner See's und der beiden Langbath-Seen.

Herr Dr. Jul. Hann legt eine Abhandlung: „Über die Wärmeabnahme mit der Höhe an der Erdoberfläche und ihre jährliche Periode" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale de St. Pétersbourg: Mémoires. Tome XII, Nrs. 1—5; Tome XIII, Nrs. 1—7. St. Pétersbourg, 1861—1869; 4°. — Bulletin. Tome XIII, Nrs. 1—5. St. Pétersbourg, 1869; 4°.

Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei: Atti. Anno XXI, Sessioni I^a—VI^a, 1868. Roma; 4°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrgang, Nr. 2. Wien, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten, Nr. 1787 (Bd. 75. 11.) Altona, 1870; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nr. 1. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIXe Année. 3e Série. Tome VI, 3e Livraison. Paris, 1870; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, königl. dänische: Oversigt. 1867, Nr. 6—7; 1868, Nr. 1—4; 1869, Nr. 1. Kjøbenhavn; 8°. — Holm, Eduard, Danmarks Politik under den svensk-russiske krig fra 1788—1790. Kjøbenhavn, 1868; 4°. — Steen, Adolph, Om Integrationen af Differentialligninger der føre til Additionstheoremer for transcendente Funktioner. Kjø-

benhavn, 1868; 4°. — Ussing, J. L., Kritiske Bidrag til Graekenlands gamle Geographie. Kjøbenhavn, 1868; 4°.

Gesellschaft, allgemeine schweizerische, für die gesammten Naturwissenschaften: Neue Denkschriften. Band XXIII. Zürich. 1869; 4°. — Verhandlungen. 52. Jahresversammlung. Jahresbericht 1868. Einsiedeln; 8°.

— naturforschende, in Bern: Mittheilungen aus dem Jahre 1868. Nr. 654—683. Bern, 1869; 8°.

— physikalisch-ökonomische, zu Königsberg: Schriften, IX. Jahrgang, 1868. I. & II. Abtheilung. Königsberg, 1868 & 1869; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen XXXI. Jahrgang, Nr. 3. Wien, 1870; 8.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 2. Wien; 8°.

Leyden, Universität: *Annales academici, 1863—1864. Lugduno-Batavorum, 1868; 4°.*

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1869, 8. Heft. Wien; 8°.

Nature. Vol. I, Nr. 11. London, 1870; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1870, Nr. 1. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nr. 7. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève: Mémoires. Tome XX, 1re Partie. Genève, Paris, Bale, 1869; 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 5—6. Wien, 1870; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXI. Jahrgang, 10 & 11. Heft. Wien, 1869; 4°.

Die Wärmeabnahme mit der Höhe an der Erdoberfläche und ihre jährliche Periode.

Von Dr. J. Hann.

Die Publication der Resultate einer Reihe meteorologischer Beobachtungen am Col du Saint Théodule in 3333 Meter oder 10280 P. F. Seehöhe durch Dollfuß-Ausset [1]) hat mir Veranlassung gegeben, die Temperaturabnahme mit der Höhe besonders in Rücksicht auf die periodischen Änderungen derselben im Jahreslaufe neuerdings zu untersuchen. Das dichte Beobachtungsnetz, welches gegenwärtig die Schweiz bedeckt, und die Liberalität und Präcision, mit welcher die Ergebnisse publicirt werden, liefert ein so reichliches Materiale zu derartigen Untersuchungen, wie es nie zuvor geboten worden ist. Einen imposanten Abschluß nach oben erhielten diese Beobachtungen durch die dreizehn Monate hindurch mit großer Sorgfalt angestellten meteorologischen Aufzeichnungen am Theodul-Paß, der höchsten Beobachtungsstation unseres Erdtheils, welche zugleich den unvergleichlichen Vortheil hatte, mitten inne zu liegen zwischen zwei benachbarten Höhenstationen, von denen die eine am St. Bernhard (7626 P. F.) auf vieljährigen Beobachtungen beruhende Normalwerthe der Temperatur darbot, um die einjährige Reihe auf Normalwerthe zu reduciren. Die fünfjährigen Mittel der zweiten Nachbarstation am Simplon (6180′) gestatteten eine Art Controle der auf diesem Wege erhaltenen Resultate, welche, wie sich später zeigen wird, einen vollkommen befriedigenden Grad der Genauigkeit beanspruchen dürfen.

Um die jährlichen Änderungen der Wärmeabnahme mit der Höhe darzustellen, hat man bisher zumeist nur je zwei Stationen mit einander verglichen, wie dies Plantamour für Genf und den St. Bernhard, Hirsch für Neuchatel und Chaumont, Dove für Wernigerode und den Brocken gethan hat. Wenn man aber nur je zwei Stationen

[1]) Matériaux pour l'étude des glaciers. Tome huitième. Paris 1869.

von ungleicher Höhenlage rücksichtlich ihrer Temperaturen vergleicht, so sprechen sich in den erhaltenen Differenzen nicht allein der Einfluß der ungleichen Seehöhe, sondern auch locale Eigenthümlichkeiten aus, welche kaum gestatten, aus den ersteren sichere Schlüsse zu ziehen über den gesetzmäßigen Verlauf der aus der ersteren Ursache, der Seehöhe allein, sich ergebenden Wärmeunterschiede. Da wir nun gegenwärtig ein zureichendes Beobachtungsmateriale besitzen, um jene localen Eigenthümlichkeiten durch Vereinigung der Resultate von Beobachtungspunkten gleicher oder nahe gleicher Seehöhe in ein Mittel möglichst zu eliminiren, so schien es mir nicht uninteressant und unwichtig, auf einer solchen erweiterten und gesicherten Basis eine neuerliche Untersuchung durchzuführen. Es wurden für dieselbe geographische Position mehrere solcher Gruppen aus Stationen von nahe übereinstimmender Seehöhe gebildet und die für dieselben sich ergebenden Monatmittel der Temperatur unter der Annahme einer mit der Höhe gleichförmigen Wärmeabnahme nach der Methode der kleinsten Quadrate combinirt. So darf man wohl Resultate erwarten, welche mit Rücksicht auf das zu Gebote stehende Materiale den größtmöglichen Grad der Verläßlichkeit beanspruchen können.

Theoretische Speculationen, so wie ein Versuch, ein neues Gesetz der Temperaturabnahme mit der Höhe aufstellen oder begründen zu wollen, liegen dieser Arbeit ferne, so wie sie auch von vorne herein die Prätension von sich abwehrt, den erhaltenen Resultaten eine Anwendung auf die Wärmeverhältnisse der freien Atmosphäre, entrückt den unmittelbaren Einflüssen des durch Strahlung erkalteten oder durch Insolation erwärmten Erdbodens zu gestatten. Ich habe es aber passend gefunden, Vergleiche mit den Ergebnissen der englischen Luftschifffahrten anzustellen. Der nächste Zweck, den ich verfolgte, war, eine Grundlage zu liefern für die Reduction unserer mitteleuropäischen Temperaturmittel auf das Meeresniveau.

Die Quellen, aus welchen die nachfolgenden Wärmemittel der Höhengruppen für die Schweiz, Südwest- und Norddeutschland geschöpft wurden, sind: 1. Die im letzten Bande (V.) der schweizerischen meteorologischen Beobachtungen gegebenen fünfjährigen (1864 bis 1868) Temperaturmittel, welche theils (für Tabelle I) mit Hilfe der langjährigen Mittel von Genf und dem St. Bernhard auf Normalmittel reducirt worden sind, theils (für Tabelle II) als derselben fünfjäh-

rigen Periode angehörend keine Reduction erfuhren. Die Stationen am Südfuße der Alpen sind auf Mailand reducirt worden. Die Temperaturdifferenzen sind nach den Daten in der Meteorologia Italiana gebildet. 2. Die Klimatologie von Norddeutschland 1. Abtheilung: Luftwärme von H. W. Dove. Alle Monatmittel reducirt auf die 20jährige Periode 1848—1867. 3. Die Temperaturmittel für NW. Böhmen auf dieselbe Periode reducirt, gegenwärtig noch nicht publicirt, verdanke ich der Güte des Herrn Dir. Dr. Karl Jelinek. Die Wärmemittel, die ich selbst zur Ergänzung von Lücken abgeleitet habe, gebe ich am Schlusse mit dem Nachweise ihrer Herleitung.

So reichhaltig das vorhandene Materiale war, blieb es doch unerreichbar, für die zusammengehörigen Höhengruppen stets die vollständige Übereinstimmung der geographischen Coordinaten zu erzielen, doch dürften die Abweichungen zu geringfügig befunden werden, um eine Störung durch Breiten- und Längendifferenzen besorgen zu müssen. Bei Gruppirung der Stationen um den Theodul und St. Bernhard habe ich mir erlaubt, die Breitedifferenzen durch Correction auf dieselbe Normalbreite zu elimiren, unter der Annahme einer Wärmeabnahme von 0°63 C. für den Zuwachs eines Breitegrades. Da aber die Annahme einer der jährlichen Periode nicht unterliegenden gleichförmigen Temperaturdifferenz zweier benachbarter Parallele strenge genommen unstatthaft ist, habe ich später lieber die Anzahl der Gruppen vermindert, als zu diesem Auskunftsmittel meine Zuflucht zu nehmen. Bei den Westalpen, wo ich es angewendet, wird aber diese Correction auch die Resultate nicht getrübt haben, da es sich mit Ausnahme einer einzigen Gruppe um Breitedifferenzen von weniger als $^1/_2$ Grad handelte und der Einfluß der Jahreszeit auf diese kleinen Correctionen unter die Grenze anderer Fehlerquellen herabsinkt.

Die Temperaturen sind durchgehends auf die hunderttheilige Scale reducirt worden. Bei der Berechnung wurde die Hypothese einer mit der Höhe direct proportionalen Wärmeabnahme zu Grunde gelegt. Daß die Annahme einer arithmetischen Progression für die Temperaturabnahme mit der Höhe an der Erdoberfläche den Beobachtungen ganz gut entspricht, zeigen folgende Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Werthen:

Westalpen.

Rechnung — Beobachtung

Höhe in 100 M.	Dec.	Jänn.	Febr.	Juni	Juli	August
33·3	—0°1	0·0	—0·1	—0·2	—0·2	—0·1
24·0	+0·2	—0·1	0·0	+0·3	+0·3	0·0
20·1	—0·1	0·0	+0·1	+0·4	+0·6	+0·2
15·3	0·0	+0·3	+0·4	—0·7	—0·5	—0·2
6·1	+0·2	0·0	—0·5	—0·4	—0·3	—0·1
4·2	+0·1	0·0	+0·3	+0·7	+0·7	+0·7
2·3	—0·3	—0·1	0·0	—0·1	—0·5	—0·6.

Da die positiven und negativen Abweichungen gleichmäßig über die höheren und tieferen Lagen vertheilt sind, so liegen die Differenzen zwischen Rechnung und Beobachtung nicht in der Mangelhaftigkeit der Hypothese einer arithmetischen Progression, sondern in localen Eigenthümlichkeiten mancher Stationen und ganzer Gruppen, wie dies auffallend bei der Betrachtung der beobachteten Werthe auf Tabelle I. (Gruppe 5) hervortritt.

Bei den anderen Localitäten in der Nordschweiz und in Deutschland ist die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung größer; freilich sind weniger Gruppen, aber diese auch natürlicher gebildet. So sind z. B. die Abweichungen der berechneten und beobachteten Werthe im Harz folgende:

	Dec.	Jän.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
Summe der Fehlerquadrate:	0·06	0·17	0·18	0·03	0·01	0·24	0·24	0·01	0·09	0·17	0·34	0·02
Mittlerer Fehler	0°2	0°3	0°3	0°1	0°0	0°3	0°3	0°0	0°2	0°3	0°4	0°1

Ich lasse nun die Rechnungsresultate in Form von Tabellen folgen, welche auch die mehr oder minder günstige Vertheilung der Stationen zu Gruppen beurtheilen lassen. Es liegt in der Natur der Sache, daß die oberste Zone selten durch Stationsgruppen, sondern fast nur durch einzelne Stationen dargestellt wird, ein Übelstand, der dadurch weniger einflußreich wird, daß gerade in den unteren und Mittellagen die Temperaturverschiedenheiten bei gleicher Höhe am größten sind. Auf Plateaubildungen, wie in der rauhen Alp und im sächsisch-böhmischen Erzgebirge erscheint der Temperatur deprimirende Einfluß der Erhebung oft nahezu unterdrückt.

Tabelle I.
Westalpen 46° NBr.

Gruppe	Höhe Meter	Dec.	Jän.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
						Beobachtete Temperaturen Cels.							
1	3330	−11°5	−13°4	−13°3	−11°9	− 8°4	− 4°6	− 1°0	+ 1°0	+ 0°6	− 1°9	− 5°0	− 9°5
2	2400	− 7·8	− 9·1	− 8·5	− 6·9	− 2·6	1·1	4·8	6·7	6·5	3·7	0·0	− 5·2
3	2010	− 5·7	− 7·5	− 6·6	− 4·7	− 0·4	2·9	7·3	9·0	8·8	5·9	2·0	− 3·8
4	1530	− 3·8	− 5·6	− 4·4	− 1·3	2·7	7·9	11·6	13·3	12·3	9·1	5·0	− 0·8
5	610	0·2	− 1·2	1·4	5·2	10·0	14·0	17·6	19·2	18·1	14·6	10·1	3·8
6	420	1·1	− 0·3	1·6	5·3	9·6	14·0	17·8	19·5	18·5	15·0	10·6	5·0
7	230	2·3	0·6	2·9	7·1	11·3	15·4	19·8	21·9	21·0	17·1	12·6	6·2
						Berechnete Temperatur an der Meeresfläche.							
—	0	3°03	1°54	4°09	8°36	12°83	17°19	21°24	22°99	21°92	18°08	13°48	7°03
						Wärmeabnahme für 100 Meter.							
		0·441	0·449	0·526	0·624	0·643	0·662	0·673	0·668	0·643	0·600	0·560	0·508
		0·447	0·456	0·517	0·597	0·655	0·675	0·669	0·659	0·646	0·618	0·562	0·492

$$\Delta = 0\cdot5832 + 0\cdot1119 \sin(294^\circ 45' + 30^\circ x) + 0\cdot0291 \sin(298^\circ 4' + 60^\circ x)$$

Gruppe	Station	Höhe	Breite	Länge
1.	Theodul	3333 M.	45°56' NBr.	5°4 ÖL.
2.	Bernhard	2478 „	45 52 „	4·8 „
½	Julier	2244 „	46 28 „	7·5 „
	Mittel [1]	2400 „	46 4 „	5·7 „
3.	Gotthard	2093 M.	46°33' NBr.	6°3 ÖL.
	Bernhardin	2070 „	46 30 „	6·8 „
	Simplon	2008 „	46 15 „	5·8 „
	Grimsel	1874 „	46 34 „	6·0 „
	Mittel	2011 „	46 28 „	6·2 „
4.	Grächen	1632 M.	46°12' NBr.	5°5 ÖL.
	Zermatt	1613 „	46 8 „	5·5 „
	Reckingen	1339 „	46 28 „	6·0 „
	Mittel	1528 „	46 16 „	5·7 „
5.	Gliss	688 „	46 17 „	5·5 „
	Aosta	600 „	45 44 „	5·0 „
	Sion	544 „	46 14 „	5·0 „
	Mittel	611 „	46 5 „	5·2 „
6.	Martigny	498 „	46 6 „	4·8 „
	Genf	408 „	46 12 „	3·8 „
	Montreux	385 „	46 26 „	4·5 „
	Biella	388 „	45 30 „	5·7 „
	Mittel	420 „	46 4 „	4·7 „
7.	Turin	276 „	45 4 „	5·4 „
	Lugano	275 „	46 0 „	6·8 „
	Bellinzona	229 „	46 12 „	6·8 „
	Mailand	147 „	45 28 „	6·9 „
	Mittel	232 „	45 41 „	6·5 „

[1]) Die mittlere Temperatur jeder Gruppe ist auf 46° NBr reducirt worden.

Tabelle II.

Nordschweiz 47° NBr.

Gruppe	Höhe Meter	Dec. [1]	Jän.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
						Temperatur Cels.							
1	1780	—3°8[1]	—4°4	—4°0	—4°2	1°3	5°9	8°4	10°0	9°5	8°7	3°1	—1°6
2	1080	—2·0	—2·9	—0·8	0·0	6·0	11·0	13·3	14·7	13·6	12·3	6·1	0·8
3	830	—1·4	—1·5	0·8	1·4	7·8	12·9	14·9	16·2	15·0	14·0	7·6	1·9
4	500	—0·5	—1·0	2·1	3·6	9·7	14·3	16·7	18·1	16·8	15·4	9·0	3·6
						Berechnete Temperatur an der Meeresfläche.							
—	0	+0·78	+0·44	+4·59	+6·54	13·14	18·08	19·75	21·42	19·72	18·17	11·32	5·35
						Wärmeabnahme für 100 Meter.							
		0·259	0·276	0·484	0·605	0·663	0·673	0·613	0·637	0·572	0·532	0·465	0·399
		0·279	0·315	0·447	0·596	0·679	0·675	0·629	0·596	0·586	0·555	0·469	0·352

$\Delta = 0·51483 + 0·1758 \sin(306°46' + 30° x) + 0·0693 \sin(301°14' + 60° x)$ (printed in the table between the two rows of "Wärmeabnahme für 100 Meter")

Gruppe	Station	Höhe	Breite	Länge
1.	Rigi	1784 M.	47° 3' NBr.	6° 5' ÖL.
2.	Churwalden	1213 „	46 47 „	7 15 „
	Chaumont	1152 „	47 1 „	4 30 „
	Einsiedeln	910 „	47 8 „	6 30 „
	Engelberg	1024 „	46 49 „	6 0 „
	Mittel	1075 „	46 56 „	6 3 „
3.	Ütliberg	874 „	47 21 „	6 15 „
	Auen	821 „	46 54 „	6 45 „
	Affoltern	795 „	47 6 „	5 15 „
	Mittel	830 „	47 7 „	6 5 „
4.	Bern	574 M.	46°47' NBr	5°15' ÖL.
	Schwyz	547 „	47 1 „	6 15 „
	Sargans	501 „	47 3 „	7 15 „
	Glarus	473 „	47 18 „	6 45 „
	Altdorf	454 „	46 53 „	6 15 „
	Muri	483 „	47 16 „	6 0 „
	Neuenburg	488 „	47 0 „	4 30 „
	Mittel	503 „	47 4 „	6 1 „

[1]) Das Decembermittel für den Rigi ist berechnet nach den drei tieferen Gruppen, das beobachtete Mittel —2°8 liefert einen zu unwahrscheinlichen Werth für die Wärmeabnahme, es ist zu hoch.

Tabelle III.

Rauhe Alp 48°4 NBr.

Gruppe	Höhe Meter	Dec.	Jän.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
						Temperatur Cels.							
1	810	−1°1	−2°1	−0°8	1°2	6°2	10°7	14°4	15°7	15°6	12°3	8°1	1°2
2	470	−1·1	−1·9	0·4	2·9	7·9	12·4	16·5	17·5	16·9	13·2	8·7	2·5
3	310	−0·2	−0·9	1·3	3·8	8·9	13·4	17·3	18·6	18·1	14·6	10·1	3·6
						Berechnete Temperatur an der Meeresfläche.							
—	0	0·00	−0·51	2·47	5·37	10·50	15·00	19·17	20·30	19·42	15·65	10·90	4·90
						Wärmeabnahme für 100 Meter.							
		0·152	0·212	0·409	0·517	0·534	0·535	0·586	0·572	0·481	0·430	0·365	0·465

$$\Delta = 0\cdot43817 + 0\cdot1552 \sin(301°27' + 30° x) + 0\cdot0479 \sin(287°20' + 60° x)$$

		Dec.	Jän.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
		0·248	0·260	0·353	0·477	0·565	0·586	0·558	0·525	0·502	0·469	0·403	0·311

1. {Hohenzollern 2628 P.F. 48°19' NBr. 6°6' ÖL.
   {Schopfloch 2370 „ 48 32 „ 7·2 „
   Mittel 2499 „ 48 26 „ 6·9 „

2. {Hechingen 1527 P.F. 48°22' NBr. 6°6' ÖL.
   {Ulm 1470 „ 48 24 „ 7·6 „
   {Sulz 1350 „ 48 22 „ 6·3 „
   Mittel 1449 „ 48 23 „ 6·8 „

3. {Tübingen 1000 P.F. 48°31' NRr. 6°6 ÖL.
   {Mittelstadt 920 „ 48 34 „ 6 9 „
   Mittel 960 „ 48 32 „ 6 8 „

Tabelle IV.

Erzgebirge 50°6 NBr.

Gruppe	Höhe Meter	Dec.	Jän.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
						Beobachtete Temperaturen Cels.							
1	850	—3°8	—4°3	—2°9	—0°9	3°8	8°8	12°8	13°8	13°5	10°2	6°1	—0°6
2	670	—3·3	—3·0	—2·0	0·1	4·8	9·8	13·9	15·3	14·5	11·2	7·3	0·5
3	410	—1·5	—2·6	—0·9	1·7	6·9	11·9	15·4	16·7	16·4	12·7	8·3	1·6
4	180	—0·2	—1·6	0·3	3·3	8·3	13·3	17·2	18·5	18·0	14·3	9·7	3·2
						Berechnete Temperaturen an der Meeresfläche.							
—	0	0°75	—0°93	1°11	4°36	9°59	14°62	18°32	19°66	19°19	15°31	10°53	4°07
						Wärmeabnahme für 100 Meter.							
		0·560	0·368	0·471	0·627	0·690	0·696	0·663	0·680	0·681	0·608	0·507	0·549
						$\Delta = 0 \cdot 59167 + 0 \cdot 1171 \sin(292°53' + 30° x) + 0 \cdot 0355 \sin(250°47' + 60° x)$							
		0·469	0·450	0·494	0·584	0·671	0·712	0·701	0·666	0·635	0·613	0·580	0·525

	Station	P.F.	NBr.	ÖL.
1.	Oberwiesenthal	2824 P.F.	50°4 NBr.	10°6 ÖL.
	Reitzenhain	2390 „	50·6 „	10·9 „
	Mittel	2607 „	50·5 „	10·7 „
2.	Georgengrün	2211 „	50·3 „	10·1 „
	Rehefeld	2115 „	50·8 „	11·4 „
	Annaberg	1909 „	50·6 „	10·7 „
	Mittel	2078 „	50·6 „	10·7 „
3.	Elster	1478 P.F.	50°3 NBr.	9°9 ÖL.
	Freiberg	1254 „	50·9 „	11·0 „
	Plauen	1150 „	50·5 „	9·8 „
	Königstein	1106 „	50·9 „	11·7 „
	Eger	1400 „	50·1 „	10·0 „
	Rotenhaus	1248 „	50·5 „	11·1 „
	Ellbogen	1243 „	50·2 „	10·4 „
	Mittel	1268 „	50·5 „	10·6 „
4.	Zwickau	840 P.F.	50°7 NBr.	10°1 ÖL.
	Dresden	390 „	51·0 „	11·4 „
	Leipzig	362 „	51·3 „	10·0 „
	Saaz	858 „	50·3 „	11·2 „
	Bodenbach	438 „	50·8 „	11·9 „
	Leitmeritz	426 „	50·5 „	11·8 „
	Mittel	552 „	50·8 „	11·1 „

Tabelle V.

Harz 51°8 NBr.

Gruppe	Höhe Meter	Dec.	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Oct.	Nov.
						Beobachtete Temperaturen.							
1	1140	—3°5	—4°1	—4°9	—4°0	0°7	5°5	9°2	10°4	10°2	7°7	4°1	—1°0
2	560	—1·4	—2·4	—1·2	0·0	4·8	9·6	13·9	14·6	14·3	11·3	7·8	1·3
3	250	0·4	—0·9	0·2	1·8	6·8	11·1	15·4	16·7	16·0	12·6	8·9	2·8
4	70	0·7	—0·8	0·9	3·1	8·0	12 9	16·9	18·0	17·5	14·1	9·7	3·6
						Berechnete Temperaturen an der Meeresfläche.							
	0	1°12	—0°40	1°52	3°55	8°52	13°16	17°42	18°50	17°89	14°36	10°27	3°85
						Wärmeabnahme für je 100 Meter,							
	—	0°410	0°327	0°548	0°658	0°682	0°669	0°707	0°709	0°671	0°581	0°523	0°430
						$\Delta = 0\cdot57625 + 0\cdot1627 \sin(302°9' + 30° x) + 0\cdot0450 \sin(320°57' + 60° x)$							
		0·369	0·410	0·516	0·627	0·691	0·704	0·694	0·686	0·668	0·615	0·518	0·416

1.	Brocken	3508 P.F.	51°8 NBr.	8·3 ÖL.	4.	Hildesheim	274'	52°2 NBr.	7·6 ÖL.
2.	Clausthal	1724 „	51·8 „	8·0 „		Halle	232	51·5 „	9·6 „
3.	Ballenstedt	812 „	51·7 „	8·9 „		Braunschweig	191	52·3 „	8·2 „
	Wernigerode	723 „	51·8 „	8·4 „		Bernburg	170	51·8 „	9·4 „
	Mittel	767 „	51·8 „	8·7 „		Mittel	217	51·9 „	8·7 „

Übersicht der jährlichen Periode der Wärmeabnahme.

Gruppen	NBr.	u_0	u_1	u_2	U_1	U_2
1. Westalpen	46°	0·5832	0·1119	0·0291	294°45'	298° 4'
2. Erzgebirge	50½	0·5917	0·1171	0·0355	292 53	250 47
3. Alp	48½	0·4382	0·1552	0·0479	301 27	287 20
4. Nordschweiz	47	0·5148	0·1758	0·0693	306 46	301 14
5. Harz	52	0·5762	0·1627	0·0450	302 9	320 57
Allgemeines Mittel [1]		0·5408	0·1440	0·0422	300 29	294 2
Gruppen mit Gipfelstationen: 4 u. 5		0·5455	0·1691	0·0563	304 33	308 58

Betrachtet man zuerst die Jahresmittel, so findet man keine ersichtliche Verminderung der Wärmeabnahme nach oben mit der geographischen Breite innerhalb der Grenzen von 46° und 52° NBr. Gewiß ist eine solche vorhanden, aber die localen Eigenthümlichkeiten der in Rechnung gezogenen Stationscomplexe sind völlig genügend sie zu verdecken. Das Plateau der rauhen Alp zeigt die langsamste Abnahme der Wärme nach oben, die Höhendifferenz der untersten und obersten Gruppe ist aber auch die kleinste, hätten noch tiefere Stationen in Rechnung gezogen werden können, so würde sicherlich sich eine raschere Wärmeabnahme ergeben haben; ganz gewiß im Winter. So stellen die erhaltenen Zahlen nur die Wärmeabnahme mit der Höhe auf dem Plateau selbst dar. Auffallend ist die rasche Temperaturverminderung mit der Höhe im Erzgebirge. Vergleicht man selbst die Mittel jener Gruppen, welche aus Stationen in steiler aufgerichteten Gebirgssystemen bestehen, die Gruppen Westalpen, Nordschweiz und Harz, so zeigt sich ebenfalls kein Einfluß der geographischen Breite auf das Jahresmittel:

46°	47°	52° NBr.
0°583	0°515	0°576 C. für 100 Meter.

Klar und scharf ausgesprochen ist überall die jährliche Periode und die Zeit des Eintrittes der kleinsten und der raschesten Wärmeverminderung mit der Höhe. Während im Januar (im einfachen Mittel aller Localitäten) mit 100 Meter (308 P. F.) Erhebung die Temperatur um 0°326 C. sinkt, beträgt die Verminderung der Wärme für dieselbe Erhebung im Juni 0°648 C., ist also doppelt so groß. Dieses Maximum liegt sogar noch näher dem Mai als dem Juni, und

[1] Die Mittelwerthe für u_1. U_1 etc. sind aus den Mitteln von $u_1 \sin U_1$, $u_1 \cos U_1$ etc. berechnet.

es ist auffallend, wie rasch im März die Wärmedifferenzen der höheren und tieferen Stationen wachsen, während sie noch im Januar auf ein Minimum herabgedrückt erschienen.

Die Curve des jährlichen Temperaturganges steigt in den Frühlingsmonaten rasch an in den tieferen Stationen, in der Höhe zeigt sich hingegen eine Neigung, das Maximum der Winterkälte, ähnlich wie dies in den Polarländern anerkannter Weise der Fall ist, gegen das Ende des Winters zu verzögern. Am auffallendsten zeigen dies die Gipfelstationen:

Gipfelstationen.

		Nov.	Dec.	Jänner	Februar	März	April
Brocken	3508'	—1°0	— 3°5	— 4°1	— 4°9	— 4°0	0°7
Rigikulm	5490	—1·6	— 2·8	— 4·4	— 4·0	— 4·3	1·3
Hochobir	6288	—3·3	— 6·0	— 6·6	— 6·4	— 5·6	—1·8

Stationen auf Pässen.

		Nov.	Dec.	Jänner	Februar	März	April
Theodul	10280	—9·5	—11·5	—13·4	—13·3	—11·9	—8·4
St. Bernhard .	7626	—5·3	— 7·6	— 9·0	— 8·6	— 7·3	—3·3
Gotthard	6441	—5·3	— 6·9	— 8·6	— 8·1	— 6·5	—1·5

Dadurch entstehen die großen Wärmedifferenzen hochgelegener Stationen gegen die Niederungen im Frühjahre und es erklärt dies das Eintreten des Maximums der Wärmeabnahme nach oben im Mai und zu Anfang des Sommers. Dann aber hebt sich die Temperatur der oberen Stationen rasch und die Wärmeabnahme wird wieder langsamer und vermindert sich sehr allmählig im Herbst.

Da die jährliche Periode der Wärmeabnahme nach oben so sehr übereinstimmend ist in allen hier betrachteten Regionen, so scheint es völlig erlaubt, sie durch ein allgemeines Mittel darzustellen.

Folgendes ist das Resultat der Berechnung nach Bessel's Formel, wenn die Werthe für die Größen $u_1 \sin U'$, $u_1 \cos U'$, $u_2 \sin U''$, $u_2 \cos U''$ in ein Mittel vereinigt werden:

Jährlicher Gang der Temperaturabnahme in Abweichungen vom Jahresmittel.

December	Jänner	Februar	März	April	Mai
—0·178	—0·163	—0·075	+0·035	+0·111	+0·129

Juni	Juli	August	September	October	November
+0.110	+0·086	+0·067	+0·033	—0·034	—0·121

Als mittlere absolute Werthe ergeben sich daher, wenn man mit Ausschluß der rauhen Alp als allgemeines Jahresmittel 0°566 C. für 100 Meter annimmt:

Dec.	0°388	März....	0°601	Juni	0°676	September.	0°599
Jänner ..	0·403	April ...	0·677	Juli.......	0·652	October ..	0·532
Februar .	0·491	Mai.....	0·695	August...	0·633	November .	0·445
Winter ..	0·427	Frühling.	0·658	Sommer...	0·654	Herbst	0·525

Aus den Resultaten der zu wissenschaftlichen Zwecken in England unternommenen Luftballonfahrten ergibt sich ein Einfluß der Jahreszeit auf die Wärmeabnahme mit der Höhe auch für die freie Atmosphäre, er reicht aber nur bis zu gewissen Höhen [1]). Glaisher hat in den „Report of the british Association" 1862 bis 1866 für jede seiner Ballonfahrten den Wärmeunterschied für Höhen von je 1000′ englisch tabellarisch zusammengestellt. Bei der Bildung eines allgemeinen Mittels hat er einige seiner Fahrten, die bei schlechter Witterung unternommen worden waren, und von den anderen abweichende Resultate ergaben, ausgeschlossen.

Ich habe aus allen von Glaisher gefundenen Werthen der Wärmeabnahme für je 1000′ Mittel für die Jahreszeiten gebildet und auch noch die Resultate von drei Ballonfahrten im Jahre 1852 unter Welsh Leitung hinzugefügt, nachdem sie zuerst auf eine ähnliche Weise bearbeitet worden waren. Da ich die Resultate mit den gerade früher abgeleiteten vergleichen wollte, schien es mir unstatthaft, nur die bei günstiger Witterung gefundenen Werthe zu nehmen, weil erstere für einen mittleren Witterungscharakter gelten.

Setzt man auch in der freien Atmosphäre die Temperaturverminderung den Höhen direct proportional, so erhält man folgende Werthe für die Höhen bis zu 11.000 Fuß englisch, die sich mit jenen für die Westalpen (ebenfalls bis 11000 engl.) gefundenen direct vergleichen lassen:

---

1) Die später aufgezählten Fahrten (excl. Nov. 1852) ergeben folgende Werthe der Temperaturabnahme für je 1000 Fuß engl. in Graden Celsius.

	Tausend englische Fuß							
Höhe	0—3	3—6	6—9	9—12	12—15	15—18	18—22	22—29
Sommer......	2·68	1·84	1·50	1·27	1·13	1·11	0·65	0·51
Frühling und Herbst......	2·16	1·51	1·32	1·31	1·33	1·05	0·54	—

	Freie Atmosphäre			Alpen
	0—5000'	5—11000'	0—11000'	0—11000'
Winter [1]...........	0°463	—	(0°507)	0°472
Frühling und Herbst [2]	0·624	0·411	0·508	0·587
Sommer [3]	0·776	0·481	0·615	0·662

Wie sich aber aus Glaisher's Zusammenstellung in evidenter Weise ergibt, ist die Wärmeabnahme in der freien Atmosphäre in der Nähe des Erdbodens am raschesten, sie wird immer langsamer mit wachsenden Höhen.

Nimmt man die Tabelle als Grundlage, in welcher Glaisher für je 100' englisch die Wärmeabnahme bis zu 5000' zusammengestellt hat (Report 1864, Mittel aus fünfzehn Fahrten, davon keine im Winter; später hat Glaisher diese Mittel durch Hinzuziehung einiger im Winter unternommener Fahrten wieder getrübt), so erhält man für die ersten 500' englisch bei trübem Wetter eine Temperaturverminderung von 0°948 C. für 100 Meter, bei heiterem Wetter sogar von 1°047 C. für dieselbe Höhe.

Da es öfters wünschenswerth ist, die Temperatur in größeren Höhen der Atmosphäre mit möglichster Annäherung an die mittleren Verhältnisse kennen zu lernen, so habe ich aus den oben angeführten Resultaten und Tabellen für die Ballonfahrten von Glaisher (und Welsh) die nachfolgenden Formeln abgeleitet. Man ersieht

[1] Mittel aus vier Fahrten: 1. Dec. 1864; 12. Jän. 1864; 27. Febr. 1864; 2. Dec. 1865. Bis zu 11000' erstreckte sich nur die Fahrt am 12. Jan. 1864, sie gibt jenen oben angeführten Werth.

[2] Frühling und Herbst wurden vereinigt, da sonst kein verläßlicher Mittelwerth sich hätte bilden lassen. Die in Rechnung gezogenen Fahrten sind: (die eingeklammerten Zahlen geben die Höhe in tausend Fuß engl., bis zu welchen sie sich erstreckten, oder bis zu welchen sie in Rechnung gezogen werden konnten).

10. November	1852	(22)	18. April	1863	(22)
31. März	1863	(23)	29. September	1863	(17)
			9. October	1863	(8)

Das Mittel für die Alpen ist für dieselben (5) Monate gebildet.

[3] 10 Fahrten:

17. August	1852	(18)	18. August	1862	(23)
26. „	1852	(19)	21. „	1862	(14)
17. Juli	1862	(26)	5. September	1862	(29)
30. „	1862	(7)	26. Juni	1863	(23)
18. August	1862	(11)	29. August	1864	(15)

daraus, daß man die in den Alpen selbst bis zu 10000′ Höhe gefundenen Werthe der Berechnung der Temperatur in größeren Höhen der freien Atmosphäre nicht zu Grunde legen darf.

Durch Zusammenziehung einiger Höhenintervalle erhielt ich für den Sommer aus vierzehn Bedingungsgleichungen, für Frühling und Herbst aus zwölf Gleichungen:

Sommer: $t = T - 0°764134\, h + 0 \cdot 004314\, h^2$ (bis 29 Taus. Fuß)

Frühling u. Herbst: $t = T - 0°62218\, h + 0°002737\, h^2$ („ 23 „ „)

Diese Formeln gelten für das hunderttheilige Thermometer und die Einheit von h zu 100 Meter.

Über 20000′ engl. hinaus liegen wenige Beobachtungen vor; da für sehr große Höhen obige Formeln bald ihre Giltigkeit verlieren, so kann man oberhalb dieser Grenze eine gleichförmige Wärmeabnahme zu Grunde legen; und zwar geben die Fahrten von Glaisher zwischen 20 und 29 Tausend Fuß dieselbe zu 0°186 C. für 100 Meter.

Für die geringeren Höhen unter 5000′ englisch liefert die früher angezogene Tabelle Glaisher's (allgemeine Mittel ohne Rücksicht auf Trübung oder Heiterkeit) folgende Formel, welche aus zehn Bedingungsgleichnungen abgeleitet worden ist, nachdem Stufen zu je 500′ gebildet worden waren.

$$t = T - 0°9028\, h + 0°01526\, h^2$$

Grade C., Einheit von h zu 100 Meter angenommen.

Da die Wärme langsamer nach oben abnimmt im Winter, rascher im Sommer, so ergibt sich, daß die höheren Punkte der Erdoberfläche einen relativ milden Winter, und einen relativ kühlen Sommer genießen. Die Temperaturdifferenz zwischen dem kältesten und dem wärmsten Monat nimmt mit der Höhe ab, das Klima wird limitirter, nähert sich einem Küstenklima, was die Wärmeverhältnisse betrifft. Aus den früher mitgetheilten Wärmemitteln für Höhengruppen in den Alpen und Norddeutschland ergeben sich folgende Beziehungen zwischen der Höhe und der Amplitude (A) der extremen Monattemperaturen.

Sieben Stationsgruppen in den Westalpen 46° NBr. geben in Graden Celsius, Einheit der Höhen in 100 Meter:

$$A = 21°45 - 0 \cdot 2196\, h$$

Die vier Stationsgruppen in der Nordschweiz 47° NBr. geben

$$A = 20^\circ 98 - 0\cdot 3608\, h.$$

Der Brocken mit den umliegenden Stationen 52° NBr. gibt:

$$A = 18^\circ 72 - 0\cdot 3059\, h.$$

Die Westalpen zeigen die langsamste Verminderung der jahreszeitlichen Änderungen der Temperatur, hauptsächlich wohl deßhalb, weil die obersten Stationen nicht auf Gipfeln, sondern auf Pässen liegen, daher im Winter durch die kalten herabsinkenden Luftmassen erkaltet, im Sommer durch Insolation des Bodens stärker erwärmt werden.

Würden die Alpen zu solchen Höhen emporragen, so dürfte man schließen, daß in einer Höhe von 15000 P. F. die Differenz der extremen Monate auf die Hälfte jener am Meeresniveau, auf 10°7 C. herabsinken würde, und in 30000 P. F. Seehöhe gänzlich verschwunden sein möchte. Betrachtet man aber die Verminderung der Amplituden auf Gipfelstationen als maßgebend, so findet man für die Höhe, wo der Temperaturwechsel der Jahreszeiten aufhört, im Mittel 18300 P. F.

Es wäre natürlich völlig unberechtigt, solchen Rechnungsergebnissen eine größere Bedeutung beizulegen als den bloßer Anhaltspunkte zu beiläufigen Schätzungen der Höhe, wo der Einfluß der Jahreszeiten auf ein Minimum herabsinken mag.

Normale Temperaturmittel.

	Dec.	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Oct.	Nov.
Theodul — St. Bernhard.												
Aug. 1865 — Aug. 1866	—4°19	—4°33	—4°61	—4°82	—5°23	—5°22	—5°31	—5°07	—5°43	—5°13	—4°82	—4°19
St. Bernhard Normal.												
1841—1867	—7·59	—9·04	—8·61	—7·32	—3·27	+0·51	4·09	6·16	5·98	3·32	—0·48	—5·30
Theodul.												
	—11·78	—13·37	—13·22	—12·14	—8·50	—4·71	—1·22	1·09	0·55	—1·81	—5·30	—9·49
Theodul — Simplon.												
Aug. 1865 — Aug. 1866	—5·55	—6·01	—6·78	—7·29	—7·89	—7·95	—8·34	—8·28	—8·37	—7·71	—6·71	—5·78
Simplon Normal												
1841—1867	—5·73	—7·46	—6·52	—4·48	—0·48	3·07	7·52	9·17	8·91	5·77	1·95	—3·66
Theodul.												
	—11·28	—13·47	—13·30	—11·77	—8·37	—4·88	—0·82	0·89	0·54	—1·94	—4·76	—9·44
Normalmittel für Theodul.												
1841—1867	—11·53	—13·42	—13·26	—11·95	—8·43	—4·60	—1·02	0·99	0·55	—1·88	—5·03	—9·46
Grade Cels.												
Grimsel [1])	—5°6	—7°4	—6°1	—4°1	—0°1	+ 3°2	+ 7°7	+ 9°6	+ 9°7	+ 6°6	+2°6	—3°4
Zermatt [2])	—4·3	—6·0	—4·6	—1·5	+2·4	7·4	10·9	12·3	11·5	8·2	4·8	—1·0
Gliss [3])	—1·8	—3·3	—0·2	4·6	9·0	13·4	17·3	18·6	17·2	13·5	9·3	2·2
Aosta	1·2	0·1	2·2	6·1	9·8	13·2	17·3	18·9	18·2	14·3	10·4	4·4
Biella	1·8	0·3	2·2	6·0	10·0	13·8	18·4	20·4	19·5	15·4	11·4	5·5
Lugano	3·0	1·3	3·0	6·6	10·4	14·0	18·3	20·4	19·8	16·2	12·5	6·6
Mailand	1·9	0·4	2·9	7·1	11·8	16·0	20·9	22·9	21·9	17·5	12·9	6·1

[1]) Durch Temperaturdifferenzen von 3 Jahren gegen Simplon reducirt.
[2]) „ „ „ 2 „ „ Grächen „
[3]) „ „ „ 3 „ „ Reckingen „

	Dec.	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	Oct.	Nov.
Temperaturdifferenzen.												
Aosta—Mailand (3 Jahre) Höhendiff. 453 Meter.												
$T\Delta$	—0·89	—0·35	—0·61	—1·06	—1·94	—2·81	—3·64	—4·04	—3·74	—3·27	—2·54	—1·70
Biella—Mailand (3 Jahre) Höhendiff. 191 Meter.												
$T\Delta$	—0·17	—0·13	—0·67	—1·16	—1·74	—2·20	—2·49	—2·54	—2·46	—2·11	—1·52	—0·60
Lugano—Mailand (4 Jahre) Höhendiff. 128 Meter.												
$T\Delta$	+1·04	+0·83	+0·18	—0·59	—1·40	—2·04	—2·59	—2·55	—2·14	—1·36	—0·39	+0·49
Grade Réaumur.												
Sulz [1].........	—0·82	—1·28	+0·36	2·35	6·55	10·40	13·68	14·59	14·03	10·95	7·24	2·14
Tübingen.......	—0·10	—0·52	1·28	3·19	7·15	10·65	13·80	14·77	14·24	11·27	7·71	2·76
Mittelstadt	—0·22	—0·89	0·78	2·88	7·03	10·77	13·83	14·94	14·73	12·07	8·42	3·04

[1]) Diese Stationen sind durch die Differenzen 3jähr. Temperaturmittel 1865—67 (nach Dr. Schoder's Witterungsübersichten für Würtemberg) gegen Calw auf die Periode 1847—67 reducirt worden.

Über Curvenbüschel.

Von Dr. Emil Weyr in Prag.

(Vorgelegt in der Sitzung am 13. Jänner 1870.)

1. Ein Curvenbüschel n-ter Ordnung ist durch $\frac{n(n+3)}{2} - 1$ Punkte bestimmt. Alle Curven des Büschels gehen jedoch durch weitere $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ Punkte, so daß im Ganzen n^2 Punkte als Scheitel auftreten.

Wir wollen eine Curve des Büschels kurz mit C und die n^2 Scheitel des Büschels mit (s) bezeichnen.

2. Durch jeden Punkt der Ebene des Büschels geht eine einzige Curve desselben. Bringt man mit dem Curvenbüschel eine in seiner Ebene liegende Gerade G in Verbindung, so bestimmt jede Curve des Büschels auf G eine aus n Punkten bestehende Gruppe, nämlich die Schnittpunkte der Curve mit G.

Die so erhaltenen n-punktigen Gruppen auf G bilden eine Involution n-ten Grades, welche $2(n-1)$ Doppelpunkte besitzt. Es gibt somit $2(n-1)$ Curven des Büschels, welche eine feste Gerade in einer n-punktigen Gruppe schneiden, von welcher zwei Punkte zusammenfallen.

Diese Curven werden die Gerade G im Allgemeinen berühren, so daß wir auch sagen können, es gebe unter den Curven des Büschels $2(n-1)$ solche, welche eine feste Gerade berühren.

3. Unter den $2(n-1)$ Curven des Büschels, welche eine Gerade G in zwei unendlich nahen (zusammenfallenden) Punkten schneiden, kann es bei besonderer Lage der Geraden auch solche geben, für welche das vereinigte Schnittpunktepaar von einem an der betreffenden Stelle auftretenden Doppelpunkte der Curve herrührt.

Mit anderen Worten: wenn es eine Curve in dem Büschel (C) gibt, welche einen Doppelpunkt besitzt, so wird auf jeder durch

diesen Doppelpunkt gehenden Geraden durch das Büschel eine Involution bestimmt, für welche der Doppelpunkt der Curve ein Doppelpunkt der Involution ist.

Dies wird im Allgemeinen eine gewisse Anzahl Male vorkommen, d. h. es wird unter den Curven des Büschels eine gewisse Anzahl solcher geben, welche einen Doppelpunkt besitzen.

Wir wollen es unter Anderem im Folgenden versuchen, auf eine besondere Art die Zahl dieser Curven zu bestimmen.

4. Nehmen wir in der Ebene des Curvenbüschels (C) einen willkürlichen Punkt o an.

Auf jeder durch o gehendeu Geraden A bestimmt das Curvenbüschel eine Involution, welche $2(n-1)$ Doppelpunkte besitzt. Wir fragen nun zunächst, was für eine Curve erfüllen diese Doppelpunkte?

Wie eben bemerkt worden, liegen auf jedem durch o gehenden Strahle $2(n-1)$ solcher Punkte. Sollte von ihnen einmal einer in den Punkt o fallen, so müßte der entsprechende Strahl A in o eine Curve des Büschels berühren. Nun läßt sich in der That eine, aber auch nur eine einzige Curve des Büschels durch o legen, deren Tangente in o eben jene Lage des Strahles A ist, für welche einer der $2(n-1)$ Punkte in den Punkt o fällt.

Der Punkt o gehört somit als ein einfacher Punkt zu dem fraglichen Orte, und somit ist dieser Ort eine Curve $(2(n-1)+1)$-ter d. i. $(2n-1)$-ter Ordnung.

Diese Curve ist aber offenbar zugleich der Ort der Berührungspunkte der von o aus an die Curven des Büschels gezogenen Tangenten. Denn jeder solche Berührungspunkt ist ein Doppelpunkt der auf der betreffenden Tangente auftretenden Involution.

Wir erhalten somit den Satz:

„Zieht man von einem Punkte o an die Curven eines Curvenbüschels n-ter Ordnung die Tangenten, so erfüllen deren Berührungspunkte eine Curve $(2n-1)$-ter Ordnung, welche durch den Punkt o hindurchgeht, und daselbst die durch diesen Punkt gehende Curve des Büschels berührt.“

(Man vergleiche den speciellen Fall in dem Aufsatze „Zur Erzeugung der Curven dritter Ordnung“ in den Sitzungsberichten von 1868.)

5. Jedem Punkte o der Ebene kann man in dieser Weise eine Curve $(2n-1)$-ter Ordnung zuordnen, welche durch ihn hindurchgeht, und die wir kurz mit B_o bezeichnen wollen. Die durch o gehende Curve des Büschels (C) soll C_o heißen. Dann haben die beiden Curven B_o und C_o in o eine gemeinschaftliche Tangente.

6. Einem zweiten Punkte p der Ebene entspricht in derselben Weise eine Curve B_p, welche B_o in $(2n-1)^2$ Punkten schneiden wird.

Nun läßt sich leicht einsehen, daß die einem Punkte o entsprechende Curve B_o die n^2 Scheitel s des Curvenbüschels (C) enthalten muß, da jede von o nach einem der Scheitel s gezogene Gerade daselbst von einer Curve des Büschels (C) berührt wird.

Die zwei betrachteten Curven B_o und B_p haben daher außer den n^2 Scheiteln s noch $(2n-1)^2-n^2$ weitere Punkte gemein, welche die Eigenschaft haben, daß die von o und p nach ihnen gezogenen Geraden von den durch diese Punkte gehenden Curven des Büschels (C) in einem Paare zusammenfallender Punkte geschnitten werden. Es muß also ein solcher Punkt entweder ein Doppelpunkt der durch ihn gehenden Curve des Büschels (C) sein, oder aber er ist der Berührungspunkt einer Curve des Büschels mit der Geraden $\overline{op}$. Der letzteren Punkte gibt es aber $2(n-1)$ und folglich wird es $(2n-1)^2-n^2-2(n-1)$ solcher Punkte geben, welche für die durch sie gehenden Curven des Büschels (C) Doppelpunkte sind. Da nun $(2n-1)^2-n^2-2(n-1)=3(n-1)^2$ ist, so erhalten wir den bekannten Satz:

„Unter den Curven eines Büschels n-ter Ordnung gibt es $3(n-1)^2$ Curven mit einem Doppelpunkte."

7. Aus dem Betrachteten folgt unmittelbar, daß sämmtliche Curven B, welche den einzelnen Punkten der Ebene entsprechen, die n^2 Scheitel s des Büschels (C) und die $3(n-1)^2$ Doppelpunkte des Büschels gemeinschaftlich haben. Dies gibt zusammen $4n^2-6n+3$ den Curven B gemeinschaftliche Punkte.

Construirt man zu einem Punkte o die Curve B_o, so schneidet diese eine durch o gehende Gerade G in o und in $2(n-1)$ weiteren Punkten, in denen G von Curven des Büschels (C) berührt wird. Läßt man den Punkt o die Gerade G durchlaufen, so wird ihm ein Curvensystem B_s entsprechen, dessen Curven die oberwähnten $4n^2-6n+3$ und die $2(n-1)$ auf G liegenden Punkte, in denen G von Curven des Büschels (C) berührt wird, gemeinschaftlich

haben. Dies gibt insgesammt $4n^2-6n+3+2(n-1)=(2n-1)^2$ Punkte, und da die Curven B_o vom Grade $(2n-1)$ sind, so folgt hieraus, daß sie ein Büschel bilden.

„Die den einzelnen Punkten einer Geraden G entsprechenden Curven B bilden ein Curvenbüschel $(2n-1)$-ten Grade, dessen $(2n-1)^2$ Scheitel durch die n^2 Scheitel s, durch die $3(n-1)^2$ Doppelpunkte und die $2(n-1)$ auf G befindlichen Berührungspunkte des Büschels (C) gebildet werden."

8. Wenn B_o die, einem beliebigen Punkte o der Ebene entsprechende Curve ist, so folgt aus der Art ihrer Entstehung, daß, wenn man o mit einem ihrer Punkte p verbindet, die Gerade $\overline{op}$ in p von einer Curve des Büschels (C) berührt wird.

Soll also durch einen willkürlichen Punkt p der Ebene eine von den Curven B gelegt werden, so lege man durch p eine Curve des Büschels (C), an diese in p die Tangente, so muß dann der Punkt o, welchem die durch p gehende Curve B zugeordnet ist, auf dieser Tangente liegen.

Hieraus folgt jedoch unmittelbar nach Art. 7, daß die durch einen Punkt gehenden Curven B ein Curvenbüschel bilden, und daher die sämmtlichen Curven B der Ebene ein Curvennetz.

„Die sämmtlichen den einzelnen Punkten der Ebene entsprechenden Curven B bilden ein Curvennetz."

In der That ist auch eine Curve B bestimmt, sobald man zwei ihrer Punkte kennt. Legt man nämlich in diesen zwei Punkten an die durch sie gehenden Curven des Büschels (C) die Tangenten, so schneiden sich diese in dem Punkte, dem die betreffende Curve B entspricht.

9. Die Curven des Büschels (C) bilden auf jeder Geraden G eine Involution n-ten Grades mit $2(n-1)$ Doppelpunkten, welche die Berührungspunkte von eben so vielen Curven des Büschels mit der Geraden G sind.

Wenn die Gerade G bei einem der n^2 Scheitel s unendlich nahe vorübergeht, so werden zwei von den $2(n-1)$ Doppelpunkten in unendliche Nähe des betreffenden Scheitels fallen.

Hieraus ergibt sich, daß die einem Punkte o entsprechende Curve B_o die von o nach den n^2 Scheiteln s gezogenen Geraden in diesen Scheiteln berührt.

Wenn von den $2(n-1)$ Doppelpunkten der Involution n-ten Grades, welche das Büschel (C) auf einer Geraden G bestimmt, zwei zusammenfallen, ohne daß G durch einen der n^2 Scheitel s hindurchginge, so bilden sie daselbst ein Punktetrippel der Involution, und es wird die Curve des Büschels (C), welche in dem betreffenden Punkte die Gerade G berührt, daselbst zugleich einen Inflexionspunkt besitzen, so zwar, daß G die zugehörige Inflexionstangente sein wird.

Durch jeden Punkt o wird eine bestimmte Zahl solcher Geraden G gehen, welche Inflexionstangenten von Curven des Büschels (C) sind. Diese Zahl läßt sich leicht bestimmen, da solche Gerade offenbar die durch o an die ihm entsprechende Curve B_o gehenden Tangenten sein werden.

Die Curve B_o ist nach Früherem von der $(2n-1)$-ten Ordnung und, da sie im Allgemeinen keine mehrfachen Punkte besitzen wird, von der $2(n-1)(2n-1)$-ten Classe. Durch o werden also, weil er selbst als einfacher Punkt der Curve angehört, $2(n-1)(2n-1)-2$ Tangenten an dieselbe gehen, unter denen auch die n^2 von o nach den Scheiteln des Büschels (C) gehenden Geraden sind. Daher wird es $2(n-1)(2n-1)-n^2-2$ solcher Tangenten von B_o geben, welche die Curve in Punkten berühren, in denen sie von Curven des Büschels (C) inflectorisch berührt werden.

Wenn man die erhaltene Zahl reducirt, so ergibt sich $3n(n-2)$; also dieselbe Zahl, wie die der Inflexionspunkte einer Curve n-ter Ordnung.

Wir erhalten daher den Satz:

„Durch jeden Punkt der Ebene eines Curvenbüschels n-ter Ordnung gehen $3n(n-2)$ Inflexionstangenten desselben.“

Oder:

„Die Inflexionstangenten eines Curvenbüschels n-ter Ordnung umhüllen eine Curve $3n(n-2)$-ter Classe.“

10. Legt man an die einzelnen Curven des Büschels (C) in einem der n^2 Scheitel, den wir jetzt insbesondere mit s bezeichnen wollen, die Tangenten, so erhält man ein dem Curvenbüschel projectivisches Tangentenbüschel. Jeder Tangente entspricht die sie berührende Curve. Jede Tangente schneidet daher die ihr entspre-

chende Curve in $(n-2)$ Punkten, welche, wie sich leicht zeigen läßt, auf einer Curve T $(n+1)$-ter Ordnung liegen[1]), welche in s einen dreifachen Punkt besitzt.

Fragen wir nämlich nach der Zahl der Schnittpunkte der Curve T mit einer beliebigen Geraden G, so können wir sie in folgender Weise finden:

Die Curven des Büschels (C) bestimmen auf G eine Involution n-ten Grades und das Tangentenbüschel eine Punktreihe, so zwar, daß jedem Punkte der Letzteren eine Punktgruppe der Involution entspricht.

Es wird daher $(n+1)$-mal vorkommen, daß ein Punkt der Punktreihe mit einem Punkte der ihm entsprechenden Gruppe der Involution zusammenfällt, und dies wird offenbar in Punkten der Curve T geschehen.

Hiemit ist erwiesen, daß T von der $(n+1)$-ten Ordnung ist. Da nun auf jeder Tangente des Tangentenbüschels s $(n-2)$ Punkte der Curve T liegen, so muß der Scheitel s ein dreifacher Punkt von T sein.

Da nun ein dreifacher Punkt einer Curve drei Tangenten besitzt, so schließen wir:

„Unter den Curven eines Büschels n-ter Ordnung gibt es drei solche, welche in einem der n^2 Scheitel einen Inflexionspunkt besitzen."

Es ist klar, daß die einem Scheitel s entsprechende Curve T durch die übrigen n^2-1 Scheitel des Büschels (C) hindurchgehen muß. Für ein Curvenbüschel dritter Ordnung kann man also die drei Inflexionstangenten, welche drei Curven desselben in einem der neun Scheitel besitzen, als die Tangenten einer Curve vierter Ordnung betrachten, welche den betrachteten Scheitel zu einem dreifachen Punkte besitzt und durch die übrigen acht Scheitel hindurchgeht.

11. Da die Curve T von der $(n+1)$-ten Ordnung ist, so ist ihre Classenzahl im Allgemeinen $n(n+1)$, und da ein dreifacher Punkt letztere um sechs Einheiten herabsetzt, so bleibt als Classenzahl von T $n(n+1)-6$. Es werden sich daher durch den dreifachen

---

[1]) Ein Curvenbüschel n^{ter} Ordnung erzeugt mit einem ihm projectivischen Strahlenbüschel auch im Allgemeinen eine Curve $(n+1)^{\text{ter}}$ Ordnung.



Punkt noch $n(n+1)-12$ Tangenten an T legen lassen, welche offenbar dann Doppeltangenten je einer Curve des Büschels (C) sein werden.

„Unter den Curven eines Büschels n-ter Ordnung gibt es $n(n+1)-12$ solche, für welche ein Büschelscheitel der Berührungspunkt einer Doppeltangente ist.“

Es kann erst bei Curven vierter oder höherer Ordnung diese Zahl einen von Null verschiedenen Zahlenwerth erlangen.

Beobachtungen über die Schwingungen gestrichener Saiten.

Von Clem. Neumann,

Assistenten der Physik an der Universität zu Prag.

(Mit 2 Tafeln und 12 Holzschnitten.)

Duhamel[1]) hat zuerst versucht eine Theorie der mit dem Bogen gestrichenen Saiten zu begründen, indem er meinte den Einfluß des Bogens auf einen Reibungswiderstand reduciren zu können. Daß diese Theorie als eine unglückliche zu bezeichnen sei, wird wohl kaum bezweifelt werden können, zumal wenn man die sonderbaren Resultate in Augenschein nimmt, zu welchen Duhamel gelangt ist. Unter diesen möge nur erwähnt werden, daß nach seiner Ansicht die Saite nach längerem Streichen gänzlich zur Ruhe kommen muß; freilich eine natürliche Folge des vorausgesetzten Reibungswiderstandes.

In neuerer Zeit hat Helmholtz[2]) die Bewegung der gestrichenen Saiten wieder untersucht. Er beabsichtigte jedoch nicht so sehr die Theorie zu begründen, als vielmehr die wirkliche Bewegung der Saite durch die Beobachtung kennen zu lernen. Die Beobachtungen nun, welche Helmholtz anstellt, genügen für sich allein in der That nicht, um die Saitenbewegung kennen zu lernen; die vollständige Bewegung wird vielmehr aus sehr wenigen Beobachtungen mit Hilfe einer Theorie abgeleitet, die von der idealen Voraussetzung einer unendlich dünnen und unendlich biegsamen Saite ausgeht. Manches hat auch Helmholtz noch als problematisch hingestellt.

Man kann unter solchen Umständen wohl behaupten, daß weder die theoretischen noch die experimentellen Untersuchungen über gestrichene Saiten als abgeschlossen zu betrachten sind. Eine noch-

---

[1]) Duhamel Comptes rendus T. IX, 1839.

[2]) Helmholtz Lehre von den Tonempfindungen, Braunschweig 1863, S. 137.

malige Vornahme des Gegenstandes ist also einigermaßen gerechtfertigt. Die vorliegende Arbeit hat nun den Zweck, zunächst auf ganz experimentellem Wege die Saitenbewegung zu ermitteln und vollständig zu beobachten. Hiebei ergibt sich in den meisten Punkten eine sehr gute Übereinstimmung mit den Helmholtz'schen Sätzen. Die Abweichungen finden in der Richtung statt, in welcher sie erwartet werden müssen, wenn man die idealen Voraussetzungen der Theorie fallen läßt. Manches von Helmholtz als problematisch ausgesprochene konnte vollständig sichergestellt werden. Hoffentlich werden auch die vielen, zum Theil sehr einfachen Methoden nicht ganz ohne Werth sein.

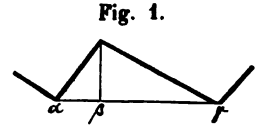
I. Die erste Untersuchungsmethode war die graphische. Die Saite wurde in bekannter Weise mit einem Federchen versehen und schrieb auf der berußten König'schen Phonantographenwalze. Diese Methode, welche genügt, um das Bewegungsgesetz verschiedener Saitenpunkte zu ermitteln, braucht, wie die Resultate zeigen, bei sorgfältiger Anwendung keiner anderen an Feinheit nachzustehen. Sie hat noch den Vortheil, daß alle Resultate einmal gewonnen, schriftlich, unveränderlich und meßbar vorliegen.

Die beiden Tafeln geben eine Auswahl der mannigfaltigen Curven, die man auf diese Weise erhält. Der bloße Anblick lehrt, daß die Theiltöne einer Saite durch den Bogen in den verschiedensten Verhältnissen ausgelöst werden können. Namentlich zu Anfang der Bogenbewegung ändern sich diese Verhältnisse sehr rasch. Man findet oft lange Curvenreihen, die sich fort und fort verändern, bis sich endlich eine constante Schwingungsweise herstellt. Fig. 3 und Fig. 4 auf Tafel I gibt ein Beispiel hiefür.

Unter diesen constanten Schwingungscurven tritt nun am häufigsten die von Helmholtz beschriebene und auf einem anderen Wege beobachtete Zickzackcurve auf (Fig. 16—20 Tafel I und Fig. 10—15 Taf. II). Die Tafel I enthält die Curven einer dünnen Violin A-Saite mit Ausnahme der Fig. 11, die von einer Violin E-Saite herrührt. Die Taf. II gibt die Curven einer dicken mit Drath überzogenen Violin G-Saite. Der Theilungspunkt der Saite, an welchem gestrichen wurde, ist mit *Bg* und jener, an welchem sich die Borste mit dem Federchen befand, mit *Br* und der beigesetzten Zahl bei jeder Figur bemerkt.

Hier sollen nun zunächst die einfachsten Curven, die Zickzackcurven, genauer betrachtet werden. Nach Helmholtz sollen sich nun die Stücke $\alpha\beta$ und $\beta\gamma$ Fig. 1 verhalten wie die beiden Stücke, in welche die Saite durch den beobachteten Punkt getheilt wird. Solche Messungen, welche nach der von Helmholtz angewandten Lissajou'schen Methode wenigstens sehr schwer anzustellen wären, wurden nun an den besten der vorliegenden Zickzackcurven ausgeführt und die Tabelle gibt eine Übersicht über dieselben.

Fig. 1.



Versuche mit einer Violin A-Saite.

(Strichstelle durchgehends in $^1/_7$).

Borste mit dem Federchen	$\alpha\beta^{mm}$	$\beta\gamma^{mm}$	beobachtet $\frac{\beta\gamma}{\alpha\beta}$	theoret. $\frac{\beta\gamma}{\alpha\beta}$	Mittel
$^6/_7$	1·3	8	6·15	6	6·11
	1·4	8·6	6·14		
	1·2	7·4	6·16		
	1·4	8·4	6·00		
$^5/_7$	2·7	6·4	2·37	2·5	2·38
	2·9	7·0	2·41		
	2·3	6·2	2·69		
	2·7	6·0	2·22		
	1·5	3·3	2·20		
	2·5	6·0	2·40		
$^4/_7$	3·8	5·1	1·34	1·33	1·34
	3·8	4·9	1·29		
	3·5	4·7	1·34		
	2·7	3·6	1·33		
	3·2	4·5	1·40		
$^3/_7$	5·3	3·9	0·73	0·75	0·71
	3·5	2·6	0·74		
	4·5	3·2	0·71		
	5	3·3	0·66		
$^2/_7$	6·2	2·8	0·45	0·4	0·43
	6·8	2·8	0·41		
	7·0	2·8	0·40		
	4·9	2·1	0·42		

Das Helmholtz'sche Gesetz findet sich also für dünne Saiten auffallend bestätigt.

Versuche mit einer Violin G-Saite.

(Strichstelle durchgehends in 1/7).

Borste mit dem Federchen	$\alpha\beta^{mm}$	$\beta\gamma^{mm}$	beobachtet $\frac{\beta\gamma}{\alpha\beta}$	theoret. $\frac{\beta\gamma}{\alpha\beta}$	Mittel
6/7	2·7	10·5	3·88	6	3·99
	1·8	7·3	4·05		
	2·0	8·0	4·00		
	2·5	9·1	3·64		
	2·1	8·9	4·23		
	2·0	8·1	4·05		
5/7	5·0	8·6	1·72	2·5	2·18
	4·6	8·0	1·73		
	3·6	6·0	1·66		
	7·7	16·5	2·14		
	6·2	13·5	2·17		
	3·4	6·0	1·76		
	5·0	9·5	2·90		
4/7	8·1	8·9	1·09	1·33	1·16
	7·2	9·0	1·25		
	6·3	7·5	1·19		
	9·7	11·0	1·13		
	7·9	9·3	1·17		
3/7	12·0	7·5	0·62	0·75	0·69
	11·8	8·3	0·70		
	9·5	7·2	0·75		
	9·8	7·0	0·71		
	13·2	9·0	0·68		
2/7	9·9	4·8	0·48	0·4	0·47
	6·0	3·0	0·50		
	7·0	3·5	0·50		
	12·1	5·3	0·43		
	9·1	4·2	0·46		

Die Schwingungscurven dieser Saiten also, namentlich diejenigen, welche nahe am Ende der Saiten auftreten, zeigen demnach eine auffallende Abweichung vom Helmholtz'schen Gesetz. Es ist dies

nicht anders zu erwarten. Die eigenthümliche eckige Form der Curve gründet sich auf das starke Auftreten der höheren Obertöne. Wo diese schwerer entstehen wie bei dicken Saiten, müssen sich die Curven zurunden, was die Taf. II bestätigt. Das Verhältniß $\frac{\beta\gamma}{\alpha\beta}$ muß sich ferner desto mehr der Einheit nähern, je mehr die höheren Obertöne verschwinden und je mehr der Grundton allein hervortritt. Dies zeigt sich natürlich am besten am Ende der dicken Saite, weil gerade dort für die dünne Saite das Verhältniß $\frac{\beta\gamma}{\alpha\beta}$ sehr von der Einheit abweicht. Die Bewegung der dicken gestrichenen Saite nähert sich also mehr der Bewegung einer in der Mitte gezupften Saite.

Die Beziehung zwischen der Auf- und Absteigezeit, ebenso zwischen der Auf- und Absteigegeschwindigkeit ist durch die obigen Tabellen für jeden Saitenpunkt gegeben. Um die Bewegung genauer zu kennen, muß nun entweder die Amplitude für jeden Saitenpunkt bekannt sein oder man muß für eine der beiden Geschwindigkeiten z. B. für die Absteigegeschwindigkeit das Gesetz ausfindig machen, nach welchem dieselben von einem Ende der Saite gegen das andere variirt. Beides läßt sich nach der graphischen Methode nur sehr unvollkommen erreichen, indem zu diesem Zwecke die Saite mit mehreren Schreibfederchen versehen werden muß, was nicht wohl geschehen kann, ohne die Bewegung der Saite doch etwas zu alteriren.

Ein Versuch zur Bestimmung der Amplituden, wobei die Saite mit fünf Federchen schrieb und auf einem untergelegten berußten Spiegelglasstreifen die Amplituden an den Stellen der Federchen angab, wurde ausgeführt. In der folgenden Tabelle geben die x die Entfernungen der Federchen von dem Ende der Saite an, so daß $x = 12$ die Mitte bezeichnet; die y bedeuten die Amplituden der betreffenden Stellen, und zwar gibt die obere Zahlenreihe die beobachteten Werthe, die untere die berechneten unter der Voraussetzung, daß die Grenze des Schwingungsfeldes ein parabolischer Bogen sei.

x	3	6	8	9	12
y	368	555	604	755	778
	339	582	689	727	778.

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist also nur eine sehr beiläufige, was hier auf Rechnung des Experimentes kommt, weil nach den zu beschreibenden optischen Methoden die Übereinstimmung eine sehr gute ist.

Ist die Bewegung der einzelnen Saitenpunkte ermittelt, so handelt es sich noch darum zu entscheiden, wie diese Bewegungen zusammengehören, d. h. welche Punkte der Schwingungscurven gleichzeitige sind. Diese Frage wurde auf folgende Weise beantwortet: Ober der Saite befindet sich ein berußter Spiegelglasstreifen, in einer Führung, welche eine rasche Verschiebung nach der Länge der Saite erlaubt. Zwei Federchen an verschiedenen mehr oder weniger entfernten Stellen der Saite befestigt schreiben auf dem Streifen, während demselben ein rascher Ruck ertheilt wird. Man bekommt so zwei langgestreckte gleichzeitige Curvenstücke. Durch Messung mit dem Zirkel konnte man sich nun überzeugen, daß bei der Zickzackschwingung immer alle Saitenpunkte gleichzeitig durch die Gleichgewichtslage hindurch gehen. Dies zeigte sich bei allen Versuchen.

Es hat nun keine Schwierigkeit mehr bloß auf Grund der ausgeführten Experimente sich von der Bewegung der Saite eine Vorstellung zu machen. Denken wir uns die Saite horizontal von rechts nach links verlaufend, und während ihre Punkte vertical auf- und abschwingen, bewegen wir die Saite senkrecht zu ihrer eigenen Richtung horizontal gleichförmig fort. Dann beschreibt die Saite eine Fläche. Die ebenen Verticalschnitte dieser Fläche parallel zur Saitenrichtung geben die aufeinanderfolgenden Formen der Saite, die ebenen Verticalschnitte senkrecht zur Saitenrichtung sind unsere Curven. Die letzteren lassen sich nun auf Grund der obigen Angaben leicht construiren, aus Carton ausschneiden und so anordnen, daß man eine ganz deutliche Vorstellung von der erwähnten Fläche, als von den Formen und Bewegungen der Saite erhält. Bei der dünnen Saite ist die Bewegung ganz die von Helmholtz beschriebene, bei der dicken weicht sie in dem oben angegebenen Sinne ab.

Die Kräuselungen der Schwingungsfiguren lassen sich auf graphischem Wege ebenfalls beobachten; Fig. 7, Taf. I ist ein besonders hübsches Beispiel dafür. Daß die Theiltöne der Saite in sehr mannigfaltigen Verhältnissen ausgelöst werden können, wurde bereits erwähnt. Eine besonders merkwürdige Schwingungsweise ist aber

folgende. Die Saite theilt sich in zwei, auch drei Theile, von welchen jeder wie eine für sich gestrichene Saite Zickzackschwingungen ausführt, und die Bewegung kann sich mit den Zickzackschwingungen, welche die Saite als Ganzes macht, combiniren. Beispiele Taf. I, Fig. 2, 13, 15 u. s. w. Wenn man die Nebenzacken mustert, findet man, daß sie dieselben Verhältnisse zeigen, welche oben für die Hauptzacken gemessen wurden. Besonders auffallend sieht man dies auf Taf. II, Fig. 7—9. Diese complicirten Erscheinungen sollen bei einer anderen Gelegenheit besprochen werden.

II. Da in manchen Fragen die Anwendung der graphischen Methode Schwierigkeiten bot, wurden auch mehrere optische Methoden versucht.

Schon der bloße Anblick zeigt einen wesentlichen Unterschied zwischen den Schwingungen der gezupften und der gestrichenen Saite. Eine weiße Saite auf schwarzem Grund zeigt gestrichen, wenn keine Abtheilung auftritt, ein ganz gleichmäßiges helles Schwingungsfeld. Dieselbe Saite gezupft gibt ein in der Mitte dunkleres Schwingungsfeld mit einem starken helleren Rand. Die Interpretation dieser Erscheinung ist nach den bereits bekannten Thatsachen selbstverständlich. Streicht man die Saite, so zeigt sie das gleichmäßige Feld, das aber sofort einen helleren Rand erhält, wenn man den Bogen abhebt.

Man bringe ein Stäubchen Flittergold auf eine geschwärzte Saite vor einem schwarzen Grund und setze in der Nähe des Stäubchens einen Spiegel senkrecht zur Saite, den man nach der Länge der Saite rasch hin und her bewegt. Sofort löst sich beim Streichen das Goldstäubchen in dem Spiegel in eine helle Zickzacklinie auf, die sich augenblicklich zurundet, wie man den Bogen abhebt. Man benöthigt nicht einmal einen Spiegel. Wenn man mit dem Finger an der Saite hinfährt (ohne sie zu berühren), während man ihn mit dem Auge fixirt, erhält man die Curven direct auf der Netzhaut. Es hat keine Schwierigkeit auf diese einfache Weise sehr viele Details der Erscheinung zu beobachten.

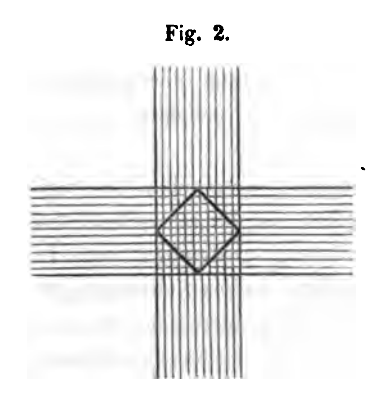
Ein von Prof. Mach[1]) angegebenes Verfahren eignet sich mehr für anhaltende Beobachtungen. Dies ist eine Modification der Lissajou'schen Methode. Ober einem schwarzen Grunde wird eine weiße Saite gespannt und quer über dieselbe etwas höher eine schwarze

---

1) Mach Pogg. Ann. Band 134, Seite 311.

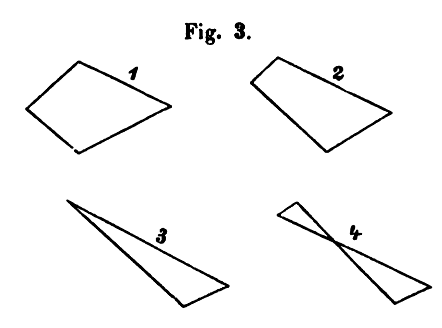
zunächst so, daß die Saiten zu einander senkrecht stehen und beide Mittelpunkte übereinanderfallen. Streicht man beide Saiten gleichzeitig bis zu gleichen Amplituden, so erhält man ein quadratisches Überkreuzungsfeld, und in diesem ein scharfes schwarzes Rechteck, welches sich, wenn die Saiten gut gleichgestimmt sind, nur langsam verändert, abwechselnd bis zu einem Quadrat anschwillt und bis zu einer Linie einschrumpft. Fig. 2 gibt eine Vorstellung von der Erscheinung. Der Mittelpunkt der Saite geht also mit constanter Geschwindigkeit durch das ganze Schwingungsfeld, und zwar ist für denselben die Auf- und Absteigegeschwindigkeit gleich.

Fig. 2.



Bringt man den Mittelpunkt der schwarzen Saite über einen Punkt der weißen, welcher dem Ende näher liegt, so erhält man eine merkwürdige Reihe von Schwingungsfiguren. Die Schwingungsfigur ist ein allgemeines geradliniges Viereck, welches sich langsam ändert. Der Schnittpunkt eines Gegenseitenpaares kann ein äußerer oder innerer sein oder auch in eine der beiden andern Seiten fallen. Es treten also unter diesen Schwingungsfiguren auch Dreiecke und Achtervierecke auf. Fig. 3 gibt eine solche Figur in verschiedenen Phasen und in einer Ordnung, in welcher sich dieselben wirklich zeigen können. Die Figur macht den Eindruck eines räumlichen (nicht ebenen), sich langsam ändernden, in Drehung begriffenen Vierecks. In der That kann ein räumliches Viereck sich perspectivisch in den Formen Fig. 3 zeigen. Alle hier auftretenden Figuren lassen sich leicht auf folgende Art nachahmen: Man knicke ein Stück Flor, so daß die beiden Flächen etwa 90° mit einander einschließen und stelle es etwa mit der Kante nach rechts so vor sich hin, daß

Fig. 3.



man die eine Fläche durch die andere durchsieht. Nun wirft man von einem Zickzackdrath mit verticaler Ebene, welcher rechts von dem Florstück aufgestellt ist und von vorn nach hinten verläuft durch ein etwas entferntes Licht auf den Flor einen Schatten. Verschiebt man den Drath langsam von vorn nach hinten, so bilden sich für ein beobachtendes Auge alle Schwingungsfiguren auf dem Flor.

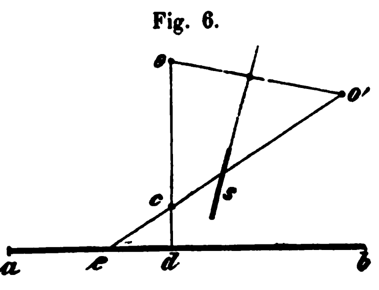
Da nun die Bewegung des Mittelpunktes der schwarzen Saite bereits aus dem früher erwähnten Versuche bekannt ist, so läßt sich aus den Formen Fig. 3 sofort die Bewegung jedes anderen Punktes der weißen Saite ermitteln. Gesetzt die Anordnung des Versuches sei durch Fig. 4 dargestellt, die weiße Saite sei eine Spur höher als die schwarze und die Schwingungsfiguren präsentirten sich in der Form und Ordnung der Fig. 3, so können wir hieraus den Schluß ziehen, daß die Bewegung des weißen Saitenpunktes durch die Fig. 5 dargestellte von links nach rechts zu lesende Curve gegeben sei. Die Aufsteigegeschwindigkeit wäre also größer als die Absteigegeschwindigkeit. So läßt sich die Bewegung jedes Saitenpunktes untersuchen. Natürlich stimmen die Resultate vollständig mit den früher gegebenen Curven.

Fig. 4.

Fig 5.

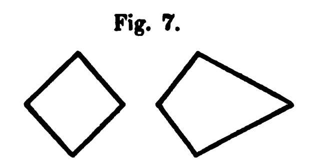
Um die Zusammengehörigkeit der Schwingungsfiguren verschiedener Saitenpunkte zu ermitteln, wurde die Aufstellung Fig. 6 benützt. In derselben bedeutet ab die weiße Saite, c den Mittelpunkt der quer darüber gespannten schwarzen Saite, o das Auge des Beobachters und s ein Spiegelchen. Der Beobachter projicirt nun den Punkt c einmal direct auf den Saitenpunkt d und dann vermöge des Spiegels auf den Punkt e, weil er sich so verhält, als wenn er mit dem Spiegelbild seines Auges von o' aus sehen würde. Auf diese Weise sieht man denselben schwarzen Saitenpunkt mit zwei

Fig. 6.



verschiedenen weißen Saitenpunkten combinirt und erhält ganz nahe aneinander zwei Curven, die man bei langsamer Bewegung leicht vergleichen kann. Denkt man sich die weiße Saite horizontal, die schwarze vertical, so werden beide Curven immer gleichzeitig **horizontal** symmetrisch, wie Fig. 7, woraus sich ergibt, daß alle Punkte der weißen Saite gleichzeitig durch die Gleichgewichtslage hindurchgehen.

Fig. 7.

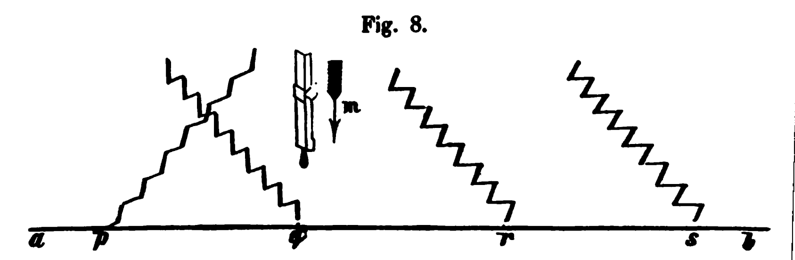


Es läßt sich erwarten, daß zwischen der Bewegung des Bogens und der Bewegung der gestrichenen Saite ein Zusammenhang besteht. **Helmholtz** hat auch die Vermuthung ausgesprochen, daß die Saitengeschwindigkeit im Sinne der Bogenbewegung unter dem Bogen der Bogengeschwindigkeit gleich sei. Die rationellste Art diesen Zusammenhang zu untersuchen ist offenbar die, mit dem Bogen irgend ein Ding fest zu verbinden, dessen Bewegung sich mit der Saitenbewegung auf sichtbare Weise combinirt.

Es wurde zunächst der Bogen mit zwei verticalen Spiegelchen versehen, welche gegen den Bogen selbst um etwa 45° geneigt zu beiden Seiten desselben flügelförmig angebracht waren. Die Saite war geschwärzt mit durch Linsen stark beleuchteten Flittergoldstückchen versehen und über einen schwarzen Grund gespannt. Beim Streichen wurden die glänzenden Punkte im Spiegel als Zickzackcurven von eigenthümlicher Form und Lage sichtbar.

Die Fig. 8 gibt eine Übersicht über die Curven, die man erhält. Es bedeute *ab* die Saite. Die Bewegung des Spiegelbogens ist durch

Fig. 8.

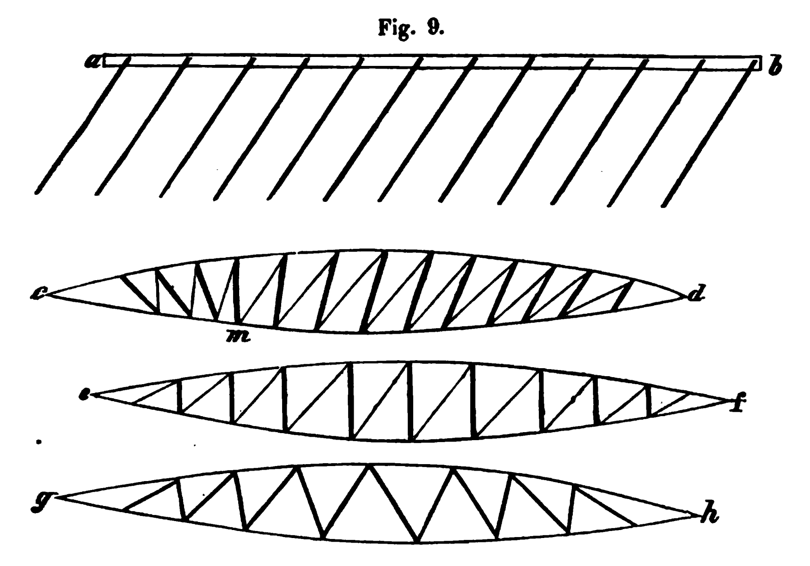


m angedeutet; derselbe greife näher am Ende *a* als *b*, etwa nahe bei *q* an. Die Curven von den hellen Punkten *p*, *q*, *r*, *s*, welche man in der angegebenen Lage in den Spiegeln erblickt, zeigen dann sofort, daß unter dem Bogen die Absteigegeschwindigkeit der Bogen-

geschwindigkeit gleich ist, denn nur in diesem Falle können Curventheile dem Bogen parallel und zur Saite senkrecht werden. Rechts vom Bogen ist die Absteigegeschwindigkeit größer, links kleiner als die Bogengeschwindigkeit. In Fig. 8 sind bloß die wichtigen Momente berücksichtigt.

Das Experiment läßt sich noch in anderer Weise ausführen. Eine Holzleiste Fig. 9 wird mit einer Anzahl schwarzer Seitendräthe versehen

Fig. 9.



welche durch Reibung unter einem beliebigen Winkel gegen die Leiste eingestellt werden können. Schraubt man diese Leiste quer über den Fiedelbogen und führt denselben über eine weiße Saite auf einem schwarzen Monochord, so zeigt sich das Schwingungsfeld der Saite *cd* von Zickzacklinien durchzogen. Es sei mit dem Bogen bei *m* absteigend gestrichen worden. Die dicken Striche entsprechen der absteigenden Bewegung der Saite. Man sieht hier mit einem Blick, wie die Absteigegeschwindigkeit von *c* gegen *d* hin wächst und gerade bei *m* der Bogengeschwindigkeit gleich wird. In Fig. 9 sind wieder bloß die wichtigsten Momente berücksichtigt [1]).

[1]) Es sei die Geschwindigkeit einer Saitenstelle im Sinne der Bogenbewegung v und *positiv*, es sei der Winkel der Dräthe mit der Bogenrichtung α und der in demselben Sinne gezählte Winkel des Striches, der auf der Saite erscheint β, ferner die Geschwindigkeit des Bogens c; so besteht die Gleichung $\operatorname{tg}\beta = \frac{v-c}{v} \operatorname{tg}\alpha$,

Zur Ermittlung des Gesetzes, nach welchem die Absteigegeschwindigkeit von c gegen d hin zunimmt dient folgender Versuch: Der Stab ab wird mit dem Ende a bei c drehbar befestigt, so daß ihn der bei m angreifende Bogen mit Hilfe eines Stiftes mitnimmt und ihm eine Hebelbewegung ertheilt. Die Geschwindigkeit, mit welcher nun die Dräthe über die Saite weggehen ist bei m wieder gleich der Bogengeschwindigkeit und ist übrigens proportional der Entfernung von c. Die Saite bietet bei diesem Versuch den Anblick ef. Die absteigende Bewegung gibt überall die zur Bogenrichtung parallelen Curvenstücke. Die Absteigegeschwindigkeit wächst also proportional der Entfernung des Saitenpunktes von dem Endpunkte e.

Man stelle nun die Dräthe alle senkrecht gegen ab und fahre, während man die Saite streicht mit ab nach der Länge der Saite hin. Dann bietet sie den Anblick gh. Dieser lehrt, weil die Figur vollkommen symmetrisch ist, daß die Aufsteigegeschwindigkeit nach demselben Gesetz von h gegen g wächst, wie die Absteigegeschwindigkeit von g gegen h. An der zur Bogenstelle symmetrischen ist also die Aufsteigegeschwindigkeit gleich der Bogengeschwindigkeit.

Die Strichstelle sei von dem näheren Ende der Saite um das Stück λ entfernt, die Entfernung eines beliebigen Saitenpunktes von demselben Ende heiße x, die absteigende Bogengeschwindigkeit k, die Saitenlänge l, die Absteigegeschwindigkeit eines beliebigen Saitenpunktes heiße v und die Aufsteigegeschwindigkeit w. Dann haben wir dem Obigen zufolge:

$$v = \frac{k}{\lambda} x \text{ und } w = \frac{k}{\lambda}(l-x)$$

daraus folgt $v + w = \frac{kl}{\lambda}$, constant für jeden Punkt.

Es sei die Absteigezeit τ und die Aufsteigezeit σ, dann muß offenbar

$$v\tau = w\sigma \text{ und } \sigma = \tau \frac{x}{l-x}$$

ferner weil $\tau + \sigma = T$, wobei T die ganze Schwingungsdauer bedeutet

$$\tau = T \frac{l-x}{l}.$$

welche die Neigung der Striche angibt, wenn v, c, α und die Geschwindigkeit v, wenn β, α, e gegeben ist.

Die Amplitude y eines beliebigen Saitenpunktes ist demnach

$$y = v\tau = \frac{kT}{\lambda l} x(l-x).$$

Nennen wir die Amplitude des Saitenmittelpunktes a, so ist

$$a = \frac{kT}{\lambda l} \cdot \frac{l^2}{4} = \frac{kTl}{4\lambda}$$

weßhalb man auch schreiben kann

$$y = \frac{4a}{l^2} x(l-x).$$

Die Grenze des Schwingungsfeldes ist also ein parabolischer Bogen.

Die Gleichung $a = \frac{kTl}{4\lambda}$ enthält Gesetze für das Ansprechen der Saite. Je mehr man sich dem Ende der Saite nähert, je rascher man streicht, je tiefer und länger die Saite ist, in desto größerer Amplitude spricht sie an. Diese Regel gilt offenbar auch für das Ansprechen der Obertöne, die also am leichtesten erklingen, wenn man in der Nähe ihres Knotens streicht, während bei gezupften Saiten die Obertöne am besten im Schwingungsbauch sich hervorrufen lassen. Beide Gesetze stimmen sehr gut mit der Erfahrung, wie man sich leicht überzeugt, wenn man fünf Saiten etwa auf dem Monochord aufspannt und sie auf die ersten Obertöne einer dicken Saite stimmt. Die Saiten tragen Papierreiter, welche das stärkere oder das schwächere Vorhandensein eines Obertones bei verschiedenen Strichstellen angeben. Auch theilt sich die Saite selbst in zwei oder drei Theile, wenn man nahe den betreffenden Knoten die Saite streicht. Sehr nahe am Ende erhält das Gesetz keine Bestätigung mehr.

In der Mitte gestrichen spricht die Saite gar nicht mehr an, offenbar weil es für diesen Fall nicht bestimmt ist, nach welcher Richtung die Aufsteige- oder Absteigegeschwindigkeiten wachsen sollen.

Wir sind nun auf ganz experimentellem Wege zu den Helmholtz'schen Sätzen gelangt und haben dieselben etwas reichhaltiger wiedergefunden. Es erübrigt nur noch zu zeigen, daß man nicht

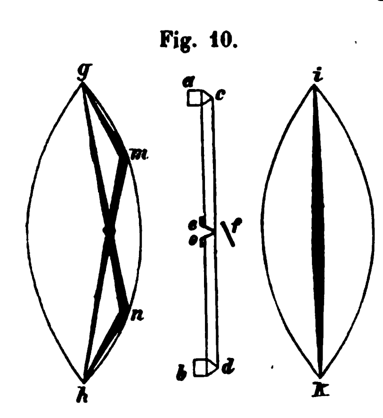
nur einzelne Punkte der Saite, sondern ganze Lagen derselben und den Verlauf der Bewegung direct beobachten könne.

Man spanne eine mit Drath übersponnene Saite über einen weißen Grund, verbinde den Steg mit der äußeren Belegung einer Leydnerflasche, die mit der Influenzmaschine verbunden ist und stelle einen mit der inneren Belegung verbundenen isolirten Knopf irgendwo in passender Entfernung von der Grenze des Schwingungsfeldes auf. Sobald beim Streichen die Saite dem Knopf nahe kommt, findet eine Entladung durch dieselbe statt, und man sieht im dunklen Zimmer die betreffende Form und Lage der Saite ganz deutlich. Durch Verstellung des Knopfes kann man alle Formen der Saite zur Anschauung bringen. Die Saite zeigt immer eine etwas zugerundete Ecke.

Die folgenden Beobachtungsweisen sind besondere Vereinfachungen und Modificationen des von Plateau und Doppler angegebenen Principes der stroboskopischen Scheiben. Dasselbe wurde bereits von J. Müller und in neuester Zeit wieder von A. Töpler für die Akustik verwendet.

Ein Holzrahmen, Fig. 10, durch *ab* im Durchschnitte dargestellt, ist mit glanzlosem schwarzen Papier überspannt und trägt auf zwei niederen Stegen eine weiße verticale Saite *cd*. Das Papier ist bei *e* durchbrochen und die Öffnung mit einem Stück horizontal verschiebbarer schwarzer Pappe verschlossen. Dieses Pappestück trägt eine kleine trichterförmige Öffnung, deren engeres Ende der daselbst geschwärzten Saite zugekehrt ist, ganz nahe an dieselbe herantritt und gerade durch die Saite vollständig verschlossen werden kann.

Fig. 10.



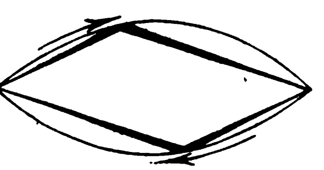
Gegenüber der Trichteröffnung *e* befindet sich ein geneigtes Spiegelchen *f*, durch welches man einen sehr großen Theil der Saite in perspectivisch sehr verkürzter Ansicht erblickt, wenn man das Auge nach *o* ganz nahe an die Öffnung bringt. Streicht man nun beim Durchsehen die Saite, so sieht man ihr helles Schwingungsfeld auf schwarzem Grund und auf demselben schwarz ausgespart die Lagen

und Formen der Saite, welche dieselbe hat, während sie momentan die Trichteröffnung verschließt. Durch Verschieben der Öffnung kann man mannigfaltige Lagen der Saite zur Ansicht bekommen, deren sich bei jeder Lage der Öffnung im Allgemeinen immer zwei zugleich präsentiren.

In Fig. 10 stellt *ik* den Durchgang durch die Gleichgewichtslage vor, *gh* zeigt zwei andere Formen. Bei den Ecken *m* und *n* erscheinen die schwarzen Streifen wie natürlich etwas breiter und schwächer, so daß man sie nur mit einiger Aufmerksamkeit beobachten kann. Die Saite übernimmt hier also das Geschäft der stroboskopischen Scheibe selbst und kann es natürlich sehr exact besorgen.

Wir nehmen nun von dem Monochord Fig. 10 den Spiegel *f* weg, stellen die Öffnung *e* auf die Gleichgewichtslage der Saite ein und bringen ein zweites ähnliches Monochord mit einer nahe gleichgestimmten Saite in eine solche Lage, daß wir durch *e* dessen Saite sehr verkürzt sehen und überblicken können. Beim gleichzeitigen Streichen beider Saiten erscheint nun vollständig die von Helmholtz erschlossene Bewegung. Man erblickt auf dem weißen Schwingungsfeld ein schwarz ausgespartes Parallelogramm mit etwas zugerundeten und schwächeren Ecken, welche immer in demselben Sinne langsam die Grenzen des Schwingungsfeldes durchlaufen.

Fig. 11.



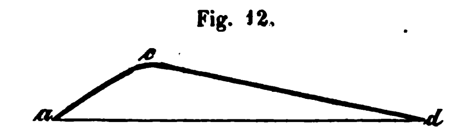
Es wurden auch mit einem großen Ruhmkorff'schen Apparate Versuche angestellt. Es wurde eine Leydnerflasche und als Unterbrecher eine Unterbrechungsstimmgabel von 256 halben Schwingungen eingeschaltet. Bei dem Lichte dieser Entladung wurde eine auf die Gabel gestimmte gestrichene Saite beobachtet. Bei dieser großen Funkenzahl konnte jedoch nur eine geringe Lichtstärke erreicht werden und deßhalb wurden die Versuche aufgegeben, obwohl sie die erwarteten Erscheinungen zur Noth zeigten.

Sehr eclatant und für ein ganzes Auditorium sichtbar kann man jedoch die Vorgänge darstellen mit Hilfe eines Apparates, den Prof. Mach später ausführlich beschreiben wird. Eine Unterbrechungsgabel ist so eingerichtet, daß sie jedesmal beim Durchgang durch

die Gleichgewichtslage momentan eine feine Spalte öffnet, in welcher sich der Brennpunkt einer großen Sammellinse befindet, auf welche Sonnenlicht fällt. Im verfinsterten Zimmer sieht man nun eine nahe gleichgestimmte Saite langsam ihre ganze Bewegung durchmachen. Um jedoch die Formen gut beurtheilen zu können, müssen die Excursionen derselben künstlich vergrößert werden. Dies geschieht auf folgende Art. Als Monochord dient ein mit weißem Papier überspannter Rahmen. Die Saite befindet sich nahe an dem einen Rande auf sehr niederen Stegen und wird durch eine Lücke des Papiers senkrecht gegen die Papierfläche gestrichen. Das Monochord wird nun so gestellt, daß die Lichtstrahlen zwar senkrecht gegen die Saite aber sehr schief gegen die Papierfläche auffallen, wodurch ein Schatten der Saite mit ungemein vergrößerter Excursion entsteht, welchen man beobachtet.

Die Saite zeigt eine etwas zugerundete Ecke *acb*, an welcher man bei dieser Art der Vergrößerung meist deutlich sieht, daß das kürzere Stück *ac* etwas concav, das längere *cb* etwas convex gegen die Gleichgewichtslage *ab* zu sei. Auch hier ist die Umkehrung des Versuches instructiv. Richtet man die Gabel so ein, daß sie die Lichtspalte momentan schließt, statt sie zu öffnen, so erhält man die Erscheinung Fig. 10 aber für ein ganzes Auditorium sichtbar.

Fig. 12.



Schließlich bleibt mir noch zu erwähnen, das ich bei dieser Untersuchung, welche im physikalischen Laboratorium der Prager Universität ausgeführt ist, von H. Prof. Mach vielfach, namentlich durch Angabe optischer Methoden unterstützt wurde.

Fig. 1.

Fig. 7.

Br $\frac{6}{7}$.
Bg $\frac{1}{8}$.

Fig. 15.

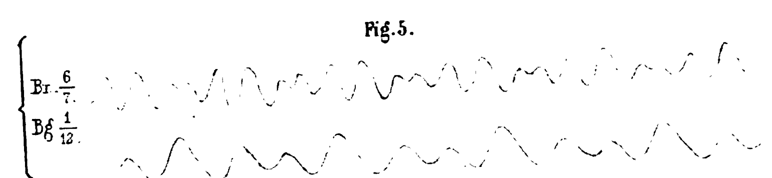
Br. $\frac{6}{7}$.
Bg. $\frac{1}{20}$.

Fig. 16.

Br. $\frac{2}{7}$.
Bg $\frac{1}{7}$.



Fig. 5.



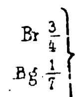


Fig. 8.

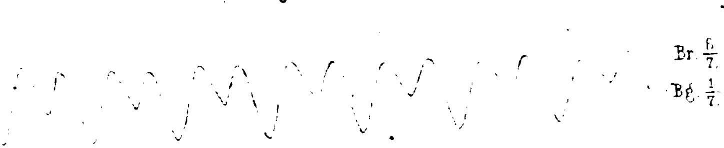
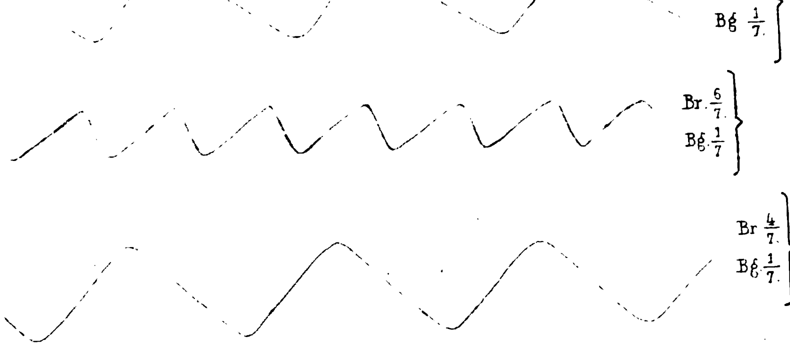


Fig. 15.



A. d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Transformation und Bestimmung des dreifachen Integrals

$$\iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2},\ \alpha x+\beta y+\gamma z\right)dx\,dy\,dz.$$

Von **Franz Unferdinger,**
Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung am 13. Jänner 1870.)

§. 1.

Betrachtet man x, y, z als rechtwinkelige Coordinaten eines Punktes M im Raume vom Ursprunge O, so bezeichnen die drei folgenden Gleichungen, in welchen α, β, γ constante Zahlen sind

$$(1)\qquad \begin{cases} x=\dfrac{\alpha p}{\rho}-\dfrac{r\sin\theta\sqrt{\rho^2-\alpha^2}}{\rho}, \\ y=\dfrac{\beta p}{\rho}+\dfrac{r}{\sqrt{\rho^2-\alpha^2}}\left\{\gamma\cos\theta+\dfrac{\alpha\beta}{\rho}\sin\theta\right\}, \\ z=\dfrac{\gamma p}{\rho}-\dfrac{r}{\sqrt{\rho^2-\alpha^2}}\left\{\beta\cos\theta-\dfrac{\alpha\gamma}{\rho}\sin\theta\right\}, \end{cases}$$

mit

$$(2)\qquad \rho=\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}$$

die Einführung eines neuen Coordinatensystems, dessen Elemente p, r, θ sind.

Multiplicirt man dieselben der Ordnung nach mit α, β, γ und addirt, so zeigt sich nach kurzer Rechnung:

$$(3)\qquad \alpha x+\beta y+\gamma z=\rho p,$$

diese Gleichung bezeichnet eine Ebene im Abstand p vom Ursprung, deren Richtung durch die Constanten α, β, γ bestimmt wird. Für

alle Punkte in dieser Ebene hat p denselben Werth und der Fußpunkt P dieser Senkrechten hat im System der xyz die Coordinaten:

$$(4) \qquad x_0 = \frac{\alpha p}{\rho}, \quad y_0 = \frac{\beta p}{\rho}, \quad z_0 = \frac{\gamma p}{\rho}.$$

Werden die Gleichungen (1) quadrirt und dann addirt, so erhält man mit Anwendung der Gleichung (2) nach gehöriger Reduction:

$$(5) \qquad x^2 + y^2 + z^2 = p^2 + r^2,$$

diese Gleichung zeigt, daß das Dreieck OPM rechtwinkelig ist bei P und es ist $PM = r$; der Leitstrahl r liegt also in der Ebene (3) und bezeichnet die Entfernung des Punktes M vom Fußpunkt P der Senkrechten p. Wir wollen die letztere die Pollinie und P den Pol nennen. Werden r und p aus den Gleichungen (1) eliminirt, so folgt:

$$(6)$$
$$(\rho^2 - \alpha^2)\cos\theta . x + (\gamma\rho\sin\theta - \alpha\beta\cos\theta) . y - (\beta\rho\sin\theta + \alpha\gamma\cos\theta) . z = 0,$$

diese Gleichung bezeichnet nach x, y, z eine durch den Ursprung O gehende Ebene, welche auf jener (3) senkrecht steht, dieselbe geht also durch die Pollinie p und r liegt im Durchschnitt der Ebenen (3) und (6). Für alle Punkte (xyz), welche in dieser Ebene liegen, hat θ denselben Werth.

Bezeichnen λ, μ, ν die 180^0 nicht übersteigenden Winkel, welche eine in O auf die Ebene (6) errichtete Senkrechte mit den positiven Halbaxen der x, y, z einschließt, so ist nach den Lehren der analytischen Geometrie:

$$(7) \qquad \begin{cases} \cos\lambda = \dfrac{\sqrt{\rho^2 - \alpha^2}\cos\theta}{\rho}, \\ \cos\mu = \dfrac{\gamma\rho\sin\theta - \alpha\beta\cos\theta}{\rho\sqrt{\rho^2 - \alpha^2}}, \\ \cos\nu = -\dfrac{\beta\rho\sin\theta + \alpha\gamma\cos\theta}{\rho\sqrt{\rho^2 - \alpha^2}}. \end{cases}$$

Setzt man in der Gleichung (6) $\theta = 0$, so wird

$$(8) \qquad (\rho^2 - \alpha^2)\, x - \alpha\beta y - \alpha\gamma z = 0$$

und hierdurch ist diejenige Ebene bezeichnet, für deren sämmtliche Punkte im neuen Coordinatensystem $\theta = 0$ ist.

Sind λ_0, μ_0, ν_0 die dieser Ebene (8) entsprechenden Werthe von λ, μ, ν, so ist nach (7):

$$(9) \qquad \begin{cases} \cos\lambda_0 = \dfrac{\sqrt{\rho^2 - \alpha^2}}{\rho}, \\ \cos\mu_0 = -\dfrac{\alpha\beta}{\rho\sqrt{\rho^2 - \alpha^2}}, \\ \cos\nu_0 = -\dfrac{\alpha\gamma}{\rho\sqrt{\rho^2 - \alpha^2}} \end{cases}$$

und eine kurze Rechnung lehrt, daß

$$\cos\lambda\cos\lambda_0 + \cos\mu\cos\mu_0 + \cos\nu\cos\nu_0 = \cos\theta;$$

die beiden Ebenen (6) und (8), welche beide durch die Pollinie gehen, also auf jener (3) senkrecht stehen, schließen unter sich den Winkel θ ein. Dieser Winkel ist gebildet von dem Leitstrahl r und der Durchschnittslinie der Ebenen (3) und (8). Wir wollen diese letztere Gerade die Polaxe nennen. Die Gleichungen derselben im System der xyz sind:

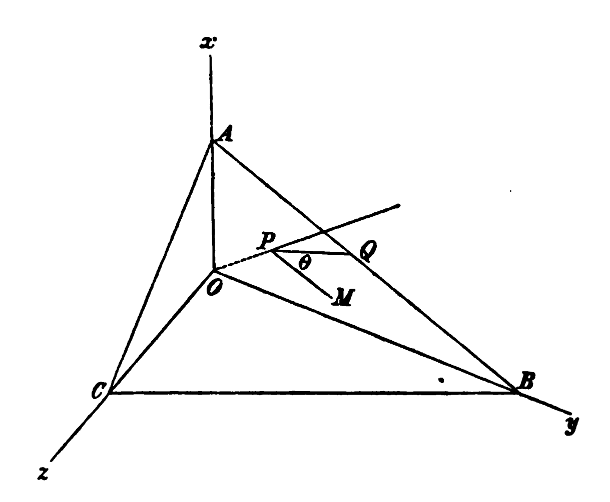
$$(10) \qquad \begin{cases} \beta y + \gamma z = \rho p - \alpha x, \\ \beta y + \gamma z = \dfrac{\rho^2 - \alpha^2}{\alpha} x \end{cases}$$

und man erkennt leicht, daß sie parallel ist zur Durchschnittslinie der Ebene (3) mit der Ebene der yz; denn die Gleichung der letzteren ist:

$$\beta y + \gamma z = \rho p$$

und die gedachte Durchschnittslinie liegt in der Ebene (3).

Fig. 1.



Alles Vorhergehende zusammengefaßt gibt nun folgende Construction der neuen Coordinaten p, r, θ: Bezeichnet M (Fig. 1) irgend einen Punkt des Raumes, welcher auf das neue Coordinatensystem bezogen werden soll, so lege man durch denselben die Ebene (3) ABC, deren Richtung durch die Constanten α, β, γ bestimmt ist und fälle vom Ursprung O darauf eine Senkrechte OP, die Länge derselben ist p und der Fußpunkt P ist der Pol, $PM = r$ ist der Leitstrahl. Zieht man nun durch P in der Ebene ABC eine Parallele PQ zum Durchschnitt derselben mit der Ebene der yz, so ist der Winkel $MPQ = \theta$. Der quantitative Zusammenhang der Coordinaten p, r, θ mit den rechtwinkeligen x, y, z wird durch die Gleichungen (1) dargestellt.

Aus den Gleichungen (1) folgt auch:

$$\alpha p - \rho x = r \sin\theta \sqrt{\rho^2 - \alpha^2}, \quad \gamma y - \beta z = r \cos\theta \sqrt{\rho^2 - \alpha^2},$$

mithin durch Division und Anwendung der Gleichung (3):

$$\text{(11)} \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{\beta(\alpha y - \beta x) + \gamma(\alpha z - \gamma x)}{\rho(\gamma y - \beta z)},$$

womit θ als Function der ursprünglichen Coordinaten dargestellt wird. Diese Gleichung in Verbindung mit den beiden folgenden:

$$(12)\quad \begin{cases} p = \dfrac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{\rho}, \\ r^2 = x^2 + y^2 + z^2 - \dfrac{(\alpha x + \beta y + \gamma z)^2}{\rho^2}, \end{cases}$$

geben überhaupt die Auflösung der Gleichungen (1) nach p, r, θ.

Aus (11) erhält man nach kurzer Rechnung:

$$(13)\quad \begin{cases} \sin\theta = \dfrac{\beta(\alpha y - \beta x) + \gamma(\alpha z - \gamma x)}{\sqrt{(\rho^2 - \alpha^2)\{(\alpha y - \beta x)^2 + (\alpha z - \gamma x)^2 + (\gamma y - \beta z)^2\}}}, \\ \cos\theta = \dfrac{\rho(\gamma y - \beta z)}{\sqrt{(\rho^2 - \alpha^2)\{(\alpha y - \beta x)^2 + (\alpha z - \gamma x)^2 + (\gamma y - \beta z)^2\}}}. \end{cases}$$

Der Werth von $\operatorname{tg}\theta$ folgt auch aus der Gleichung (6) nach Division mit $\cos\theta$, so daß also diese von jener (11) nicht wesentlich verschieden ist.

§. 2.

Wir schreiten nach dieser Vorbereitung zur Transformation des folgenden dreifachen Integrals, in welchem F eine beliebige Function bezeichnet und die Grenzen noch offen gelassen werden:

$$(14)\quad u = \iiint F(x^2 + y^2 + z^2,\ \alpha x + \beta y + \gamma z)\, dx\, dy\, dz.$$

Führt man statt x, y, z drei neue Veränderliche p, r, θ ein, im Sinne der Gleichungen (1), so ist bekanntlich $dx\,dy\,dz$ zu ersetzen durch $\Omega\, dp\, dr\, d\theta$, wobei nach Lagrange:

$$(15)$$

$$\Omega = \frac{dx}{dp}\left(\frac{dy}{dr}\frac{dz}{d\theta} - \frac{dy}{d\theta}\frac{dz}{dr}\right) + \frac{dy}{dp}\left(\frac{dz}{dr}\frac{dx}{d\theta} - \frac{dz}{d\theta}\frac{dx}{dr}\right) + \frac{dz}{dp}\left(\frac{dx}{dr}\frac{dy}{d\theta} - \frac{dx}{d\theta}\frac{dy}{dr}\right);$$

nun geben die Gleichungen (1) nach einiger Rechnung:

$$(16)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dp} = \dfrac{\alpha}{\rho}, \\ \dfrac{dy}{dp} = \dfrac{\beta}{\rho}, \end{cases}$$

$$(16)\quad \begin{cases} \frac{dz}{dp}=\frac{\gamma}{\rho}, \\ \frac{dx}{dr}=-\frac{\sin\theta\sqrt{\rho^2-\alpha^2}}{\rho}, \\ \frac{dy}{dr}=-\frac{\alpha z-\gamma x}{\beta z-\gamma y}\cdot\frac{dx}{dr}-\frac{\gamma r}{\beta z-\gamma y}, \\ \frac{dz}{dr}=-\frac{\beta x-\alpha y}{\beta z-\gamma y}\cdot\frac{dx}{dr}+\frac{\beta r}{\beta z-\gamma y}, \\ \frac{dx}{d\theta}=-\frac{\gamma y-\beta z}{\rho}, \\ \frac{dy}{d\theta}=-\frac{\alpha z-\gamma x}{\rho}, \\ \frac{dz}{d\theta}=-\frac{\beta x-\alpha y}{\rho} \end{cases}$$

und hiermit wird:

$$(17)\quad \begin{cases} \frac{dy}{dr}\frac{dz}{d\theta}-\frac{dy}{d\theta}\frac{dz}{dr}=\frac{\alpha r}{\rho}, \\ \frac{dz}{dr}\frac{dx}{d\theta}-\frac{dz}{d\theta}\frac{dx}{dr}=\frac{\beta r}{\rho}, \\ \frac{dx}{dr}\frac{dy}{d\theta}-\frac{dx}{d\theta}\frac{dy}{dr}=\frac{\gamma r}{\rho}, \end{cases}$$

$$(18)\quad \Omega=r.$$

Das dreifache Integrale (14) verwandelt sich durch die Einführung der neuen Variabelen p, r, θ in folgendes:

$$(19)\quad u=\iiint F(p^2+r^2,\ \rho p),\ dp\,r\,dr\,d\theta.$$

§. 3.

Damit u einen bestimmten Werth erhält, setzen wir fest, daß die drei Integrationen in (14) auf alle positiven und negativen Werthe von x, y, z erstreckt werden sollen, welche gleichzeitig die drei Bedingungen erfüllen:

$$(20)\qquad \begin{cases} \varepsilon^2 < x^2 + y^2 + z^2 < 1 \\ \pm g_0 \rho < \alpha x + \beta y + \gamma z < g_1 \rho \\ t_0 < \dfrac{\beta(\alpha y - \beta x) + \gamma(\alpha z - \gamma x)}{\rho(\gamma y - \beta z)} < t_1, \end{cases}$$

dann sind vermöge der Gleichungen (3), (5), (11) die Integrationen in (19) auf alle Werthe von p, r, θ zu erstrecken, welche zugleich den Bedingungen entsprechen:

$$(21)\qquad \begin{cases} \varepsilon^2 < p^2 + r^2 < 1, \\ \pm g_0 < p < g_1, \\ \theta_0 < \theta < \theta_1, \end{cases}$$

wenn zur Abkürzung gesetzt wird:

$$(22)\qquad \theta_0 = \text{arc.}\operatorname{tg} t_0, \qquad \theta_1 = \text{arc.}\operatorname{tg} t_1.$$

In geometrischer Auffassung heißt dieses, die Integrationen in (14) sind auf alle Punkte (xyz) auszudehnen, welche zwischen den beiden concentrischen Kugelflächen:

$$(23)\qquad \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 + z^2 = \varepsilon^2 \end{cases}$$

zwischen den beiden parallelen Ebenen:

$$(24)\qquad \begin{cases} \alpha x + \beta y + \gamma z = g_1 \rho, \\ \alpha x + \beta y + \gamma z = \pm g_0 \rho \end{cases}$$

und zwischen den beiden durch die Pollinie gehenden Ebenen:

$$(25)\qquad \begin{cases} (\rho^2 - \alpha^2) x + (\gamma \rho t_1 - \alpha\beta) y - (\beta \rho t_1 + \alpha\gamma) z = 0, \\ (\rho^2 - \alpha^2) x + (\gamma \rho t_0 - \alpha\beta) y - (\beta \rho t_0 + \alpha\gamma) z = 0 \end{cases}$$

enthalten sind.

Dabei bezeichnen g_1, g_0 die Entfernungen der Parallelebenen (24) vom Ursprung O, welcher der Mittelpunkt der Kugeln (23) ist und da wir voraussetzen

$$(26)\qquad 0 < \varepsilon < 1,$$

so liegt die zweite Grenzkugel im Innern der ersten.

Für das untere Vorzeichen in (24) liegen die Parallelebenen auf entgegengesetzter Seite des Mittelpunktes O.

Um entsprechend diesen Bedingungen die Integrationsgrenzen für das Integrale (19) zu bestimmen, unterscheiden wir drei Fälle, je nachdem:

$$(27)\qquad \begin{cases} g_0 < 1, & g_1 < 1, \\ g_0 < \varepsilon, & g_1 < \varepsilon, \end{cases} \quad \begin{cases} g_0 < 1, & g_1 < 1, \\ g_0 < \varepsilon, & g_1 > \varepsilon, \end{cases} \quad \begin{cases} g_0 < 1, & g_1 < 1, \\ g_0 > \varepsilon, & g_1 > \varepsilon. \end{cases}$$

Im ersten Fall schneiden die Parallelebenen (24) beide Kugelflächen, die Werthe von p in (21) sind in ihrem ganzen Intervall kleiner als ε und die erste Bedingung in (21), welche auch so geschrieben werden kann:

$$(28)\qquad \sqrt{\varepsilon^2-p^2} < r < \sqrt{1-p^2},$$

ist immer nach r reel erfüllbar; man hat daher, da die Integration nach θ unmittelbar ausführbar ist:

$$(29)\qquad u=(\theta_1-\theta_0)\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{\sqrt{\varepsilon^2-p^2}}^{\sqrt{1-p^2}} F(p^2+r^2,\, \rho p)\, dp\, r\, dr.$$

Im zweiten Falle schneidet die zweite Parallelebene (24) beide Kugelflächen, die erste aber schneidet nur die äußere Kugel. Dem entsprechend theilen wir das Intervall für p in (21) in:

$$\pm g_0 < p < \varepsilon \quad \text{und} \quad \varepsilon < p < g_1,$$

im ersten Intervall ist die allgemeine Grenzbedingung (28) für r durchaus reel erfüllbar, man hat daher wieder

$$\sqrt{\varepsilon^2-p^2} < r < \sqrt{1-p^2};$$

im zweiten Intervall hingegen ist $\sqrt{\varepsilon^2-p^2}$ beständig imaginär, daher sind die reelen Grenzen für r:

$$0 < r < \sqrt{1-p^2},$$

welche auch die allgemeine Grenzbedingung (21) erfüllen, denn hieraus folgt:

$$p^2 < p^2+r^2 < 1, \text{ um so mehr } \varepsilon^2 < p^2+r^2 < 1.$$

Hiernach wird mit Integration nach θ:

(30)

$$u=(\theta_1-\theta_0)\left\{\int_{\pm g_0}^{\varepsilon}\int_{\sqrt{\varepsilon^2-p^2}}^{\sqrt{1-p^2}}F(p^2+r^2,\rho p)dprdr+\int_{\varepsilon}^{g_1}\int_{0}^{\sqrt{1-p^2}}F(p^2+r^2,\rho p)dprdr\right\},$$

worin das untere Zeichen zu nehmen ist, wenn die Parallelebenen (24) den Kugelmittelpunkt zwischen sich enthalten.

Im dritten Fall schneiden die Parallelebenen nur die äußere Kugel, denn es ist gleichzeitig:

$$g_0>\varepsilon,\quad g_1>\varepsilon,$$

p ist in seinem Intervall beständig größer als ε, daher $\sqrt{\varepsilon^2-p^2}$ durchaus imaginär und die Grenzen für r sind:

$$0<r<\sqrt{1-p^2},$$

wie im zweiten Integrale der vorigen Discussion. Wird wieder nach θ integrirt, so folgt:

$$(31)\qquad u=(\theta_1-\theta_0)\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{0}^{\sqrt{1-p^2}}F(p^2+r^2,\rho p)\,dprdr,$$

welcher Ausdruck unabhängig ist von ε, da die bezügliche Kugelfläche von keiner der Parallelebenen geschnitten wird.

§. 4.

Wären wir unter übrigens gleichen Umständen von folgendem allgemeineren Integrale ausgegangen:

(32)

$$U=\iiint F\left(x^2+y^2+z^2,\alpha x+\beta y+\gamma z,\frac{\beta(\alpha y-\beta x)+\gamma(\alpha z-\gamma x)}{\rho(\gamma y-\beta z)}\right)dxdydz,$$

so erhielten wir als Transformation:

$$(33)\qquad U=\iiint F(p^2+r^2,\ \rho p,\operatorname{tg}\theta)\,dp\,r\,dr\,d\theta,$$

die Integration nach θ kann nun nicht vollzogen werden und an die Stelle der Gleichungen (29), (30), (31) treten die folgenden, welche wieder auf die in (27) unterschiedenen drei Fälle zu beziehen sind:

$$(34)\qquad U=\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{\sqrt{\varepsilon^2-p^2}}^{\sqrt{1-p^2}}\int_{\theta_0}^{\theta_1} F(p^2+r^2,\ \rho p,\ \operatorname{tg}\theta)\, dp\, r\, dr\, d\theta,$$

(35)

$$U=\int_{\pm g_0}^{\varepsilon}\int_{\sqrt{\varepsilon^2-p^2}}^{\sqrt{1-p^2}}\int_{\theta_0}^{\theta_1} F(p^2+r^2, \rho p, \operatorname{tg}\theta)\, dprdrd\theta+\int_{\varepsilon}^{g_1}\int_{0}^{\sqrt{1-p^2}}\int_{\theta_0}^{\theta_1} F(p^2+r^2, \rho p, \operatorname{tg}\theta) dprdrd\theta,$$

$$(36)\qquad U=\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{0}^{\sqrt{1-p^2}}\int_{\theta_0}^{\theta_1} F(p^2+r^2,\ \rho p,\ \operatorname{tg}\theta)\, dp\, r\, dr\, d\theta.$$

Diese Resultate lassen sich noch wesentlich verallgemeinern, wenn man erstens in dem Integrale (32) neue Variabele einführend $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$ statt x, y, z setzt, unter a, b, c positive Constante verstanden und zweitens in den Gleichungen (32), (34), (35), (36) α, β, γ durch $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$ ersetzt. Hierdurch verwandelt sich U nach Multiplication mit abc in:

(37)

$$V=\iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2},\ \alpha x+\beta y+\gamma z,\ \frac{bc\{\beta(a^2\alpha y-b^2\beta x)+\gamma(a^2\alpha z-c^2\gamma x)\}}{a\rho(c^2\gamma y-b^2\beta z)}\right)dxdydz$$

und hierin sind die Bedingungen der Integrationen:

$$(38)\qquad \begin{cases} \varepsilon^2<\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}<1, \\ \pm g_0\rho<\alpha x+\beta y+\gamma z<g_1\rho \\ t_0<\dfrac{bc\{\beta(a^2\alpha y-b^2\beta x)+\gamma(a^2\alpha z-c^2\gamma x)\}}{a\rho(c^2\gamma y-b^2\beta z)}<t_1, \end{cases}$$

mit

$$(39)\qquad \rho=\sqrt{a^2\alpha^2+b^2\beta^2+c^2\gamma^2}.$$

Im geometrischen Sinne heißt dieses, die Integrationen sind auf alle Punkte (xyz) des Raumes auszudehnen, welche enthalten sind zwischen den concentrischen, ähnlichen und gleichliegenden Ellipsoiden:

$$(40)\qquad \begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1, \\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=\varepsilon^2, \end{cases}$$

zwischen den parallelen Ebenen:

$$(41)\qquad \begin{cases} \alpha x+\beta y+\gamma z=g_1\rho, \\ \alpha x+\beta y+\gamma z=\pm g_0\rho \end{cases}$$

und zwischen den beiden durch den Ursprung gehenden Ebenen:

$$(42)\begin{cases} bc(b^2\beta^2+c^2\gamma^2)x+ac(c\gamma\rho t_1-ab\alpha\beta)y-ab(b\beta\rho t_1+ac\alpha\gamma)z=0, \\ bc(b^2\beta^2+c^2\gamma^2)x+ac(c\gamma\rho t_0-ab\alpha\beta)y-ab(b\beta\rho t_0+ac\alpha\gamma)z=0. \end{cases}$$

Die Gleichung einer das erste Ellipsoid (40) berührenden Ebene, welche parallel zu den Grenzebenen (41) ist, lautet bekanntlich:

$$(43)\qquad \alpha x+\beta y+\gamma z=\pm\rho$$

und die Coordinaten des Berührungspunktes sind:

$$(44)\qquad x_1=\pm\frac{a^2\alpha}{\rho},\quad y_1=\pm\frac{b^2\beta}{\rho},\quad z_1=\pm\frac{c^2\gamma}{\rho},$$

wobei sich die oberen und unteren Zeichen aufeinander beziehen. Diese Werthe statt x, y, z in die Gleichungen (42) gesetzt, leisten denselben Genüge, daher geht die Durchschnittsgerade der Ebenen (42) durch die Mittelpunkte aller elliptischen Schnitte, welche parallel zu den Grenzebenen (41) sind.

Auf das Integrale V sind nun die Formeln (34), (35), (36) unmittelbar anzuwenden und zwar ist mit ρ aus (39):

$$(45)\qquad V=abc.U,$$

die drei in U unterschiedenen Fälle entsprechen auch hier den Bedingungen (27). Durch die auch hier geltende Voraussetzung (26) liegt das zweite Ellipsoid im Inneren des ersten. Im ersten Falle schneiden die Parallelebenen (41) beide Ellipsoide; im zweiten Falle schneidet nur die zweite dieser Ebenen beide Ellipsoide und im dritten Falle schneiden beide Ebenen (41) nur das erste Ellipsoid.

§. 5.

Läßt man in dem Integrale V den dritten unter dem Functionszeichen F stehenden Ausdruck weg, so kann in der auf p, r, θ bezüglichen Transformation nach θ integrirt werden und man erhält nach dem Vorhergehenden leicht, wenn

$$(46)\qquad W = \iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2},\ \alpha x+\beta y+\gamma z\right) dx\,dy\,dz$$

gesetzt wird:

$$(47)\qquad W = abc(\theta_1-\theta_0)\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{\sqrt{\varepsilon^2-p^2}}^{\sqrt{1-p^2}} F(p^2+r^2,\ \rho p)\,dp\,r\,dr,$$

(48)

$$W = abc(\theta_1-\theta_0)\left\{\int_{\pm g_0}^{\varepsilon}\int_{\sqrt{\varepsilon^2-p^2}}^{\sqrt{1-p^2}} F(p^2+r^2,\rho p)\,dp\,r\,dr + \int_{\varepsilon}^{g_1}\int_{0}^{\sqrt{1-p^2}} F(p^2+r^2,\rho p)\,dp\,r\,dr\right\},$$

$$(49)\qquad W = abc(\theta_1-\theta_0)\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{0}^{\sqrt{1-p^2}} F(p^2+r^2,\ \rho p)\,dp\,r\,dr,$$

wobei die Integrationsbedingungen (38) unverändert giltig bleiben, ρ den Werth aus (39) hat und die drei Voraussetzungen (27) der Ordnung nach den drei Werthen von W entsprechen.

Setzt man in (46) speciell die Function $F=1$, so geht W über in das Volumen eines Körpers, welcher begrenzt wird von den beiden concentrischen, ähnlichen und gleichliegenden Ellipsoiden (40), von den Parallelebenen (41) und von den beiden durch den Mittelpunkt der Ellipsoide gehenden Ebenen (42), von welchen wir oben nachgewiesen haben, daß ihre Durchschnittslinie durch den Berührungspunkt einer das erste Ellipsoid tangirenden Ebene geht, welche parallel zu den Grenzebenen (41) ist.

In diesem Falle sind die Integrationen in (47), (48), (49) nach und nach ausführbar und wenn S das gedachte Volumen bezeichnet, so wird entsprechend den drei Voraussetzungen (27):

(50) $$S_1 = \frac{1}{2} abc(\theta_1 - \theta_0)(1 - \varepsilon^2)(g_1 \mp g_0),$$

(51) $$S_2 = \frac{1}{2} abc(\theta_1 - \theta_0)\{(1 - \varepsilon^2)(\varepsilon \mp g_0) + (g_1 - \varepsilon) - \frac{1}{3}(g_1^3 - \varepsilon^3)\},$$

(52) $$S_3 = \frac{1}{2} abc(\theta_1 - \theta_0)\{g_1 - \frac{1}{3} g_1^3 \mp (g_0 - \frac{1}{3} g_0^3)\}.$$

Fig. 2, 3, 4 zeigen die verschiedenen Begrenzungen der durch diese drei Formeln bestimmten Räume.

Fig. 2.

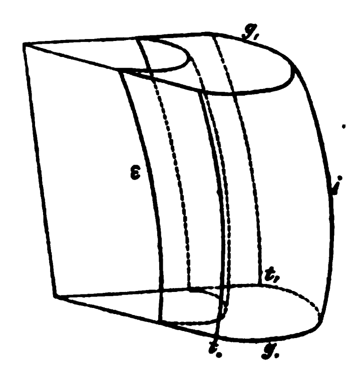


Fig. 3.

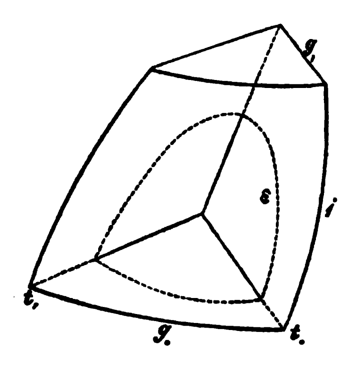
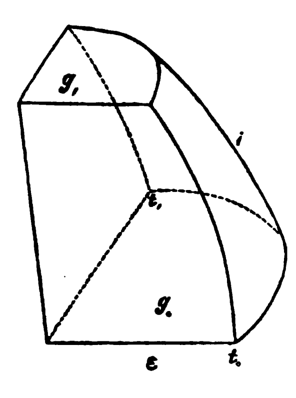


Fig. 4.



Für $\theta_1 = 2\pi$, $\theta_0 = 0$ gibt die letzte derselben den Inhalt einer Schichte des ersten Ellipsoides, zwischen den parallelen Ebenen (41).

Wird noch $g_1 = 1$, $g_0 = g$ gesetzt $g < 1$, so geht die erste der Ebenen (41) in eine berührende Ebene über und man erhält:

(53) $$S = \frac{\pi}{3} abc(2 \mp 3g \pm g^3),$$

als Inhalt des Segmentes, welches die Ebene:

(54) $$\alpha x + \beta y + \gamma z = \pm g p,$$

von dem Ellipsoid:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \tag{40}$$

abschneidet. Dabei gelten die unteren Zeichen, wenn S jenes Segment bezeichnet, welches den Mittelpunkt des Ellipsoides enthält.

Die Größe g in der Gleichung (54), durch welche S bestimmt wird, kann offenbar auch aufgefaßt werden als Verhältniß der Entfernungen der schneidenden Ebene und einer parallelen tangirenden Ebene (43) vom Mittelpunkt der Fläche.

Die Bedingung $g < 1$ ist zugleich das analytische Kennzeichen, daß die Ebene das Ellipsoid schneidet.

Die Ebene (54) ist offenbar eine tangirende Ebene des Ellipsoides:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=g^2 \tag{55}$$

und da der Ausdruck für S nur von g abhängt, von α, β, γ aber unabhängig ist, so hat das Segment S für alle solche Berührungsebenen denselben Inhalt.

Dieses letzte Resultat stimmt mit den Ergebnissen überein, welche wir 1857 in Grunert's Archiv (Thl. 28, p. 52) über die Segmente des Ellipsoides und des zweitheiligen Hyperboloides auf ganz anderem Wege entwickelt haben [1]).

Die durch die Gleichungen (1) bewirkte Transformation des Integrales (14) leistet, wie die Gleichung (18) zeigt, für drei Veränderliche x, y, z denselben Dienst, wie jene bekannte von Euler herrührende mit $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ für zwei und hiermit ist zugleich der Weg angedeutet für die einer größeren Anzahl von Variabelen entsprechenden Substitutionen.

Die vorhergehende Untersuchung zeigt, daß zur vollständigen Bestimmung des dreifachen Integrals auch drei sich nicht gänzlich widersprechende Bedingungen nothwendig sind und es ist leicht zu erweisen, daß zur Auswerthung eines mehrfachen Integrales über-

---

[1]) S. a. Sitzungsberichte, Bd. LX, II. Abth. p. 681.

haupt so viele sich nicht vollständig widersprechende Bedingungen einzuführen sind, als Variabele in demselben vorkommen.

Werden weniger Bedingungen eingeführt, so kann das mehrfache Integrale zuweilen einen bestimmten Werth erlangen, welcher aber ebenso einem speciellen Falle zu vergleichen ist, wie die Oberfläche des ganzen Ellipsoides gegenüber der Begrenzung der in Fig. 2, 3, 4 dargestellten Räume.

Hiermit sind zu vergleichen die Arbeiten von E. Catalan, A. Cayley (Journal de Liouville, 1843, T. VIII, p. 239, 1848, T. XIII, p. 245), O. Schlömilch (Sitzungsberichte der kön. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften 1857, Compendium der h. Analysis 1866, Bd. II, p. 469, 30), 33), 35)) und A. Genocchi (Annali di scienze mat. 1857, T. VIII, p. 284).

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXI. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

2.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

IV. SITZUNG VOM 3. FEBRUAR 1870.

In Verhinderung des Präsidenten führt Herr Prof. Redtenbacher den Vorsitz.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über einige Farbstoffe aus Krapp" von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

„Kritische Durchsicht der Ordnung der Flatterthiere oder Handflügler *(Chiroptera)*. Familie der Kammnasen *(Rhinolophi)*" II. Abtheilung, von Herrn Dr. L. J. Fitzinger in Pest.

„Über den elektrischen Strom, welcher mit der Endosmose in Verbindung zu stehen scheint" von Herrn A. v. Miller-Hauenfels, Prof. an der k. k. Berg-Akademie zu Leoben.

„Die dualistischen Functionen" von demselben.

Der Naturforscher-Verein zu Riga ladet mit Circularschreiben vom 12./24. Januar 1870 zu der am 27. März (8. April) d. J. abzuhaltenden Jubelfeier seines 25jährigen Bestehens ein.

Herr Prof. Dr. J. Redtenbacher überreicht eine Abhandlung: „Über einen neuen Bestandtheil des weißen Senfsamens" von Herrn H. Will in Gießen.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Royale Suédoise des Sciences: Handlingar. N. F. V. Bd., 2. Heft (1864); VI. Bd., 1. & 2. Heft (1865); VII. Bd., 1. Heft, (1867). Stockholm; 4°. — Öfversigt. Bd. 22—25, (1865—1868). Stockholm; 8°. — Meteorologiska Jakttagelser i Sverige. Bd. 6—8 (1864—1866). Stockholm; Quer 4°. — Eugenies Resa omkring jorden. Heft 12. 4°. — Lefnadsteckningar. Bd. I, Häfte 1. Stockholm, 1869; 8°. — Sundevall, Carl J., Die Thierarten des Aristoteles. Stockholm, 1863; 8°.

— Sundevall, *Conspectum avium picinarum. Stockholmiae, 1866; 8°.* — Stål, Carolus, *Hemiptera Africana. Tomus I—IV. Holmiae, 1864—1866; 8°.* — Nordenskiöld, A. E., Sketch of the Geology of Spitzbergen. Stockholm, 1867; Kl. 4°. — Fries, Sveriges ätliga och giftiga Svampar. Häfte 7—10. Folio.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. November 1869. Berlin; 8°.

Annalen der Chemie & Pharmacie, von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXVI, Heft 3. Leipzig & Heidelberg, 1869; 8°.

Annuario marittimo per l'anno 1870 compilato presso l'i. r. governo centrale marittimo. XX. Annata. Trieste, 1870; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrgang, Nr. 3. Wien, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1788—1789 (Bd. 75, 12, 13). Altona, 1870; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXVI, Nr. 144. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1869; 8°.

Bijdragen tot de Dierkunde, uitgegeven door het Genootschap „*Natura artis magistra*" te Amsterdam. IX. Aflevering. 1869; 4°.

Breslau, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1868/9. 4° & 8°.

Carl, Ph., Repertorium für Experimental-Physik etc. V. Band, 6. Heft. München, 1869; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nrs. 2—3. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIX° Année. 3° Série. Tome VI. 4°—5° Livraisons. Paris, 1870; 8°.

Freiburg i. Br., Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1868/9. 4° & 8°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XXI. Band, 4. Heft. Berlin, 1869; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band. Nr. 2. Wien, 1870; 8°.

Gesellschaft, Geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. Bd. III. Nr. 3. Wien, 1870; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg., Nr. 4—5. Wien, 1870; 8°.

Gießen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1868/9. 4° & 8°.

Greifswald, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1866/68. 4° & 8°.

Helsingfors, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1868/9. 4° & 8°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ad Arti: Atti. Tomo XV°, disp. 1ª. Venezia, 1869—70; 8°.

Landbote, Der steirische: 3. Jahrgang, Nr. 2. Graz, 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870. Nr. 3—4. Wien; 8°.

Lotos. XIX. Jahrgang. December 1869. Prag; 8°.

Moniteur scientifique. Tome XIe, Année 1869. 309e Livraison; Tome XIIe, Année 1870. 314e Livraison. Paris; 4°.

Muséum d'histoire naturelle de Paris: Nouvelles Archives. Tomes I—III, (1865—1867); Tome IV, 1er & 2e Fasc. (1868). Paris; 4°.

Nature. Vol. I, Nrs. 12—13. London, 1870; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IV, Nr. 9—10. Torino, 1869; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1869. XIX. Band, Nr. 4. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nrs. 8—9. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Scientific Opinion. Vol. III, Part. XV, Nrs. 62—65. London, 1870; 4°.

Société botanique de France: Bulletin. Tome XVI. (1869), Comptes rendus Nr. 4; Revue bibliographique E. Paris; 8°.

Verein, naturforschender, in Brünn: Verhandlungen. VII. Band. 1868. Brünn, 1869; 8°.

Vierteljahrsschrift, österr., für wissenschaftl. Veterinärkunde. XXXII. Band, 2. Heft. Wien, 1869; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 7—10. Wien, 1870; 4°.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig & Hübner. XII. Jahrgang. N. F. V. Band, 23. Heft (1869); XIII. Jahrg. N. F. VI. Band. I. Heft (1870). Leipzig; 8°.

Beiträge zur Theorie des gemeinen (nicht musikalischen) Schalles als Object-Merkmals mit Rücksicht auf die speciellen Bedürfnisse der medicinischen Diagnostik.

Von Dr. Stern,
Privat-Docent an der medicinischen Facultät.

Einleitung.

Die Physik hat bisher den Schall hauptsächlich nur als Element ästhetischer Producte behandelt; aber auch als solches hat sie insbesondere nur eine seiner Qualitäten, nämlich die Höhe bezüglich ihrer Bedingungen eingehender analysirt. Bezüglich einer zweiten Qualität, der Farbe, sind namentlich durch Helmholtz erst die einleitenden Schritte zur Analyse gemacht. Als eine notorisch aus Bewegungen eigener Art hervorgehende Erscheinung ist aber der Schall auch geeignet, Schlüsse auf die den Bewegungen zu Grunde liegenden Kräfte zu veranlassen. Hiezu muß jedoch der Schall ganz im Allgemeinen in allen seinen Erscheinungsarten und nicht bloß als musikalischer Ton wissenschaftlich behandelt werden; er muß nicht bloß nach seiner Höhe und Tiefe, sondern auch nach allen seinen übrigen quantitativen und qualitativen Verschiedenheiten erforscht werden, d. h. es müssen alle Bedingungen aller seiner verschiedenartigen Erscheinungsweisen möglichst genau constatirt sein. Der wissenschaftlichen Medicin war es vorbehalten, den Schall als Merkmal der molecularen Kräfte der verschiedenen Stoffe des menschlichen Organismus, mithin als Merkmal seiner verschiedenartigen Zusammensetzung, in Verwendung zu ziehen. Namentlich war es bisher die praktische Medicin, die den Schall als diagnostisches Moment zu verwerthen suchte. Eben wegen dieser ausschließlich praktischen Verwendung des Schalles begnügte man sich, wie überall in der Praxis, mit der Feststellung seiner nächsten Bedingungen auf empirischem Wege; man begnügte

sich mit der Behandlung jener Qualitäten, deren nächste Bedingung wenigstens empirisch constatirt werden konnte.

Nun ist es aber unleugbar, daß der Schall, so wie alle physikalischen Merkmale des Organismus, zu theoretischen Forschungen auf dem Gebiete der Physiologie und Pathologie nicht minder brauchbar ist, als zu praktischen Zwecken. Es gibt eine große Anzahl von Problemen in der Physiologie und Pathologie, deren Lösung mit anatomischen Hilfsmitteln, deren sich die Theorie bis jetzt fast ausschließlich bedient, kaum möglich ist. Es sind das Probleme, die, weil sie den Ablauf des Lebensprocesses betreffen, eben nur im Leben und unter jenen Verhältnissen, unter denen sie zu Stande kommen, wenn überhaupt gelöst werden können. Die Beobachtung des Organismus während seines Lebens und unter den zum Leben nothwendigen Verhältnissen schließt aber alle anatomischen Hilfsmittel aus. Es kann sich diese Beobachtung nur auf die von außen zugänglichen Theile desselben beziehen. Ob diese Beobachtungen nun Aufschlüsse über im Innern des Organismus stattfindende Vorgänge geben können, wird davon abhängen, ob die Träger aller der im Innern wirksamen Kräfte, nämlich die daselbst gelegenen Stoffe und Gebilde auch auf die von außen her beobachteten Erscheinungen Einfluß haben. Diese Erscheinungen, die die äußern Merkmale des Organismus darstellen, sind aber in der That fast überall eine Resultirende vieler, manchmal fast aller seiner geformten und ungeformten Bestandtheile. Gelingt es nun, den Antheil jedes der einzelnen Factoren an irgend einem von außen wahrnehmbaren Merkmale des Organismus zu constatiren; gelingt es, zu erkennen, welche Veränderung an dem betreffenden Merkmale durch irgend eine Veränderung eines seiner Factoren hervorgebracht werde, so wird schon die äußere Beobachtung des lebenden Organismus über den Ablauf so manchen Processes im Innern desselben mehr weniger genauen Aufschluß geben. Sollen nun äußere Merkmale des Organismus und unter diesen der Schall für den angegebenen theoretischen Zweck brauchbar sein, so muß vor Allem der Antheil aller innerhalb des Organismus gelegenen Stoffe und Gebilde an ihnen erforscht sein. Dazu müssen aber ferner alle elementaren physikalischen Bedingungen, d. i. die Gesetze der Merkmale, sowie auch alle physikalischen Eigenschaften jener im Organismus gelegenen Factoren derselben genau gekannt sein, so daß die Art und Weise, wie aus den physikalischen Eigen-

schaften der einzelnen Factoren jenes äußere Merkmal resultiren müsse, gewissermaßen theoretisch construirt werden könne. In diesem Falle wird es dann auch leicht sein zu erkennen, in welcher Weise bei irgend einer Veränderung eines Factors das äußere Merkmal sich ändern werde oder umgekehrt, welcher innere Factor und in welcher Weise derselbe bei irgend einer Änderung des äußern Merkmales verändert sein müsse. Eine weitere Bedingung der Brauchbarkeit der äußern Merkmale zu den genannten theoretischen Zwecken ist mehr subjectiver Natur. Es müssen nämlich an jedem solchen äußern Merkmale schon die leisesten Verschiedenheiten wahrgenommen werden können. Es muß die Fähigkeit der betreffenden Sinnesorgane, leichtere Verschiedenheiten eines und desselben Merkmales aufzufassen, auf ein möglichstes Maximum gebracht werden; nur dann wird es möglich sein, alle innern Vorgänge von außen her mehr weniger genau zu erkennen. Ein Beispiel möge dies erläutern. Die scheinbar wenige Verschiedenheiten darbietende Hautfarbe zeigt bei sorgfältiger, lange dauernder Beobachtung, bei möglichster Übung des Gesichtssinnes im Unterscheiden feiner Nuancen, eine überraschend große Anzahl solcher verschiedener Nuancen. Die Factoren einer jeden Hautfarbe, wie sie sich der Wahrnehmung aufdrängt, sind außerordentlich mannigfach: die Dicke, der Pigmentgehalt der Epidermis; die Dicke der Durchsichtigkeitsgrad der Cutis; die Mächtigkeit des unter der Cutis gelegenen, Fett führenden subcutanen Bindegewebes, die Farbe dieses Fettes; die Farbe der unmittelbar unter der Cutis gelegenen Fascien und Muskeln, Sehnen, Bänder und Knochen. In der Cutis selbst ist die Zahl der Gefäße, der arteriellen, venösen und capillaren, von wesentlichem Einfluß für die Gesammtfarbe der Cutis, die in ihrem blutleeren Zustande auf einem Querschnitt stets rein weiß oder schwach grauweiß ist. Jeder dieser Factoren ist wieder von einer Menge anderer abhängig bezüglich seiner physikalischen Eigenschaften, so z. B. hängt die Durchsichtigkeit der Cutis nicht bloß von ihrer Dicke, sondern auch von dem Grade ihrer Durchfeuchtung, d. i. von ihrem Gehalte an freier Lymphflüssigkeit oder Serum, die Farbe der Gefäße von ihrer Weite, ihrem Füllungsgrade, der Dicke ihrer Wandungen ab u. s. w. Das Resultat aller dieser Factoren, die äußerliche Hautfarbe, ändert sich in der That mit jedem der Factoren in bestimmter Weise; sie ist beispielsweise im Allgemeinen um mehr roth, je mehr Gefäße mit Blut gefüllt sind; die

Röthe ist gesättigt wenn sie von oberflächlichen Capillaren abhängt; sie ist blässer, wenn die Capillaren im Innern der Cutis liegen; umsomehr dem Purpur genähert, je mehr kleinste Venenzweigchen oberflächlich verlaufen; umsomehr blauroth, je mehr dieselben Venenzweigchen erweitert sind; die Farbe wird dunkelroth-blau, wenn außer den kleinsten Venenzweigchen auch noch größere in größerer Tiefe erweitert zahlreich neben einander liegen; umsomehr dunkelschwarzblau, je mehr die kleineren Venen und Capillaren blutleer werden und nur größere Zweige in nicht zu großer Tiefe stark ausgedehnt dicht nebeneinander verlaufen; umsomehr blaßgrau-blau, je tiefer diese stark ausgedehnten dichten Venengeflechte liegen. Die hellere oder dunklere Farbe des Blutes selbst ist bei allen diesen Hautfarben von geringerem, wenn auch nicht ohne Einfluß u. s. w. Nur wenn man alle diese Farben- Nuancen mit möglichster Schärfe wahrzunehmen im Stande ist, wenn man die elementaren physikalischen Gesetze derselben genau kennt, wenn man sich über alle ihre einzelnen Factoren Rechenschaft abzulegen weiß, wird man durch die Beobachtung ihrer allmähligen Veränderungen mehr weniger sichere Schlüsse auf bestimmte innere Vorgänge im Organismus ziehen können. Ähnliches gilt nun auch vom Schall, wenn er als Merkmal des Organismus zur Erforschung innerer Vorgänge benutzt werden soll. Die Aufgabe, den Schall in dem hier angegebenen Sinne physikalisch zu analysiren, alle seine Factoren im Organismus und den Antheil eines jeden derselben an ihm zu eruiren, erfordert aber langjährige Arbeit vereinter vieler Arbeitskräfte. Skoda hat zu dieser Arbeit bereits den ersten Impuls gegeben, und es mögen die hier folgenden Angaben auch nur als schwache Beiträge zu derselben gelten. Sie enthalten eine Reihe nackter Thatsachen in einer zum Abstrahiren bestimmter Gesetze zweckmäßigen Reihenfolge, naturgeschichtlich dargestellt, um aus ihnen bestimmte in der Physik noch nicht näher gekannte Gesetze und Normen abzuleiten.

Alle Verschiedenheiten des Schalles sind nach folgenden allgemeinen Begriffen gesondert und zu Gruppen zusammengefaßt: 1. nach der mit freiem Ohr erkennbaren Zusammensetzung des durch eine einfache bewegende Kraft erzeugten Schalles, 2. nach Intensität, 3. nach Dauer, 4. nach Höhe und 5. nach Farbe.

A. Von der Schallzusammensetzung.

Man nehme je 2 Kugeln von gleicher Größe aus verschiedenen Stoffen, z. B. aus Kautschuk, Holz, Stein und Metall — nehme von jeder Stoffart wo möglich mehrere durch Härte und Dichtigkeit verschiedene Varietäten, von Holz etwa weiches, hartes Holz und Kork — von Stein etwa Granit (als sehr hart), Marmor, Alabaster u. s. w., — von Metall Gußeisen, Kupfer oder Messing und Blei, — man nehme wenigstens von einer Stoffart Kugelpaare von mehrfacher verschiedener Größe, z. B. von 1″, 2″ und 3″ Durchmesser, — man nehme aus diesen Kugeln zwei von gleichem Stoffe und gleicher Größe, stoße sie zuerst in beliebiger Entfernung vom Ohr mit nur geringer Geschwindigkeit gegen einander, und zwar zu wiederholten Malen, um sich die Qualität des Schalles gut einzuprägen; wiederhole dann dieselbe Procedur in unmittelbarer Nähe des äußern Gehörganges und führe den Stoß einmal von rückwärts nach vorne, einmal von der Seite her nach innen, so wird man zunächst finden, daß der Schall in letzterem Falle eine ganz andere Qualität annimmt, als welche er in größerer Entfernung der Kugeln vom Ohre hatte. Prüft man dann bei concentrirter Aufmerksamkeit den in der Nähe des Gehörganges erzeugten Schall, so wird man, wenn auch nicht gleich im ersten Moment, so doch nach einigen Wiederholungen erkennen, daß der ursprünglich einfach scheinende Schall aus zwei verschiedenen Schallstößen zusammengesetzt sei; man wird anfangs nicht beide gleichzeitig zu percipiren im Stande sein, sondern einmal den einen, ein anderes Mal den andern, je nachdem auf welchen die Aufmerksamkeit gelenkt ist und je nachdem in welcher Richtung der Stoß geführt wird.

Es ist der eine Schallstoß von sehr kurzer Dauer, wie abgehackt, während der zweite etwas länger anhält, und wenn auch in sehr kurzer Zeit, so doch mit erkennbarer Intensitäts-Abnahme erlischt. Es möge der kurze, abgehackte Schallstoß als primärer oder erster, der andere als secundärer oder zweiter Schall kurzweg bezeichnet werden. Man findet nun, daß, wenn der Stoß von der Seite her, also von links nach rechts oder umgekehrt geführt wird, besonders der erste Schall deutlich gehört wird; wird der Stoß hingegen von rückwärts nach vorne geführt, so hört man überwiegend den zweiten, und nur nach längerer Übung wird man bei jedem Stoß beide, und zwar gleichzeitig zu percipiren im Stande sein. Es

muß jedoch hervorgehoben werden, daß man anfangs rasch ermüdet und die bereits gewonnene Unterscheidungsfähigkeit der beiden Schallarten wieder verliert, wenn man zu lange die Beobachtung fortsetzt. Man gewinnt die Unterscheidungsfähigkeit erst wieder nach längerer Ruhe zurück, wird sie aber jedesmal nach einiger Anstrengung wieder verlieren, und es wird eine längere, wahrscheinlich nach der Individualität verschieden lange Zeit dauern, bevor die Unterscheidungsfähigkeit soweit erstarkt ist, daß man die zwei verschiedenen Schallarten in jedem Momente deutlich von einander unterscheiden kann. Dies gilt übrigens auch von den andern hier nachfolgenden Beobachtungen.

Der zweite Schall erscheint, namentlich nach längerer Übung, wie eine Art Nachhall oder Echo. In geschlossenen Räumen, z. B. in einem Zimmer, ist er in der That durch den echoartigen Reflex von den Wandungen verstärkt, was man schon nach einiger Beobachtung bemerkt; man kann sich aber leicht überzeugen, daß er auch im Freien, wo von einem Reflex nicht die Rede sein kann, wenn auch etwas schwächer und kürzer, gehört wird. Versucht man in einem großen, freien, ebenen Raume, wo nur vereinzelt aus der Ebene hervorragende Objecte, z. B. Bäume sich befinden, so findet man in größerer Entfernung von den Bäumen nur die zwei angegebenen Schallarten. Nähert man sich einem Baume etwa auf 200 Schritte, so hört man bei einiger Aufmerksamkeit außer den 2 Schallarten noch ein deutliches Echo; nähert man sich dem Baume noch mehr, so erscheint das Echo in immer kürzerer Zeit nach dem Hauptschall und verschmilzt bei etwa 50 Schritten vollständig mit diesem, so daß er etwas stärker und länger erscheint, von einem Echo aber nichts mehr gehört wird. Werden die Kugeln in einiger Entfernung vom Ohre gegen einander gestoßen, so ist die Unterscheidung beider Schallarten um so schwieriger, je weiter man vom Ohre entfernt ist. Führt man den Stoß sehr kräftig, so ist die Unterscheidung beider auch in der Nähe des Ohres viel schwieriger. Hingegen ist die Unterscheidung im Allgemeinen um so leichter, je größer die Kugeln werden; nur bei den ganz weichen Stoffen, dem Blei, Kautschuk und Kork hört man auch bei der größten Aufmerksamkeit nur einen Schall; höchstens Bleikugeln lassen bei sehr starkem Stoß eine Spur eines zweiten Schalles erkennen. Nimmt man Kugeln aus gleichem Stoffe, aber verschiedener Größe, so ist die Unterscheidung des ersten Schalles von dem zweiten

leichter; zudem kann man bei concentrirter Aufmerksamkeit den zweiten Schall als aus 2 Theilen bestehend erkennen, deren einer der kleineren, deren anderer der großen Kugel entspricht. Nimmt man Kugeln von gleicher Größe, aber von verschieden dichten Stoffen, z. B. Eisen und Holz, so ist die Unterscheidung ebenfalls leichter.

Bezüglich des Zusammenstoßens ist noch zu bemerken, daß bei manchen Stoffen, so beim Kautschuk, Holz etc. die Kugeln zu wiederholten Malen an einander prallen, und dadurch auch mehrere Schallstöße entstehen. Bei nur geringer Übung wird man dieses mehrfache Aneinanderprallen jedoch meist vermeiden.

Man nehme statt der Kugeln Platten von verschieden großer Fläche und Dicke und aus verschiedenen Stoffen, etwa rechtwinklige viereckige Platten von 3″ Länge 2″ Breite, ferner 6″ Länge 4″ Breite und noch 12″ Länge 4″ Breite; für jede Flächendimension nehme man 3 Dickendimensionen, und zwar 3‴, 6‴ und 12‴, so daß im Ganzen 9 Platten vorhanden sind aus einer Stoffart; schließlich auch noch sehr große dünne Scheiben, etwa aus Glas, von bestimmter Größe und zwar plane und cylindrische Scheiben von ganz gleicher Fläche und Dicke des Glases; man nehme ferner runde Stäbe mit kuglig zugerundetem Ende, etwa von 6″, 12″ und 18″ Länge, 1″ und $1/_2$″ Dicke.

Nimmt man nun eine der 3″ oder 6″ langen Platten, hält sie beliebig, und stoßt mit irgend einer Kugel an einem beliebigen Punkte gegen eine ihrer Flächen, so unterscheidet man bei nicht zu starkem Stoße ebenfalls die schon früher beschriebenen zwei Schallarten, und zwar um so leichter, je dicker die Platten sind. Hält man sie in die Nähe des Ohres, so wird der erste Schall überwiegend wahrgenommen wenn die Kugel in der Nähe des Ohres sich befindet, die Platte weiter entfernt, und der zweite überwiegend wenn die Lage umgekehrt ist.

Wird die Platte an einem ihrer kurzen Ränder oder an beiden gegenüberstehenden festgehalten und schallend gemacht, so zeigt der erste Schall bei dünnen biegsamen Platten (etwa aus Holz) 2 verschiedene Momente, deren ersteres äußerst kurz kaum vernehmbar, deren zweiter hingegen dem zweiten Schall ähnlich ist. Bei dicken oder minder biegsamen Platten ist diese Unterscheidung nicht zu machen. Stößt man mit einer Kugel gegen das Ende eines kürzeren Stabes, so unterscheidet man ebenfalls dieselben 2 Schallarten, aber schon viel schwieriger als in den früheren Fällen.

Nimmt man die 12″ langen Platten und Stäbe, oder die Glasscheiben und Cylinder, so ist vor Allem die Art ihrer Unterstützung zu unterscheiden. Hält man nämlich erstere mit der ganzen Hohlhand am Rande fest und stößt sie wo immer mit einer Kugel, so unterscheidet man eben so wie früher die beiden Schallarten um so leichter, je dicker die Platten sind; hält man sie hingegen bloß mit 2 Fingern an den Rändern, so bemerkt man Folgendes: An den Holzplatten entsteht, wenn man sie mit 2 Fingern an 2 gegenüberliegenden Punkten der Seitenränder lose hält und mit einer Kugel irgendwo an die Hauptfläche oder auch an die Randflächen stößt, außer den früheren 2 Schallarten noch ein deutlicher musikalischer Klang und zwar, wie es scheint, auf Kosten des zweiten Schalles.

Der Klang ist am deutlichsten, wenn die Unterstützung der Ränder in circa $1/5$—$1/6$ ihrer Länge geschieht, und fehlt bei dünneren Platten nur in derselben Entfernung vom entgegengesetzten Ende, in welcher die Unterstützung der Platte geschieht, oder wenn die Unterstützung sowohl, als der Stoß in der Mitte der Platte stattfindet. Bei dickeren Platten ist selbst in diesem Falle noch eine Spur des Klanges.

Bei Platten aus Stein oder Metall ist im Ganzen dasselbe Verhältniß, nur daß die Klänge schon bei viel kleineren Platten auftreten, als beim Holz, so z. B. hört man bei 6zölligen Steinplatten von 6‴ Dicke schon sehr deutlich den Klang, bei 12‴ Dicke minder deutlich; speciell gibt eine 6zöllige Granitplatte von 1″ Dicke nur eine Spur eines Klanges, eine ebenso große Marmorplatte gar keinen, während dieselbe Alabasterplatte einen ganz deutlichen Klang gibt, ebenso auch Eisen: hingegen gibt eine 6zöllige Platte von 3‴ Dicke auch schon aus Marmor einen sehr reinen Klang, selbstverständlich aus Alabaster und Eisen ebenfalls; 3zöllige Platten von 1″ Dicke geben selbst bei Metallen keinen Klang, von 3‴ Dicke gibt außer den Metallen nur Alabaster einen sehr schwachen. An den Scheiben entstehen, wenn sie mit 2 Fingern an irgend einem Punkte eines ihrer Ränder hängend gehalten werden, ebenfalls auf Kosten des zweiten Schalles, eine ganze Reihe schon mit freiem Ohre unterscheidbarer Klänge, die um so deutlicher werden, je näher man mit den 2 Fingern der Mitte des Randes kömmt und die am lautesten gehört werden, wenn man nicht unmittelbar den Rand selbst, sondern wieder etwa in $1/5$ des ganzen Durchmessers der Scheibe die Hauptflächen hält.

Die Entfernungen, von den Ecken und Rändern, in welchen sowohl bei den Platten, als auch bei den Scheiben die Unterstützung zu geschehen hat, um den deutlichsten Klang zu erzeugen, variiren übrigens nach der Größe und nach dem Verhältniß der Länge zur Breite bei denselben.

Bei den Cylindern entstehen ebenfalls; wenn sie entweder auf einer ihrer Basalperipherien aufrecht stehen oder in ähnlicher Weise wie die Scheiben gehalten werden, eine ähnliche Reihe von Klängen, deren Zahl um so geringer wird, je enger die Cylinder sind, so daß sie bei einer gewissen Grenze sich ganz verlieren, während Scheiben von ganz demselben Flächenmaaß noch deutliche Klänge geben. Bei den Holz-Stäben entsteht — nur bei den längsten und stärkerem Stoß — wenn sie entweder mit der Hohlhand lose umfaßt oder wenn sie in beiläufig $1/_4$—$1/_5$ ihrer Länge mit zwei Fingern verticalhängend gehalten werden, sowohl bei verticalem als bei transversalem Stoß mit einer Kugel ein schwacher Klang neben den andern 2 Schallarten. Hingegen entstehen bei gleichlangen und dicken Eisenstäben reine Klänge, und zwar bei 3‴ dicken schon bei 6″ Länge, bei 6‴ Dicke erst bei 12″ Länge; bei noch längeren Stäben entsteht eine ganze Reihe von Klängen.

Legt man in all den bisher angeführten Fällen zwischen die zusammenstoßenden Körper Kautschuklagen von verschiedener Dicke, so bemerkt man Folgendes: Bei Kugeln ist zu unterscheiden, aus welchem Stoffe dieselben bestehen und welchen Durchmesser sie haben.

Metallkugeln von 1″ Durchmesser geben, wenn sie durch eine $1^1/_2$‴—2‴ Dicke Kautschukschichte getrennt sind, bei der früher gebrauchten Stoßgeschwindigkeit keinen zweiten Schall. Bei 2″ Durchmesser unter denselben Verhältnissen nur eine Spur des zweiten Schalles, die bei einer nur etwas dickeren Kautschuklage auch schwindet. Nur wenn der Stoß um vieles stärker wird, erscheint auch wieder ein mehr weniger deutlicher zweiter Schall. Von Stein gilt dasselbe wie von Metall. Holzkugeln von 1″ Durchmesser geben auch da noch einen deutlichen zweiten Schall, wo er bei Metall schon fehlt und es schwindet derselbe erst bei viel dickeren Kautschuklagen oder bei viel schwächerem Stoß. Bei Platten gilt etwas ähnliches. Stein und Metall geben bei der früher gebrauchten Kautschukschichte um so weniger einen zweiten Schall, je dicker sie sind und je kleiner

ihre Fläche ist. Holzplatten hingegen lassen den zweiten Schall verhältnißmäßig länger hören.

Die Klänge, die bei den Platten und Scheiben entstehen, werden durch Kautschuklagen um so weniger gestört, je dünner die betreffenden Platten und Scheiben sind, vorausgesetzt, daß die Kautschuklage dem stoßenden Körper anhaftet und nicht der Scheibe.

Man nehme trockene und feuchte thierische Membranen, von letzteren mehr und minder durchweichte; man kann solche erlangen, wenn man gewöhnliche Thierblasen oder Darmröhren längere oder kürzere Zeit im Wasser maceriren läßt. Membranen frisch geschlachteter Thiere erlangen erst nach 24 und mehrstündiger Maceration einen höheren Grad von Weichheit, und zwar hängt dies von der Dicke der Membranen, so wie von der Mächtigkeit ihrer etwaigen Muskelschichte ab; hingegen ist das Darmrohr menschlicher Cadavern meist schon bei der gewöhnlichen Obduction in hohem Grade macerirt und weich. Man spanne derartige Membranen über irgend welche kreisförmige Körper, z. B. Holz oder Glascylinder, oder lasse sie allenfalls mit den Händen künstlich anspannen; man nehme ferner geschlossene Röhren oder Blasen bildende thierische Membranen von verschiedener Größe, und blase sie mehr weniger straff auf.

Stößt man mit irgend einem Holzstabe gegen eine trockene über eine Kreisperipherie gespannte Membran, so hört man die bekannten 2 Schallarten und noch einen Klang, letzteren um so deutlicher, je größer die Membran, und je näher der Peripherie der Stoß geführt wird; im Centrum der Kreisfläche fehlt der Klang bei Membranen von circa 15 Cm. Durchmesser fast ganz. Ist die Membran feucht, so hört man nur einen ersten Schall, und bei einem höhern Spannungsgrad einen Klang unter denselben Bedingungen wie bei trockenen. Läßt man die Fläche der über einen Cylinder gespannten Membran convex oder concav werden, indem man den Cylinder über den sie nur lose gespannt mit seit seiner untern Basis in Wasser taucht, in welchem Falle dann die im Cylinder abgesperrte Luft die schlaffe Membran nach aufwärts wölbt, oder indem man den schon von früher her in Wasser getauchten Cylinder aus dem Wasser theilweise heraushebt, in welchem Falle die Luft im Innern verdünnt, und die Membran durch die äußere Luft einwärts gewölbt wird, und stößt auf die convexe oder concave Membranfläche, so ist stets nur ein Schall zu hören, vom Klang keine Spur, selbst wenn die Spannung der

Membran keine hochgradige ist. Schlägt man mit einem Stabe auf eine mit Luft gefüllte geschlossene Blase oder membranöses Rohr, so hört man bei sehr schlaffer macerirter Membran nur einen Schall wenn der Stoß nur schwach ist, hingegen zwei wenn der Stoß stärker wird, so daß durch ihn die ganze Blasenwand gespannt wird; ist die Membran straff gespannt, so hört man schon bei schwächerem Stoß auch einen zweiten Schall, ist die Spannung noch größer, so muß der Stoß auch wieder stärker werden, um den zweiten Schall deutlich erscheinen zu lassen. Hat die Blase oder das membranöse Rohr eine bestimmte Größe, etwa die eines gewöhnlichen menschlichen Dickdarmstückes, dessen Länge bedeutend größer ist, als sein Dickdurchmesser, und ist die Membran hochgrädig durchweicht, so hört man bei rasch abschnellenden, nicht tief eindringendem Stoß, namentlich an den Enden des Längendurchmessers, außer dem ersten und zweiten Schall auch noch einen mehr weniger deutlichen Klang, der gegen die Mitte mehr oder weniger vollständig schwindet.

Ist das Rohr nicht vollständig durchweicht, so hat man den Klang, nur wenn sie größere Dimensionen, hat etwa 50 Cm. Peripherie und 35 Cm. Längendurchmesser.

Man nehme einige etwa 6—8″ lange, verschieden dicke, möglichst vollständig ausgetrocknete Holzstäbe, ferner Zwirn-, Baumwoll- und Seidenfäden von verschiedener Dicke, feste membranöse Bänder von verschiedener bis 2″ betragender Breite. Spannt man die Fäden oder Membranen kräftig und plötzlich an, so hört man, wenn sie nur kurz sind, einen Schall, an dem man nur schwierig zwei Stöße unterscheiden kann. Reißt man die Fäden mit einem plötzlichen starken Zug, so unterscheidet man deutlich die früher genannten zwei Schallarten, eben so wenn man die stark gespannten Fäden mit einem Finger zupft. Bricht man einen Holzspan mit einem kräftigen Druck derart entzwei, daß er auf einmal seiner ganzen Dicke nach getrennt wird, so hört man ebenfalls die zwei Schallarten.

Nimmt man zu den frühern Versuchen längere Fäden oder Bänder, so erscheint auch ein mehr weniger deutlicher Klang außer dem ersten Schall.

Man nehme zwei Wassergefäße, eines aus Holz, eines aus dünnem Eisenblech, von circa 12—14″ Höhe und 16—18″ Durchmesser, ferner ein gewöhnliches Steingut- oder Porzellanlavoir, fülle sämmtliche Gefäße mit Wasser. Läßt man auf eine der Wasserflächen Wasser von irgend einer Höhe auftropfen, so hört man außer dem in der Ferne hörbaren, von der dem Wasser während des Falles beigemischten Luft herrührenden Schall in unmittelbarer Nähe auch noch einen ersten sehr schwachen Schall, der übrigens um so lauter ist, je seichter das Wasser in dem Gefäß und je näher der Tropfen zur Seitenwand des Gefäßes einfällt. Bei bedeutender Tiefe des Wassers und in größerer Entfernung von den Gefäßwänden, ist der erste Schall gar nicht hörbar. Beobachtet man diesen Schall etwa in einer Badewanne, indem man untertaucht, so wird der erste Schall etwas deutlicher, der zweite minder deutlich, sonst aber bleibt dasselbe Verhältniß wie früher.

Spritzt man unter Wasser aus einer Spritze einen luftfreien Wasserstrahl mit noch so großer Kraft aus, so hört man dabei, weder außer, noch unter dem Wasser eine Spur eines Schalles, nur wenn der Strahl gegen die Gefäßwand oder sonst einen festen Körper gerichtet ist, hört man unter Wasser, bei sehr kräftigem Druck einen schwachen rieselnden Schall, der übrigens um so lauter wird, je näher die Spritzenmündung der Wand ist. Stößt man feste Körper unter Wasser zusammen, so erhält man folgende Resultate: Nimmt man zwei Eisenkugeln von höchstens 1″ Durchmesser, und taucht sie wenigstens 3″, 4″ unter die Wasseroberfläche in einem der großen Gefäße, so hört man nur den ersten Schall, so lange man in der Mitte des Gefäßes bleibt; nähert man sich aber der Gefäßwand, so hört man in einer Entfernung von etwa 2″ von derselben auch schon einen zweiten Schall, der bei dem Holzgefäß anders beschaffen ist als bei dem Blechgefäß, bei letzterem namentlich mehr weniger klangähnlich wird. Nimmt man größere Kugeln, etwa von 2″ Durchmesser, so hört man auch schon in der Mitte des Gefäßes ein kurzes nachhallendes Geräusch statt des zweiten Schalles.

Nimmt man Holzkugeln, so ist zunächst zu bemerken, daß das Holz allmählig Wasser einsaugt und dann seine Schallfähigkeit ganz verändert wird, weßhalb man den Schall nur in der ersten Zeit nach dem Eintauchen beobachten darf. Dasselbe gilt vom Kork. Bei Holzkugeln also hört man, selbst wenn sie nur 1″ Durchmesser haben, schon in der Mitte des Gefäßes das Geräusch; bei 2″ Durchmesser

hört man daselbst schon einen zweiten Schall. Bei Annäherung an die Gefäßwände hört man selbstverständlich immer den den Wänden selbst entsprechenden Schall.

Im Lavoir lassen selbst sehr kleine Körper schon in der Mitte einen deutlichen Klang, der von der Gefäßwand herrührt, hören.

Kautschuk und Bleikugeln geben selbst bei 2″ Durchmesser keinen zweiten Schall oder Geräusch in den großen Gefäßen, im Lavoir jedoch einen deutlichen Klang. Korkkugeln von etwas mehr als 1″ Durchmesser geben selbst im Lavoir keinen zweiten Schall. Bei Annäherung an die Gefäßwand geben jedoch auch Kautschuk und Blei einen zweiten Schall oder Klang. Nähert man in allen diesen Versuchen die Kugeln der Wasseroberfläche, so wird der zweite Schall immer deutlicher und dem in der Luft ähnlich. Hält man nun eine der Kugeln ganz außer dem Wasser, die zweite an der Oberfläche, jedoch unter Wasser während des Zusammenstoßes, so hört man außer dem ersten Schall noch deutlich zwei andere, deren einer als der Gefäßwand, der andere als der außer dem Wasser befindlichen Kugel angehörig erkannt werden kann. Blei und Kautschuk geben in diesem Fall nur einen ersten und den der Gefäßwand entsprechenden zweiten Schall, Kork nur ein zweites Geräusch. Stößt man Platten mit Kugeln unter Wasser zusammen, so erhält man folgende Resultate: Der zweite Schall in der Luft fehlt allenthalben und ist durch den der Gefäßwand entsprechenden Schall ersetzt. Die Größe der Platten und ihre Dicke, die Größe der Kugeln, die Stelle, an der der Stoß entsteht, ändern bloß die Intensität beider Schallarten. Beobachtet man diese Schallarten in einer größeren Badewanne unter Wasser getaucht, so ist ebenfalls bloß die Intensität verschieden, im übrigen aber die Verhältnisse unverändert.

Man nehme mehrere Kautschukröhren von verschiedener Länge, etwa 60, 30, 15 Cm., und verschiedener Weite, etwa $^5/_4$, $^3/_4$, $^1/_4$ Cm. Durchmesser; Kautschukröhren von größerer Weite, die sich in 2—3 engere verzweigen; Hohlgefäße von verschiedenen Formen und Größen, etwa Kaffee- oder Theekannen, Lampenkugeln; Glascylinder von verschiedener Länge und Weite.

Strömt Gas oder Dampf durch ein weiches biegsames Rohr heraus, so hört man den Schall nicht nur in der Nähe des

Rohres, sondern, wenn man ein Hörrohr, dessen freies Ende in den äußern Gehörgang eingeführt wird, an der Wand desselben anlegt, auch aus dem Innern des Rohres heraus. Bei sehr sorgfältiger Beobachtung erkennt man selbst an diesem continuirlichen Schall eine Zusammensetzung aus wenigstens zwei verschiedenartigen Elementen, einen weicheren tieferen und einen härteren höheren Theil, wovon später ausführlicher die Rede sein wird.

Das Durchstreichen von Luft kann in Ermanglung zweckmäßigerer Vorrichtungen auch durch Einblasen mit dem Munde bewirkt werden. Dabei ist allerdings zu beachten, daß auch die Mundhöhle, der Kehlkopf, die Luftröhre die am Rohr entstehenden Geräusche einigermaßen modificiren, und zwar besonders in der Weise, daß das Rohr durch selbe um ein gewisses Stück verlängert wird. Diese Modification bleibt aber für alle Rohrarten gleich, und ist, wie man sich durch Anlegen eines biegsamen Hörrohres an den eigenen Kehlkopf beim Blasen überzeugen kann, nur dann von Bedeutung, wenn man der Zunge, überhaupt allen betreffenden Partien jene Stellung gibt, die sie beim Aussprechen der Kehllaute einnehmen, sonst aber, wenn man in ein innerhalb der Mundhöhle befindliches Rohrstück bläst, fast verschwindend gering, und zwar um so geringer, je weiter entfernt vom Mundstück das Rohr behorcht wird.

Trifft der Luftstrom die Mündung eines lufthältigen Hohlraumes, sei es senkrecht oder horizontal, so entsteht bei hinreichender Stärke desselben ein neuer Schall im Innern des Luftraumes, der um so deutlicher wird, je regelmäßiger rund der Hohlraum und je größer derselbe ist; nur muß die Öffnung des Hohlraumes in einem bestimmten Verhältniß zu dessen Kubikinhalt stehen. Der Durchmesser der Öffnung muß nämlich vielfach kleiner sein, als der des Hohlraumes selbst; doch darf er unter ein bestimmtes Maß nicht herabsinken.

Erzeugt man durch Zusammenstoßen zweier Körper an der Mündung eines Hohlraumes, etwa einer Lampenglaskugel, einer Kaffee-, Thee-, Milchkanne, eines Glascylinders von verschiedenen Dimensionen etc. einen Schall, so entsteht in allen den angegebenen Lufträumen ein neuer Schall außer den zwei bekannten Schallarten, der aber mit dem zweiten insbesondere mehr weniger vollständig verschmilzt, und zwar ihn entweder verstärkt, ohne sonst seine Qualität bedeutend abzuändern, oder seine Qualität so abändert, daß

er nun als ganz neuer Schall neben dem ersten erscheint. Stößt man nämlich zwei Holzkugeln von 2″ Durchmesser an der Mündung eines 17—18 Cm. Durchmesser haltenden Glascylinders gegeneinander, so hört man bloß ein lautes Geräusch nach dem verstärkten zweiten Schall, an der Mündung eines bloß 10 Cm. Durchmesser haltenden Cylinders hingegen hört man den zweiten Schall in einen ganz neuen umgewandelt. Stößt man dieselbe Kugel auf eine 3″ lange, 1″ dicke Holzplatte an der Mündung des großen Cylinders, so ist der zweite Schall bereits umgeändert in einen neuen; stößt man aber eine gleich große Steinkugel und Platte zusammen, so erscheint der zweite Schall bloß durch ein nachhallendes Geräusch verstärkt, während über dem kleinen Cylinder auch die Steinkörper einen neuen Schall liefern. Deckt man die Mündung des Cylinders zum Theile zu, so werden über der offen bleibenden Stelle auch schon zwei Kugeln, sowie die Steinplatte und Kugel den zweiten Schall in einen neuen umändern. Wird der Cylinder kürzer, indem man ihn z. B. in Wasser stellt bis zu einer gewissen Höhe, so wird auch schon durch zwei Holzkugeln der zweite Schall in einen neuen umgeändert, der erst dann wieder in eine Verstärkung des ursprünglichen zweiten Schalles übergeht, wenn der Cylinder um mehr als die Hälfte verkleinert worden, in diesem Falle fehlt aber das nachhallende Geräusch nach dem verstärkten zweiten Schall, um so mehr, je kürzer die Luftsäule des Cylinders geworden.

Stößt man die Kugeln an der Mündung von Lampenglaskugeln oder Kannen gegen einander, so erscheint immer der zweite Schall in einen neuen umgeändert. Auch bei Kautschukkugeln erscheint übrigens der neue Schall, und zwar eben so deutlich als bei harten Stoffen, ohne daß der ursprüngliche Kautschukschall dadurch wesentlich geändert wurde. In der unmittelbarsten Nähe der Hohlraummündung, oder noch besser, wenn man ein Kautschukhörrohr in den Hohlraum hineinlegt und durch dasselbe horcht, hört man bei etwas größeren Hohlräumen auch noch einen schwachen Klang. Stößt man aber nur zollgroße Kugeln zusammen, so entsteht der neue Schall bloß bei Lampenkugeln mit enger Mündung, während bei großen Kannen bloß ein Geräusch gehört wird. Entfernt man die zusammenstoßenden Körper von den Mündungen der Hohlräume nach aufwärts allmählig, so verliert sich der neue Schall ebenfalls in allen jenen Fällen, wo er unmittelbar an der Mündung vor-

handen war, und wird durch ein nachhallendes Geräusch ersetzt.

Stößt man eine Stein- oder Metallkugel über solchen Hohlräumen, die mit zwei Kugeln aus gleichem Stoffe einen neuen Schall gaben, mit einer Holzkugel zusammen, so entsteht der neue Schall nur, wenn die Holzkugel unten ist; ist die Steinkugel unten, so fehlt er vollständig. Stellt man einen Cylinder auf irgend eine Platte, so daß er luftdicht aufruht, so gibt die Platte, wenn man mit irgend einem mäßig harten oder ganz weichen Körper von unten auf sie stößt, anstatt ihres gewöhnlichen zweiten Schalles ebenfalls einen neuen Schall; dasselbe geschieht auch mit dem Boden harter etwa thönerner oder porzellanener Gefäße. Es möge dieser neue Schall als Reflexschall bezeichnet werden.

Senkt man die Kugeln in das Innere der Hohlräume und stößt sie daselbst zusammen, so ist keine Spur eines neuen Schalles, aber es wird auch der ursprüngliche von Außen her nicht stärker, sondern schwächer vernommen, dies gilt selbst für den Fall, wenn man das Ohr unmittelbar an die Außenfläche des Gefäßes anlegt. Deckt man die Mündung jener Gefäße, an denen man einen Reflexschall durch Anstoßen an dem Boden derselben von Außen erzeugt hat, vollständig zu, so hört der Reflexschall ganz auf hörbar zu sein nach Außen; legt man aber das Ohr unmittelbar an das Gefäß, oder was noch zweckmäßiger ist, legt man durch eine kleine Öffnung in einer seiner Wände ein Kautschukhörrohr, so hört man aus dem Innern beim Stoß eine Art klingenden Geräusches (metallischer Klang), bei starkem Stoß sogar einen lauten Klang, gleichgiltig welche Form das Gefäß, wenn es nur eine bestimmte Größe hat.

Legt man auf die Wand einer geschlossenen lufthältigen membranösen Blase oder eines Rohres eine kleine Platte aus hartem Stoffe, und erzeugt an dieser Platte durch Stoß mit einem mäßig harten Körper, etwa einer Fingerspitze, einen Schall, so hört man, wenn die Membran wenig gespannt und vollständig durchweicht ist, außer dem schwachen ursprünglichen auch noch einen Reflexschall neben dem unter denselben Bedingungen, wie beim directen Stoß mit einem Stab, auf die Membran auch noch ein reiner Klang auftreten, ja sogar den ersteren Reflexschall mehr weniger maskiren kann. Ist die Blasenwand etwas steifer, so schwinden beide neue Schallarten mit der Zunahme der Steifheit. Wird die Spannung der

Blase oder des Rohres durch Lufteinblasen größer, so geht bei großem Volum derselben der Reflexschall in ein nachhallendes Geräusch über, bei kleinem fehlt er ganz, in beiden Fällen erscheint der ursprüngliche Schall um so mehr verstärkt, je vollständiger der Reflexschall geschwunden. War ein Klang hörbar, so bleibt derselbe auch bei der höchsten Spannung, wenn auch kürzer und schwächer hörbar, aber selbst wenn von außen kein Klang gehört wird, ist derselbe durch ein an die Wand gelegtes Hörrohr, namentlich, wenn mit harten Stoffen und nur leise gestoßen wird, hörbar.

Wird die Platte gegen das Lumen der Blase hineingedrückt, so erscheint auch bei großer Spannung ein zweiter Schall neben dem ursprünglichen, der aber nicht mehr den Charakter des Reflex-, sondern den des zweiten Schalles harter Körper hat.

Leitet man irgend einen lauten Schall, etwa den einer menschlichen Stimme, in eine Kautschukröhre oder in ein System solcher Röhren, um ihn mittelst eines Hörrohres von Außen zu untersuchen, so ist es am zweckmäßigsten, um möglichst genaue Resultate zu erzielen, wenn das Hörrohr aus Kautschuk ist, so daß man den Schall durch Zusammendrücken des Rohres beliebig unterbrechen, und durch Loslassen momentan wieder hervorrufen kann. Die Mündung des Hörrohres ist am zweckmäßigsten, da sie durch dünnere Röhren nicht gedeckt wird, sammt der Röhre mit der Hohlhand so zu umfassen, daß beide von der äußern Luft ganz abgeschlossen sind. Beobachtet man in dieser Weise den Schall sorgfältig durch längere Zeit, indem man durch öftere Unterbrechung ihn mit dem äußern Schall vergleicht, so findet man, daß außer dem eingeleiteten Schall immer noch neugebildeter zu hören ist, und zwar ist ein Schall, der dem ursprünglichen ganz ähnlich ist, und außerdem noch ein oder auch mehrere einfache Töne zu hören, letztere namentlich dann am deutlichsten, wenn das Ende der Röhre geschlossen wird. Alle diese neugebildeten Schallarten unterscheidet man am leichtesten im ersten Momente ihres Entstehens, nach einiger Zeit verschmelzen sie mit einander so, daß man sie kaum unterscheiden kann.

B. Von der Intensität des Schalles.

Für die Schall-Intensität sind im gewöhnlichen Sprachgebrauche die Ausdrücke laut und leise oder stark und schwach eingeführt. Sie läßt sich objectiv durch die Größe der Entfernung, auf die sich der Schall überhaupt fortpflanzen kann, oder auch durch die Dicke dichter Schall leitender Medien, die er durchdringt, messen. Exacte wissenschaftliche Beobachtungen über die Bedingungen der Schall-Intensität müßten mithin auf objective Messungen basirt sein; da jedoch diese Messungen einerseits für eine allgemeine Theorie des Schalles von geringerer Wichtigkeit sind, andererseits ungemein complicirter Vorrichtungen und Arbeiten bedürfen, so mögen hier möglichst vorsichtige, durch vielfache Beobachtungen controlirte subjective Abschätzungen genügen. Diese subjective Abschätzung wurde hauptsächlich auf den gewissermaßen unangenehmen Eindruck, den intensiver Schall in unmittelbarer Nähe auf das Gehörorgan ausübt, gestützt. Es ergeben sich nun für die früher schon genannten Stoffe folgende Intensitäten. Bei mäßigem Stoß ist der erste Schall allenthalben wesentlich schwächer als der zweite, übrigens ist derselbe am intensivsten bei Stein, auf diesen folgt Metall, dann Holz; am schwächsten ist er bei Kautschuk. Der zweite Schall ist am intensivsten bei der Gruppe Holz, dann folgt die Gruppe Stein, zum Schlusse Metall. Durch Verstärkung des Stoßes nehmen auch die Intensitäten bis zu einer gewissen Grenze zu; diese Grenze ist bei größern Körpern weiter gesteckt, als bei kleinern. Nimmt man Körper von verschiedener Härte und specifischen Gewichte, z. B. Eisen und Holz, Kautschuk und Metall oder Holz, so wird scheinbar der erste Schall (vergleiche hierüber die Angaben über Schallhöhe verschieden dichter Stoffe) merklich intensiver, der zweite hingegen minder intensiv, als bei Stoffen von gleicher Härte und Dichtigkeit. Bei den 3- und 6zölligen Holzplatten gilt folgendes: Das erste Moment des ersten Schalles ist intensiver bei den dickern, das zweite bei den dünnern Platten. Der zweite ebenfalls bei dünnern Platten intensiver, als bei dickern. Der zweite Schall ist bei 6zölligen Platten intensiver als bei 3zölligen, aber es ist fast gleichgiltig, ob mit größern oder kleinern Kugeln gestossen wird; der erste Schall hingegen ist ebenfalls bei 6zölligen Platten intensiver als bei 3zölligen, aber bei größern Kugeln auch wieder in-

tensiver als bei kleinern, und zwar hat die Größe der Kugeln bei größern Platten mehr Einfluß auf die Schall-Intensität, als bei kleinern. Bei 12zölligen Platten gelten dieselben Verhältnisse, nur daß hier der zweite Schall durch den Klang mehr weniger verdeckt wird. Der Klang ist um so lauter, je dicker die Platte und je stärker der Stoß. Außerdem ist der Klang bei dünnen Platten am lautesten in der Nähe des kurzen Randes, besonders gegen die Ecken hin, 1″ weit von beiden gegenüber der Unterstützungsstelle; fehlt fast ganz in jener Höhe, in der von der andern Seite die Unterstützung geschieht, und nimmt dann gegen die Mitte an Intensität zu, von der Mitte abwärts wieder ab; bei dickern Platten ist der Klang fast überall gleich laut, wenigstens bei stärkerem Stöße, bei schwächerem verhält er sich ähnlich wie bei dünneren. Bei Glasscheiben erscheint der erste Schall, nur wenn sie mit harten Körpern gestossen werden; dabei sind die Klänge schwächer, diese werden lauter, wenn sie mit der Fingerspitze gestossen werden, und zwar am lautesten in der Nähe der Ecken an bestimmten Punkten, gegen die Mitte hin allmählig schwächer, während hier wieder der erste Schall lauter wird. Wird der Stoß bei allen Platten auf die Randflächen geführt, so ist im Allgemeinen der erste Schall am lautesten, der zweite weitaus schwächer, als im früheren Fall, der Klang hingegen ist nur um weniges schwächer. Außerdem ist der erste Schall um so lauter, je dicker die Platte ist, so daß er bei 1″ dicken Platten sogar lauter sein kann, als an der Hauptfläche; der zweite Schall hingegen ist um so lauter, je größer die Platte und die Kugeln. Sind die Platten aus Stein oder Metall, so ist erstens der Unterschied zwischen der Schall-Intensität an den Haupt- und den Randflächen viel kleiner, weil selbe an den Hauptflächen viel kleiner ist, außerdem zweitens der Klang viel intensiver, als bei Holzplatten; sonst gelten dieselben Verhältnisse.

Nimmt man statt der Kugeln Stäbe und stößt die Platte senkrecht gegen das Stabende, so findet man, daß bei dickern Stäben im Allgemeinen der erste Schall lauter ist, als bei dünnern; ebenso ist er bei längern Stäben lauter als bei kürzern. Außer dem ersten gemeinsamen Schall unterscheidet man hier bei schwachem Stoß deutlich noch zwei Schallarten, deren einer der Platte, der zweite meist schon Klang ähnliche theils der Platte, theils dem Stabe angehört. Der Schall beider wird um so lauter, je dünner und größer die Platte;

je dicker und länger der Stab, um so schwächer, je dicker und kleiner die Platte, je dünner der Stab. Der Schall des Stabes wird um so deutlicher, je dicker und kleiner die Platte, je länger und dicker der Stab; bei 6″ langen Platten ist der Klang des Stabes schon gar nicht zu unterscheiden. Läßt man die Stabenden hebelförmig von der Seite her auffallen, so wird wohl in erster Linie die Schallhöhe auffallend verändert, wovon später, aber außerdem wird auch die Intensität merklich abgeändert, namentlich wird der erste Schall etwas, der zweite auffallend schwächer, nur der Klang sowohl der Platte als des Stabes tritt lauter hervor.

Sind Platte und Kugel aus verschieden dichten und harten Stoffen, so ist zu unterscheiden, ob die Platten oder ob die Kugeln dichter werden. Sind die Platten wie früher aus Holz, die Kugeln aus Stein oder Metall, so wird scheinbar der erste Schall um so lauter, je dichter das Metall und je größer die Kugel; der zweite oder Plattenschall hingegen in demselben Grade etwas schwächer als bei Holzkugeln, und am schwächsten der Klang. Sind die Kugeln aus Kork oder Kautschuk, so sind beim Kork alle drei Schallarten gleichmäßig sehr schwach, beim Kautschuk hingegen nur ein schwacher Schall neben einem ziemlich deutlichen und lauten Klang. Sind die Platten hingegen aus dichterem Stoffe, z. B. aus Stein, die Kugeln aus Holz, so ist der Schall verschieden intensiv, je nach der Dicke der Platten (vergl. d. Angaben über die Höhe) nur bei dicken Platten wird, wie bei Holz- und Steinkugeln, scheinbar der erste Schall lauter als bei Holzmassen, der zweite etwas schwächer, ein intensiver Klang tritt viel früher als beim Holz auf. Werden sie mit Metall gestossen, so wird der erste Schall um so lauter, je größer die Kugel, der Klang dagegen wird etwas schwächer. Bei dünnen Platten ist der Unterschied kaum merklich, ob mit Holz- oder Steinkugeln gestoßen wird.

Wird zwischen Platte und Kugel eine Kautschukschichte gelegt, so ist zu den frühern Angaben noch hinzuzufügen, daß der zweite Schall um so schwächer wird, je kleiner und dicker die Platte, im Ganzen aber verhältnißmäßig lauter bleibt als bei Kugeln. Werden die Platten einer größern reflectirenden Fläche parallel genähert, so erscheint ihr Schall am intensivsten in einer bestimmten nach der Größe der Platten variirenden Entfernung, bei der Annäherung wieder immer schwächer, je näher, bei Entfernung etwas schwächer

ohne Unterschied der Größe der Entfernung. (Vergleich Höhendifferenzen.)

Unter Wasser wird der Schall aller Körper im Allgemeinen schwächer. Stößt man Kugeln in einem hölzernen Gefäß an einander, so wird der erste Schall bei 2—3″ Tiefe lauter, bei größerer Tiefe um so schwächer, je tiefer unter Wasser; der zweite Schall auffallend schwächer, so daß er bei kleinen Kugeln ganz fehlt. Der dritte Schall, der bei Annäherung an die Gefäßwand entsteht, wird um so lauter, je näher die Gefäßwand, je größer die Kugeln, überhaupt je länger der erste Schall der betreffenden Körper in der Luft zu sein pflegt. Ist nur die eine Kugel unter Wasser, die zweite außerhalb, so ist der dritte Schall, der der Gefäßwand entspricht, viel lauter, als wenn beide Kugeln unter Wasser sind. Ungleiche Stoffe, z. B. Eisen und Holz, unter Wasser verhalten sich so wie in der Luft, nur daß beide Schallarten, namentlich aber der zweite viel schwächer sind. Ist der dichtere bloß unter Wasser, der leichtere nicht, so ist scheinbar der erste Schall schwächer, als wenn beide in der Luft wären, der zweite hingegen etwas lauter, oder wenigstens deutlicher, weil er vom ersten nicht gedeckt ist. Ist umgekehrt der leichtere unter Wasser, der dichtere außerhalb, so ist statt des zweiten Schalles der von der Gefäßwand herrührende sehr laut, der erste etwas tiefer und ebenfalls lauter.

Hat man Platten und Kugeln unter Wasser, so ist ebenfalls der Schall im Allgemeinen viel schwächer als in der Luft, im übrigen ist das Verhältniß bezüglich der Größe der Kugeln und Platten dasselbe, wie in der Luft, nur daß unter Wasser dicke Platten einen lautern Schall, sowohl den ersten, als auch den der Gefäßwand entsprechenden geben, als dünnere, und daß der Schall der schmalen Flächen ebenfalls in dem Grade lauter ist als der der großen, als die Platte größer und dicker ist. Sind Platten und Kugeln aus verschiedenen Stoffen, so bleibt das Verhältniß unverändert. Sind Platten und Kugeln aus dichtern aber gleichen Stoffen, z. B. Stein, Metall, so ist die Abnahme der Schall-Intensität unter Wasser nicht so bedeutend, aber sonst dasselbe Verhältniß. Am schwächsten werden unter Wasser alle Klänge, bei den meisten Platten fehlen sie ganz. Ist das Wassergefäß aus Metallblech, so fällt der der Gefäßwand entsprechende laute Schall allenthalben ganz weg und wird durch undeutliche Klänge ersetzt, dadurch ändert sich das Verhältniß

des Schalles in einer leicht zu combinirenden Weise. Alle diese Erscheinungen bleiben in demselben Verhältniß, wenn man in dem Wasser, in dem der Schall erzeugt wird, untertaucht; es werden alle Schallarten in gleicher Weise intensiver. Hervorzuheben ist, daß wenn der Schall in etwa 1″ Entfernung vom Gehörorgan entsteht, derselbe unverhältnißmäßig laut ins Ohr schmettert, viel lauter als in der Luft in ähnlicher Nähe.

Strömt Luft aus einem Rohr und trifft sie auf einen festen Körper, so ist der Schall um so lauter, je näher der feste Körper namentlich seine Ränder der Rohrmündung; am lautesten ist der Schall, wenn mehrere Ränder eines Körpers, z. B. eines polygonalen Prisma's, dessen einzelne Flächen schmäler sind als der Durchmesser des Rohres, von dem Luftstrom getroffen werden. Ist die Röhre nicht gleichmäßig cylindrisch, sondern erweitert sie sich an einer oder mehreren Stellen, so ist der Schall dann am lautesten, wenn der Luftstrom vom engen Ende gegen das weite streicht. Wird das Lumen eines cylindrischen Rohres irgendwo in seinem Verlaufe durch Zusammendrücken seiner Wände verengert, so erscheint der Schall um so lauter, je näher die Verengerung zum Ende der Röhre ist. Ist aber das Ende selbst verengert, so wird der Schall wieder schwächer. Erreicht die Verengerung einen gewissen Grad, so wird der Schall dann wieder schwächer, und zwar ist die Grenze der Verengerung um so weiter gesteckt, je näher dem Ende. Untersucht man den Schall im Innern der Röhre, indem man außen ein Hörrohr anlegt, wobei zu bemerken, daß die Mündung des Hörrohrs von der Röhrenwand ganz gedeckt sein muß, so ist das Verhältniß folgendes: Der Schallcharakter wird hauptsächlich durch den härtern rauhern Theil bestimmt, dieser ist im Allgemeinen viel lauter als von außen, und zwar wieder um so lauter, je näher dem Ende, je weiter das Rohr bis zu einer gewissen Grenze. Die Länge des Rohres ist ebenfalls von Einfluß. Bei gleichbleibender Spannung der ausströmenden Luft ist der Schall am lautesten bei Röhren von mittlerer Länge, circa 30 Cm., und wird sowohl bei längern als bei kürzern Stücken etwas schwächer, und zwar bei längern besonders der härtere, bei kürzern der weichere Theil, wodurch dann auch die Gesammthöhe beeinflußt wird. In der Nähe des Anfanges der Röhre ist durchwegs der weichere Theil des Schalles etwas lauter. Der Unterschied zwischen der Schall-Intensität vom Ende der Röhre bis

gegen dessen Anfang ist bei engen oder sehr langen (70 Cm.) Röhren viel kleiner als bei weiten oder mittellangen, und kann sich bei sehr engen (3‴ Durchmesser) und sehr langen sogar umkehren. Zweigen sich von einem Rohr mehrere dünnere Röhren ab, so ist an jedem Zweigrohr der Schall beim Durchstreichen der Luft um so lauter, je näher dem Ende, niemals so laut als am Hauptrohr; an diesem selbst ist der Schall am lautesten, wenn alle Zweigröhren offen sind, wird um so schwächer, je mehrere derselben geschlossen werden, während an diesen letztern der Schall lauter wird, wenn die nicht eben behorchten Röhren am Ende geschlossen sind. Wird hingegen jene Röhre geschlossen, an der man horcht, während durch andere der Luftstrom durchstreicht, so wird der Gesammtschall ganz besonders durch den weichern tiefern Theil charakterisirt, so daß er wie in einen neu auftretenden von größerer Tiefe umgewandelt erscheint. Geht der Luftstrom von der Zweigröhre gegen die Hauptröhre, und horcht man an letzterer, während ihr Ende geschlossen ist, so ist der in ihr entstehende scheinbar neue Schall viel lauter, als der unter ähnlichen Verhältnissen in Zweigröhren entstehende. Aber auch wenn das weitere Rohr offen ist, indem der Strom vom engern her durch dasselbe geht, ist der Schall in demselben lauter, als in dem engern bei umgekehrter Stromrichtung. Nimmt die Röhrenwand an Dicke zu, so wird die Intensität des Schalles mit der Dicke immer schwächer; noch mehr ist dies der Fall, wenn die weiche biegsame Röhre steif und hart wird.

Wird die Röhrenwand dünner, so wird der Schall bei Kautschuk immer lauter, bei stark durchweichten thierischen Membranen hingegen etwas schwächer.

Die Intensität der durch Kautschukröhren geleiteten menschlichen Stimme durch ein Hörrohr beobachtet, verhält sich wie folgt: Es ist im Allgemeinen in unmittelbarer Nähe der Eintrittsstelle des Schalles in das behorchte Rohr die ursprüngliche Stimme am lautesten, während der der Stimme ähnliche neugebildete Schall am offenen Ende der Röhre oder in dessen Nähe am lautesten ist; neben beiden sind an verschiedenen Punkten der Röhre noch mehr weniger deutlich einzelne Töne gesondert zu hören. Schließt man die Endmündung der Röhre, so wird neben dem der Stimme ähnlichen Schall meist ein lauter einfacher Ton gehört, der an den verschiedenen Punkten des Rohres bloß seine Stärke ändert. Die Intensität

aller dieser Schallarten hängt in erster Linie vom ursprünglichen Schall und der Art, wie er in die Röhre geleitet wird, ab; er ist nämlich am lautesten, wenn man bei offenem Munde das Rohrende lose zwischen den Zähnen hält und bei noch frischer Stimme irgend einen dauernd gehaltenen Ton hervorbringt, sowie die Stimme nach einiger Dauer matter wird, was nicht identisch ist mit weniger laut, so ist dieselbe auch in der Röhre viel schwächer. Von der Stärke derselben scheint es aber abzuhängen, ob einfache Töne sich aus der Klangmasse hervorheben oder nicht, was übrigens noch eingehender zu prüfen bleibt. Außerdem sind es aber noch folgende Momente, die die Intensität bedingen. Die Weite der Röhre in erster Linie, ihre Länge, die Dicke ihrer Wandung und die Stelle, an der das Hörrohr anliegt. Bei circa 3 Cm. weiten und circa 30 Cm. langen Röhren ist das Verhältniß wie folgt. Bei offener Mündung ist der der Stimme ähnliche neugebildete Schall sehr laut, die einfachen Töne sehr schwach; zwischen Anfang und Ende der Röhre ändert sich hauptsächlich die Höhe des neuen Schalles. Wird das Rohrende geschlossen, so werden die einfachen Töne lauter, der der Stimme ähnliche etwas schwächer und tiefer, jene am Mundstück des Rohres lauter, als an seinem Ende. Wird das Rohr bei gleicher Weite circa 70 Cm. lang, so werden im Allgemeinen der stimmähnliche Schall schwächer, die einfachen Töne lauter; man kann die einfachen Töne neben den andern bei offenem Ende der Röhre besser als bei geschlossenen unterscheiden. Wird die Röhre enger, etwa 0·9 Cm., bei gleicher (30 Cm.) Länge, so ändert sich bloß die Intensität des stimmähnlichen Schalles; dieser wird schwächer, so daß die einfachen Töne neben ihm, ohne daß sie lauter werden, besser hervortreten selbst bei offenem Rohrende. Neben diesem schwächern neugebildeten Schalle hört man auch die ursprüngliche Stimme besser durch. Wird die Röhre enger, circa 0·4—0·5 Cm., so werden auch die reinen Töne schwächer, der der Stimme ähnliche Schall ist an Anfang der Röhre viel intensiver als am Ende; das Schließen der Röhre hat für den Schall am Anfang weniger Einfluß als für den am Ende. Dabei treten die einfachen Töne auch hier lauter hervor als bei offenem Ende. Werden diese Röhren länger, so ist das Verhältniß ganz so wie bei den weitern, der stimmähnliche Schall wird schwächer, die reinen Töne bei offenem Ende besser zu unterscheiden als bei geschlossenem. Läßt man die Röhrenwand dicker werden,

indem man eine Röhre in eine andere hineinschiebt, so werden alle Schallarten in dem Grade schwächer, als die Wände dicker sind. Ist die Wand der innern Röhre dünner oder biegsamer, ist sie z. B. aus schwarzem Kautschuk, so wird der Schall in ihrem Innern, wenn man sie in eine zweite Röhre hineinsteckt, etwas lauter, aber nur dann, wenn das Hörrohr an die einfache Wand angelegt werden kann, wenn z. B. die dünnere Röhre um ein Stück aus der dickern herausragt. Nimmt man ganz weiche thierische membranöse Röhren etwa Darmstücke, und leitet den Schall der Stimme durch ein steifes Rohr an die Außenwand eines mäßig mit Luft gefüllten Stückes und horcht mit einem Hörrohr an einer andern Stelle der Röhre, so hört man (Skoda) ebenfalls die Stimme etwas verstärkt, und zwar in folgender Weise. Je weiter das Darmrohr bis zu einer gewissen Grenze, um so lauter die Stimme, je länger hingegen, um so schwächer, und zwar in letzterem Falle nur in einiger Entfernung von der Eintrittsstelle des Schalles, während in dessen Nähe bis auf einige etwa 5—6″ der Schall sehr laut ist. Auch hier unterscheidet man übrigens einen der Stimme ähnlichen Schall, und reine einfache Töne, die aber nur unter bestimmten Bedingungen hervortreten, nämlich wenn das Darmstück einen höhern Grad von Spannung hat, wobei der stimmähnliche Schall viel schwächer wird. Taucht man ein schlaff gespanntes Darmstück unter Wasser, so ändert sich zunächst seine Spannung, so wie auch die Gleichmäßigkeit seines Lumens, so daß die Veränderung des Schalles, der im Allgemeinen wohl lauter wird, namentlich die einfachen Töne nicht auf seine wahren Ursachen zurückgeführt werden kann. Ist das untergetauchte Darmstück schon früher stark gespannt gewesen, so ist die Verstärkung der Stimme, namentlich der einfachen Töne, kaum merklich. An kurzen Darmstücken ist übrigens der Schall in der Luft meist lauter als unter Wasser, wo sich nur die Höhe ändert. Wird ein solches Darmstück mit einer zweiten Membran umwickelt, so wird der Schall im Innern um so lauter, je länger dasselbe ist, aber nur wenn das Hörrohr an die einfache Darmwand angelegt wird; wird es jedoch auf die überziehende Membran gesetzt, so wird der Schall nur dann etwas lauter, wenn diese Membran einfach, nicht zu dick ist, und wird in dem Grad schwächer, als die Membran dicker wird. Schon wenn die Darmmembran doppelt gelegt ist und sie die Dicke einer Dickdarmwand hat, wird der Schall schwächer. Viel

auffallender als die Intensität ändert sich in diesem Falle die Schallhöhe.

C. Von der Dauer des Schalles.

Hier ist selbstverständlich nur die Dauer eines durch einen einzelnen Stoß oder Zug erzeugten Schalles gemeint. Diese Dauer ist entweder objectiv meßbar oder nicht. Die objectiv nicht meßbare Dauer kann aber immerhin subjectiv als länger oder kürzer unterscheidbar sein. Es ergeben sich nun bezüglich der Dauer folgende Befunde:

Der erste Schall ist am längsten beim Holz, dann folgt Metall, zum Schlusse Stein; der zweite Schall ist wieder am längsten beim Holz, dann folgt Stein und dann Metall. Bei den einzelnen Stoffgruppen ergibt sich folgende absteigende Reihenfolge. Für den ersten Schall beim Holz: Kork, weiches Holz, hartes Holz; für den zweiten Schall umgekehrte Reihenfolge; für Stein: für den ersten Schall: Granit, Alabaster, Marmor, für den zweiten ist bei diesen drei Stoffen eine Differenz nicht erkennbar. Für Metalle: für den ersten Schall Blei, Messing, Eisen, für den zweiten umgekehrt. Bei ungleich dichten Stoffen, z. B. Holz und Metall ist auch wieder besonders der erste Schall wenigstens scheinbar verlängert, der zweite um so kürzer, je weicher einer der beiden besonders der minder dichte Körper ist.

Bei Platten ist die Abgrenzung beider Schallarten, besonders bei dünnen biegsamen, sehr schwierig. Es können nur beiläufige Angaben über ihre Dauer gemacht werden. Der erste Schall, wo er einfach ist, ist um so länger, je dicker und größer die Platte, der zweite je dünner und größer dieselbe. Bei dünnen Platten hat die Größe der Kugeln wenig Einfluß, bei dickern mehr, namentlich wird der erste Schall dadurch länger. Der zweite Schall ist selbst bei 3″ langen Platten schon länger, als bei Kugeln von 3″ Durchmesser. Werden die Holzplatten mit Metallkugeln gestossen, so wird besonders der erste Schall verlängert, und zwar um so mehr, je dicker die Platte. Die Dauer der Klänge stimmt mit ihrer Intensität überein und hängt von denselben Bedingungen ab, sowohl bei den Platten, als auch bei Stäben und Cylindern. Es hängt aber die Dauer der Klänge auch mit der Tonhöhe zusammen insofern, als im Allgemeinen die mittlerer Höhe länger dauern, als die tiefsten und höchsten. Die Dauer des

über einem Hohlraum entstehenden Reflexschalles hängt von der Größe des Gefäßes und dem Verhältnisse seiner Durchmesser zu dem der Mündung ab; je größer nämlich das Gefäß, je enger die Mündung bis zu einer gewissen Grenze, um so länger dauert auch der Schall. Außerdem hängt diese Dauer auch noch von den Stoffen, an denen der ursprüngliche Schall entsteht, ab. Man kann nämlich bei aufmerksamer Beobachtung sehr wohl bemerken, daß Stein und Metall einen kürzeren Reflexschall erzeugen als Holz. An lufthältigen membranösen Hohlräumen ist der Reflexschall um so länger, je größer die Hohlräume und je geringer die Spannung, der erste Schall hingegen um so länger, je größer die Spannung und der Hohlraum. Unter Wasser werden alle Klänge auffallend kürzer, selbst wenn sie zunächst in einem Luftraume entstehen, ob zwar sie innerhalb derselben dieselbe Dauer haben, wie in der äußern Luft. Wenn man z. B. eine Glocke in eine lufthältige Blase einbindet und sie unter Wasser tönen macht, so hört man sowohl von außen, als auch unter Wasser in einiger Entfernung ihren Klang sehr kurz; legt man aber das Ohr unmittelbar an die Blasenwand, so hört man den Glockenklang fast so lang, wie in der Luft. Gießt man in eine umgestürzte Glocke oder in ein Trinkglas Wasser und erzeugt Klänge an beiden, so sind diese ebenfalls viel kürzer, wenn auch nicht in dem Grade, als wenn sie ganz unter Wasser sind.

D. Von der Schallhöhe.

Man findet fast bei allen selbst den scheinbar einfachen Schallarten, wenn man sie sehr genau längere Zeit beobachtet, daß sie aus verschieden hohen Bestandtheilen zusammengesetzt sind, so daß man gewissermaßen mehrere Schalllagen von verschiedener Höhe unterscheiden kann, die bei minder sorgfältiger Beobachtung oder in einiger Entfernung eine einfache Resultirende liefern. Diese einfache Höhe ist aber auch von subjectiven Momenten abhängig, so daß man oft einen und denselben Schall in zwei verschiedenen Zeitmomenten von verschiedener Höhe zu finden glaubt, weil das eine Mal eine tiefere, das andere Mal eine höhere Schalllage die Aufmerksamkeit besonders angeregt hatte. Nur durch längere Übung kann dieser subjective Einfluß überwunden werden. Häufig bemerkt man auch, daß die verschieden hohen Schalllagen ungleich lange dauern,

daß namentlich die höchsten Lagen die tiefern wenn auch nur um kurze Zeit überdauern, so daß erstere die letztern bei minder concentrirter Aufmerksamkeit fast ganz decken. Diese höhern Lagen treten namentlich bei stärkerem Stoß immer deutlicher hervor, und zwar bei Metall und Stein viel leichter als bei Holz. Sie nähern sich eben wegen ihrer längern Dauer mehr weniger den reinen Klängen, stellen gewissermaßen Ansätze zu Klängen dar und mögen als Klangansätze bezeichnet werden. Aus dem Verhalten des Schalles unter Wasser ist zu entnehmen, daß die verschieden hohen Lagen dem zweiten Schall angehören. Ist die Differenz zwischen den tiefen und hohen Lagen bedeutend, so sondern sich beide schärfer und decken namentlich erstere den ersten Schall vollständig. Die resultirende Höhe wird nun selbstverständlich einmal mehr durch die tiefern, ein anderes Mal durch die höhern Lagen beherrscht. Bei Kugeln bildet sie folgende absteigende Reihe. Stein, Metall, Holz und bei jeder Stoffgruppe folgende; für Metalle: Eisen, Messing, Blei; für Steine: Marmor, Alabaster, Granit; für Holz: hartes, weiches Holz, Kork. Bei allen Stoffen nimmt die Schallhöhe mit der Größe der Kugeln ab. Bei Stoffen von ungleicher Dichtigkeit treten die tiefern Lagen des zweiten Schalles lauter hervor und wird auch der erste Schall etwas tiefer, und zwar um so tiefer, je größer die Differenz der Dichtigkeit beider Stoffe ist, also am tiefsten bei Holz und Metall, minder tief bei Stein und Metall. In all diesen Fällen kann bei verstärktem Stoß der Schall durch sehr hohe Lagen verstärkt werden, so daß letztere den Gesammteindruck beherrschen. Stößt man eine Eisen- und eine Holzkugel in unmittelbarer Nähe des Ohres gegen einander, so tritt der tiefe Schall mehr hervor, wenn Holz in der Nähe des Ohres; der höhere wieder mehr, wenn Eisen näher ist.

Nimmt man zwei Kugeln, an denen ein Segment abgetragen ist, so daß sie an einer Stelle eben sind, so ist zu unterscheiden, ob sie an den der Ebene gegenüberstehenden Punkten, oder eine von beiden im Mittelpunkte ihrer Ebenen gegen einanderstoßen. Im ersten Falle wird bloß die Schallhöhe abgeändert, nämlich um so höher, je mehr der Durchmesser verkürzt ist. Im zweiten Falle wird der Schall abermals höher und außerdem der erste Schall merklich kürzer, der zweite länger als bei vollkommenen Kugeln. Auch treten sehr hohe Lagen und eine merkliche Intensitätszunahme bei Verstärkung des Stoßes viel früher auf, als bei den vollkommenen Kugeln.

Wird eine 6″ lange, 3‴ dicke Holzplatte mit einer Holzkugel mit mäßiger Kraft gestoßen, wenn die Platte nur mit zwei Fingern an den bereits angegebenen Punkten ihrer längern Ränder lose gehalten wird, so hört man den Schall mit einem Klang-Ansatze endend, der höher ist, als der übrige Schall und es fehlt der Klang-Ansatz nur in jener Querlinie der Platte, welche von dem Ende eben so weit entfernt ist, als die Unterstützungspunkte vom Anfang; in der Mitte der Hauptfläche ist der Schall am tiefsten; in der Nähe der Seitenränder, namentlich der längern, sind besonders die hohen Lagen lauter, so daß der Gesammteindruck höher wird, dies um so mehr, je näher man dem Rande entlang an die Ecken kommt. Geht man von der Mitte der Hauptfläche der Längsachse entlang gegen die kürzern Ränder, so wird der Schall wohl auch etwas höher, aber nicht in dem Grade, als wenn man den längern Rändern sich nähert, namentlich bleibt das Intervall zwischen tiefer und hoher Lage, welches in der Nähe der längern Ränder größer wird, hier unverändert. Bei stärkerem Stoß geht der Klangansatz in einen wirklichen kurzen Klang über, dessen Höhe überall gleich bleibt, dessen Stärke und Dauer gegen die Mitte der Platte zu — gegen die Ränder hin abnimmt. Stützt man die Platte an der Stoßstelle von der Rückseite, indem man etwa einen Finger daselbst andrückt, und hält sie an beliebigen Punkten, so ändert sich das Verhältniß des Schalles dahin, daß die hohen Lagen, mithin auch die Klangansätze und der Klang, wegfallen und nur bei sehr starkem Stoß noch schwach vernommen werden können. Es ist die resultirende Höhe in der Mitte der Hauptfläche am tiefsten; gegen die kurzen Ränder hin, in der Längsachse wird der Schall bei unverändertem Intervall höher, gegen die langen Ränder hin der Querachse entlang noch höher; am höchsten wird er gegen die Ecken hin, woselbst auch das Intervall am größten ist.

Wird die Platte dem ganzen kürzern Rande entlang fest gehalten, so wird namentlich das Intervall zwischen tiefen und hohen Lagen in der Weise verändert, daß es um so größer wird, je näher man an den freien Rand kömmt. Es werden nämlich die tiefen Lagen in dem Grade tiefer und länger, als man in der angegebenen Richtung weiter geht von der Unterstützungsstelle aus, die höhern in demselben Grade höher, namentlich mit sehr hohen kurzen Klangansätzen endend, welche auch hier wieder gegen die Ecken und langen Ränder hin noch höher werden. Alle diese Erscheinungen

treten bei stärkerem Stoß deutlicher hervor. Werden beide kurzen Ränder der Platte fest gehalten, so wird im Allgemeinen der Schall etwas tiefer als früher, namentlich fehlen die Klang-Ansätze; nur ist in diesem Falle der Gesammteindruck des Schalles in der Mitte der Platte am tiefsten, gegen beide befestigten Ränder hin etwas höher. Wird die Platte bei gleicher Dicke kleiner, so wird der Schall höher und kürzer, sonst ändert sich das Verhältniß nicht. Wird sie größer, etwa 12″ lang, so tritt, wie schon bekannt, bei der genannten Unterstützungsweise außer dem gewöhnlichen Schall ein deutlicher Klang auf, der oft so laut ist, daß er den zweiten Schall ganz maskirt; die Höhe des andern Schalles verhält sich übrigens wie früher, während der Klang überall gleich bleibt, höchstens seine Intensität in der bereits angegebenen Weise ändert. An jenen Stellen, wo der gewöhnliche Schall mit sehr hohen Lagen endet, können die höchsten derselben bei dieser Länge der Platte zu wirklichen Klängen werden, die zum Grundklang hinzutreten, und wenn letzterer schwächer wird, denselben fast ganz decken, so daß es bei minder aufmerksamer Beobachtung scheint, als wäre dieser Grundklang höher worden, was niemals geschieht. Solche Stellen der Platte sind namentlich in der Nähe der Ecken und ihren langen Rändern entlang zu finden. Wird die Platte bei 6″ Länge $1/2$″ dick, so wird zunächst aller Schall höher, die Höhendifferenz zwischen Mitte und Ende kleiner, namentlich wenn ein kurzer Rand fest gehalten wird. Ein Klang erscheint hier nur bei sehr starkem Stoß, der aber auch nur sehr kurz ist; sonst gelten dieselben Angaben, wie bei den dünnern Platten. Wird die Platte bei gleicher Dicke 12″ lang, so wird aller Schall etwas tiefer als bei den 6″ langen, besonders die Klänge lauter und länger. Wird die Platte 1″ dick bei 6″ Länge, so wird der Schall abermals etwas höher als bei $1/2$″ Dicke; der Klang bei der normalen Unterstützung fehlt ganz oder ist nur sehr kurz selbst bei starkem Stoß, hingegen sind viel lautere hohe Klangansätze, die bloß in der Mitte der Platte Klang ähnlich werden. Die verschiedenen Unterstützungsarten ändern hier den Schall viel weniger, wenn auch nach denselben Normen wie bei den dünnern. Beim Festhalten eines kurzen Randes ist nicht bloß der Höhenunterschied zwischen der Mitte und dem freien Rande geringer als bei $1/2$″ Dicke, sondern es werden namentlich die hohen Lagen so laut und lang, daß sie die tiefern fast ganz decken und die Gesammthöhe überwiegend durch die hohen bestimmt wird, weßhalb

dieselbe höher ausfällt als in der Mitte der Platte. Bei 12″ Länge und 1″ Dicke sind die Klänge wieder laut und deutlich, der Schall im Ganzen ebenfalls etwas tiefer als bei den 6zölligen, und namentlich bei festgehaltenen kurzem Rand das Verhältniß wieder so, wie bei allen andern mit Ausnahme der 6zölligen 1″ dicken; es ist nämlich am freien Rande der Gesammteindruck wieder tiefer als in der Mitte, weil die Klangansätze nicht so laut, lang und hoch sind, daß sie die tiefen Lagen decken könnten. Werden die Platten an ihren Randflächen gestoßen, so sind zu unterscheiden die kürzern von den längern. Bei 6″ langen und 1″ dicken Platten gibt die kurze Randfläche höhern Schall als an der Hauptfläche und zeigt namentlich bei stärkerem Stoß sehr hohe Lagen, welche die tiefern vollständig maskiren und bei der entsprechenden Unterstützungsweise in einen Klangansatz übergehen, der gegen die Ecken hin lauter und höher wird. Bei sehr starkem Stoß jedoch treten auch in der Mitte der Randfläche Klangansätze hervor, die höher sind, als die gegen die Ecken hin. Wird die gegenüberstehende Randfläche festgehalten während des Stoßes, so fallen die hohen Lagen sammt dem Klangansatz weg. An der größern Randfläche ist im Allgemeinen der Gesammteindruck höher, als an der kürzern, bei starkem Stoße werden aber die tiefern Lagen auch etwas stärker, so daß der Gesammteindruck etwas tiefer ausfällt, als an der kurzen Randfläche. Übrigens wird auch hier gegen die Ecken hin der Schall höher. Bei starkem Stoße werden auch hier die hohen Lagen in der Mitte der Fläche lauter als gegen die Ecken hin. Wird die Platte dünner, so werden sämmtliche Schalllagen tiefer. Bei 12″ langen 1″ dicken Platten ist das Verhältniß ganz gleich, nur daß hier der wirkliche Klang sehr laut wird und die andern Schallarten mehr weniger deckt; seine Höhe ist dieselbe, wie an der Hauptfläche; gegen die Ecken hin wird er allenthalben schwächer und durch hohe Klangansätze maskirt. In der Mitte der Flächen geschieht dies nur bei sehr starkem Stoß, sonst sind sämmtliche Schallarten etwas tiefer als bei kürzern Platten. Werden die Platten dünner, so werden alle Schallarten wieder etwas tiefer.

Werden die Platten statt mit 2zölligen mit größern Kugeln gestossen, so ändert sich die Höhe des Schalles wenig, er wird nämlich etwas tiefer; die Differenz ist um so leichter zu bemerken, je dicker und größer die Platten sind. Bei kleinern Kugeln wird der Schall höher. Werden Metallkugeln zum Stoße benützt, so treten die tiefen

Lagen des Schalles viel stärker hervor als die höhern und sind selbst beim stärksten Stoß laut und deutlich hörbar, sonst ist auch hier dasselbe Verhältniß wie früher bezüglich der Klänge und Klangansätze. Kautschukkugeln geben allenthalben einen tiefen und langen ersten Schall und nur einen sehr kurzen Nachhall als zweiten. Übrigens variirt die Höhe des Schalles in derselben Weise je nach der Unterstützungs- und Stoßstelle, wie früher. Namentlich fällt hier das Verhältniß der tiefen Schalllage deutlicher aus da, wo beim Holz dieselben schwach und durch hohe Lagen fast maskirt sind. Im Allgemeinen ist der Schall tiefer, als bei Holzkugeln. Deckt man die Holzkugel mit einer Kautschukschichte, so wird der Schall im Ganzen etwas tiefer; je stärker der Stoß, um so mehr erscheinen die mittlern und höhern Lagen und maskiren allmählig die tiefern, wobei der Schall im Ganzen doch tiefer bleibt.

Sind die Platten aus dichten Stoffen, Stein oder Metall, so werden im Allgemeinen namentlich die Klänge und Klangansätze viel lauter; der erste Schall ist selbst bei dünnen Platten von demselben Charakter wie bei Kugeln, jenes zweite Moment an demselben, welches bei Holzplatten unterschieden werden kann, fehlt hier ganz. Die Höhe sämmtlicher Schallarten steht übrigens zu der Höhe der Schallarten bei Holzplatten in demselben Verhältniß, wie bei Kugeln. Klangansätze erscheinen an solchen Platten, die keine Klänge geben, beim Granit und Alabaster, während sie beim Marmor noch fehlen. Die Höhe der Klänge gleich großer Platten aus verschiedenen Stoffen verhält sich wie folgt: Marmorklänge sind höher, länger als die vom Alabaster und letztere höher, kürzer als die vom Eisen, die Klangansätze sind da, wo keine Klänge bestehen, am höchsten beim Eisen, darauf folgt Granit, dann Alabaster, zum Schlusse Marmor. Zu bemerken ist noch, daß bei all diesen Stoffen der Unterschied des Schalles an der Hauptfläche und an den Randflächen nicht so groß ist, wie beim Holz. Werden Stein- oder Metallplatten mit Holzkugeln gestossen, so wird der Schall an der Hauptfläche derselben höher, als der zweier Holzkugeln ist, und zwar um so höher, je dünner die Platten, so daß der Schall sich jenem zweier Steinkugeln viel mehr nähert. Werden jedoch die Randflächen gestossen, oder werden die Platten so dick, daß ihr Durchmesser den der Kugel übertrifft, so wird der Schall in ähnlicher Weise tiefer, als der zweier Holzkugeln, als wie der Schall einer Holz- und einer Steinkugel. Bei all diesen

Platten wird der Schall, wenn man sie parallel einer reflectirenden Wand nähert in derselben Entfernung, in der er am intensivsten ist, auch am tiefsten, in allen größern Entfernungen gleichmäßig höher, in kleinern um so höher, je näher der reflectirenden Wand. Bei den Glasscheiben ist der erste und zweite Schall gegenüber den Klängen sehr schwach, wenn man mit der Fingerspitze stößt. Stößt man mit Glaskugeln, so wird der gewöhnliche Schall neben dem Klang sehr laut, seine Höhe ganz analog der bei Holzplatten, wenn die Scheibe so gehalten wird, daß die Klänge entstehen, nämlich gegen die Mitte am tiefsten, gegen die Ränder hin höher. Das eigenthümliche des Schalles ist, daß man nur seine höchsten Lagen vernimmt, die tiefern nicht. Die Klänge entstehen überall, wo bei den Holzplatten Klänge und Klangansätze gehört werden, meist in größerer Anzahl; der Grundton ist am deutlichsten in $^2/_3$ der Entfernung des Centrum von den Ecken, näher gegen die Ecken hört man tiefe und hohe, näher zum Centrum meist nur mittlere und höhere Töne, und nur bei starkem Stoß auch den Grundton.

Bei Stäben ist im Allgemeinen die Art der Untersützung und des Stoßes zu beachten. Werden sie in der zum Klingen günstigen Weise gehalten, so sind bei längern Stäben Klänge und gewöhnlicher Schall zu unterscheiden; erstere sind sowohl bei longitudinalem als auch bei transversalem Stoß durchwegs tiefer bei dünnen und langen, als bei dicken und kurzen; letztere sind bei longitudinalem Stoß aus einer von der Länge abhängigen tiefern und aus einer höhern Lage, die um so höher wird, je dünner der Stab zusammengesetzt, bei stärkerem Stoß können die höhern Lagen in Klangansätze übergehen. Werden die Stäbe an einem Ende festgehalten, so fallen die Klänge weg und nur bei längern, namentlich bei Metallstäben, ersetzen die Klangansätze bei stärkerem Stoß die Klänge. Bei longitudinalem Stoß sind hohe und tiefe Lagen, deren Höhe hauptsächlich von der Länge der Stäbe abhängt, die tiefen Lagen prävaliren bei dünnern, die hohen bei dickern Stäben. Bei transversalem Stoß sondern sich hohe und tiefe Lagen um so deutlicher, je weiter von der Unterstützungsstelle, und zwar werden die hohen Lagen um so höher, je dünner der Stab und je weiter von der Unterstützungsstelle, die tiefen Lagen um so deutlicher, je dicker oder länger der Stab. Die Länge der Stäbe hat auf die hohen Lagen keinen Einfluß.

Bei thierischen Membranen, die über einen Reifen oder über die Mündung eines Cylinders gespannt sind, hört man, wenn sie mit irgend einem Stab gestoßen oder geschlagen werden, theils sehr tiefe Lagen, die nur sehr schwach sind, namentlich bei schwachem Stoß und nur bei concentrirter Aufmerksamkeit vernommen werden, theils auch höhere Lagen, die in der Mitte tiefer, an der Peripherie höher sind, während für die früher erwähnten tiefern Lagen das Umgekehrte gilt. Je größer der Durchmesser der Membran, um so tiefer alle Schallarten. Ist die Spannung der Membran nur gering, so ist der Grundschall wohl tiefer aber schwach; die ihn begleitenden höhern Lagen, namentlich bei stärkerem Stoß ziemlich hoch, so daß zwischen beiden ein großes Intervall besteht. Ist die Spannung hochgradig, so wird der Grundschall etwas höher, die ihn begleitenden höhern Lagen etwas tiefer, so daß der Gesammteindruck leicht für tiefer gehalten werden kann. Auch die Klänge sind am deutlichsten und längsten in der Nähe der Peripherie; daselbt hört man sehr hohe und sehr tiefe Lagen neben einander, in der Mitte der Membran sind bloß Klänge mittlerer Höhe laut, während die tiefern und höhern gar nicht oder nur sehr schwach gehört werden. Dieses gilt für einen gewissen mittlern Normalgrad der Spannung. Läßt diese nach, so schwinden die höhern Klänge ganz, die tiefern werden schwach; nimmt hingegen die Spannung zu oder beginnt die Membran zu trocknen, so schwinden die tiefern Töne, die höhern bleiben wohl laut, werden aber kürzer. Alle diese Schallarten werden bei Cylindern, wenn ihre untere Öffnung offen ist, wesentlich verstärkt, was man nur bei wiederholter Vergleichung des Schalles bei offenem und geschlossenem Cylinderende deutlich erkennen kann. Wird der Cylinderdurchmesser kleiner, so werden alle Schallarten, wie schon angedeutet, höher aber auch kürzer.

Die Schallhöhe fester Stoffe unter Wasser verhält sich wie folgt: Der zweite Schall fällt bekanntlich allenthalben weg und wird durch einen neuen von der Gefäßwand herrührenden ersetzt. Am ersten Schall entfallen demnach die ihn in der Luft deckenden tiefen Lagen, während die ihm eigenthümlichen höhern lauter werden, falls die Tiefe der Wassersäule 4″ — 6″ nicht übersteigt. Die Eindrücke des Schalles unter Wasser im Vergleich zu dem Gesammteindruck in der Luft wird sonach davon abhängen, ob der Gesammteindruck in der Luft überwiegend durch die tiefern oder durch die höhern be-

stimmt wird. Im ersten Falle erscheint nämlich der Schall unter Wasser höher, im zweiten etwas tiefer, als der in der Luft. Da wo Klänge oder Klangansätze den Gesammteindruck in der Luft beherrschen, die dann unter Wasser wegfallen, wird der Schall ebenfalls tiefer. Bei stärkerem Stoße treten auch unter Wasser die hohen Lagen sehr deutlich hervor. Ist nur einer der schallenden Körper unter Wasser, der andere außerhalb, so erklären sich alle Erscheinungen ebenfalls aus dem angeführten allgemeinen Gesetz. Ist von zwei Holzkugeln eine unter Wasser, so wird der zweite Schall nur von einer Kugel herrühren, mithin kürzer und schwächer sein, der erste hingegen durch den tiefen Schall der Gefäßwand verstärkt, der Gesammteindruck mithin tiefer. Ist eine Kugel Metall oder Stein, die andere Holz und taucht die dichtere unter Wasser, so entfällt auch hier die tiefere Lage des Schalles, die in der Luft so laut ist, weil sie dem dichtern Stoff angehört, außerdem wird der Gefäßschall schwach, und es erscheint der Gesammteindruck etwas höher. Ist die Holzkugel unter Wasser, so wird der Schall der Gefäßwand auffallend stark, der Gesammteindruck wird mithin durch den Schall der Gefäßwand bestimmt, so daß er etwas tiefer erscheint. Ähnliche Resultate geben auch Platten unter Wasser. Werden Glasscheiben oder Glocken unter Wasser tönend gemacht, so werden ihre Klänge viel kürzer und tiefer; werden gewöhnliche Wassergefäße aus Glas mit Wasser gefüllt und dann durch Anstoßen an dieselben ein Klang erzeugt, so ist dieser ebenfalls tiefer und etwas kürzer, als wenn das Gefäß leer ist, aber nicht um so vieles tiefer, als wenn das Gefäß ganz unter Wasser ist. Bei einem ganz gewöhnlichen Trinkglas beträgt die Differenz der Höhe, wenn es bloß gefüllt ist mit Wasser, etwa eine Quinte, während sie, wenn es unter Wasser ist, fast ganz zwei Octaven beträgt im Verhältniß zu der Höhe des ganz leeren Gefäßes. Ist ein solches Glas nur zur Hälfte mit Wasser gefüllt, so entsteht gar kein Klang.

Wird Schall dadurch erzeugt, daß eine Scheibe oder sonstige feste Körper in der Luft rasch bewegt werden, so verhält sich die Höhe insofern analog dem Schalle fester Körper, als auch hier bei sorgfältiger Beobachtung an ein und demselben Schalle verschiedene Höhen unterschieden werden können; am deutlichsten tritt dies bei rasch geschwungenen Stäben hervor. Die höchsten Schalllagen können

auch hier allmählig an Intensität derart zunehmen, daß sie die tiefern ganz decken und als Töne oder Klänge vernommen werden. Die Gesammthöhe der hieher gehörigen Schallarten hängt von der Größe der festen Körper ab; je größer diese, um so tiefer jene, die Zahl und Mächtigkeit der hohen Lagen hingegen von der Geschwindigkeit der Bewegung. Da aber diese hohen Lagen die tiefern an Intensität übertreffen, mithin den Gesammteindruck beherrschen können, so ist die Gesammthöhe auch von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängig. Der Schall, der beim Durchströmen von Gas oder Luft durch Röhren entsteht, ist ebenfalls um so tiefer, je weiter und länger die Röhren, hat um so mehr und um so stärkere hohe Lagen, je größer die Stromgeschwindigkeit. Bei konischen Röhren ist der Schall etwas tiefer aber auch lauter, wenn der Strom gegen die weite Mündung streicht, weil die hohen Lagen desselben sehr schwach sind im Vergleich zu den tiefsten und mittlern; hingegen sind die hohen Lagen überwiegend, die tiefen und mittlern sehr schwach, wenn die Stromrichtung umgekehrt ist. Sind Verengerungen an der Röhre, so sind die hohen Schallagen um so lauter, je näher die Verengerung dem Ende der Röhre. Trifft der Luftstrom nach seinem Austritt aus der cylindrischen Röhre auf feste Körper, so wird der ursprüngliche Schall durch neuen verstärkt, der ebenfalls um so tiefer ist, je größer die Fläche, die der Luftstrom trifft und der um so höhere Schalllagen hat, je mehr Kanten der Luftstrom trifft; der Gesammteindruck des Schalles hängt nun davon ab, welcher von beiden Factoren intensiver ist. Ist der neue Schall von einer einfachen Ebene herrührend, so wird der ursprüngliche Schall höchstens durch einen etwas tiefern verstärkt; ist aber der entgegenstehende Körper kantig, so treten sehr hohe Schalllagen zu dem ursprünglichen, so daß dessen Gesammteindruck etwas höher wird. Beobachtet man den Schall im Innern der Röhre durch ein Hörrohr, so ist die Höhe verschieden, je nachdem durch den beborchten Theil der Luftstrom geht oder je nachdem der Schall des Luftstromes, der anderswo entsteht, sich bloß an die behorchte Stelle hin fortpflanzt. Geht der Luftstrom durch die behorchte Stelle, so hängt die Tiefe des Schalles von der Länge der Röhre, die Zahl und die Höhe der höhern Lagen desselben theils von der Weite der Röhre, theils von der Stelle, an der gehorcht wird, ab. Es treten nämlich bei längern (60 Cm.) Röhren in der Nähe der Öffnung der Röhre immer die lautesten höhern Lagen auf, so daß bei großer Stromgeschwindig-

keit, mithin großer Intensität dieser hohen Lagen der Gesammteindruck des Schalles an der offenen Mündung ein höherer ist, als näher der Eintrittsstelle des Stromes, wo der weichere tiefere Theil überwiegt und auch lauter ist; bei kürzern Röhren ist diese Höhendifferenz kleiner, schließlich verschwindend (bei circa 30 Cm.). Außerdem ändert sich die Höhe der hohen Lagen, d. i. des harten Theiles mit der Weite der Röhre, sie werden nämlich um so tiefer, je weiter die Röhre, sie nähern sich mithin um so mehr dem weichen Grundschall und verstärken ihn auch um so mehr, während bei engen Röhren bei gleichbleibendem Grundschall die hohen Lagen immer höher werden, so daß der Gesammteindruck des Schalles bei dünnen Röhren ein etwas höherer ist, als bei dickeren. Geht kein Luftstrom durch die behorchte Stelle, so erscheint der fortgepflanzte Schall überall tiefer, als bei offener Mündung; übrigens hängt er abgesehen von dem ursprünglichen Schall auch noch von der Länge, Weite des bezüglichen Rohrstückes und von der Stelle, wo das Hörrohr anliegt, ab. In unmittelbarer Nähe der Eintrittsstelle hat der Schall stärkere Höhenlagen als in der Entfernung, er ist mithin dort etwas höher als hier. Bei Rohrstücken von über 30 Cm. Länge ist der weiche Grundschall in der Nähe der Eintrittsstelle minder laut, aber der harte Theil tiefer und laut, die Gesammthöhe von diesem abhängig; bei mittlerer Länge von über 15 Cm. ist der harte Theil höher und ebenfalls den Gesammteindruck beherrschend, weil der weiche noch schwächer ist als früher; bei ganz kurzen circa 10 Cm. langen Röhren ist der weichere Theil des Schalles sehr laut, der harte nur schwach, so daß ersterer den Gesammteindruck beherrscht. Dieser ist demnach bei ganz kurzen Röhren am tiefsten, bei mittlern am höchsten und bei den längern von mittlerer Tiefe. Wird das Rohr noch länger als 30 Cm., so wird wieder der weiche Theil des Schalles allmälig lauter, bis er bei Rohrstücken von circa 55 Cm. Länge wieder fast so laut wird, als wie bei den kürzesten. Bei noch längern nimmt er jedoch wieder an Intensität ab; die Weite des Rohrstückes hat auf den fortgepflanzten Schall denselben Einfluß wie auf den ursprünglichen.

Die Höhe des Schalles, der in einem lufthältigen Gefäße entsteht, wenn an seiner Mündung feste Körper schallen, hängt von der Größe der reflectirenden Fläche im Verhältniß zum ganzen Luftvolum und von der Entfernung des schallenden Körpers ab; in unmittelbarster Nähe der Mündung oder innerhalb derselben erzeugt er den

tiefsten Reflexschall. Je weiter der schallende Körper von der Mündung in gerader Linie in der Achse des Luftraumes entfernt, um so höher wird der Schall, wobei er aber allerdings auch schwächer wird. Der Gesammteindruck aller Schallarten, die bei dieser Gelegenheit gehört werden, hängt selbstverständlich davon ab, ob der ursprüngliche oder der neue lauter ist; im ersten Falle wird der ursprüngliche bloß durch höhere oder tiefere Lagen verstärkt, im letztern hingegen ganz und gar die Höhe des neuen maßgebend sein.

Wird an einer mit Luft gefüllten Thierblase mittelst einer auf die Membran gelegten Elfenbeinplatte Schall erzeugt, indem man mit weichen Körpern auf dieselbe stößt, so hat man folgende Höhen-Verhältnisse. Der Gesammteindruck des Schalles ist um so höher, je kleiner die Blase, je größer ihre Spannung und je weniger tief die Platte in die Blase hineingedrückt ist. Legt man zwischen Elfenbeinplatte und Blase Kautschukschichten, so wird der Gesammteindruck viel tiefer.

Leitet man den Schall einer Menschenstimme durch Röhren, so sind namentlich die dabei entstehenden einfachen Töne um so tiefer, je weiter die Röhre. Der der Stimme ähnliche Schall hat bei weitern Röhren eine größere Anzahl höherer Lagen als bei engern, ebenso bei kürzern Röhren im Vergleich zu längern. Es erscheint deßhalb auch derselbe schwächer und dem Gesammteindruck nach tiefer bei engern und längern Röhren, eben so sämmtliche Schallarten tiefer, wenn die Röhenmündung geschlossen ist.

E. Von der Schallfarbe.

Dieser Schallcharakter ist, wenn der Schall als Objectmerkmal betrachtet wird, von größter Wichtigkeit unter allen Schallcharakteren; er umfaßt vorläufig noch mehrere Arten von Verschiedenheiten, die sich unter den vier bisher behandelten Begriffen nicht subsumiren lassen. Eine wissenschaftliche brauchbare Terminologie der Schallfarben kann allerdings nur auf Grundlage: 1. einer exacten naturgeschichtlichen Beobachtung des Schalles als subjectiver Empfindung; und 2. der physikalischen Vorgänge, die ihnen zu Grunde liegen, eingeführt werden. Da jedoch von den den Schallfarben zu Grunde liegenden physikalischen Vorgängen fast noch gar nichts bekannt

ist, so muß einstweilen die Terminologie hauptsächlich auf die rein naturgeschichtliche Beobachtung der subjectiven Empfindung sich stützen.

Bei dieser Beobachtung ergibt sich die erste und radicalste Scheidung aller Schallphänomene aus folgendem. Vergleicht man den Charakter von allerlei Luftgeräuschen mit dem von Lufttönen, so findet man, daß letztere meistens gewissermaßen sprungweise aus erstern hervorgehen, aber nicht durch einfache Intensitäts-Steigerung der Geräusche, da diese oft viel intensiver sein können, als die Töne, auch nicht durch Höhenwechsel, da beide möglicherweise gleiche Höhe haben können; eben so wenig durch Unterschiede in der Dauer, Zusammensetzung oder der Regelmäßigkeit, da Luftgeräusche eben so gleichmäßig und regelmäßig sein können wie Töne; sondern es bilden Lufttöne gegenüber von Geräuschen, durch die sie angeregt werden, eine ganz selbstständige Schallspecies, neben der letztere unverändert fortbestehen, die somit gar nicht vergleichbar sind mit einander. Es verhält sich mit ihnen beiläufig wie mit den Lichtstrahlen, die in warmen Körpern entsehen; auch hier kann man nicht sagen, daß Wärmeschwingungen durch Intensitätszunahme in rothleuchtende, diese wieder in gelbe und weiße Lichtstrahlen übergehen, sondern es entstehen die Lichtstrahlen durch aber nicht aus den Wärmestrahlen, letztere bestehen neben den erstern fort. Wenn mitunter ein allmäliger Übergang der einen Schallart in die andere zu bestehen scheint, so ist er nur dadurch bedingt, daß von dem neuen Schall, nämlich dem Tone, nur schwache Spuren sich bilden, neben dem der ursprüngliche gehört wird, und daß diese schwachen Spuren an Intensität zunehmen, bis sie schließlich den ursprünglichen Schall ganz maskiren.

So wie bei der Luft ist auch bei festen Körpern ein allmäliger Übergang ähnlicher Schallfarben in einander zu constatiren. Nimmt man von Körpern, die durch Temperatureinfluß ihre Consistenz leicht ändern, weicher und härter werden, z. B. Hartkautschuk oder Pech, eine Reihe von verschiedenen Härtegraden, oder stellt man sich eine solche Härtescala aus verschiedenen Stoffen zusammen, z. B. aus weichem Kautschuk, stark durchfeuchtetem Kork und weichem Holz, von beiden in ganz trockenem Zustande, hartem Holz, Elfenbein etc.; und schließlich eine ähnliche Scala aus verschieden stark gespannten feuchten thierischen Membranen, Bändern und Fäden, so findet man

bei all diesen Stoffen, wenn sie schallend gemacht werden, den allmäligen Übergang zweier in derselben Weise von einander verschiedener Schallfarben, wie Lufttöne und Geräusche es sind, angedeutet, und zwar bei den weichsten den Geräusch- bei den härtesten den Tonähnlichen Schall. Da man nun den Geräusch ähnlichen Schall nicht als aus einer bloßen Unregelmäßigkeit des Ton ähnlichen ableiten kann, so müssen beide als selbstständige Schallfarben bezeichnet werden, für die sich die Ausdrücke hell und matt empfehlen. Der helle Schall erreicht wohl im Allgemeinen höhere Intensitätsgrade und pflanzt sich auf größere Entfernungen fort, aber dieses Moment ist nicht das specifisch Verschiedene an beiden.

Zwischen den beiden Extremen des matt und hell besteht selbstverständlich eine ganze Scala von allmäligen Übergängen, die ganz besonders durch Mischung beider Schallfarben in verschiedenen Verhältnissen entstehen. Man findet aber beim Übergang sowohl des klopfenden als auch des continuirlichen matten Schalles in den hellen, Schallfarben, die wesentlich verschieden sind von beiden, so z. B. wenn man Kautschukkugeln mit harten Stoffen oder weiche durchnäßte Holzkugeln mit einander oder auch mit dichtern Stoffen stößt, eben so wenn man nur mäßig gespannte Membrane oder mäßig gespannte lufthältige Blasen mit etwas dickerer steiferer Wand schallend macht; wenn man in kugligen Hohlräumen von größern Dimensionen und kleinen Öffnungen (großen Lampenkugeln) einen Reflexschall erregt; bei continuirlichem Schall sind ähnliche Übergangsstufen zu finden, die mit den Ausdrücken hell und matt nicht hinreichend genau charakterisirt werden können. Es scheint zweckmäßig diese Übergangsstufen zu einer eigenen Schallfarbenspecies zusammenzufassen, zu deren Bezeichnung sich am besten die Ausdrücke weich und hart empfehlen, die in Verbindung mit der Bezeichnung matt und hell allen hieher gehörigen Schallcharakteren genügen können. Es müßte nämlich sowohl der matte als auch der helle Schall in einen weichen und harten gesondert werden, so daß matt und weich beiläufig der Schall zweier weicher Kautschukkugeln, der durch engere Röhren oder wenn durch weitere, so nur mit geringer Geschwindigkeit strömenden Luft hieße; matt und hart hingegen etwa der Schall von zwei Bleikugeln, von zwei durch Kautschuklagen getrennten Stein- und Metallkugeln, ferner der innere Schall von durch beliebige Röhren mit großer Geschwindig-

keit strömenden Luft (rauh, scharf, synonyma) etc., hell und weich (synonym dumpf) hingegen hieße der Schall von Kork, durchnäßten Holzkugeln, von Holz- und Metalkugeln, von nur mäßig gespannten Membranen und lufthältigen Blasen, der Reflexschall in großen kugligen Hohlräumen mit kleiner Öffnung, der Ton von Flöten, hölzernen dünnwandigen gedeckten Orgelpfeifen; hell und hart schließlich der Schall aller Hartholz-, Stein-, Metallkugeln, der Klang der meisten Saiten- und Blechblase-Instrumente etc.

Eine weitere Scheidung der Schallphänomene ergibt sich aus folgenden Thatsachen:

Wenn man den Schall zweier harter Körper in unmittelbarer Nähe genau beachtet, so bemerkt man schon zwischen dem ersten und zweiten Schall eine wesentliche Verschiedenheit. Der erste ist nämlich kurz, bezüglich seiner Intensität gleichmäßig, beginnt und endet wie scharf abgehackt; der zweite hingegen ändert constant seine Intensität, wird sehr schnell aber doch nur allmälig schwächer und verhallt mehr weniger langsam. Aus dieser Eigenthümlichkeit beider Schallarten scheint eine ganz besondere Verschiedenheit der psychischen Wahrnehmungsweise für beide zu resultiren. Wir beziehen nämlich den ersten Schall jedesmal auf eine bestimmte Fläche des schallenden Körpers, auf einen mehr oder weniger großen Fleck an dieser Fläche. Allerdings ist das Raummaß hier lange nicht so entwickelt, wie bei den eigentlichen, Raumesanschauung vermittelnden Sinnesorganen, und wird deßhalb das Localisiren des ersten Schalles nicht so ohneweiters zum Bewußtsein gebracht, sondern es muß erst die Aufmerksamkeit speciell darauf gerichtet sein, und muß zu wiederholten Malen der Wahrnehmungsact nach dieser Richtung geprüft werden, aber wenn dies geschehen ist, wird sich die Thatsache des Localisirens wohl Niemandem entziehen. Beim zweiten Schall fester Körper findet dieses Localisiren auf einen bestimmten Theil der Fläche durchaus nicht statt, wir versetzen wohl auch den zweiten Schall in der Regel in eine mehr weniger genau bestimmte Entfernung vom Ohr, nicht aber an eine bestimmte Stelle der Oberfläche des betreffenden Körpers, sondern es ist im Gegentheil meist die ganze Oberfläche auf die wir ihn beziehen. Ist der schallende Körper in größerer Entfernung vom Ohre, so ist der erste Schall als solcher nicht mehr isolirt wahrnehmbar, er wird durch den zweiten ganz gedeckt, aber jene Eigenthümlichkeit seiner Wahrneh-

mungsart bleibt erhalten, so daß wir auch noch in einiger Entfernung den Gesammtschall nicht bloß auf die ganze Körperoberfläche, sondern auch noch auf einen bestimmten Punkt seiner Oberfläche beziehen und hierin ist namentlich die Eigenthümlichkeit des klopfenden Schalles zu suchen. Nur bei sehr großen Entfernungen verliert der klopfende Schall diese Eigenthümlichkeit, damit aber auch zugleich seine Intensität. So wie beim klopfenden, geschieht es aber auch beim continuirlichen Schall, sowohl dem matten Luftgeräusch als auch dem hellen Schall, der Beispielsweise durch einen gleichmäßigen starken Wasserstrahl, der auf feste oder auch flüssige Massen fällt, erzeugt wird, oder dadurch, daß kleine Körper in Masse (etwa Schotter) in gleichmäßiger Weise anhaltend von einer bestimmten Höhe auf den Boden fallen. In beiden Fällen erscheint der Schall in nicht zu großer Nähe gleichmäßig hell, aber auf eine Fläche localisirt, hingegen erscheint bei Luftgeräuschen im Freien oder im Innern von Röhren der weichere tiefere Theil nicht auf eine Fläche localisirt, sondern nur der harte oder rauhe Theil. Ebenso erscheinen alle musikalischen Lufttöne, die Klänge der meisten musikalischen Instrumente nicht auf die Oberfläche localisirt, sondern werden auf die ganze Masse der betreffenden Körper bezogen, was z. B. bei Violinen, Clavieren schon daran zu erkennen ist, daß bei erstern das kratzende Geräusch, bei letztern der klopfende Hammerschall, wenn die Instrumente schlecht sind, im Punkte des Localisirens auffällig von den reinen Klängen sich unterscheiden. Es bietet mithin das Localisiren des Schalles vom naturgeschichtlichen Standpunkte ein hinreichend bestimmtes Princip zum Unterscheiden einer specifischen Schallfarbe, deren Extreme als localisirter und diffuser oder nicht localisirter Schall oder auch als Flächenschall und Massenschall bezeichnet werden können.

Daß auch zwischen localisirtem und nicht localisirtem Schall durch Mischung allerlei Zwischenglieder entstehen können, bedarf kaum noch einer besondern Erwähnung; eine eigene Bezeichnung für solche Übergangsstufen aufzustellen, ist jedoch überflüssig.

Aus allerlei Thatsachen ergibt sich aber noch ein viertes Princip für die Sonderung der Schallfarben. Es ist nämlich sowohl beim localisirten als auch nicht localisirten Schall die Farbe je nach der Größe einerseits der Fläche, andererseits des ganzen Körpers mehr weniger verschieden. Es genügt, bloß auf musikalische Klänge hinzuweisen;

wenn man z. B. irgend einen tiefern Ton einer Violine mit ganz demselben Ton einer Baßgeige, bei der er natürlich zu den hohen gehört, vergleicht, oder in ähnlicher Weise einen tiefern Ton des Piccolo mit demselben der Flöte, oder letztere mit einem gleichen Orgelton u. s. w., so wird man überall die Schallfarbe anders finden. Für den nicht musikalischen Schall bedarf es wohl gar keiner Beispiele, um die Verschiedenheit hervorzuheben; ebenso wenig bedarf es einer weitern Auseinandersetzung, daß diese Verschiedenheiten sich unter die bereits besprochenen Begriffe nicht subsumiren lassen. Die Ausdrücke groß und klein entsprechen so vollständig dem hier zu bezeichnenden Begriff, daß sie wohl beibehalten werden können als Benennung einer specifischen alle diese Verschiedenheiten in sich fassenden Schallfarbe.

Endlich ergibt sich ein fünftes Eintheilungsprincip der Schallfarben aus folgenden Thatsachen. Wenn man den Klang sehr guter musikalischer Instrumente, etwa Violinen, Claviere etc. mit dem Klange minder guter vergleicht, so bemerkt man leicht einen Unterschied, der mit keinem der bisher angeführten Ausdrücke erschöpfend bezeichnet werden kann; denselben oder doch einen ähnlichen Unterschied findet man auch zwischen der sogenannten Brust- und Kopfstimme beim Menschen, zwischen der menschlichen Stimme überhaupt und den Klängen der Mehrzahl aller musikalischen Instrumente. Ähnliche Thatsachen trifft man wohl auch beim nicht musikalischen hellen Schall; so z. B. ist der zweite Schall von Eisenkugeln, selbst wenn er dieselbe Höhe hat wie der von Holzkugeln, was bei bestimmten Differenzen in der Größe sehr wohl möglich ist, doch verschieden von dem zweiten Schall dieser letztern; noch deutlicher sind solche Differenzen, wenn der Schall von Platten aus verschiedenen Stoffen bei gleicher Höhe und Intensität verglichen wird, etwa der Schall der schmalen Randflächen dickerer Holzplatten mit einem gleich hohen der Hauptfläche von dünnern Steinplatten etc. In allen diesen Fällen könnte man wohl die Differenz, immerhin mit Hilfe der Ausdrücke hart und weich, groß und klein, aber nicht mit hinreichender Genauigkeit bezeichnen, so daß es vom naturhistorischen Standpunkt nicht unzweckmäßig erscheint, diese Verschiedenheiten zu einer eigenen Schallfarbenspecies mit der Bezeichnung voll und leer zusammenzufassen; es wäre demnach der Klang guter Instrumente, der menschlichen Stimme, besonders der Bruststimme, der

zweite Schall von Stein- und Matallkugeln etc. voll; hingegen der Klang minder guter Instrumente, der zweite Schall von Holzkugeln etc. leer. Varietäten der Schallfarben voll wären dann gewissermaßen die Vocale, deren Analyse nach Helmholtz am vollständigsten ausgeführt ist.

An die bisher angeführten Schallfarben lassen sich noch gewisse Eigenthümlichkeiten, die aus einer bestimmten Combination der Dauer, Intensität und Höhe namentlich klopfender Schallarten hervorgehen, anreihen, wobei nur zu bemerken ist, daß diese Eigenthümlichkeiten nicht als Schallfarben in dem frühern Sinne betrachtet werden können. Es kann nämlich beim klopfenden Schall die Intensität desselben während seiner ganzen Dauer vollkommen gleich bleiben, oder in rascher Abnahme allmälig erlöschen. Im erstern Falle wird der Schall wie abgehackt erscheinen, was namentlich überall vom ersten Schall gilt. Für diese Schalleigenthümlichkeit würde sich wohl am besten die Bezeichnung dumpf oder gedämpft empfehlen. Der zweite Fall, daß nämlich die Schallintensität nicht plötzlich, sondern unter einer wenn auch höchst kurzen, doch deutlich bemerkbaren successiven Abnahme erlischt, kömmt bei jedem zweiten Schall und den sogenannten Reflexschallarten von Lufträumen vor; für diese Eigenthümlichkeit würde sich die Bezeichnung hallend oder verhallend empfehlen, falls die Dauer des Schalles eine sehr kurze ist; ist die Dauer eine etwas längere, so muß ohnehin die Bezeichnung tönend für denselben gebraucht werden. Bei dem zweiten und den Reflexschallarten kann aber auch die Schallhöhe während der Dauer des Schalles wechseln, die ursprüngliche Höhe, wenn auch sehr rasch, aber doch merklich allmälig in immer höhere Lagen übergehen, um in der höchsten Lage (als Klangansatz) zu erlöschen, während ein anderes Mal die Höhe unverändert bleibt bis zum Erlöschen. Es würde sich somit für den in wechselnder Höhe verhallenden Schall die Bezeichnung klingend empfehlen, so daß im Allgemeinen der Schall entweder dumpf, d. h. abgehackt, oder im Gegensatz dazu hallend und klingend oder auch verhallend und verklingend sein kann, selbst wenn er nicht tönend ist.

Schließlich ist noch zu constatiren, daß die Grundarten der Schallfarben in der mannigfachsten Weise unter einander in Combination treten, und die combinirten Schallfarben mehr weniger innig

mit einander verschmelzen können, woraus dann eine Reihe von Combinationsfarben sich ergeben, für die einige Beispiele angeführt werden mögen. Sowohl beim klopfenden, als auch beim continuirlichen Schall combiniren sich mitunter matte mit hellen Lagen. Dies merkt man, wenn dichte Stoffe, etwa Metalle, mit dünnen, etwa Holz, zusammenstoßen, wenn ein sehr starker Luftstrom an der Mündung eines weiten Luftraumes vorbeistreicht. Aus dieser Combination gehen wohl die schon erwähnten Übergangsstufen vom matten zum hellen hervor, aber nur wenn beide in Combination tretende Farben innig mit einander verschmolzen sind, und sich durch das Gehör nicht auflösen lassen. Bei der hier in Rede stehenden Combination ist jedoch die Verschmelzung keineswegs eine innige, so daß selbst das freie Ohr bei einiger Aufmerksamkeit beide Farben von einander zu sondern im Stande ist. Ebenso combinirt sich häufig der localisirte mit nicht localisirtem, so bei allen harten Kugeln der erste und zweite Schall; bei manchen musikalischen Instrumenten, den Posaunen und Trompeten unterscheidet man einen großen auf eine Fläche bezogenen Schall neben einem nicht localisirten. Ebenso treten der große und kleine Schall, der volle und leere, mitunter in Combination. Hiefür scheint der näselnde Charakter der menschlichen Stimme, wenn man den Schall bei vorne geschlossener Nase in die Nasenhöhle leitet, ebenso die Farbe der mit Zungenpfeifen versehenen Instrumente Oboë, Clarinette, Fagott zu sprechen. Bei sehr sorgfältiger Beobachtung der menschlichen näselnden Stimme scheint es nämlich, daß der kleine volle Schall des ober der Stimmritze gelegenen Kehlkopfraumes mit dem großen leeren (oder dumpfen) der Nasenhöhle nur theilweise verschmolzen, den näselnden Charakter bedingen, ebenso verschmilzt bei den Zungenpfeifen ein kleiner voller Schall, der von der Zunge und der sie zunächst umgebenden Luft herrührt, nur theilweise mit dem großen, leeren (dumpfen), der in der ganzen Luftsäule des Rohres durch Resonanz entsteht. Beim klopfenden Schall ist etwas ähnliches zu bemerken; wenn man eine große, Klänge gebende Platte in der Nähe ihrer langen Ränder stößt, bekommt der Schall einen näselnden Charakter, weil dabei ein großer leerer tiefer Schall mit kleinen vollen höhern in Combination tritt.

Was nun die Schallfarben der bisher untersuchten Stoffe und Formen anbelangt, so ist Folgendes zu constatiren:

Kugelige Körper unterscheiden sich bezüglich der Schallfarbe in erster Linie nach dem Stoffe, in zweiter nach der Größe. Der erste Schall ist allenthalben zu kurz, um seine Farbe genau beurtheilen zu können, da die Wahrnehmung des lautern und längern zweiten Schalles die Beurtheilung der Farbe des ersten unmöglich macht. Man kann nur ganz im Allgemeinen constatiren, daß die Helligkeit oder vielmehr die Härte des Schalles nach der ohnehin bekannten Härte der Stoffe variirt und daß er ausnahmslos mehr oder weniger abgehackt, d. i. gedämpft erscheint. Am zweiten Schall ist Größe und Völle zu unterscheiden. Es ist derselbe, nämlich bei Metall und Stein im Allgemeinen kleiner aber voller, als bei Holz, wo er größer und leerer erscheint; übrigens bei Blei weich, leer, ebenso bei weichem Holz im Vergleich zum harten. Bei verschieden dichten Stoffen wird der scheinbar erste Schall größer und weicher, als bei jedem der combinirten Stoffe allein, der scheinbar zweite Schall bleibt gewöhnlich dem des minder dichten Stoffes gleich, nur etwas tiefer und weicher, in Wirklichkeit sind; wie schon früher erwähnt, die tiefsten Lagen dem dichtern Stoffe und dem zweiten Schall angehörig, und werden wegen ihrer Kürze auf den ersten bezogen. Wird zwischen zwei Kugeln eine Kautschukschichte gelegt, so wird der erste Schall bei dünnen Schichten bloß weich, bei dicken ganz matt, der zweite, der nur bei stärkerem Stoße auftritt, ebenfalls weich hallend. Bei Platten ist der erste Schall im Allgemeinen noch viel schwieriger vom zweiten zu sondern, als bei Kugeln, so daß über dessen Farbe nicht mehr angegeben werden kann, als über die der Kugeln. Der zweite Schall ist im Allgemeinen verklingend, wenn die Ränder der Platte nur lose oder nur an den bekannten Stellen gehalten werden, selbst wenn die Stoßstelle von rückwärts unterstützt ist; hingegen wenn ein ganzer Rand, oder gar beide parallel befestigt sind, so wird er hallend, und zwar um so auffallender, je biegsamer der Stoff, so z. B. beim Holz viel mehr, als bei Stein und Metall. Bei verschiedenen Stoffen ist auch sonst derselbe Unterschied, wie bei Kugeln. Stein und Metall geben nämlich einen kleinern aber vollern zweiten Schall, abgesehen von den bereits bekannten Höhen- und sonstigen Differenzen. Bei dünnern Platten ist der Schall im Allgemeinen größer, bei dickern kleiner, auf der Hauptfläche allenthalben weitaus größer, als auf den Randflächen. Auch die Klänge sind bei

dünnern Platten größer, als bei dickern, da hier die Größe mit der Tiefe gleichen Schritt hält.

Bei Glasscheiben ist der erste Schall, wenn sie mit dem Finger gestoßen werden und Klänge geben, sehr matt, klein und nur in der Mitte der Platte wird er hell, weich und größer, zeigt dann auch jene zwei Momente, die bei dünnen Holzplatten vorhanden sind, aber das erste so schwach, daß es fast gar nicht unterscheidbar ist. Bei am Rande gedämpften Scheiben hingegen ist der erste Schall recht groß, namentlich in der Mitte der Scheibe am größten, ist aber wie bei dünnen Platten, vom zweiten kaum zu sondern; der zweite erscheint nur bei etwas stärkerem Stoße, oder beim Stoße mit harten Stoffen, in welch letzterem Falle auch der erste Schall in ähnlicher Weise wie bei Platten vernommen wird. Bei Stäben ist der erste Schall eben so schwer zu beurtheilen, wie bei Kugeln; beim Längenstoß ist er im Allgemeinen heller, als beim Querstoß, in letzterem Falle bei dickern Stäben heller als bei dünnern, ebenso bei längern heller als bei kürzern. Der zweite Schall ist, wenn die Stäbe fest gehalten sind, beim Längenstoß hallend groß, beim Querstoß klein, jedoch um so größer, je näher der Mitte. Sind die Stäbe lose gehalten, so treten Klänge oder Klangansätze auf, die den zweiten Schall maskiren.

Die Schallfarbe des Schalles fester Körper unter Wasser ist nicht genau zu beurtheilen wegen des gleichzeitigen Schalles der Gefäßwand und der Kürze des Schalles; im Allgemeinen ist der Schall, wie bekannt, gedämpft; der erste Schall, der gehört wird, hat annähernd dieselbe Farbe wie in der Luft, ist aber dabei doch meist heller.

Der Schall, der durch Bewegung fester Körper in der Luft entsteht, ist matt, kann aber bei sehr großer Bewegungsgeschwindigkeit mit einem wenig intensiven hellen Schall gemischt erscheinen, so z. B. beim raschen Rotiren von an einer längern Schnur befestigten Körpern, oder beim Schwingen sehr biegsamer Stäbe etc. Außerdem kann der Schall härter oder weicher, größer oder kleiner sein. Erstere Farbe hängt mit der Bewegungsgeschwindigkeit, letztere mit der Größe der Körper zusammen, jedesmal ist er mit Ausnahme der hell gewordenen immer localisirt. Der Schall von durch Röhren strömender Luft ist, von außen gehört, immer matt, aus einem weichern und einem härtern rauhen Theil zusammengesetzt, nur letzterer

localisirt. Der weichere Theil überwiegt bei langen oder weiten, der härtere bei engen oder kurzen Röhren. Münden engere in weitere Röhren, so überwiegt der härtere Schall, wenn der Strom vom weiten zum engen geht, der weichere im umgekehrten Falle. Sind Verengerungen an der Röhre, so wird namentlich der harte rauhe Theil der Schalles voller, wenn die Verengerung in der Nähe der Öffnung, der weiche hingegen, wenn die Verengung mehr gegen das Mundstück der Röhre sich befindet. Trifft der Luftstrom einen Widerstand, so wird der Schall durch einen neuen verstärkt, der um so härter, rauher ist, je kantiger der Widerstand, um so voller, je mehr ein abgeschlossener Luftraum dabei von dem Luftstrom berührt wird. In letzterem Falle taucht bei zunehmender Stromgeschwindigkeit allmählig auch ein nicht localisirter heller Schall (Ton) auf. Der durch die Rohrwand behorchte Schall zeigt bezüglich seiner Farbe große Mannigfaltigkeit. Zum Theil lassen sich diese Farben allerdings in Höhenverhältnisse auflösen, wie das aus den betreffenden Angaben ersichtlich. Eine derartige Analyse ist jedoch nicht in erschöpfender Weise möglich. Abgesehen von dem Härtegrad und der Größe des Schalles sind an demselben noch verschiedene Grade und verschiedene mit den Vocalen zu bezeichnende Modificationen der Völle zu unterscheiden. Alle diese Verschiedenheiten hängen, ähnlich den auf die Höhe bezüglichen bei einfachen Röhren, von der Länge und Weite, der Dicke und sonstigen Beschaffenheit der Rohrwände ab; bei zusammengesetzten hingegen außerdem noch von dem Verhältniß aller dieser Rohreigenschaften an den einzelnen Theilröhren zu einander, so wie auch von der Richtung des den Schall erzeugenden Luftstromes. Bei einfachen Röhren ist der weiche Theil des Schalles bei 60 Cm. Länge und $1\frac{1}{4}$ Cm. Durchmesser am offenen Ende minder voll als am Anfange; der harte voller, in der Mitte der weiche am vollsten; bei 30 Cm. Länge ist diese Differenz analog aber geringer; bei engern Röhren ist diese Differenz auch noch bei kürzern, analog den langen weiten, nämlich am Anfang wenigstens bezüglich des weichern Theiles etwas voller, in der Mitte am vollsten; übrigens ist der Schall bei engern Röhren weitaus leerer als bei weitern von gleicher Länge, namentlich wird der harte Theil immer leerer, je enger die Röhre. Wird die Röhrenwand dicker, so wird der Schall immer schwächer, es entfällt dann der schwächere Theil bei einer gewissen Dicke ganz, während der

stärkere noch durchgehört wird, so daß der ganze Schall gewissermaßen einen andern Charakter annimmt, einfach wird.

Bei zusammengesetzten Röhren ist folgendes Schema am zweckmäßigsten: Man läßt von einem 60 Cm. langen weiten Rohr zwei kürzere von gleicher Länge abzweigen, von denen eines nur wenig, das andere viel enger ist als das Hauptrohr.

Geht nun der Luftstrom vom Hauptrohr zu den Zweigröhren und horcht man zunächst am Hauptrohr unmittelbar vor seiner Verzweigung, so findet man den Schall entspechend den Angaben über einfache Röhren, als würde man beiläufig in der Mitte eines langen Rohres horchen. Vergleicht man nun diesen Schall mit dem am weitern Zweigrohr unmittelbar hinter der Verzweigung, so findet man, daß namentlich der weichere Theil leerer, der härtere hingegen voller geworden ist; am freien Ende des Zweigrohres ist dieses Verhältniß noch deutlicher. Schließt man das zweite Zweigrohr, so daß der ganze Luftstrom durch das behorchte geht, so wird der harte Theil des Schalles sowohl am offenen Ende, als an der Verzweigungsstelle im Verhältniß voller, während der weiche leerer wird. Schließt man die Mündung des behorchten Rohres, so daß in demselben nur ein fortgepflanzter Schall gehört werden kann, so wird der Gesammtschall tiefer, schwächer, und zwar in der Nähe der Verzweigung besonders der weiche Theil, in der Nähe der Öffnung besonders der harte leer, der Vocalcharakter des ersten ist beiläufig *e*, des letztern *u*. Horcht man an der engern Röhre, wenn beide offen sind, so findet man ganz besonders den weichen Theil des Schalles leerer als an der weiten Röhre, so daß der harte Theil auch schon in der Nähe der Verzweigung deutlich hervortritt, Vocalcharakter beiderseits derselbe, beiläufig *a* oder *o*. Schließt man die Öffnung des nicht behorchten Rohres, so tritt der weiche Theil des Schalles noch mehr zurück, wird noch leerer, so daß nur der harte gehört wird, der Vocalcharakter ist der zwischen *e* und *ö*, letzterer in der Nähe der Öffnung. Wird hingegen die Öffnung der behorchten Röhre geschlossen, so bleibt der Schall, dessen Charakter sich in ganz analoger Weise ändert, wie früher, im ganzen doch viel lauter als an der weitern Röhre unter ähnlichen Verhältnissen. Geht der Luftstrom vom weitern Zweigrohr aus und horcht man am Hauptrohr, während alle offen sind, so ist in der Nähe der Verzweigung der weiche Theil am vollsten, in der Mitte der harte am leersten, am Ende der weiche

am leersten Vocalcharakter am Anfang und Ende *a*, in der Mitte *o*. Schließt man die Öffnung des engern Zweigrohres, so wird der Schall fast gar nicht geändert. Schließt man das behorchte Hauptrohr, so ändert sich der Schall in analoger Weise wie früher, wird ziemlich schwach, nur ist der Vocalcharakter in der Nähe der Öffnung zwischen *a* und *o* und in der Mitte *u*, in der Nähe der Verzweigung wie früher *o*. Tritt der Luftstrom durch das engere Zweigrohr ein, und horcht man am Hauptrohr, so ist bei offenen Mündungen in der Nähe der Verzweigung sowohl, als auch am Ende, besonders der weichere Theil leer, der harte stärker hervortretend; bei geschlossener Mündung am weiten Zweigrohr wird wohl auch der weichere Theil etwas voller, aber ganz besonders voll wird ebenfalls wieder der harte, und zwar wieder in der Nähe der Verzweigung voller als am Ende. Vocalcharakter *o* beiderseits, während er bei offener weiter Zweigröhre *a* ist. Wird die Öffnung des behorchten Rohres geschlossen. so ändert sich der Schall lange nicht so auffallend wie in den frühern Fällen, der weiche Theil ist in der Mitte am vollsten, der harte an der Verzweigung, Vocalcharakter in der Mitte *u*, an der Verzweigung zwischen *a* und *o*, am Ende zwischen *o* und *u*.

Der Reflexschall, der in Hohlräumen entsteht, zeigt die verschiedensten Farben, die hauptsächlich von dem Verhältniß des Mündungsdurchmessers zum ganzen Volum abhängen. Ist die Mündung zu groß, so wird der Reflexschall bloß als kurzes Geräusch, also matt gehört; ist die Öffnung zu klein im Verhältniß zum Volum, so wird der Reflexschall wohl hell, aber weich. Ferner ist der Reflexschall hallend oder klingend, ersteres bei kleinern, letzteres bei größern Hohlräumen, besonders solchen, bei denen die Längendimension die andern überwiegt; übrigens ist immer nur der harte Schall klingend, der weiche immer hallend. Man überzeugt sich hievon an Lampenglaskugeln, deren beide Öffnungen ungleich groß sind; an der größern Öffnung ist der Schall hart klingend, an der kleinern, falls sie unter der Grenze ist, weich und hallend. Ebenso kann man an Porzellan-Kaffeekannen von länglicher Form dasselbe finden.

Der Schall von mit Luft gefüllten Blasen hat ebenfalls verschiedene Farben, die besonders von dem Spannungsgrad der Blase, ihrer äußern Begrenzung und der Lage des Plessimeters abhängen. Bei geringer Spannung ist bekanntlich der erste Schall matt, statt des

zweiten erscheint der Reflexschall, und zwar hell und klingend bei sehr großen und hallend bei kleinern Blasen, in beiden Fällen nicht localisirt. Bei starker Spannung und nur oberflächlich anliegendem Plessimeter ist der erste Schall hell, der zweite hingegen fast matt, ähnlich dem über großen Cylindern oder dem über allerlei Hohlräumen, wenn die angrenzende Schallquelle in einiger Entfernung von der Mündung sich befindet. Ist das Plessimeter in die Blasenwand hineingedrückt, so wird der zweite Schall ganz hell und zwar klingend und hart, wenn die Blase frei liegt, hallend oder weich hingegen, wenn ein großer Theil ihrer Oberfläche durch feste Körper festgehalten oder umfaßt ist.

Über einen neuen Bestandtheil des weißen Senfsamens.

Von Heinrich Will.

Die Samen des weißen Senfs (*Sinapis alba*) enthalten nach meiner Untersuchung ein Glucosid, welches mit dem myronsauren Kali des schwarzen Senfs zwar verwandt, aber von complicirterer Zusammensetzung ist. Die Untersuchung dieses Glucosids, für welches ich den Namen Sinalbin vorschlage, hat zu dem Ergebniß geführt, das der sogenannte scharfe Bestandtheil des weißen Senfs, über den man bis jetzt nur sehr unklare Vorstellungen hatte, ein dem Senföl verwandter aber nicht flüchtiger Körper ist, der als ein Spaltungsproduct des Sinalbins beim Behandeln des weißen Senfs mit Wasser entsteht.

Zur Darstellung des Sinalbins wird dem durch Pressen von dem meisten fetten Öl befreiten, gepulverten, weißen Senf durch Behandeln mit Schwefelkohlenstoff der letzte Rest der fetten Bestandtheile entzogen, und das getrocknete Pulver dann mit dem dreifachen Gewicht 90percentigen Alkohols ausgekocht, wo aus dem heiß abgepreßten Filtrat das Sinalbin herauskrystallisirt. Es bildet nach mehrmaligen Umkrystallisiren aus Alkohol kleine glasglänzende, sehr leicht in Wasser, schwer in kaltem Alkohol lösliche Prismen. Die Lösung reagirt ganz neutral, und färbt sich durch die geringste Spur eines Alkali's gelb, wie die Salze des Sinapirins. Durch Eisenchlorid entsteht keine Röthung, Quecksilberchlorid und salpetersaures Silberoxyd geben weiße Niederschläge und die überstehende Flüssigkeit enthält dann Zucker. Nach dem Erhitzen mit einem Alkali enthält die Lösung des Sinalbins Schwefelsäure und Schwefelblausäure. Seine Zusammensetzung entspricht der Formel:

$$C_{30}H_{44}N_2S_2O_{16}.$$

Versetzt man eine wässerige Lösung des Sinalbins mit dem klar filtrirten wässerigen Auszug von entöltem weißem Senf, so

bildet sich, indem die Flüssigkeit eine saure Reaction annimmt, ein weißer, im Wesentlichen aus einem unlöslich gewordenen Eiweißkörper bestehender Niederschlag. Die Flüssigkeit enthält dann neben Zucker saures schwefelsaures Sinapirin, und durch Schütteln mit Äther läßt sich derselben, wie auch dem Niederschlag ein unkrystallisirbarer, von mir vorläufig als Sulfocyanakrinyl bezeichneter Körper ausziehen. Derselbe entspricht dem Senföl des schwarzen Senfs und bleibt nach dem Verdunsten des Äthers als kaum gelbliches, dickflüssiges, leicht in Alkohol und Äther, aber nicht in Wasser lösliches, nichtflüssiges Öl, von der Zusammensetzung

$$C_8H_7NSO.$$

Das Sulfocyanakrinyl schmeckt anfangs süßlich, dann äußerst scharf und beißend; auf die Haut gebracht, wirkt es blasenziehend, ähnlich wie das Senföl. Mit Eisenchlorid entsteht erst dann Röthung, wenn man die alkoholische Lösung mit einem Alkali erwärmt und dann wieder angesäuert hat.

Die Analogie des Sinalbins und des (vielleicht besser als Sinnigrin bezeichneten) myronsauren Kali's ergibt sich aus den nachstehenden Zersetzungsgleichungen:

Myrons. Kali		Senföl		Saures schwefels. Kali		Zucker
$C_{10}H_{18}NS_2KO_{10}$	=	C_4K_5NS	+	$SKHO_4$	+	$C_6H_{12}O_6$

Sinalbin		Sulfocyanakrinyl		Saures schwefels. Sinapiri		Zucker
$C_{30}H_{44}N_2S_2O_{16}$	=	C_8H_7NSO	+	$C_{16}H_{15}NSO_5$	+	$C_6H_{12}O_6$.

Das Sinalbin läßt sich hiernach als myronsaures Kali betrachten, in welchem das Sulfocyanallyl (Senföl) durch das sauerstoffhaltige aber eben so scharfe Sulfocyanakrinyl und das saure schwefelsaure Kali durch das entsprechende Sinapirinsalz ersetzt ist. Der weiße Niederschlag, der in einer Lösung von Sinalbin durch salpetersaures Silber entsteht, verhält sich ebenfalls analog wie die aus myronsaurem Kali gefällte Silberverbindung. Mit Schwefelwasserstoff zersetzt, liefert er neben Schwefelsäure, freiem Schwefel und Schwefelsilber, einen anfangs ölartigen, bald aber krystallinisch erstarrenden Nitrilkörper, den ich wegen seiner Beziehung zum Cyanallyl als Cyanakrinyl bezeichnen will. Dasselbe schmilzt

bei 69°, löst sich leicht in Alkohol, Äther und heißem Wasser, krystallisirt beim langsamen Verdunsten in Nadeln oder auch in großer rhombischen Tafeln und hat die Formel

$$C_8K_7N\Theta.$$

Mit Alkalien gekocht, zerfällt es nach der Gleichung

$$C_8K_7N\Theta + KH\Theta = C_8H_7K\Theta_2 + NH_3$$

in Ammoniak und in das Kalisalz einer krystallisirbaren bei 136° schmelzenden Säure,

$$C_8K_8\Theta_2,$$

welche mit keiner der bis jetzt bekannten neun Säuren von derselben Zusammensetzung identisch zu sein scheint. Ihrer Bildung nach entspricht sie der aus Cyanallyl unter gleichen Umständen entstehenden Crotonsäure.

Über einige Farbstoffe aus Krapp.

Von dem w. M. Dr. Friedrich Rochleder.

Außer Alizarin und Purpurin enthält der mit Mineralsäuren in der Wärme behandelte Krapp noch einige gelbe krystallisirte Substanzen, die in der Wurzel wahrscheinlich als Zuckerverbindungen enthalten sind. Ihre Menge ist gering und man braucht tausende von Pfunden Krapp, um sich einige Lothe von dem Gemenge dieser Körper zu verschaffen. Das Material, welches ich zur Darstellung dieser Substanzen verwendete, war in der Fabrik von Wilhelm Brosche dargestellt. Ich erhielt es in Form von braungelben, harten, specifisch leichten Stücken, die sich leicht zu Pulver zerreiben ließen. In welchem Verhältnisse die Bestandtheile, welche ich daraus isolirt habe, zu den Producten stehen, welche Schunk aus seinem sogenannten Rubian erhalten hat, und zu den Körpern, welche Schützenberger in käuflichem Purpurin auffand, kann hier nicht näher erörtert werden, da die Analysen, welche von diesen Substanzen ausgeführt wurden, unter einander zu wenig Übereinstimmung zeigen, als daß sie hier weiter in Betrachtung gezogen werden könnten.

Das Material, welches mir zur Verfügung stand, löste sich in ätzender Natronlauge mit blutrother Farbe auf. Aus dieser Lösung fällt nach Zusatz von Salzsäure eine reichliche Menge gelatinöser, schmutziggelber Flocken nieder, die beim Kochen mit Wasser ihr Volumen vermindern und ihre gallertartige Beschaffenheit so weit einbüßen, daß sie auf einem Filter nach dem Erkalten leicht ausgewaschen werden können.

Das Lösen in Alkali und Fällen hat den Zweck, die Substanzen leichter durch Lösungsmittel angreifbar zu machen.

Durch Behandeln mit Barytwasser löst sich ein größerer Theil der Masse, ein kleinerer Theil bleibt als fast schwarzes Pulver un-

gelöst. Der gelöste Theil wird von dem unlöslichen durch ein Filter getrennt und der Letztere mit Wasser gewaschen [1]).

Indem ich mir vorbehalte auf die Bestandtheile des unlöslichen Antheiles später zurückzukommen, soll hier nur von den vier Körpern die Rede sein, deren Barytverbindungen in Wasser löslich sind.

Die blutrothe Lösung in Barytwasser wurde mit Salzsäure gefällt, die gefällte gelbliche Masse sammt der Flüssigkeit zum Sieden erhitzt, um die gelatinöse Beschaffenheit des Niederschlages zu vermindern, dieser auf ein Filter gebracht und mit Wasser gewaschen. Nach dem Abtropfen des Wassers wurde er auf Löschpapier gebracht, um die Menge der Flüssigkeit größtentheils zu entfernen und der noch feuchte Niederschlag mit so viel Essigsäurehydrat zum Sieden erhitzt als zur gänzlichen Lösung erforderlich war. Nach dem Erkalten erstarrte die rothgelbe essigsaure Lösung zu einem Kuchen von kleinen Krystallen, der auf ein Filter geworfen und mit kaltem Essigsäurehydrat ausgewaschen wurde, so lange die abtropfende Säure die Farbe einer gesättigten Lösung des Kaliumdichromates hatte.

Durch diese Behandlung wird ein in kalter Essigsäure sehr leicht löslicher, amorpher, harzartiger Körper entfernt, während nur wenig von den übrigen Bestandtheilen in Lösung geht. Die rothe Lösung mit Wasser versetzt, gibt einen gelben, klebrigen Niederschlag, dessen Verarbeitung auf krystallinische Bestandtheile wegen der geringen Menge, die er davon enthält, nicht lohnend ist.

Die auf dem Filter gebliebene, citronengelbe Masse wurde durch fractionirtes Krystallisiren aus einem siedenden Gemische von Essigsäure und Wasser, durch fractionirtes Krystallisiren dieser Fractionen aus heißem Weingeist, durch partielles Lösen in Weingeist und partielles Fällen der weingeistigen Lösungen durch Wasser in die verschiedenen Bestandtheile zerlegt. Es würde zu weit führen, wollte ich die Versuche durch Anwendung von Ammoniak, kohlensauren und doppeltkohlensauren Salzen, Eisenchlorid etc. eine Trennung der Substanzen zu bewirken hier ausführlich angeben, die ich alle im Verlauf der letzten Jahren angestellt habe.

---

[1]) In dem ungelösten Antheil befinden sich Antheile der Substanzen, welche in Lösung übergegangen sind. Durch Umhüllung mit unlöslichen Körpern werden sie der Einwirkung des Wassers entzogen.

Die vier Körper, welche ich von einander isolirt habe, stehen einander in ihrem Verhalten gegen Lösungsmittel so nahe, daß ihre Trennung nur durch oft wiederholte, zeitraubende Operationen bewerkstelligt werden konnte und in ihren Eigenschaften gleichen sie sich so sehr, daß nur zahlreiche Analysen als Anhaltspunkt für die Nothwendigkeit weiterer Reinigungsversuche dienen konnten.

Ich habe von den verschiedenen Körpern viel zu wenig in reinem Zustande erhalten, als daß es mir möglich gewesen wäre, weitere Untersuchungen über ihr Verhalten gegen Reagentien anzustellen, um daraus einen Schluß auf ihre Constitution machen zu können. Für die Richtigkeit der gefundenen Zusammensetzung spricht die Übereinstimmung der Analysen, und jede Analyse, welche sich im weiteren Verlaufe angegeben findet, ist von einer Portion Substanz, die zu verschiedenen Zeiten auf verschiedene Art dargestellt wurde.

Dasjenige Product, welches in der größten Menge in dem Gemenge sich vorfindet, welches nach Entfernung des harzartigen Körpers bleibt, nenne ich Isalizarin, da es dieselbe Zusammensetzung hat wie das Alizarin, von dem es sich leicht unterscheidet durch die blutrothe Farbe seiner Lösung in Natronlauge und Kalilauge, durch die rothe Lösung, die es mit Barytwasser gibt. Die Farbe dieses Körpers liegt zwischen der Farbe des Alizarin und Purpurin nahezu in der Mitte. Mit Eisen- und Thonerdebeizen versehener Kattun wird dadurch nicht gefärbt. Größere Krystalle dieses Körpers zu erhalten ist mir nicht gelungen. Die folgenden Analysen beziehen sich wie oben erwähnt, auf Material von vier verschiedenen Darstellungen.

I. 0·1633 gaben bei 118° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·4202 Kohlensäure und 0·0531 Wasser.

II. 0·2339 gaben bei 115° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·6005 Kohlensäure und 0·0761 Wasser.

III. 0·2283 gaben bei 120° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·5863 Kohlensäure und 0·0750 Wasser.

IV. 0·1959 gaben bei 113° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·5029 Kohlensäure und 0·0636 Wasser.

		Berechnet	I.	II.	III.	IV.
C_{14}	= 168	70·00	70·18	70·02	70·03	70·01
H_8	= 8	3·33	3·61	3·62	3·65	3·61
O_4	= 64	26·67	26·21	26·36	26.32	26·38
	240	100·00	100·00	100·00	100·00	100·00

Das Isalizarin ist von einem zweiten Körper begleitet, der in außerordentlich geringer Menge sich in dem Gemenge vorfindet, von dem hier die Rede ist, so daß ich nicht im Stande war mehr davon rein zu erhalten, als zur Ausführung einer Analyse nöthig war. Er ist dem Isalizarin zum Verwechseln ähnlich und seine Gegenwart in demselben erklärt den etwas zu hoch gefundenen Wasserstoffgehalt des Isalizarin.

0·1561 gaben bei 120° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·4058 Kohlensäure und 0·0579 Wasser.

		Berechnet	Gefunden
C_{15}	= 180	70·87	70·90
H_{10}	= 10	3·94	4·12
O_4	= 64	25·19	24·98
	254	100·00	100·00

Ein dritter Körper, der in kleinerer Menge als das Isalizarin dieses begleitet, ist das Hydrisalizarin. Seine Farbe ist etwas heller gelb als die des Isalizarin.

Es löst sich in siedender Eisenchloridlösung mit dunkelbrauner Farbe, fällt zum Theil beim Erkalten, zum Theil nach Zusatz einiger Tropfen Salzsäure in hellen gelben Flocken aus dieser Lösung nieder, ohne dabei eine Veränderung zu erleiden.

I. 0·1729 gaben bei 120° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·4407 Kohlensäure und 0·0579 Wasser.

II. 0·1701 gaben ebenso getrocknet 0·4340 Kohlensäure und 0·0608 Wasser.

III. 0·1939 gaben bei 110° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·4957 Kohlensäure und 0·0645 Wasser.

IV. 0·2082 gaben bei 115° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, 0·5310 Kohlensäure und 0·0682 Wasser.

		Berechnet	I.	II.	III.	IV.
C_{28}	= 336	69·71	69·52	69·59	69·72	69·56
H_{18}	= 18	3·73	3·72	3·97	3·69	3·64
O_8	= 128	26·56	26·76	26·44	26·59	26·80
	482	100·00	100·00	100·00	100·00	100·00

Schreibt man das Alizarin:

$$C_{14}\begin{cases}H_6\\(OH)_2\\O\\O>\end{cases} = C_{14}H_8O_4,$$

so ließe sich das Hydrisalizarin durch beistehende Formel bezeichnen:

$$\begin{matrix}C_{14}\begin{cases}H_6\\(OH)_2\\O\end{cases}\\ \quad O> \\ C_{14}\begin{cases}O\\(OH)_2\\H_6\end{cases}\end{matrix} = C_{28}H_{18}O_8.$$

Der vierte Körper, welcher das Isalizarin und die zwei bereits erwähnten Substanzen begleitet, ist dem Hydrisalizarin homolog.

I. 0·1946 bei 109° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gaben 0·5006 Kohlensäure und 0·0709 Wasser.

II. 0·1935 bei 115° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gaben 0·4973 Kohlensäure und 0·0684 Wasser.

III. 0·2195 bei 120° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gaben 0·5633 Kohlensäure und 0·0795 Wasser.

IV. 0·2288 bei 115° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gaben 0·5897 Kohlensäure und 0·0824 Wasser.

		Berechnet	I.	II.	III.	IV.
C_{29}	= 348	70·16	70·15	70·09	69·99	70·29
H_{20}	= 20	4·03	4·05	3·92	4·02	4·00
O_8	= 128	25·81	25·80	25·99	25·99	25·71
	496	100·00	100·00	100·00	100·00	100·00

Bei einer Temperatur von 118 bis 120° C. sehr lange Zeit erhalten, verliert dieser Körper noch OH_2, wobei er eine dunklere Farbe annimmt.

0·2170 gaben 0·5778 Kohlensäure und 0·0793 Wasser.

		Berechnet	Gefunden
C_{29}	= 348	72·80	72·61
H_{18}	= 18	3·77	4·06
O_7	= 112	23·43	23·33
	478	100·00	100·00

Gelegentlich erlaube ich mir auf die Zusammensetzung der Ruberythrinsäure aufmerksam zu machen, welche ich vor vielen Jahren im Krapp aufgefunden habe. Ihre Zusammensetzung entspricht genau der Formel $C_{20}H_{22}O_{11}$.

		Berechnet	Gefunden
C_{20}	= 240	54·79	54·6
H_{22}	= 22	5·02	5·1
O_{11}	= 176	40·19	40·3
	438	100·00	100·0

Sie zerfällt durch Einwirkung von Säuren, wie ich damals angegeben habe, in Alizarin und Zucker nach folgendem Schema:

$$C_{20}H_{22}O_{11} = C_{14}H_{8}O_{4} + C_{6}H_{12}O_{6} + OH_{2}.$$

V. SITZUNG VOM 10. FEBRUAR 1870.

Herr Dr. A. Schrauf dankt mit Schreiben vom 7. Februar für die ihm zur Herausgabe der Hefte 2, 3 & 4 seines „Atlas der Krystallformen des Mineralreiches" bewilligte Subvention von 400 fl.

Herr J. Rauter, stud. phil. zu Graz, übersendet eine Abhandlung: „Zur Entwicklungsgeschichte einiger Trichomgebilde".

Herr Dr. A. Boué überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Mineralogisch-geognostische Détails über einige meiner Reise-Routen in der europäischen Türkei".

Herr Prof. Dr. J. Redtenbacher übergibt eine Abhandlung: „Über hydraulische Magnesia-Kalke und deren Vorkommen und Anwendung in Österreich" von Herrn P. G. Hauenschild. Die betreffenden Untersuchungen wurden im chemischen Laboratorium des Herrn Prof. Redtenbacher ausgeführt.

Herr Prof. Dr. H. Hlasiwetz macht eine für den „Anzeiger" bestimmte vorläufige Mittheilung „über eine neue Säure aus dem Traubenzucker".

Herr Prof. V. v. Lang legt eine Abhandlung: „Krystallographisch-optische Bestimmungen" vor.

Herr Dr. S. L. Schenk überreicht eine Abhandlung: „Über die Vertheilung des Klebers im Weizenkorne".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna: Memorie. Serie II. Tomo IX, fasc. 1. Bologna, 1869; 4°.

Akademie der Wissenschaften, königl., zu Amsterdam: Verhandelingen. Afd. Letterkunde, IV. Deel. (1869); Afd. Natuurkunde, XI. Deel. (1868). Amsterdam; 4°. — Verslagen en Mededeelingen. Afd. Letterkunde, XI. Deel. (1868). Afd. Natuurkunde, II. Recks, II. & III. Deel. (1868 & 1869). Amsterdam; 8°. — Jaarboek, 1867 & 1868. Amsterdam; 8°. — Processen-Verbaal.

Afd. Natuurkunde, 1867—1869. Amsterdam; 8°. — Catalogus van de Boekerij. II. Deels 2. Stuk. Amsterdam, 1868; 8°. — Ekker, A. H. A., *Exeunte Octobri. Ad filiolum. Carmen. Amstelodami, 1868; 8°.*

Akademie der Wissenschaften, Königl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte. 1869. I, Heft 4; 1869. II, Heft 1—2. München; 8°. — *Catalogus codicum latinorum Bibliothecae Regiae Monacensis. Tomi I. pars I. Codices Num. 1—2329 complectens. Monachii, 1868; 8°.*

American Journal of Science and Arts. Vol. XLVIII, Nr. 144. New Haven, 1869; 8°.

Annalen für Chemie & Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXVII, Heft I. Leipzig & Heidelberg, 1870; 8°.

Annales des mines. VI° Série. Tome XVI. 5° Livraison de 1869. Paris; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1790 (Bd. 75. 14). Altona, 1870; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXVII°, Nr. 145. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1870; 8°.

Commission hydrométrique et des orages de Lyon. 1867—1868. (24°—25° Années). Kl. 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nr. 4. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIX° Année. 3° Série. Tome VI, 6° Livraison. Paris, 1870; 8°.

Foetterle, Franz, Übersichtskarte des Vorkommens, der Production und Circulation des mineralischen Brennstoffes in der österr. Monarchie im Jahre 1868. (1 Blatt). Groß-Folio.

Gesellschaft, gelehrte estnische, zu Dorpat: Verhandlungen. V. Band, 4. Heft. Dorpat, 1869; 8°. — Sitzungsberichte. 1868. Dorpat; 8°. — Schriften. Nr. 7. Dorpat, 1869; 8°.

— Naturforschende, in Danzig: Schriften. N. F. II. Band, 2. Heft. Danzig, 1869; gr. 8°.

— zoologische, zu Frankfurt a. M.: Der zoologische Garten. X. Jahrgang, Nr. 6—12. Frankfurt a. M., 1869; 8°.

— Senckenbergische naturforschende: Abhandlungen. VII. Band, 1. & 2. Heft. Frankfurt a. M., 1869; 4°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band, Nr. 3. Wien, 1870; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen & Mittheilungen. XXXI. Jahrg. Nr. 6. Wien, 1870; 8°.

Instituut, Konink1., voor de taal- land- en volkenkunde van Nederlandsch Indië: Bijdragen. IV. Deel., 2. & 3. Stuk. 's Gravenhage, 1870; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie & verwandte Fächer, von Vorwerk. Band XXXII, Heft 4 & 5. Speyer, 1869; 8°.

Landbote, Der steirische. 3. Jahrg., Nr. 3. Graz, 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 5. Wien; 8°.

Lese-Verein, akademischer, in Graz: II. Jahresbericht für 1869. Graz; 8°.

Lotos. XX. Jahrgang. Januar 1870. Prag; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1870, I. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XII. Année 1870. 315e Livraison. Paris; 4°.

Nature. Vol. I, Nr. 14. London, 1870; 4°.

Radcliffe Observatory: Results of Astronomical and Meteorological Observations in the Years 1865 & 1866. Vols. XXV & XXVI. Oxford, 1868 & 1869; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1870, Nr. 2. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nr. 10. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Societas scientiarum Fennica: Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. XIII. & XIV. Häftet. Helsingfors, 1868 & 1869; 8°. — Öfversigt. XI. 1868—1869. Helsingfors; 8°. — Hjelt, Otto A. E., Gedächtnißrede auf Alexander v. Nordmann. Helsingfors, 1868; 8°.

Société Hollandaise des Sciences à Harlem: Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. Tome IVe. La Haye, Bruxelles, Paris, Leipzig, Londres, New-York, 1869; 8°.

— philomatique de Paris: Bulletin. Tome VIe, Avril—Août 1869. Paris; 8°.

Society, The Royal, of London: Catalogue of Scientific Papers. (1800—1863). Vol. III. London, 1869; 4°.

— The Royal, of Edinburgh: Transactions. Vol. XXV, Part. 1. For the Session 1867—68. 4°. — Proceedings. Vol. VI, Nrs. 74—76. 8°.

— The Literary and Philosophical, of Manchester: Memoirs. III[d] Series, Vol. III. London, Paris, 1868; 8°. — Proceedings. Vol. V—VII. Manchester, 1866—1868; 8.

Wiener Mediz. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 11—12. Wien, 1870; 4°.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig & Hübner. XII. Jahrgang, N. F. V. Band, 24. Heft. (1869.); XIII. Jahrg. N. F. VI. Band, 2. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXI. Jahrgang, 12. Heft. Wien, 1869; 4°.

Krystallographisch-optische Bestimmungen.

Von dem w. M. Viktor v. Lang.

(Mit 13 Holzschnitten.)

1. Zweifach-Schwefelphenyl

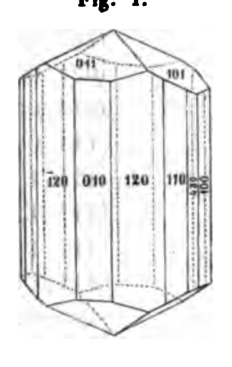
C_6H_5S.

Krystalle von Dr. C. Vogt.

Krystallsystem: rhombisch
Elemente: $a:b:c = 1:0\cdot6821:0\cdot4987$
Formen: 100, 010, 110, 120, 430, 101, 011
Winkel:

	Gerechnet	Beobachtet
110.100 =	55°42′	
110.010 =	34 18	
120.100 =	71 10	71° 4′
120.010 =	18 50	
120.$\bar{1}$20 =	37 40	37 42
110.120 =	15 28	
$\bar{1}$10.120 =	53 8	53 24
430.100 =	44 21	44 40
430.010 =	45 39	
101.100 =	63 30	64 8
101.$\bar{1}$01 =	53 0	
011.010 =	53 50	53 50
011.0$\bar{1}$1 =	72 20	
011.120 =	56 3	55 47

Fig. 1.



Die stark glänzenden Krystalle sind nach der Axe c verlängert, in welcher Richtung sie eine Länge von 8 Mm. erreichen.

Die Ebene der optischen Axe ist parallel der Fläche (100), die erste Mittellinie aber parallel der Längendimension der Krystalle. Da letztere einen negativen Charakter hat, so wird das Orientirungsschema der optischen Elasticitätsaxen

$$\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\underline{\mathfrak{a}}.$$

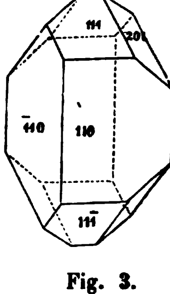
Der scheinbare Winkel der optischen Axen beträgt beiläufig 85° und ist für Roth bemerkbar kleiner als für Violett.

2. Äthylendiamin Platinchlorür

$(\mathrm{C}_2H_4)H_6N_2Cl_2 + 2PtCl$.

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Fig. 2.



Krystallsystem: rhombisch
Elemente: 1 : 0·8324 : 0·5450
Formen: 001, 110, 201, 021, 111
Winkel:

	Gerechnet	Beobachtet
110.1̄10	= 79°40′	79°40′
110.001	= 90 0	90 3
201.001	= 47 28	
201.2̄01	= 94 56	94 50
021.001	= 52 35	52 51
021.02̄1	= 105 10	
111.001	= 40 24	
111.110	= 49 36	49 —
111.1̄1̄1	= 80 48	
111.1̄11	= 49 4	
111.11̄1	= 59 42	
1̄10.021	= 52 25	52 42
021.111	= 30 54	
111.201	= 34 51	
201.11̄0	= 61 50	

Fig. 3.

001 201 021 1̄10 110

Die kleinen braunen Krystalle, welche zur Untersuchung zu Gebote standen, spiegelten ziemlich schlecht. Sie rührten von zwei Krystallisationen her, und zeigen dem entsprechend zweierlei Habitus, wobei die eine Art Krystalle hemimorph ist, die andere einen monoklinischen Charakter hat.

Für das rhombische System scheinen jedoch auch die optischen Verhältnisse zu sprechen. Die Ebene der optischen Axen ist parallel der Fläche 001, wobei die erste Mittellinie den spitzen Winkel des Prisma 110 halbirt. Der optische Charakter ist positiv, wegen starker Doppelbrechung aber erst bei sehr dünnen Platten zu constatiren. Dem Gesagten zu Folge wird das Schema der optischen Elasticitätsaxen

$\underset{+}{\mathfrak{c}}\,\mathfrak{a}\,\mathfrak{b}$.

3. Anilin-Platinchlorür

$C_6H_8NCl, PtCl + 2\frac{1}{2}H_2O$.

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Krystallsystem: triklinisch

Elemente: $a : b : c = 1 : 0{\cdot}7846 : 0{\cdot}8425$

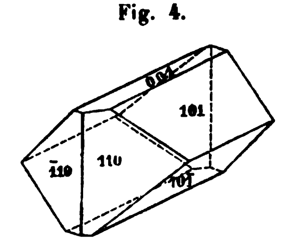
bc = 78°26′	010.001 = 100° 5′
ca = 108 4	001.100 = 70 12
ab = 84 8	100.010 = 104 10

Formen: 001, 110, 1̄10, 101, 101̄

Winkel:

	Gerechnet	Beobachtet
101.001	= 31°21′	31° 8′
1̄01.001	= 47 29	
101.1̄01	= 78 50	78 50
110.1̄10	= 77 40	77 40
110.101	= 71 40	72 —
110.1̄01̄	= 108 20	108 20
110.1̄01	= 113 40	113 40
110.101̄	= 66 20	66 —
1̄10.1̄01̄	= 50 16	51 —
1̄10.1̄01	= 78 20	79 —
1̄10 101̄	= 101 40	101 40

Fig. 4.



4. Schwefelsaures Eisenoxyd

$Fe_4S_3O_{12}$.

Krystalle von Dr. L. Schuch.

Krystallsystem: rhombisch
Elemente: $a:b:c$ = 1 : 0·9412 : 0·6186
Formen: 100, 010, 001, 021, 111, 221
Winkel:

		Gerechnet	Beobachtet
{021.010	=	37°16′	36°30′
{021.100	=	52 44	
111.100	=	62 40	
111.010	=	60 48	61 —
111.021	=	33	34 —
{111.001	=	42 3	42 40
{221.001	=	61 0	60 50
{111.221	=	18 57	
221.010	=	50 26	51 30
{221.100	=	53 10	53 25
{221.021	=	36 50	36 50

Fig. 5.

Diese Krystalle bildeten sich in einer großen Schwefelsäure-Fabrik und sind wegen ihrer Kleinheit nicht genau zu messen. Doch konnte noch die Lage der optischen Axen constatirt werden, deren Ebene parallel der Fläche 100 und deren erste Mittellinie senkrecht zur Fläche 001 ist. Der optische Charakter wurde negativ gefunden, daher die Orientirung der optischen Elasticitätsaxen durch das Schema

$\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}\,\underline{\mathfrak{a}}$

gegeben ist.

5. Schwefelsaurer Kalikalk

Ca, K, $SO_4 + \frac{1}{2}H_2O$.

Diese Krystalle wurden schon von Miller gemessen, welcher fand, daß ihr System rhombisch ist mit einem Axenverhältniß $a:b:c$ = 1 : 0·9501 : 0·7545. Die Krystalle sind Tafeln parallel der Fläche 100 und an den Rändern begrenzt durch die Flächen der Formen

(101) und (110). Meine Messungen an gut spiegelnden Flächen ergaben

		Beobachtet	Gerechnet
110.$\bar{1}$10	=	86°34′	87° 4′
101.$\bar{1}$01	=	74 20	74 4
110.101	=	66 10	65 30

Von den optischen Elasticitätsaxen steht die erste Mittellinie senkrecht auf der Fläche 100, die zweite Mittellinie aber ist parallel der kleinsten Krystallaxe *c*, der optische Charakter ist negativ und daher das Axenschema

$\underline{a}\ b\ c.$

Der scheinbare Winkel der optischen Axen beträgt beiläufig 45° und ist für Roth kleiner als für Violett.

6. Schwefelsaures Toluylendiamin

$(\mathrm{C}_7\mathrm{H}_6)\mathrm{H}_4\mathrm{N}_2,\ \mathrm{SO}_4.$

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Monoklinisch: $a : b : c = 2\cdot9027 : 1 : 2\cdot4458$

$ac = 93°43′$

Formen: 100, 001, 110, 310, 103, $\bar{1}$01, 223

Winkel:

		Berechnet	Beobachtet
110.100	=	70°57′	71°—
110.$\bar{1}$10	=	58 6	
310.100	=	44 0	45 —
310.$\bar{3}$10	=	92	
110.310	=	22 53	
10$\bar{1}$.100	=	52 4	52 8′
103.100	=	70 56	70 52
103.$\bar{1}$01	=	57 0	
223.100	=	71 49	71 —
223.001	=	58 57	58 50
223.110	=	30 10	
223.$\bar{2}$2$\bar{3}$	=	71 48	
110.001	=	88 47	88 40
100.001	=	86 17	86 17

Fig. 6.

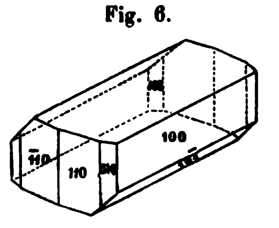
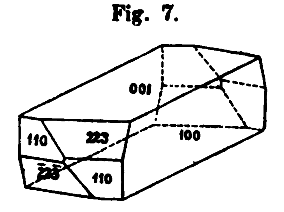


Fig. 7.



Die Krystalle sind nach der Symmetrieaxe verlängert, in welcher Richtung manche eine Länge von 6 Mm. erreichten.

Die Flächen der secundären Formen spiegeln schlecht und konnten daher die Neigungen derselben nicht genau ermittelt werden.

Die Krystalle sind vollkommen theilbar nach der Fläche 001, weniger gut nach der Fläche 100 und nach der Symmetrieebene.

Auf letzterer Fläche zeigen die Krystalle zwei optische Axen mit sehr deutlicher, gekreuzter Dispersion; ihr scheinbarer Winkel beträgt beiläufig 100°.

7. Überchlorsaures Kali.

Dieses Salz wurde von Dr. P. Groth einer genauen krystallographischen Untersuchung unterzogen, und ich übergehe daher die von mir erhaltenen Winkelwerthe, welche meist nur um wenige Minuten abweichen. Um die Isomorphie mit der Schwerspathgruppe ersichtlich zu machen, ist es wohl besser die Axe c zweimal so lang zu nehmen, wodurch das Axenverhältniß

$$a:b:c = 1:0\cdot7819 : 2\times0\cdot6396$$
$$= 0\cdot7818:0\cdot6112:1$$

die Bezeichnung der Flächen aber

$a(010)$, $b(100)$, $c(001)$, $p(110)$, $q(101)$
$r(012)$, $o(111)$

wird. Für Bleivitriol hat man nach Kokscharow

$$a:b:c = 0\cdot77556 : 0\cdot60894:1.$$

Diese beiden Substanzen zeigen übrigens auch in ihren chemischen Formeln eine gewisse Übereinstimmung, wenn man sie so schreibt:

$KCl\Theta_4$
$Pb S\Theta_4$.

Ja läßt man in diesen Formeln die 4 Äquivalente Sauerstoff weg, so erhält man Chlorkalium und Bleiglanz, welche ebenfalls isomorph sind; wenigstens krystallisiren beide im tesseralen Systeme und haben dieselbe Spaltbarkeit.

Läßt man nur ein Äquivalent Sauerstoff in den früheren Formeln weg, so erhält man chlorsaures Kali und schwefligsaures Bleioxyd;

leider kennt man bis jetzt die Krystallform des letzteren Salzes nicht: ob sie auch mit der des chlorsauren Kali übereinstimmt?

Ich bemerke noch, daß auch meine optischen Untersuchungen in Übereinstimmung mit den von Groth gefundenen Resultaten sind. Für das zuvor angegebene Axensystem wird das Orientirungsschema der optischen Elasticitätsaxen

$$\mathfrak{b}\ \underset{+}{\underline{\mathfrak{c}}}\ \mathfrak{a}.$$

8. Nitrobenzamid $C_7H_4(NO_2)O_2$, H_2N.

Krystalle von Dr. Königs.

Krystallsystem: monoklinisch

Elemente: $a:b:c = 1\cdot0005 : 1 : 1\cdot6641$

$ac = 108°40'$

Formen: 010, 001, 011, 101, $\bar{1}$01, 110, 210, $\bar{1}$11

Winkel:

	Beobachtet	Berechnet
101.001 =	45°48′	45°48′
$\bar{1}$01.001 =	73 28	73 7
101.10$\bar{1}$ =	60 44	
110.010 =	46 32	46 32
110.1$\bar{1}$0 =	86 56	86 43
210.010 =	64 38	64 41
210.110 =	18 6	
110.001 =	76 44	
110.101 =	49 5	
$\bar{1}$10.$\bar{1}$01 =	53 38	54 —
011.010 =	32 23	34 —
011.100 =	57 37	
011.110 =	45 8	
011.$\bar{1}$10 =	62 50	
011.101 =	68 5	
011.$\bar{1}$01 =	81 14	81 10
$\bar{1}$11.010 =	45 28	
$\bar{1}$11.$\bar{1}$01 =	44 32	
$\bar{1}$11.001 =	78 18	77 45
$\bar{1}$11.$\bar{1}$10 =	24 58	25 5
$\bar{1}$11.011 =	36 8	

Fig. 8.

Fig. 9.

Die Krystalle sind verlängert in der Richtung der Axe a.

9. Nitrobenzoesaures Natron

$NaC_7H_4(NO_2)O_2 + 3H_2O$.

Krystallsystem: monoklinisch
Elemente: $a : c = 1 : 0{\cdot}5308$
$ac = 94°38'$
Formen: 100, 010, 001, 101, $\bar{1}01$, $\bar{1}02$
Winkel:

		Berechnet	Beobachtet
100.001	=	85°22′	85°10′
101.100	=	26 54	
101.001	=	58 28	
$\bar{1}01.\bar{1}00$	=	28 56	28 56
$\bar{1}01.001$	=	65 42	65 42
$\bar{1}01.101$	=	124 10	124 12
$10\bar{1}.101$	=	55 50	56 10
$\bar{1}02.\bar{1}00$	=	49 11	
$\bar{1}02.001$	=	45 27	
$\bar{1}02.101$	=	103 55	
$\bar{1}02.\bar{1}01$	=	20 15	20 appr.

Fig. 10.

Die Krystalle sind nach der Symmetrieaxe *b* verlängert; da aber keine zu dieser Axe geneigten Flächen beobachtet werden, so konnten die Elemente dieser Verbindung nicht vollkommen bestimmt werden.

Die Symmetrieaxe ist auch erste Mittellinie mit negativem Charakter, wobei aber die Axenpunkte schon außerhalb des Gesichtsfeldes des Polarisations-Apparates fallen. Doch sieht man an einer etwas schief geschnittenen Platte, daß bei beträchtlicher Dispersion der Axenwinkel für Roth kleiner als für Violett ist, $\rho < \upsilon$. Die Doppelbrechung ist sehr stark, da erst sehr dünne Platten den Charakter mit der compensirenden Quarzplatte erkennen lassen.

Auf einer zur Symmetrieaxe senkrechten Platte macht die Ebene der optischen Axen mit der Fläche (100) einen Winkel von 34°, wobei sie einer Fläche parallel ist, die zwischen 100 und 001 liegen würde. Die Ebene der optischen Axen macht daher mit der Fläche 001 einen Winkel von 51° 22′, für die Winkel zwischen den Krystall- und Elasticitätsaxen hat man aber

$\mathfrak{c}a = 34° —$
$\mathfrak{c}c = 128\ 38'$
$\mathfrak{b}a = 56\ —$
$\mathfrak{b}c = 38\ 38.$

Die Orientirung der Elasticitätsaxen aber ist gegeben durch das Schema

$$(001)\underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{b} = 34°.$$

10. Nitrodracylsaures Ammoniak

$NH_4, C_7H_4(NO_2)O_2 + 2H_2O.$

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Krystallsystem: monoklinisch
Elemente: $a : b : c = 0 \cdot 8673 : 1 : 3 \cdot 4222$
Formen: 001, 110, 10$\bar{1}$, 011, 11$\bar{2}$
Winkel:

	Berechnet	Beobachtet
10$\bar{1}$.00$\bar{1}$	= 79°57′	79°57′
110.$\bar{1}$10	= 98 18	98 18
110.001	= 86 40	86 40
110.10$\bar{1}$	= 42 54	43 0
011.001	= 73 45	
011.01$\bar{1}$	= 32 30	32 44
011.110	= 49 54	
011.$\bar{1}$10	= 52 17	
11$\bar{2}$.00$\bar{1}$	= 71 57	72 4
11$\bar{2}$.110	= 21 23	
11$\bar{2}$.10$\bar{1}$	= 40 25	
11$\bar{2}$.01$\bar{1}$	= 39 56	
01$\bar{1}$.$\bar{1}$0$\bar{1}$	= 80 21	
11$\bar{2}$.$\bar{1}$12	= 102 56	

Fig. 11.

Durch das Vorherrschen der Flächen 001 sind die Krystalle tafelförmig; einfachere Krystalle sind dabei nur durch die Flächen 110 und 10$\bar{1}$ begrenzt. Viele Krystalle waren Juxtapositions-Zwillinge mit einer zur Fläche 001 senkrechten Zwillingsaxe, mit welcher Fläche die beiden Individuen auch aneinander gelagert sind.

Da die Krystalle vollkommen theilbar nach der Symmetrieebene (010) sind, so lassen solche Zwillingskrystalle leicht die Lage der Elasticitätsaxen in der Symmetrieebene bestimmen. Indem die erste Mittellinie parallel der Symmetrieaxe b geht und negativ ist, so liegen in der Symmetrieebene die mittlere und die kleinste Elasticitätsaxe $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$. An einem Spaltungsstück aus einem Zwillinge wurden nun mit Hilfe eines polarisirten Mikroskops folgende Winkel beobachtet, alle gerechnet nach derselben Seite der Trennungsebene 001:

die zwei Kanten $[10\bar{1}.010] = 160°$
die zwei Elasticitätsaxen $\mathfrak{b}$ $= 46°$.

Daraus ergeben sich folgende Winkel zwischen den Elasticitäts- und Krystallaxen

$\mathfrak{b}a = 23°\ 0'$
$\mathfrak{b}c = 71\ 24$
$\mathfrak{c}a = 113\ 0$
$\mathfrak{c}c = 18\ 36$

und das Schema der optischen Orientirung wird

$(001)\ \underline{\mathfrak{a}}\mathfrak{b} = 67°$.

11. Nitrodracylsaurer Baryt.

Krystalle von Dr. C. A. Martius.

Krystallsystem: monoklinisch
Elemente: $a:b:c = 1\cdot3221 : 1 : 2\cdot0167$
$ac = 97°7'$
Formen: 100, 001, 110, 101, $\bar{1}01$

Winkel:

	Berechnet	Beobachtet
100.001 =	82°53′	
101.100 =	31 2	31° 2′
101.001 =	51 51	52 15
10$\bar{1}$.100 =	35 18	35 18
10$\bar{1}$.00$\bar{1}$ =	61 49	61 30
10$\bar{1}$.101 =	66 20	
110.100 =	52 41	52 30
110.$\bar{1}$10 =	74 38	74 26
110.001 =	85 42	
110.101 =	58 42	
110.10$\bar{1}$ =	60 21	60 21

Fig. 12.

Die Krystalle sind tafelförmig durch das Vorherrschen der Flächen 10$\bar{1}$. Über ihre chemische Zusammensetzung siehe Fischer, Ann. Ch. Ph. B. 127 und J. Willbrand und F. Beilstein, Ann. Ch. Ph. B. 137.

12. Nitrosalicylsäure

$$C_7H_5(NO_2)O_4 + H_2O.$$

Krystallsystem: rhombisch
Elemente: $a : b : c = 1 : 0\cdot9775 : 0\cdot9478$
Formen: 010, 011, 012, 111
Winkel:

Fig. 13.

		Berechnet	Beobachtet
011.010	=	45°53′	45° appr.
012.010	=	64 8	64 8′
111.010	=	54 56	54 58
111.011	=	34 23	
111.012	=	38 24	38 19
111.11$\bar{1}$	=	72 40	72 45.

Die Krystalle sind durch das Vorherrschen der Flächen (010) tafelförmig. Diese Flächen sind auch senkrecht zur Ebene der optischen Axen, wobei diese Ebene parallel der Zonenaxe [010 : 011] ist. Die zur Fläche (010) senkrechte Mittellinie hat einen negativen optischen Charakter, und ist wahrscheinlich die zweite Mittellinie, so daß das Schema der Orientirung für die optische Elasticitätsaxen

$$\underset{+}{\mathfrak{c}}\,\mathfrak{a}\,\mathfrak{b}$$

wird.

13. Narcotin

$$C_{22}H_{23}O_7N.$$

Krystalle von Prof. H. Matthiessen.

Diese Verbindung krystallisirt nach Schabus im rhombischen System mit einem Axenverhältniß

$$a : b : c = 2\cdot0435 : 1\cdot9437 : 1$$

was auch durch meine Messungen bestätigt wurde.

Von den optischen Elasticitätsaxen ist die erste Mittellinie parallel der Längsrichtung der Krystalle, also parallel der Axe *a*, die zweite Mittellinie dagegen parallel der Axe *a*; der Charakter ist negativ, somit das Axenschema

$$\mathfrak{c}\,\mathfrak{b}\,\underline{\mathfrak{a}}.$$

Der scheinbare Winkel der optischen Axen beträgt beiläufig 50° und ist bei beträchtlicher Dispersion für Roth kleiner als für Violett. Ebenso ist die Doppelbrechung stark.

Über hydraulische Magnesia-Kalke und deren Vorkommen und Anwendung in Österreich.

Von P. G. Hanenschild.

Die als Wassermörtel gebrauchten Substanzen basiren ihre Hydraulicität auf zwei wesentlich verschiedene chemische Processe.

Bei dem weitaus überwiegend größtem Theil — und bei uns ausschließlich gebrauchtem — hydraulischer Substanzen beruht ihre Wirkung auf der Bildung eines wasserbeständigen Kalk-Thonerde-Silikates, welches indifferente Stoffe wie Bausteine und Sand zu verkitten vermag.

Hiezu eignen sich sowohl natürliche Kalk-Carbonate mit einem Gehalt an unlöslichem Thonerde-Silikate von wenigstens 15 Percent bis höchstens 35 Percent, als auch analoge künstliche Mischungen. In diese Abtheilung gehören alle hydraulischen Kalke, die Puzzolanmörtel und Portlandcemente.

Schon seit dreißig Jahren verwendet man bereits an manchen Orten mit dem besten Erfolge dolomitische Kalkarten, ja auch reine Magnesia zur Erzeugung von Wassermörteln; so gewisse Magnesia-Kalke von North-Wales in England[1], den Vogesen-Kalk in Frankreich, den Trier'schen Kalk an der Mosel, und in Amerika gehört der weitaus größte Theil der hydraulischen Gesteine den dolomitischen Kalken an. Reine Magnesia wird in Ostindien als vortrefflicher Wassermörtel benützt.

Die Hydraulicität dieser Classe resultirt aus der Bildung von Magnesiahydrat, welches höchst wasserbeständig ist und bei richtiger Temperatur als Magnesia erbrannt vorzüglich verkittende Eigenschaften besitzt.

Das in den dolomitischen Kalken mit Kalk-Carbonat verbundene Magnesia-Carbonat verliert seine Kohlensäure bei einer viel

[1]) Dr. W. Michaelis, „die hydraulischen Mörtel etc.“, Leipzig 1869.

niedrigeren Brenntemperatur als das Kalk-Carbonat; wenn daher der Brennproceß so in Schranken gehalten wird, daß der Kalk nichts oder nur sehr wenig von seiner Kohlensäure verliert, so erzielt man ein Product, dessen Wasserbeständigkeit von keinem anderen Wassermörtel, selbt Portlandcemente nicht ausgenommen, übertroffen wird.

Die Untersuchungen von Macleod[1]), Vicat[2]), Berthier[3]), Pasley[4]), St. Claire, Deville[5]) und Crace-Calvert[6]), sowie die Analysen hervorragender hydraulischer Magnesia-Kalke in Amerika, namentlich im Staate Virginia und New-York von Rogers[7]), Beck[8]), E. C. Boynton[9]), Caleb Huse[10]) und A. haben zur Evidenz dargethan, daß die Magnesia sowohl für sich allein als auch in Verbindung mit Kalk hydraulische Eigenschaften zu entwickeln vermag.

Die Unkenntniß der Wassermörtel, deren Wirksamkeit auf der Bildung von Magnesiahydrat beruht, und der beim Brennen derselben absolut nothwendigen niederen Temperatur einerseits, und der relativ beträchtliche Silicatgehalt vieler Magnesiakalke anderseits, vermöge welcher man sie zu Cementen der ersten Art bei sehr hoher Temperatur zu erbrennen versuchte, waren die Ursache, warum trotzdem die so riesig verbreiteten dolomitischen Kalke eine allgemeine Anwendung bisher nicht fanden.

Es sei hier gestattet, einige Analysen amerikanischer (zu hydraulischen Zwecken gebrauchter) Magnesiakalke von den renommirtesten Fundstätten anzuführen, um sie mit den von mir analysirten Gesteinen vergleichen zu können. Nach Rogers enthalten der Kalk von Sheppardstown am Potomac, Virginia (1.), der von Cedar Creek, Virginia (2.), der hydraulische Kalk von New-York (3.); nach Beck der hydraulische Kalk von Monlins (4.), der Chittenango-Wasser-

---

1) Michaelis l. c. p. 42.
2) Compt. rend. 2. 358.
3) Annal. des mines. III. 9. 489.
4) Observ. on limes etc. 1847
5) Compt. rend. 61. 975.
6) Compt. rend. 61. 1168.
7) Michaelis l. c. p. 77.
8) Dr. H. Mahan: An Elementary Course of Civil Engeneering, p. 16.
9) 10) H. Reid: A practical Treatise on Concrete. 1860.

kalk (5.), der von Ulster County, New-York (6.); nach Boynton der von High Falls, Ulster, New-York Nr. 17 (7.) folgende Bestandtheile:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Kohlensauren Kalk.......	55·80	53·23	48·20	49·42	47·95	45·45	40·00
Kohlensaure Magnesia....	39·20	41·00	35·76	35·39	34·21	28·60	39·04
Eisenoxyd, Thonerde.............	1·50	0·80	1·20	1·25	4·23	11·38	3·94
Unlösliches Silicat.......	2·50	2·80	12·10	13·50	11·76	15·37	11·10
Wasser, Alkalien etc......	1·00	2·17	2·74	1·41	1·50	1·20	5·92

Auf Anregung meines verehrten Lehrers Prof. Dr. Jos. Redtenbacher unternahm ich Analysen von mehreren Magnesiakalk-Sedimenten, wie sie in mächtigen Bänken am Nordrande des Todtengebirges in Oberösterreich auftreten.

Nr. 1. 2. und 3. sind jenen Lagern entnommen, welche am Fuße des kleinen Priel in der Hasl, einem Seitenthale des Steyerlingthales anstehen, und zwar Nr. 1. am entferntesten vom Gebirgsstocke, Nr. 2. näher, Nr. 3. am nächsten demselben. Nr. 4. ist vom Schweizerberg am Almsee, Nr. 5. von der großen Klause am Weißeneckerbach, auf dem Wege von Almsee zum Offensee.

Die Analysen ergaben folgende Resultate:

	1.	2.	3.	4.	5.
Kohlensaurer Kalk.........	57·30	62·17	64·27	54·69	66·75
Kohlensaure Magnesia......	33·62	31·19	28·91	31·81	27·36
Eisenoxyd, Thonerde...........	1·92	1·00	1·46	1·77	1·53
Unlösliches Silicat........	5·70	6·53	5·45	10·63	5·22
	98·54	100·89	100·09	98·90	100·86
Verlust oder Exceß.......	—1·46	+0·89	+0·09	—1·10	+0·86

Die Proben wurden bei 100° C. getrocknet, der Kalk bei Analyse 1., 3. und 4. als Carbonat, bei Analyse 2. und 5. als Ätzkalk gewogen, die Magnesia als pyrophosphorsaure Magnesia; Eisenoxyd und Thonerde als Gemenge beider und das in Chlorwasserstoffsäure unlösliche Silicat als solches bestimmt.

Es fällt bei näherer Betrachtung auf, daß der Gehalt an Magnesia dort geringer ist, wo die Lagerstätte der Proben sich am nächsten dem Gebirgsstocke befindet, wie bei Analyse 3. und 5.; und die Entstehungsweise dieser Lager läßt die Ursache hievon auch leicht begreiflich finden.

Eine an Ort und Stelle vorgenommene Untersuchung dieser Sedimente überzeugte mich, daß sie alle Bildungen secundärer Natur sind, und zwar Überreste alter Grundmoränen aus der Eiszeit. Die ungeschichteten, von den Gebirgsbewohnern unrichtiger Weise weißer Lehm genannt, sind ganz analog den Sedimenten von Gletschergeschabsel der jetzigen Periode, während die geschichteten, die eben so unrichtig sogenannte, Kreide aus der Rückzugszeit der alten Gletscher zu stammen scheinen, wo die Schmelzwässer freieres Spiel zur Schichtenbildung hatten. Auch fand ich die charakteristischen, parallel geritzten, frischfarbigen Gletscher-Geschiebe auf ihnen aufliegen.

Soweit ich das Vorkommen solcher Bänke von Gletscherschlamm zu beobachten Gelegenheit hatte, finden sie sich regelmäßig in einem Winkel, welchen der Thalzug bildet, oder wo ein Seitenthal mündet, und bezeichnen so ganz vortrefflich den Zug der alten Gletscher.

Daß die kohlensäurehältigen Gletscherwässer einen Theil des Kalkes in löslicher Form wegführten und zwar desto mehr, je länger sie darauf einwirkten, und daß daher die Grundmoränen entfernterer Punkte magnesiareicher sind, ist hieraus leicht erklärlich. Man findet auch einen Theil des kohlensauren Kalkes wieder als Bindemittel von gröberen Moränenbestandtheilen in der Nähe der Grundmoränen in Form von Conglomeraten niedergeschlagen.

Da die Analysen eine manchen amerikanischen Magnesiakalken (1. 2. 3. 5.) analoge Zusammensetzung nachwiesen, so schien es angezeigt, hydraulische Producte daraus zu gewinnen. Die Versuche, welche theils im Kleinen vor dem Gasgebläse, theils im größeren Maßstabe in einem Kuppelofen vorgenommen wurden, gaben sehr befriedigende Resultate. Es stellte sich heraus, daß eine allmälig zur Rothgluth gesteigerte und zwischen dem Schmelzpunkte des Antimons und Zinkes also etwa bei 400°C. belassene Temperatur einen Mörtel erzeugt, welcher sich beim Anmachen nicht merklich erwärmt, in einigen Stunden so consistent wird, daß er im Wasser nicht mehr zerfällt und dann unter Wasser oder abwechselnd unter Wasser und in der Luft belassen allmälig eine Härte erreicht, welche der des Marmors fast gleich ist. Derselbe besitzt vortreffliche verkittende Eigenschaften, und bindet sowohl fremde Körper viel besser, als er auch schneller hydraulisch wird, wenn er mit Sand ge-

mischt wird. Nach meinen Erfahrungen verträgt er bis zur vierfachen Menge Sand.

Die ausgezeichnet plastischen Eigenschaften des Rohmaterials, vermöge welcher es häufig zu Glaserkitt verwendet wird, eignen dasselbe zum Formen verschiedener Gegenstände, welche langsam getrocknet und vorsichtig gebrannt gleich nach dem Erkalten in Wasser gegeben viel schneller und besser darin erhärten als nach dem Brennen pulverisirtes Materiale. Dieser Umstand scheint geeignet zu sein auf die Natur der Erhärtung einiges Licht zu werfen.

Die Masse besteht unter dem Mikroskope betrachtet aus winzigen rhomboedrischen Kryställchen, welche conform der Entstehungsweise regellos gelagert sind und nur äußerst lose zusammenhängen. Durch das Abkneten mit Wasser und den damit verbundenem Druck lagern sie sich möglichst bequem und werden in Folge des Austrocknens durch Flächenattraction offenbar bedeutend cohärenter. Gebrannt nimmt dann die ihrer Kohlensäure beraubte Magnesia nur so viel Wasser auf, als zu ihrer Hydratisirung nothwendig ist, und der bereits bestehende mechanische Zusammenhang verhindert das Eindringen von dickeren Wasserschichten, welcher die Adhäsion der einzelnen Krystallmoleküle zu einander überwinden könnten.

Die bei der Bildung krystallinischen Magnesiahydrats auftretende Volumvergrößerung bringt die Theilchen einander näher und bewirkt so die Erhärtung.

Dasselbe geht wohl auch beim Anmachen gepulverten Materiales vor sich, aber die Molekulargruppen sind hier ohne Zusammenhang; die sich um jedes Theilchen des Pulvers bildenden Wasserhüllen sind nach verschiedenen Richtungen verschieden dick, nach den Krystallkanten am dünnsten, daher die Attraction der Theilchen hier am größten und diese in Folge dessen unregelmäßig gelagert. Die Wasserhüllen vergrößern sich durch Capillarwasser so, daß die allerdings hier auch auftretende Volumsvergrößerung nicht hinreicht, die Adhäsion der Wasserhüllen durch die Attraction der festen Theilchen zu überwinden. Dadurch wird die Cohärenz der ganzen Masse so gelockert, daß sich die geringste Bewegung des Wassers durch alle Capillarräume fortleitet und unterstützt von der Schwerkraft den Zerfall zu einem inerten Pulver herbeiführt. Durch Anwendung von möglichst wenig Wasser, durch gleichmäßiges Verdunsten des überschüssigen Wassers in der Luft, was durch Sandzusatz wesentlich

beschleunigt wird, durch tüchtiges Abkneten und durch Druck wird die Molekular-Attraction der in Hydratisirung begriffenen Magnesiatheilchen befördert, und sobald diese in Action tritt, das überschüssige Wasser durch bequeme Lagerung der Molekulargruppen verdrängt, und die Masse erlangt hiedurch die Festigkeit hinterher eindringendem Wasser zu widerstehen und zugleich fremde Körper zu verkitten. Schon dadurch wird der Mörtel beträchtlich fest; nun hat die Kohlensäure, in Wasser absorbirt, die Eigenschaft, kohlensauren Kalk in Lösung zu bringen; sowie sie aber in Action tritt, bemächtigt sich ihrer die Magnesia, indem sie die näher verwandte Säure statt des an Stelle einer Säure eingetretenen Hydratwassers eintauscht.

Dadurch wird die Dichtigkeit und Unlöslichkeit des Mörtels noch mehr vergrößert und der Werth der Magnesia-Cemente bedeutend erhöht. Daß das Magnesiahydrat im Wasser wirklich sich allmälig in Magnesia-Carbonat verwandelt, davon habe ich mich bei der Analyse einer gebrannten und lange unter Wasser belassenen Probe überzeugt, bei welcher wenigstens die äußere Partie die Magnesia ganz als Carbonat enthielt.

Aus dem Vorstehenden erklärt sich leicht, warum dünne Schichten viel schneller erhärten als Würfel, warum Sandzusatz so vortheilhaft wirkt, warum das feinst gepulverte Materiale das beste ist und warum dickere Schichten einseitig an der Luft austrocknend Risse bekommen.

Ähnlich müssen sich die Magnesiakalke überhaupt verhalten; und wir sehen hier einen ungeheuren Schatz vortrefflichen Wassermörtels vor uns, der bei verständiger Ausbeutung zum Aufschwung einer großen Industrie und zur Erleichterung vieler Bauten durch Beschaffung eines naheliegenden, billigen und dauerhaften Wassermörtels führen kann.

VI. SITZUNG VOM 17. FEBRUAR 1870.

Der Präsident gedenkt des am 13. Februar l. J. in Graz erfolgten Ablebens des wirkl. Mitgliedes, Herrn Hofrathes & Prof. emerit. Dr. Franz Unger.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Herr Prof. Dr. E. Mach in Prag übersendet eine weitere, für den Anzeiger bestimmte Mittheilung über die Beobachtung von Schwingungen.

Herr Dr. A. Boué überreicht den Schluß seiner Abhandlung: „Mineralogisch - geognostische Détails über einige meiner Reise-Routen in der europäischen Türkei".

Herrn Dr. Sigm. Mayer legt eine vorläufige Mittheilung über die von ihm gemeinschaftlich mit Herrn Dr. S. v. Basch angestellten Versuche „über Darmbewegungen" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Agassiz, Louis, Address delivered on the centennial Anniversary of the Birth of Alexander von Humboldt. Boston, 1869; 8°.

Archief, Nederlandsch, voor Genees- en Natuurkunde. Deel. V, 1ᵉ Aflev. Utrecht, 1869; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1791. (Bd. 75. 15.) Altona, 1870; 4°.

Bureau de la recherche géologique de la Suède: Carte géologique de la Suède. Nrs. 26—30. Avec renseignements. Folio & 8°.

Christiania, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1868/9. 4° & 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nr. 5. Paris, 1870; 8°.

Cosmos. XIXᵉ Année. 3ᵉ Série. Tome VI, 7ᵉ Livraison. Paris, 1870; 8°.

Ecker, Alexander, Die Hirnwindungen des Menschen nach eigenen Untersuchungen, insbesondere über die Entwicklung derselben beim Fœtus etc. Braunschweig, 1869; Kl. 4°. — Zur Entwicklungsgeschichte der Furchen und Windungen der Großhirn-Hemisphären im Fœtus des Menschen. (Archiv für Anthropologie. Bd. III. Heft 3). 4°.

Gesellschaft, Astronomische: Vierteljahrsschrift. IV. Jahrgang, 4. Heft & II. Supplement. Leipzig, 1869; 8°.

— der Wissenschaften, Königl. Dänische: Skrifter. V. Raekke. Historisk og philos. Afdeling. III. Bd. 2. Hft. Kjøbenhavn, 1869; 4°. — Lütken, Chr. Fr., *Additamenta ad historiam Ophiuridarum.* Kjøbenhavn, 1869; 4°. — Paludar-Müller, C. Studier til Danmarks Historie i det 13[de] Aarhundrede. I. Stykke Kjøbenhavn, 1869; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg. Nr. 7. Wien, 1870; 8°.

Katalog sämmtlicher in der k. k. Kriegs-Bibliothek befindlichen Werke und Manuscripte. 2 Theile. Wien, 1853 & 1869; 8°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 6. Wien; 8°.

Museo público de Buenos Aires: Anales. Entrega V[a]. Buenos Aires, 1868; Folio.

Museum of Comparative Zoology at Harvard College, Cambridge: Bulletin. Nrs. 8—13. Cambridge; 8°.

Museum-Verein, Siebenbürgischer: Jahresbericht. 1866—1867. Klausenburg, 1868; 8°.

Nature. Vol. I, Nr. 15. London, 1870; 4°.

Nomenclature of Diseases drawn up by a joint Comittee appointed by the Royal College of Physicians of London. London, 1869; 8°.

Observations made at the Magnetical and Meteorological Observatory at Trinity College, Dublin. Vol. II. 1844—1850. Dublin, 1869; 4°.

Observatoire physique central de Russie: Annales. Année 1865. St. Pétersbourg, 1869; Kl. Folio.

Pulkowa, Nicolai Hauptsternwarte: Jahresbericht. 1869. St. Petersburg; 8°. — Observations de Poulkova. Par Otto Struve. Vol. I & II. St. Pétersbourg, 1869; Folio. — Struve, Otto,

Tabulae quantitatum Besselianarum pro annis 1750 ad 1840 computatae. Petropoli, 1869; 8°.

Reinsch, Paul, Morphologische, anatomische und physiologische Fragmente. Moskau, 1865; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VII[e] Année, Nr. 11. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Rütimeyer, L., Über Thal- und Seebildung. Beiträge zum Verständniß der Oberfläche der Schweiz. Basel, 1869; 4°.

Society, The Royal Geological, of Ireland: Journal. Vol. II, Part 1. London, Dublin, Edinburgh, 1868; 8°.

— The Edinburgh Geological: Transactions. Vol. I, Parts 1—2. Edinburgh, 1868; 8°.

Verein, Entomologischer, in Berlin: Berliner Entomologische Zeitschrift. XIII. Jahrgang (1869), 3. & 4. Heft. Berlin; 8°.

— naturwissenschaftlicher, in Carlsruhe: Verhandlungen. IV. Heft. Carlsruhe, 1869; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 13—14. Wien, 1870; 4°.

Zepharovich, V. R. v., Mineralogische Notizen (aus der Zeitschrift „Lotos" 1870, Januar). 8°.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXI. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

3.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

VII. SITZUNG VOM 10. MÄRZ 1870.

Der Präsident gedenkt des am 5. März l. J. erfolgten Ablebens des wirklichen Mitgliedes, Herrn Professors Dr. Joseph Redtenbacher und ladet die Versammlung ein, ihrer Trauer durch Aufstehen Ausdruck zu geben.

Sämmtliche Anwesende erheben sich von ihren Sitzen.

Die k. k. Direction der Staats-Telegraphen setzt die Akademie, mit Zuschrift vom 21. Februar, in Kenntniß, daß das k. k. Handels-Ministerium im Einvernehmen mit dem k. k. Finanz-Ministerium die Genehmigung ertheilt hat, daß die von der Akademie zu befördernden Telegramme über Entdeckungen neuer teleskopischer Kometen an die Sternwarten Krakau und Kremsmünster bis Ende Mai 1872 gebührenfrei befördert werden dürfen, und daß die Telegraphen-Direction beauftragt wurde, wegen Erlangung der gleichen Begünstigung für die Mittheilung dieser Entdeckungen nach Altona, Berlin, Bonn, Leipzig und Karlsruhe die entsprechenden Schritte zu machen.

Herr J. Juratzka dankt mit Schreiben vom 21. Februar für die ihm zur Fortsetzung seiner bryologischen Forschungen in Nieder-Österreich bewilligte weitere Subvention von 300 fl.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Das Nierenbecken der Säugethiere und des Menschen", vom Herrn Hofrathe & Prof. J. Hyrtl. Diese Abhandlung ist für die Denkschriften bestimmt.

„Phänologische Studien," vom Herrn Vice-Director K. Fritsch.

„Versuche über Nachbilder von Reizveränderungen", von Herrn V. Dvořák, Hörer der Physik an der Prager Universität, eingesendet durch Herrn Prof. Dr. E. Mach.

„Die rationalen Dreiecke", von Herrn H. Rath.

„Einfache Constructionen windschiefer Hyperboloide und Paraboloide mit ihren Selbstschattengrenzen", von Herrn Prof. R. Niemtschik in Graz.

„Über eine kosmische Anziehung, welche die Sonne durch ihre Strahlen ausübt“, von Herrn K. Puschl, Capitular des Benedictiner-Stiftes Seitenstetten.

„Über die Atomwärme des Stickstoffs in seinen festen Verbindungen“, von Herrn Joh. Tollinger.

Herr Hofrath Dr. J. Škoda überreicht eine Abhandlung: „Über die Wirkung der *Digitalis* und *Tct. veratri viridis* auf die Temperatursverhältnisse bei der croupösen Pneumonie“, vom Herrn Docenten Dr. Leopold Ritter v. Schrötter-Kristelli.

Herr Prof. Dr. A. E. Reuss legt eine Abhandlung: *„Bryozoi fossili Italiani“ (4ª contribuzione)*, von Herrn Dr. A. Manzoni, vor.

Herr Prof. V. v. Lang hält einen Vortrag: „Über eine neue Methode, die Diffusion der Gase durch poröse Scheidewände zu untersuchen.“

Herr Prof. E. Suess überreicht eine Abhandlung: „Über Ammoniten.“

Herr Hofrath & Prof. Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Einige Versuche über sogenannte Peptone.“

Herr Prof. Dr. J. Loschmidt spricht über seine „Experimental-Untersuchungen über die Diffusion der Gase ohne poröse Scheidewände.“

Herr Dr. G. Neumayer übergibt eine Abhandlung: „Ein Project für die Vorarbeiten betreffs des Venusdurchganges von 1874.“

Herr Prof. E. Ludwig überreicht eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn C. Graebe ausgeführte Abhandlung: „Über einige Naphthalin-Derivate, die sich den Chinonen anreihen.“

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. December 1869. Berlin; 8°.

American Journal of Science and Arts. Vol. XLIX, Nr. 145. New Haven, 1870; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrgang, Nr. 4—5. Wien, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1792—1794. (Bd. 75. 16—18.) Altona, 1870; 4°.

Beobachtungen, Schweizer. Meteorologische. December 1868, Januar & Februar 1869. 4°.

Carl, Ph., Repertorium für Experimental-Physik etc. VI. Band, 1. Heft. München, 1870; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nrs. 6—8. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIXe Année. 3e Série. Tome VI, 8e—10e Livraisons. Paris, 1870; 8°.

Gesellschaft, k. k. geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. 3, Nr. 4. Wien, 1870; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band, Nr. 4—5. Wien, 1870; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg., Nr. 8—10. Wien, 1870; 8°.

Gruber, Wenzel, Beiträge zur Anatomie des Schädelgrundes. I. Abtheilung. (Mém. de l'Acad. Imp. de Sc. de St. Pétersbourg, VIIe Série, Tome XIII, Nr. 7.) St. Petersburg, Riga, Leipzig, 1869; 4°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv für Mathematik und Physik. L. Theil, 4. Heft; LI. Theil, 1. Heft. Greifswald, 1869; 8°.

Hugueny, F., Le coup de foudre de l'Ile du Rhin près de Strasbourg (13 juillet 1869.) Strasbourg, 1869; 4°.

Institut National Genevois: Mémoires. Tome XII. 1867—1868. Genève, 1869; 4°. — Bulletin. Tome XV; Tome XVI, pages 1—123. Genève, 1869; 8°.

Isis: Sitzungsberichte. Jahrgang 1869, Nr. 10—12. Dresden, 1870; 8°.

Istituto, Reale, Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XV° Serie III^a, Disp. 2^a. Venezia, 1869—70; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer, von Vorwerk. Band XXXIII, Heft 1. Speyer, 1870; 8°.

Landbote, Der steirische. III. Jahrgang, Nr. 5. Graz, 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrg. 1870, Nr. 1, 7—9. Wien; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1870, II. & III. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. Tome XIIe, Année 1870, 316e Livraison. Paris; 4°.

Musée Teyler: Archives. Vol. II, fasc. 4°. Harlem, Paris, Leipzig, 1869; 4°.

Museum Francisco-Carolinum: 28. Bericht. Linz, 1869; 8°.

Nature. Vol. I, Nrs. 16—18. London, 1870; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IV, Nr. 11. Torino, 1869; 4°.

Παλλη, Αλεξιου, Περι του μηνιγγαιου λοιμου. Εν Αθηναις, 1869; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1870. Nr. 3—4. Wien; 4°.

Reichsforstverein, österr.: Österreichische Monatsschrift für Forstwesen. XIX. Band. Jahrgang 1869, December-Heft. Wien; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VII° Année, Nrs. 12—14. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Scientific Opinion. Part. XVI, Vol. III. London, 1870; 4°.

Societas Entomologica Rossica: Horae. T. VI, Nr. 3. Petropoli 1869; 8°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1869, Tome XLII, 1re partie. Moscou; 8°.

— Linnéenne, de Bordeaux: Actes. Tome XXVI (3° Série, Tome VI), 2° Partie. Paris & Bordeaux, 1868; gr. 8°.

Society, The Royal Geographical, of London: Proceedings. Vol. XIII, Nr. 5. London, 1869; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 15—16. Wien, 1870; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XIII. Jahrgang. N. F. VI. Band, 3. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines. XXII. Jahrgang, 1. Heft. Wien, 1870; 4°.

Phänologische Studien.

Von dem c. M. Karl Fritsch,

Vice-Director an d. k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.

1. Anlass zu diesen Studien.

Die normalen Zeiten periodischer Erscheinungen in der Flora und Fauna, welche bisher von mir bestimmt worden sind, gelten nur für Wien [1]. wenngleich die einschlägigen Beobachtungen von allen Stationen der österreichisch-ungarischen Monarchie berücksichtiget worden sind.

Die betreffenden Abhandlungen enthalten zwar die Unterschiede der normalen Zeiten der Erscheinungen im Vergleiche zu Wien für jede Beobachtungsstation und von Monat zu Monat. Aber diese Unterschiede sind eben nur mittlere, d. h. solche, wie sie sich ergeben, wenn man aus den Unterschieden für alle Pflanzen und Thierarten zusammen, Mittelwerthe ableitet. Die Darstellung eines oder des anderen concreten Falles wird dies klar machen.

Nach meinen neuesten Berechnungen sind die mittleren Unterschiede für die Blüthe der Pflanzen zwischen Brünn und Wien $= B - W$ im

März	— 5·5	Tage
April	— 3·6	„
Mai	0·0	„
Juni	+ 1·3	„

wobei nur zu bemerken ist, daß der Unterschied — 5·5 für alle Pflanzen gilt, welche in Wien im März zur Blüthe gelangen, der

---

[1]) M. s. Fritsch: Normaler Blüthenkalender von Österreich I. und II. Theil. (Denkschriften XXVII. Bd. Wien 1867 und XXIX. Bd. Wien 1869).

Normaler Kalender der Fruchtreife I. und II. Theil (Sitzungsberichte LIV. Bd. 1866 und LIX. Bd. 1869.)

Kalender der Fauna I. und II. Theil (Sitzungsberichte LVI. Bd. 1867 und LVIII. Bd. 1868.)

Unterschied — 3·6 für die eben daselbst im April zur Blüthe gelangenden u. s. w.

Für die einzelnen Pflanzenarten nun, welche bei Wien in demselben Monate blühen, sind die Zeitunterschiede gegen Brünn unter sich nicht selten beträchtlich verschieden, obgleich die Mittelwerthe der Blüthezeiten aus mehrjährigen Beobachtungen abgeleitet wurden und mit einem sehr geringen wahrscheinlichen Fehler behaftet sind. Ich führe beispielsweise die Extreme in den einzelnen Monaten an

März	*Daphne Mezereum*	+ 3	Tage
	Taxus baccata	— 24	„
April	*Prunus spinosa*	+ 8	„
	Ajuga reptans	— 20	„
Mai	*Rosa canina*	+ 12	„
	Trifolium pratense	— 5	„
Juni	*Ligustrum vulgare*	+ 13	„
	Tilia grandifolia	— 9	„

Es machen sich Einflüsse geltend, welche bei vergleichenden Beobachtungen nicht immer eliminirt werden können, ich will nur anführen die Verschiedenheit der Exposition des Standortes, der Individualität der Pflanze u. s. w. Von den meteorologischen Verhältnissen darf man wohl annehmen, daß sie im mehrjährigen Mittel ausgeglichen sind. Jedenfalls können Abweichungen in dieser Hinsicht die oben angeführten Extreme der Zeitunterschiede nicht erklären. Auch bleibt noch die Personalgleichung der Beobachter an zwei verschiedenen Stationen übrig. Diese kann aber nur von Bedeutung sein, wenn die Beobachtungen nicht mit genügender Sorgfalt und im Sinne der Instruction angestellt werden.

Von besonderem Interesse sind die Abweichungen der Zeiten der Blüthe, Fruchtreife u. s. w. von den entsprechenden Normalmitteln einer Station in den einzelnen Jahrgängen der Beobachtungen. Diese Abweichungen lassen den beschleunigenden oder verzögernden Einfluß der Witterung auf die Entwickelung der einzelnen Pflanzen- und Thierarten auch am besten übersehen.

Man könnte versucht sein, zur Darstellung dieser Abweichungen die mittleren Zeitunterschiede der Beobachtungsstationen gegen Wien zu verwenden, welche ich für jede derselben und für jeden

Monat in meinem Kalender der Flora und Fauna publicirt habe. Die früher angeführten Fälle lassen dies nicht rathsam erscheinen, sondern es ist die Verwendung der aus den Beobachtungen der einzelnen Stationen unmittelbar gefolgerten Normalwerthe geboten, das ist ein Entwurf des Kalenders für jede einzelne Station.

2. Kalender der Flora und Fauna der einzelnen Stationen.

Der Entwurf eines solchen ist keine leichte Aufgabe, da von nicht weniger als 108 Stationen Beobachtungen über Pflanzen und von 75 Stationen über Thiere vorliegen, wenn man auch nur jene berücksichtiget, an welchen wenigstens zwei Jahre hindurch Beobachtungen angestellt worden sind. Hiezu noch die große Anzahl der beobachteten Pflanzen- und Thierarten an nicht wenigen Stationen, von welchen auch noch mehrere Phasen der Entwickelung aufgezeichnet worden sind.

Bei dem ersten Entwurfe des Kalenders der Flora und Fauna von Österreich-Ungarn wurden noch sämmtliche Beobachtungen bis Ende 1862 berücksichtiget; in den Nachträgen, welche im II. Theile des Kalenders enthalten sind, nur noch die Beobachtungen über jene Arten, welche im ersten Theile des Kalenders nicht vorkommen. In so weit ist auch nur mein alphabetischer Zettelkatalog vollständig, ohne welchem die Berechnung der in Frage stehenden Normalwerthe der Erscheinungszeiten kaum ausführbar erscheint.

Ich fuhr aber fort, die Beobachtungen von sämmtlichen Stationen in den Zettelkatalog einzutragen, welche in die jährlichen Übersichten eingestellt wurden [1]). In denselben sind aber nur die in der letzten Instruction zur Anstellung phänologischer Beobachtungen vorzugsweise empfohlenen Arten der Pflanzen und Thiere berücksichtiget [2]). Es wurden daher die Normalwerthe auch nur für diese Arten berechnet. Hiezu fand ich mich auch noch deßhalb bestimmt,

---

[1]) Diese Übersichten erschienen bis einschließlich 1858 als Anhang der Sitzungsberichte der k. Akad. d. Wissenschaften von 1859—1861 in den Schriften der zoologisch-botanischen Gesellschaft, von 1862 und 1863 in den Witterungsübersichten und von 1864 bis gegenwärtig in den Jahrbüchern der k. k. Centralanstalt f. M. u. E. Neue Folge.

[2]) M. s. Fritsch: Instruction zur Anstellung phänolgischer Beobachtungen u. s. w. (Sitzungsberichte XXXVII. Bd. Wien 1859.



weil ich es in mancher Hinsicht interessant und lehrreich fand, den Beobachtungen in den jährlichen Übersichten auch die Abweichungen vom Normalmittel beizufügen.

Im Allgemeinen werden die phänologischen Beobachtungen in Folge des von der k. k. Centralanstalt f. M. u. E. gegebenen Impulses bereits seit dem Jahre 1853 angestellt, an einigen wenigen Stationen reichen sie selbst noch weiter zurück. Dennoch sind es nur wenige derselben, an welchen die Beobachtungen seitdem unausgesetzt angestellt worden sind. An den einzelnen Stationen umfassen sie bald mehr, bald weniger Jahre bis auf zwei herab, der einjährigen nicht zu gedenken.

Die Beobachtungen der verschiedenen Stationen sind demnach keine gleichzeitigen, selbst nicht einmal an einer und derselben Station, da nicht in jedem einzelnen Jahre alle Pflanzen- und Thierarten beobachtet worden sind. Sollte es nun nicht angezeigt erscheinen, die Beobachtungen sämmtlicher Stationen auf denselben Zeitraum zu reduciren, wie dies bei den meteorologischen Beobachtungen mit günstigem Erfolge versucht worden ist?

Es entsteht vorerst nur die Frage, ob eine solche Reduction durchführbar ist, und wie sie vorzunehmen wäre. Setzen wir den günstigen Fall voraus, daß die Pflanzenarten, welche an einer Station mit vollständigen Beobachtungen gleichzeitig zur Blüthe gelangen, auch auf einer Station, von welcher nur von einigen Jahren Beobachtungen vorliegen, in den einzelnen Jahren oder wenigstens im Mittelwerthe derselben gleichzeitig zur Blüthe gelangen, gleichviel ob später oder früher als an der Normalstation. In diesem Falle läßt sich die Reduction nach der einfachen Formel vornehmen:

$$B = B' + (A - A')$$

in welcher B das vollständige, B' das unvollständige Mittel der Blüthezeit an der Station B, ferner A und A' die gleichnamigen Mittel der Station A bedeutet.

Ich habe aber bereits bemerkt, daß selbst die mittleren Unterschiede der Blüthezeiten bei den einzelnen Pflanzenarten verschieden sind und nicht selten beträchtlich, wenngleich die verglichenen Pflanzen an einer der beiden Stationen auch gleichzeitig zur Blüthe gelangen. Man müßte demnach die Reduction auf mehrjährige Mittel für jede Pflanzenart insbesonders vornehmen. Die Reduction ist demnach

von der Bedingung abhängig, daß an beiden Stationen dieselben Pflanzenarten beobachtet worden sind. Wenn dies nun auch bei einem Theile der Fall ist, so liegen doch gewöhnlich für die Mehrzahl der beobachteten Arten nur Aufzeichnungen von einer der beiden Stationen vor, welche in Bezug auf eine solche Reduction die allein günstig gelegenen sind.

In noch höherem Grad gilt dies von der Fruchtreife der Pflanzen und den Erscheinungen im Thierreiche. Hiezu kommt noch, daß selbst an jenen Stationen, deren Beobachtungen eine so lange Beobachtungsreihe umfassen, wie sie zur Ableitung sicherer Mittelwerthe der Erscheinungszeiten erforderlich ist, nicht für alle beobachteten Pflanzen- und Thierarten dieselben Jahrgänge der Beobachtungen vorliegen. Bevor die Mittelwerthe solcher Stationen zur Reduction der unvollständigen Mittel anderer verwendet werden könnten, müßten sie demnach früher auf einen gleich langen Zeitraum reducirt werden, eine Reduction, welche kaum ausführbar erscheint, wenn man bedenkt, daß sich die Reductionsgrößen aus den Beobachtungen über andere Thier- oder Pflanzenarten mit Bestimmtheit nicht ergeben.

Ich fand es demnach angezeigt, zu den absoluten Mittelwerthen meine Zuflucht zu nehmen. Es entsand nur noch die Frage, ob Beobachtungen an einer und derselben Station, welche nur einige wenige Jahre umfassen, zur Ableitung solcher Mittelwerthe geeignet sind. Da ich aber erst neuerlich, nämlich bei der Verwerthung des Beobachtungsmateriales für den II. Theil meines Kalenders der Flora und Fauna die Erfahrung machte, daß selbst zweijährige Beobachtungen sichere, durch fortgesetzte Beobachtungen nicht sehr erheblich beeinflußte Mittelwerthe geben, wenn nur der wahrscheinliche Fehler dieser Mittelwerthe ein geringer ist, so berechnete ich an jeder Station für alle Pflanzen- und Thierarten Mittelwerthe, für welche wenigstens zweijährige Beobachtungen vorlagen, wenn nur der wahrscheinliche Fehler des Mittels eine gewisse Grenze, nämlich ± 5 Tage nicht überschritt.

Solche Mittelwerthe wurden für alle in der Instruction vom Jahre 1859 empfohlenen Thier- und Pflanzenarten gerechnet, soweit sie im General-Kalender der Fauna und Flora vorkommen und an den einzelnen Stationen beobachtet worden sind; es sind im Ganzen 278 Arten Thiere und 103 Arten Pflanzen.

Für die Thiere berechnete ich die Mittelwerthe der Zeiten der ersten und letzten Erscheinung, für die Pflanzen die mittleren Zeiten der ersten Blüthen und ersten reifen Früchte. Die Daten der zweiten Erscheinung (neue Generation) bei den Thieren wurden als zu wenig zahlreich unberücksichtiget gelassen. Die Zeiten der letzten Erscheinung gelten bei jenen Arten, welche in zwei Perioden vorkommen, für die zweite Periode. Aus demselben Grunde, wie bei den Thieren, wurden bei den Pflanzen auch die Zeiten der zweiten Blüthe unberücksichtiget gelassen.

Die folgende Tabelle macht die Stationen ersichtlich, deren Beobachtungen hier benützt worden sind. *J.* ist die Anzahl der Beobachtungsjahre, *P.* jene der Pflanzen- und *T.* jene der Thierarten.

3. Übersicht des Beobachtungsmateriales.

Tabelle I.

a) **Für die Blüthe der Pflanzen und erste Erscheinung der Thiere.**

Station	*J*	*P*	*T*	Station	*J*	*P*	*T*
Admont	9	59	68	Budweis	3	31	15
Agram	3	70	71	Bugganz	4	29	19
Alkus	4	6		Cilli	11	67	78
Altenburg (Ung.) ..	2	2		Czaslau	3	6	3
Andree (Szt.)	3	16		Czernowitz........	3	2	1
Árvaváralljа	7	7	10	Datschitz	3	16	6
Aussee (Alt.)	2	9		Deutschbrod	15	23	6
Bärn	11	57	25	Eperies...........	2	38	8
Bania	2		2	Eppan	2	1	
Biala.............	8	77	100	Felka	11	54	
Bistritz (in Siebenbürgen)	3	3	1	Florian (St.)......	4	31	21
Bludenz	11	56	33	Gastein	7	23	5
Bochnia	3	23	2	Görz.............	5	40	
Bodenbach	3	8		Gresten	5	64	94
Botzen	2	6	10	Grodek	2		14
Bregenz	7	33	9	Gurgl	4	4	
Briesz	7	22		Hausdorf	6	48	78
Brünn............	14	51	154	Hermannstadt	17	67	31
				Hlinik	4	29	

Station	J	P	T	Station	J	P	T
Hochwald	7	36	14	Neutitschein	4	30	71
Hofgastein	2	6		Oberschützen	2	41	10
Huszth	2		3	Ofen	3	23	
Jakob (St.)	7	48	66	Oravieza	9	10	2
Jallna	4	18		Pettau	2	8	
Jaslo	5	33	4	Prag	23	73	83
Iglau	4	54	54	Praegratten	2	4	
Innsbruck	14	72	48	Preßburg	8	61	23
Ischl	4	66	17	Pürglitz	3	14	27
Kalkstein	2	1		Rosenau	5	62	58
Kaschau	4	62	98	Rottalowitz	10	73	110
Kesmark	11	33	19	Roveredo	2	9	
Kessen	4	32	33	Rzeszow	2	17	6
Kirchdorf	14	80	86	Saifnitz	2	2	
Klagenfurt	21	63	3	Salzburg	5	27	33
Königsberg (Ung.)	7	14		Schäßburg	4	43	36
Komorn	2	4		Schemnitz	9	51	
Korneuburg	4		7	Schößl	14	29	13
Krakau	8	69	11	Schwaz	2	2	
Kremsier	11	77	42	Senftenberg	16	76	55
Kremsmünster	18	72	59	Stanislau	4	16	
Kronstadt	10	51	8	Szkleno	5	17	
Laibach	12	70	43	Szliács	5	30	
Lemberg	14	67	47	Tamsweg	2	9	4
Lesina	5	5	2	Taufers	2	10	23
Leutschau	14	75	77	Temesvár	2	13	
Lienz	15	61	12	Trautenau	2		2
Linz	11	79	142	Triest	3	41	
Maltein	3	28		Troppau	4	39	25
Martin (St.)	5	19		Tulfes	2	12	
Martinsberg	3	8	4	Unter-Tilliach	2	2	
Mediasch	10	62	12	Villa Carlotta	2	13	2
Melk	8	56	71	Wallendorf	6	4	
Micheldorf	3	32	15	Warschau	4	27	
Mittelwald	3	4		Weißbriach	7	40	
Neusatz	3	33		Wien	17	97	187
Neusohl	5	47	34	Wilten	8	65	31
Neustadtl	3		34	Zloczow	2	11	

Die vorstehende Tabelle enthält 701 Jahrgänge der Beobachtungen ana llen Stationen zusammen, an welchen im Ganzen

3715 Pflanzen und 2730 Thiere beobachtet worden sind. Dies gibt 6445 Mittelwerthe, welche von mir gerechnet werden mußten. Die mittlere Zahl der Jahrgänge für eine Station ist 6·2 in Maximo [1]), und kann durchschnittlich zu $\frac{1}{2}(6 \cdot 2 + 2 \cdot 0) = 4 \cdot 1$ angenommen werden. Hieraus folgt die Anzahl sämmtlicher Beobachtungen $= 6445 \times 4 \cdot 1 = 26434$, welche von mir in den Zettelkatalog eingetragen worden sind.

Tabelle II.

b) Für die Fruchtreife der Pflanzen und letzte Erscheinung der Thiere.

Station	J	P	T	Station	J	P	T
Admont	6	34		Hermannstadt	15	27	1
Agram	3	44	2	Hlinik	4	28	
Alkus	4	2		Hochwald	2	1	
Andree (Szt.)	2	12		Jakob (St.)	7	20	18
Árvaváralljа	2	17	2	Jallna	4	16	
Bärn	7	20		Jaslo	3	2	
Bania	2	23	3	Iglau	3	6	1
Biala	10	55	71	Innsbruck	5	7	
Bludenz	10	15	2	Ischl	4	37	5
Bodenbach	3	7		Kaschau	4	12	2
Botzen	2	1	2	Kesmark	3	4	1
Bregenz	7		1	Kessen	3	12	2
Briesz	5	14		Kirchdorf	13	25	6
Brünn	10	34	46	Klagenfurt	15	27	
Budweis	2	5		Königsberg	7	11	
Bugganz	3	14	2	Krakau	6	24	
Cilli	7	21	15	Kremsier	6	19	
Datschitz	3	2		Kremsmünster	17	37	13
Deutschbrod	13	13		Kronstadt	2	1	1
Eperies	4	2		Laibach	4	7	2
Eppan	2	14		Lemberg	11	20	6
Felka	9	6		Lesina	3	3	
Florian (St.)	2	4	3	Leutschau	7	37	5
Gastein	4	10		Lienz	14	21	
Gresten	4	20	3	Linz	6	14	18
Grodek	3		3	Maltein	3	5	
Hausdorf	6	24	11	Martin (St.)	5	13	

[1]) In obiger Tabelle sind die Jahrgänge der Beobachtungen überhaupt ersichtlich, die einzelnen Arten wurden nicht in allen Jahrgängen beobachtet.

Station	J	P	T	Station	J	P	T
Martinsberg	3	5		Rzeszow..........	2	2	
Mediasch	11	16	1	Salzburg	7	27	11
Melk.............	2	2		Schäßburg	3	25	
Micheldorf........	3	8		Schemnitz	8	40	
Mittelwald	2	2		Schößl	10	9	5
Neusatz	2	3		Senftenberg.......	12	32	6
Neusohl	3	4		Stanislau	2	10	
Neustadtl.........	3		3	Szkleno	5	9	
Neutitschein.......	3	17	15	Szliács	4	13	
Oberschützen	2	2		Tamsweg	2	1	
Ofen	2	5		Troppau..........	2	1	
Oravicza..........	2	1		Tulfes	2	4	
Prag.............	15	44	33	Unter-Tilliach	2	2	
Praegratten	2	1		Wallendorf........	3	1	
Preßburg	3	3		Warschau.........	2	5	
Pürglitz	2	1	20	Weißbriach	2	6	
Rosenau..........	3	5	11	Wien.............	12	47	64
Rottalowitz........	10	41	31	Wilten	8	34	5

Man erhält hieraus 472 Jahrgänge mit Beobachtungen über 1272 Pflanzen und 452 Thiere, demnach 1724 Mittelwerthe und in ähnlicher Weise wie früher berechnet $1724 \times 3 \cdot 6 = 6206$ Beobachtungen.

Für beide Abtheilungen demnach

$$6445 + 1724 = 8169 \text{ Mittelwerthe und}$$
$$26434 + 6206 = 32640 \text{ Beobachtungen,}$$

welche von mir beziehungsweise zu berechnen und in den Zettelkatalog einzutragen waren. Doch ist diese Berechnung nur eine aproximative, weil für die Thierbeobachtungen die besondere Zählung der Jahrgänge nicht vorgenommen worden ist, weßhalb auch keine eigene Tabelle entworfen worden ist.

Die längsten Beobachtungsreihen sind:

Prag .... 23 Jahre, von mir begonnen und von meiner Schwester Wilhelmine bis zu ihrem 1857 erfolgten Ableben fortgesetzt.

Klagenfurt..... 21 „ von Herrn Director J. Prettner.

Kremsmünster . 18 „ S. H. Abt A. Reslhuber (m. s. später).

Hermannstadt.. 17 Jahre von Prof. L. Reissenberger.
Wien........ 17 „ von mir selbst.
Senftenberg... 16 „ von Theodor Brorsen.

Von den Beobachtungen in Kremsmünster sind hier nur die Jahrgänge gezählt, welche an die k. k. Centralanstalt eingesendet wurden, da sie aber noch gegenwärtig fortgesetzt werden, reichen sie nahe an 30 Jahre. Meine eigenen in Prag begonnenen und in Wien fortgesetzten Beobachtungen umfassen 36 Jahrgänge.

In Beziehung auf die Anzahl der beobachteten Pflanzen- und Thierarten sind die Leistungen der Herren Beobachter gelegentlich des Entwurfes des Kalenders der Fauna von Österreich-Ungarn gewürdigt worden. Besonders verdienstliche Leistungen in dieser Hinsicht sind in der Folge nur rücksichtlich jener Thier- und Pflanzenarten möglich, welche in den bisher erschienenen zwei Theilen des Kalenders noch nicht vorkommen.

4. Über die anomalen Mittelwerthe.

Den ersten Anlaß zu vorliegenden Studien gab die alljährlich wiederkehrende nicht ungegründete Besorgniß, meine geschwächte Gesundheit könnte mich endlich nöthigen, in den Ruhestand zu treten. Für diesen Fall hielt ich es angezeigt, die phänologischen Beobachtungen in Österreich, welche an der k. k. Centralanstalt schon seit dem Jahre 1853 meiner Leitung anvertraut sind, abzuschließen und daraus für jede Beobachtungsstation die Normalwerthe abzuleiten, mit deren Mittheilung in den Jahrbüchern der k. k. Centralanstalt ich die Reihe der jährlich erscheinenden phänologischen Übersichten zu beschließen gedachte.

Hiezu kam noch die Betrachtung, daß die in dem Kalender der Flora und Fauna von Wien enthaltenen Erscheinungszeiten mit Hilfe der dort mitgetheilten Tafeln nur bezüglich jener Pflanzen- und Thierarten für andere Stationen reducirt werden können, bei welchen (Pflanzen- und Thierarten) die Unterschiede der Erscheinungszeiten mit den mittleren, für alle Arten zusammen geltenden, übereinstimmen. Es schien mir deßhalb wünschenswerth, für jede Beobachtungsstation einen besonderen Kalender aus den unmittelbaren Beobachtungen zu entwerfen. Ich wollte mich auf die in den Übersichten vorkommenden Arten beschränken, weil diese an den meisten Stationen und

zugleich am längsten beobachtet worden sind. Eine den jährlichen Übersichten ähnliche Übersicht der Normalwerthe wollte ich sodann im nächsten Bande der Jahrbücher der k. k. Centralanstalt für Meteorologie veröffentlichen.

Als ich eben mit der Ausführung meines Vorhabens begann, verdankte ich der wohlwollenden Intervention Sr. Excellenz des Freiherrn Carl von Czoernig, daß mir die anregende Arbeit eines jungen Mannes bekannt wurde [1]), welcher sich mit besonderem Eifer und ungewöhnlicher Begabung phänologischen Studien widmet. Die Durchsicht seiner Arbeit trug wesentlich bei, mich in meinem Vorhaben zu bestärken, für jede Station einen besonderen Kalender der Flora und Fauna zu entwerfen und die brieflichen Mittheilungen des Herrn Krašan brachten meinen Entschluß zur völligen Reife.

Herr Krašan hat für die verschiedenen Localitäten der Umgebung von Görz 7 Wärmestufen ausgemittelt und für jede derselben folgende Differenzen der Blüthezeit ermittelt:

	I—VII	I—VI	I—V	I—IV	I—III	I—II
Februar	35	29	21	17	13	8
März	24	19	17	14	10	6
April	17	14	12	9	6	4
Mai	10	7	6	5	3	2
Juni	4	3	2	1	0	0

Setzen wir ähnliche Abstufungen des Klima's an einer zweiten Station voraus, so werden die an einer der beiden Stationen gleichzeitig zur Blüthe gelangenden Pflanzen an der anderen nur dann auch gleichzeitig blühen, wenn sie in Beziehung auf die Wärmestufe als identisch betrachtet werden können.

Da den Theilnehmern an den phänologischen Beobachtungen in der Anleitung aufgegeben worden ist, die Pflanzen an Standorten frühester Entwicklung zu beobachten, so werden die Standorte in der Regel wohl als identische angesehen werden können.

Aber an nicht wenigen Stationen, insbesondere solchen, die entfernt von Gebirgen liegen, also in der Ebene, wird eine solche Abstufung des Klima's, wie es vorausgesetzt wird, nicht vorkommen,

[1]) M. s. F. Krašan: Pflanzenphänologische Beobachtungen für Görz. (18. Jahresbericht des k. k. Obergymnasiums daselbst) 1868.

oder nur rücksichtlich eines Theiles der Flora. Einige Pflanzenarten werden zu den begünstigten gehören, andere nicht. Die Differenzen der Blüthezeit werden nach den Standorten verschieden ausfallen und nicht selten beträchtlich.

Ich selbst habe gleich im Beginne meiner Beobachtungen in der Umgebung von Prag bei jeder beobachteten Pflanze die Exposition gegen die Weltgegend und den Grad der Insolution bemerkt, mit Hilfe der Bezeichnungen $+S$, $\pm S$, $-S$; $+N$, $\pm N$, $-N$; u. s. w. Es ist mir jedoch nicht gelungen, diese Angaben an allen Stationen einzuführen, obgleich in der Anleitung zu den Beobachtungen dafür vorgesorgt war.

Ich blieb mit meinem Vorschlage isolirt, weder Quetelet in Brüssel, hochverdient um die Verbreitung des Interesses an den Beobachtungen über die periodischen Erscheinungen im Pflanzen- und Thierreiche in die weitesten Kreise, noch Hoffmann in Giessen, welcher unter den Botanikern sich wohl die meisten Verdienste um die Pflanzenklimatologie erworben hat, noch Andere, welche sich um die Einführung einschlägiger Beobachtungen Verdienste erwarben, haben darauf Bedacht genommen.

Herr Theodor Brorsen in Senftenberg, einer der sorgfältigsten und fleißigsten Theilnehmer an den phänologischen Beobachtungen in Österreich, sprach sich aus dem Grunde entschieden aus gegen die Bedachtnahme auf die Exposition des Standortes der Pflanzen, weil man sonst auch noch den Neigungswinkel bestimmen müßte.

In der That kommt auf die Exposition des Standortes nur in so ferne Vieles an, als hiedurch die Factoren, welche bei der Entwicklung der Pflanzen die Hauptrolle spielen, wesentlich modificirt werden. Die Insolation ist Bedingung des Fructificationsactes und der diesen einleitenden Blüthenphase der Pflanzen. Ohne genügende Feuchtigkeit kann eine bald mehr, bald weniger große Wärmesumme bei der Entwicklung der Pflanzen wirkungslos sein. Wir sehen wohl an südlichen Standorten in der Regel die Vegetation im Vergleiche zu jener an nördlichen Standorten voraus eilen, aber bei ungenügender Feuchtigkeit kann sich dieses Verhältniß umkehren. In Wien z. B. wo dies im Sommer regelmäßig der Fall ist, ist es schon vorgekommen, daß die Früchte der Kornelkirsche, *Cornus mas*, im August an nördlichen Standorten früher zur Reife gelangen als an südlichen.

In trockenen Sommern wird die Blüthezeit der meisten von jenen der Pflanzenarten, welche spät zur Blüthe gelangen, bei den günstigsten Temperaturverhältnissen verzögert, wenn die Niederschläge damit nicht in einem gewissen Verhältnisse stehen, dessen Minimalwerth sich bestimmen läßt. Daher kommt es auch, daß z. B. in Triest (freilich nur nach zwei- und bis dreijährigen Beobachtungen) das Heidekraut, *Calluna vulgaris* um 25, und die Herbstzeitlose, *Colchicum autumnale* um 32 Tage später zur Blüthe gelangen, als bei Wien, weil die Blüthezeit in den dort relativ regenlosen Sommer fällt. Ähnliches zeigt sich bei Görz, wo *Calluna vulgaris* um 8 Tage später blüht als bei Wien (freilich auch nur nach zweijährigen Beobachtungen). Diese Verhältnisse werden recht auffallend, wenn man sie vergleicht mit jenem im ersten Frühjahre. So ist der Haselnußstrauch in Görz um 47, in Triest um 43 Tage in der Blüthezeit gegen Wien im Vorsprunge, das wohlriechende Veilchen, *Viola odorata* beziehungsweise 34 und 28 Tage. Die herrschenden Herbst- und Winterregen an beiden Stationen sind hiebei mindestens ebenso wirksam, wie die milde Temperatur des Winters.

Leider ist die Auswahl der Pflanzen, welche ich hier berücksichtigen kann, eine zu geringe, sonst würde ich ohne Zweifel nachzuweisen im Stande sein, daß es andere Arten gebe, welche sich, obgleich sie erst im Sommer blühen, wesentlich anders verhalten. Schon bei den im ersten Frühjahre blühenden Pflanzen zeigen sich große Unterschiede. So blüht in Triest der Frühlingssafran, *Crocus vernus* nur um 6 Tage früher als in Wien, während das Veilchen, *Viola odorata* um 28 Tage früher zur Blüthe gelangt, wie ich bereits angeführt habe.

Herr Prof. Krašan hat mir eine Reihe ähnlicher Thatsachen aus Görz brieflich mitgetheilt. „Von größtem Interesse“, schreibt er, „scheint mir die Thatsache zu sein, daß bei uns in der Ebene auch in hinlänglich feuchten Jahren einige Pflanzen im Sommer viel später blühen als in kälteren Klimaten. So blüht z. B. auf den Hügeln östlich von Görz *Allium ochroleucum* $1^1/_2$ Monate später als im Gebirge bei 2000—3000′ Höhe und hier in Gesellschaft mit *Viola pinnata*, *Rubus saxatilis*, *Rhododendron hirsutum*, *R. Chamaecistus* und andern Gebirgspflanzen. In Deutschland blüht *Linosyris vulgaris* $1^1/_2$ Monat früher als bei uns im Flachlande. Solche sich verspätende Arten sind auch *Aster amellus*, *Gentiana Pneumonanthe*, *Salvia*

glutinosa etc. *Senecio Fuchsii* und *Gentiana asclepiadea* begannen in einer kalten schattigen Bergschlucht bei 2000′ (ungefähr) in Gesellschaft mit *Soldanella minima*, *Carex firma*, *Viola biflora*, *Laserpitium Peucedanoides*, *Primula carniolica* etc. zu derselben Zeit zu blühen, wie an den lichten Stellen der Waldbäche bei Görz und doch kann die mittlere Jahrestemperatur jener Schlucht nicht mehr als 7° sein. Ich würde diese Erscheinungen einfach für die Folge eines bereits vielfach besprochenen Bestrebens der Pflanzen, ihren Lebenscyklus in kälteren Klimaten zu beschleunigen, halten, wenn nicht wieder Erscheinungen entgegengesetzter Art in Berücksichtigung kommen müßten. So heißt es z. B. in Koch's Taschenbuch von *Prunella vulgaris* und von *Linosyris vulgaris*, daß sie im Juli und August blühen [1]). Allein die erstere sieht man hier schon gegen den 20. Mai in Blüthe, während die letztere erst gegen den 15. September die ersten Blüthen öffnet, so daß die Blüthezeiten beider Pflanzen fast um vier Monate auseinanderstehen."

Gelegentlich einer in den ersten Tagen des Juli 1869 unternommenen Excursion in die nahen Alpen, am oberen Isonzo, wobei der 7100′ hohe Krn zwischen Tolmein und Flitsch erstiegen wurde, schrieb Herr Krašan mir Folgendes:

„Es machte einen wohlthuenden Eindruck, die Wiesen bei 3000′ mit dem schönsten Blumenflor der *Gymnadenia conopsea*, *Lilium Martagon*, *L. carniolicum*, *Silene nutans*, *Lychnis Flos cuculi*, *Cirsium pannonicum*, *Hypochoeris maculata*, *Aegopodium Podagraria*, *Pyrethrum corymbosum*, *Anacamptys pyramidalis*, *Platanthera bifolia*, *Orchis coriophora* u. a. geziert zu sehen, nachdem diese Arten bei Görz schon vor 3—5 Wochen verblüht waren. Aber wunderbarerweise blühten darunter auch *Heracleum Spondylium*, welches bei Görz erst den 19. Juli die ersten Blüthen entfaltete, und *Pimpinella magna*, das ich dort überall schon mit halbreifen Früchten fand, obschon es bei Görz auf gleicher Bodenart erst gegen den 10. Juli zu blühen begann. Auch *Galeopsis versicolor* blühte dort auf den Wiesen (3000—4000′) überall in der Nähe der

---

[1]) Die Angabe Koch's ist nur in soferne richtig, als man die Blüthezeit spät blühender Exemplare von *Prunella vulgaris* mit früh blühenden von *Linosyris vulgaris* vergleicht. Für Wien wenigstens ist die Zeit der ersten Blüthen von *Prunella vulgaris* der 11. Juni und von *Linosyris vulgaris* der 20. August. F.

Heustätten. Es ist wahrhaft ein überaschender Anblick, *Rosa canina* in Blüthe, von blühenden *Heracleum Spondylium*, *Pimpinella magna* und *Galeopsis versicolor* umgeben zu sehen, Pflanzen, welche bei Görz zwei so verschiedene Jahreszeiten repräsentiren."

Die angeführten Thatsachen dürften genügen, den Entwurf eines speciellen Kalenders der Flora und Fauna für jede einzelne der vielen Beobachtungsstationen in Österreich als eine lohnende Arbeit erscheinen zu lassen.

Anfangs dachte ich daran, den normalen Kalender für die Flora und Fauna sämmtlicher Stationen in der Form der in den Jahrbüchern der k. k. Centralanstalt für Meteorologie erscheinenden Übersichten zu veröffentlichen und diese selbst damit abzuschließen. Der enge Rahmen der Übersichten erlaubte aber nicht die Aufnahme in den erwähnten Jahrbüchern. Auch entschloß ich mich wieder zur Fortsetzung der jährlichen Übersichten um so mehr, als es mir nun möglich geworden ist, die Abweichungen der Erscheinungszeiten von den Normalwerthen nunmehr ebenfalls in die Übersichten aufnehmen zu können, die Abweichungen, welche in mehr als einer Beziehung lehrreich sind. Der Jahrgang 1868 der Beobachtungen macht die Abweichungen der Blüthe- und Fruchtreifezeiten von den Normalwerthen bereits ersichtlich.

5. Einrichtung des Kalenders der Stationen.

Den Kalender der Flora und Fauna sämmtlicher Stationen habe ich in folgender Weise entworfen.

Zuerst wurden die Blüthe- und Fruchtreifezeiten der in der Anleitung vom Jahre 1859 aufgezählten Pflanzen im Generalkalender (reducirt auf Wien) aufgesucht und chronologisch geordnet. Ebenso verfuhr ich mit den Zeiten der ersten und letzten Erscheinung der in erwähnter Anleitung aufgezählten Thierarten.

In derselben chronologischen, für Wien geltenden Ordnung wurden für jede Station abgesondert die mittleren Zeiten der Blüthe und Fruchtreife der Pflanzen einerseits, jene der ersten und letzten Erscheinung der Thiere andererseits, soweit die Pflanzen- und Thierarten an der Station beobachtet worden sind, zusammengestellt.

Von den Pflanzen, welche z. B. in Stanislau vom Kreisphysikus Dr. Rohrer beobachtet worden sind, kommen folgende in Wien successiv zur Blüthe:

Corylus Avellana	9. März	
Ribes Grossularia	12. April	
Prunus avium	17. „	
Ribes rubrum	17. „	
Prunus Cerasus	19. „	u. s. w.

Die mittleren Blüthezeiten dieser Pflanzen sind in Stanislau:

Corylus Avellana	31. März	
Ribes Grossularia	2. Mai	
Prunus avium	9. „	
Ribes rubrum	8. „	
Prunus Cerasus	9. „	u. s. w.

Die Unterschiede der Blüthezeiten W.—S. demnach —22, —20, —22, —21, —20 u. s. w. Tage.

Solche Unterschiede wurden für alle Mittelwerthe von sämmtlichen Stationen gerechnet. Die soeben citirten Mittelwerthe von Stanislau geben mit jenen von Wien nahe übereinstimmende Unterschiede, obgleich die Beobachtungen am ersteren Orte nur zwei Jahre umfassen.

Ich führe nun auch Mittelwerthe von einer Station an, an welcher die Beobachtungen länger fortgesetzt worden sind und dennoch die fraglichen Unterschiede der Blüthezeit sich beträchtlich verschieden zeigen.

Von den in Kirchdorf (Oberösterreich) von Herrn Dr. Carl Schiedermayer beobachteten Pflanzen gelangen bei Wien vor den übrigen successiv zur Blüthe:

Helleborus niger	20. Februar	
Corylus Avellana	9. März	
Hepatica triloba	11. „	
Alnus glutinosa	13. „	
Crocus vernus	17. „	u. s. w.

Die mittleren Blüthezeiten dieser Pflanzen sind in Kirchdorf:

Helleborus niger	11. Februar
Corylus Avellana	10. März
Hepatica triloba	1. „
Alnus glutinosa	25. Februar
Crocus vernus	24. März u. s. w.

Es ergeben sich demnach die Unterschiede der Blüthezeiten: +9, —1, +10, +16, —7 u. s. w. Tage, obgleich die Beobachtungen in Kirchdorf 13—14 und nur bei einer der angeführten Pflanzen (*Alnus glutinosa*) weniger, nämlich nur sieben Jahre umfassen.

Nachdem die Unterschiede der mittleren Zeiten für die erste Blüthe und Fruchtreife der Pflanzen einerseits, für die erste und letzte Erscheinung der Thiere andererseits für alle Stationen ermittelt worden waren, auf die so eben erwähnte Weise, war das Verfahren, welches ich nun befolgte, folgendes.

Seien $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3 \ldots\ldots\ldots \Delta_{n-1}, \Delta_n$ die Unterschiede der mittleren Blüthezeiten sämmtlicher an einer Station beobachteter Pflanzenarten in chronologischer Folge der mittleren Blüthezeiten in Wien, so wurden zunächst für Gruppen von zehn unmittelbar aufeinander folgenden mittleren Erscheinungszeiten, Mittelwerthe von Δ gerechnet, also

$$\begin{array}{l} {}^1/_{10}(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \ldots \Delta_{10}) = m_1 \\ {}^1/_{10}(\Delta_{11} + \Delta_{12} + \Delta_{13} + \ldots \Delta_{20}) = m_2 \\ {}^1/_{10}(\Delta_{21} + \Delta_{22} + \Delta_{23} + \ldots \Delta_{30}) = m_3 \\ \quad\vdots \\ {}^1/_{10}(\Delta_{n-9} + \Delta_{n-8} + \Delta_{n-7} + \ldots \Delta_n) = m_p \end{array}$$

m_p stellt den Rest dar, welcher gewöhnlich weniger als zehn Glieder enthielt. Überschritt ihre Anzahl nicht 2, so wurde er zu m_{p-1} gezogen.

Hierauf wurden folgende Differenzen gebildet:

$$\begin{array}{llll} m_1 - \Delta_1 = \Delta_1^1, & m_1 - \Delta_2 = \Delta_2^1, & m_1 - \Delta_3 = \Delta_3^1 \ldots & m_1 - \Delta_{10} = \Delta_{10}^1 \\ m_2 - \Delta_{11} = \Delta_{11}^1, & m_2 - \Delta_{12} = \Delta_{12}^1, & m_2 - \Delta_{13} = \Delta_{13}^1 \ldots & m_2 - \Delta_{20} = \Delta_{20}^1 \\ \quad\vdots & \quad\vdots & \quad\vdots & \quad\vdots \\ m_p - \Delta_{n-9} = \Delta_{n-9}^1, & m_p - \Delta_{n-8} = \Delta_{n-8}^1 & \ldots\ldots\ldots\ldots & m_p - \Delta_n = \Delta_n^1. \end{array}$$

Durch dieses Verfahren glaubte ich den Einfluß der jährlichen Periode auf die Werthe von Δ_1, Δ_2, Δ_3... elimiren zu können, wenigstens an jenen Stationen, an welchen die Anzahl der beobachteten Pflanzenarten eine hinreichend große ist.

Setzt man nun voraus, daß auf alle an einer und derselben Station beobachteten Pflanzenarten dieselben Factoren einwirken und im gleichen Maße, so sollten die Werthe $= \Delta^1_1$, Δ^1_2, Δ^1_3, ... Δ^1_n unter sich gleich sein, oder nur wenig von einander abweichen. Eine solche Voraussetzung kann wohl in Beziehung auf die Normalzeiten gemacht werden, welche im General-Kalender der Flora und Fauna (reducirt auf Wien) enthalten sind, weil diese Normalzeiten aus den Beobachtungen an sämmtlichen Stationen gerechnet sind, nicht aber auch in Bezug auf die Mittelwerthe der Zeiten an den einzelnen Stationen.

In der That sind auch die Werthe von Δ^1_1, Δ^1_2, Δ^1_3 ... Δ^1_n bald mehr bald weniger ungleich je nach den Stationen, wie ich bereits mitgetheilt habe.

Es ist einleuchtend, daß die Elimination des jährlichen Ganges der Werthe von Δ_1, Δ_2, Δ_3....Δ_n auch eine genauere ist, wenn m_1, m_2, m_3 ... m_p nach Gruppen von je 10 Δ, als wenn sie nach Monats-Gruppen gerechnet werden, weil die Zahl der in den verschiedenen Monaten beobachteten Pflanzen- oder Thierarten eine sehr ungleiche ist. So nimmt z. B. die Zahl der blühenden Pflanzen bis in den Monat Mai rasch zu und ebenso rasch wieder ab in den folgenden Monaten. Die Gewichte von m_1, m_2, m_3....m_p würden sich daher sehr ungleich verhalten.

Aus folgender Zusammenstellung ersieht man die Werthe von

$$1/_n(\Delta^1_1 + \Delta^1_2 + \Delta^1_3 + \ldots.\Delta^1_n) = 1/_n\Sigma\Delta^1.$$

in Tagen, für die Gesammtheit der an jeder einzelnen Station bei obachteten Pflanzen- *(P)* und Thierarten *(T)*. Ihre Anzahl so wie jene der Beobachtungsjahre ist bereits aus der Tabelle (I) ersichtlich.

Für die

a) **Blüthe der Pflanzen und erste Erscheinung der Thiere.**

Tabelle III.

Station	P	T	Station	P	T
Admont	±6·3	± 8·7	Hochwald	±4·8	± 5·4
Agram	7·3	10·5	Hofgastein	9·5	
Alkus	9·2		Jakob (St.)	4·3	9·7
Andree (Szt.)	3·4		Jallna	4·1	
Árvavárallja	8·0	6·8	Jaslo	3·8	2·5
Aussee (Alt.)	4·1		Iglau	4·7	8·6
Bärn	3·8	11·6	Innsbruck	5·5	9·0
Biala	4·4	10·1	Ischl	6·2	8·3
Bistritz	5·7		Kaschau	3·5	5·9
Bludenz	5·5	10·3	Kesmark	4·4	7·4
Bochnia	3·8		Kessen	3·9	9·1
Bodenbach	5·4		Kirchdorf	4·7	7·7
Botzen	3·5	±13·5	Klagenfurt	4·2	7·7
Bregenz	5·2	7·9	Königsberg	5·2	
Briesz	3·0		Komorn	7·5	
Brünn	4·2	7·0	Korneuburg		1·0
Budweis	4·8	12·5	Krakau	4·5	2 ·5
Bugganz	4·1	6·9	Kremsier	3·0	6·5
Cilli	4·9	6·3	Kremsmünster	4·2	8·1
Czaslau	1·3	5·0	Kronstadt	3·9	6·6
Czernowitz	0·5		Laibach	5·1	6·6
Datschitz	3·4	8·0	Lemberg	4·1	4·9
Deutschbrod	7·0	8·7	Lesina	12·0 [1]	
Eperies	2·7	8·4	Leutschau	2·9	6·8
Felka	4·1		Lienz	4·3	4·8
Florian (St.)	5·1	6·1	Linz	3·6	7·5
Gastein	4·7	19·6	Maltein	6·8	
Görz	7·1		Martin (St.)	4·4	
Gresten	3·0	6·8	Martinsberg	4·5	6·7
Grodek		4·9	Mediasch	4·3	11·8
Gurgl	4·7		Melk	4·8	7·4
Hausdorf	5·9	10·0	Micheldorf	5·5	5·1
Hermannstadt	3·7	7·4	Mittelwald	7·5	
Hlinik	4·0		Neusatz	7·0	

[1]) Nur fünf Pflanzenarten, welche sich mit ihrer Blüthzeit auf die Monate Jänner bis Mai vertheilen.

Station	P	T	Station	P	T
Neusohl	± 3·5	± 7·1	Schößl	±3·1	± 7·3
Neustadtl		5·9	Senftenberg	3·8	6·7
Neutitschein	4·6	6·3	Stanislau	1·9	
Oberschützen	4·3	8·2	Szkleno	3·2	
Ofen	3·6		Szliács	3·9	
Oravicza	8·3		Tamsweg	6·4	11·7
Pettau	5·2		Taufers	4·5	9·2
Prag	4·2	6·9	Temesvár	4·3	
Praegratten	14·2 [1]		Triest	9·1	
Preßburg	3·9	5·9	Troppau	4·7	6·4
Pürglitz	2·6	4·6	Tulfes	10·8	
Rosenau	3·5	7·1	Villa Carlotta	4·1	
Rottalowitz	4·5	7·5	Wallendorf	1·5	
Roveredo	2·6		Warschau	3·2	
Rzeszow	3·5	3·0	Weißbriach	7·8	
Saifnitz	10·5		Wien	4·0	5·3
Salzburg	4·4	8·7	Wilten	5·1	11·4
Schäßburg	4·8	9·1	Zloczow	4·1	
Schemnitz	3·2				

Vergleicht man vorstehendes Register mit jenem von (I), so wird man einige Stationen in (III) vermissen, es sind solche, an welchen die wenigen Mittelwerthe der Erscheinungszeiten keinen sicheren Werth von m_1 gaben.

Der Werth $^1/_n \Sigma\Delta^1$ unterliegt sowohl für P als T nicht unbeträchtlichen Schwankungen nach Verschiedenheit der Stationen und ist für T fast durchgehends größer als für P. Es sind die Grenzwerthe für P: 0·5 und 14·2; für T: 1·0 und 19·6. Solche Extreme gehören aber zu den Seltenheiten. Für die Mehrzahl der Stationen sind die Grenzen viel engere. Ich will nun versuchen einige Factoren zu ermitteln, welche hierauf von Einfluß sein können.

---

[1]) Nur vier Pflanzen, Blüthezeiten von März bis Juni.

6. Ursachen der Anomalien.

Zunächst interessirt es, zu erfahren, ob die Schwankungen des Werthes von $^1/_n\Sigma\Delta^1$ nicht abhängig sind von der Anzahl der Beobachtungsjahre. Es wurden daher folgende Gruppen gebildet und für jede derselben die Mittelwerthe gerechnet.

Beob. Jahre	Zahl der Stationen		$^1/_n\Sigma\Delta^1$		
	P	*T*	*P*	*T*	
2— 5	59	30	±4·9	±7·6	Tage
6—10	21	15	5·0	9·4	„
11—15	16	15	4·4	7·5	„
16—20	4	4	3·9	6·9	„
21—25	2	2	4·2	7·3	„

Hiernach ist man nicht zur Annahme berechtigt, daß die Anzahl der Beobachtungsjahre von erheblichem Einflusse ist, man muß sich demnach nach einer anderen Ursache umsehen. Zugleich sieht man, daß Mittelwerthe der Beobachtungszeiten, wenn sie sich auf wenigstens zweijährige Beobachtungen gründen, welche in beiden Jahren nahe übereinstimmen, genügend sind, ohne daß man nöthig hat, die schwierige und oft kaum ausführbare Reduction auf die mehrjährigen Mittel einer Nachbarstation vorzunehmen.

Man kann nun weiter fragen, ob denn nicht die ungleiche Exposition der einzelnen Pflanzen auf den Werth von $^1/_n\Sigma\Delta^1$ von Einfluß ist. Da die Richtung der Exposition bei den einzelnen Pflanzen- und Thierarten nur von wenigen Stationen angegeben worden ist, so muß man sich mit einer allgemeinen Lösung der Frage begnügen.

Es ist einleuchtend, daß die Exposition einem größeren Wechsel unterliegen wird, wenn die Station in einem Gebirgslande liegt, als wenn sie in der Ebene gelegen ist, man braucht demnach nur eine Sonderung der Stationen in dieser Richtung vorzunehmen. Da dies aber eine genaue Kenntniß der Lage der einzelnen Stationen voraussetzt, welche mir größtentheils abgeht, so begnüge ich mich mit der Unterscheidung in Alpenstationen und in solche, welche es nicht sind. Jedenfalls sollten bei dieser Unterscheidung die Unterschiede auffallender hervortreten, wenn sie wirklich bestehen. Die in dieser Hinsicht erhaltenen Ergebnisse sind folgende:

	Zahl der Stationen		$^1/_n \Sigma\Delta^1$		
	P	T	P	T	
Alpenstationen	35	21	±5·6	±8·0	Tage
Andere Stationen...........	67	43	4·3	7·6	„

Hiernach sind allerdings die Werthe von $^1/_n \Sigma\Delta^1$ an den Alpenstationen größer als an den übrigen, dieser Unterschied ist aber nicht erheblich genug, um daraus die großen Schwankungen von $^1/_n \Sigma\Delta^1$ erklären zu können. Überdies wird diese Annahme auch noch durch die Regeln unterstützt, welche in der Anleitung zu den Beobachtungen gegeben worden sind.

Als einen Factor, welcher auf die Schwankungen der Werthe von $^1/_n \Sigma\Delta^1$ Einfluß nimmt, könnte man ferner die ungleiche Zahl der an den verschiedenen Stationen beobachteten Pflanzen- oder Thierarten ansehen. Ich muß hier auf die Art der Ableitung der genannten Werthe verweisen. Je größer nun die Anzahl der beobachteten Pflanzen- oder Thierarten ist, desto mehr nähern sich die mittleren Zeiten der Erscheinungen, um deren Unterschiede gegen Wien es sich hier handelt, desto weniger ist hierauf die jährliche Periode dieser Zeitunterschiede von Einfluß. Die Ergebnisse sind folgende:

Pflanzen.			Thiere.		
Artenzahl	Stationen	$^1/_n \Sigma\Delta^1$	Artenzahl	Stationen	$^1/_n \Sigma\Delta^1$
1— 20	(35)	±5·3	1— 40	(42)	7·9
21— 40	(25)	5·1	41— 80	(16)	7·7
41— 60	(15)	4·5	81—120	(6)	7·5
61— 80	(24)	4·4	121—160	(2)	7·2
81—100	(1)	4·0	161—200	(1)	5·3

Auch dieser Factor ist demnach zur Erklärung der großen Schwankungen des Werthes von $^1/_n \Sigma\Delta^1$ lange nicht ausreichend.

Die Individualität der gleichen an verschiedenen Stationen beobachteten Pflanzen- oder Thierarten kann nicht berücksichtiget werden, weil sie sich kaum ermitteln läßt. Auch dürfte sie nur bei einem Theile der beobachteten Arten in's Gewicht fallen.

Die ungleiche Frequenz des Vorkommens könnte von erheblichem Einfluß sein. Seltener vorkommende Arten werden in der

Regel immer später zur Beobachtung gelangen, als häufig vorkommende. Angaben in dieser Beziehung fehlen aber in den Tagebüchern und würden auch schwer vergleichbar sein. Überdies sind die berücksichtigten Arten an den meisten Stationen häufig vorkommende. Auch fällt die Frequenz des Vorkommens vorzugsweise nur bei den Insecten ins Gewicht, welche ihrer geringen Größe wegen leicht übersehen werden können, insbesonders solche, welche nicht herumfliegen. Ähnliches gilt nun wohl auch von einigen Bodenflanzen, aber große Zeitdifferenzen zeigen sich auch bei Bäumen, welche nicht leicht übersehen werden können, auch wenn sie nur durch ein Indiduum vertreten sind.

Es dürfte daher nur noch die Personalgleichung des Beobachtens zur Erklärung erübrigen. Denken wir uns zwei Beobachter an einer und derselben Station thätig, von denen der eine, *A*, mit Eifer und Geschick den Beobachtungen obliegt, einen bestimmten Plan hiezu entwirft, sich auf ein bestimmtes, leicht übersehbares Terrain beschränkt u. s. w., während der andere, *B*, nur gelegentliche Aufzeichnungen macht, bald da bald dort, und noch überdies denselben keine besondere Sorgfalt widmet, u. s. w., so werden die Daten von *B* gegen die gleichnamigen von *A* bald mehr, bald weniger verspätet erscheinen. Dies wird sich aber auch bei allen Mittelwerthen zeigen, ohne daß die beiden Werthe $\frac{1}{n}\Sigma\Delta^1$ beträchtlich verschieden sein können, in der Voraussetzung jedoch, daß von beiden Beobachtern identische Erscheinungen beobachtet werden, obgleich eine Rigorosität in dieser Hinsicht bei einem lässigen Beobachter in der Regel kaum vorauszusetzen ist.

Ich glaube nun bei der wahren Ursache angelangt zu sein. Es ist die Art der Phasenbestimmung, wie ich sie kurz bezeichnen will — ein Vorgang, der alljährlich wiederkehrt, also einen constanten Einfluß auf die Werthe von Δ_1^1, Δ_2^1, Δ_3^1 .... Δ_n^1 äußert, sonst könnten die mehrjährigen Mittelwerthe nahe gleichzeitiger Erscheinungen an einer Station (hier vorzugsweise Wien) an einer anderen in Beziehung auf die Zeitfolge nicht so sehr verschieden sein, wie dies nicht selten vorzukommen pflegt.

So scheint bei den Amentaceen oder kätzchenblüthigen Lignosen, wie z. B. *Corylus Avellana, Alnus glutinosa* u. a. der Eintritt der Blüthe an nicht wenigen Stationen mit der Entwickelung der Kätzchen angenommen zu werden, also bald mehr, bald weniger früh an-

gesetzt zu sein, weil der Eintritt des Stäubens der Antheren nicht abgewartet wird. An anderen Stationen scheinen Verwechslungen der Arten stattgefunden zu haben. Es wurde z. B. der viel später blühende *Acer Pseudoplatanus* statt *Acer Platanoides* angeführt.

Die größten Fehler unterlaufen wohl bei den Beobachtungen über die erste Erscheinung der Insecten, vorzugsweise bei jenen Gattungen derselben, welche in der Regel nicht herumfliegen. Die meisten derselben bringen den Winter unter Steinen, im Schlamme, unter dürrem Laub, in geringer Tiefe unter der Erdoberfläche u. s. w. zu. Kennt man diese Standorte genau, so kann man die Insecten schon lange vor dem Eintritte des Zeitpunktes auffinden, zu welchen sie auf Pflanzen erscheinen, auf der Erdoberfläche herumkriechen u. s. w. und nach beendetem Winterschlafe ihrer Nahrung nachgehen, oder ihre regelmäßige Lebensweise beginnen, wonach der Zeitpunkt des ersten Erscheinens nach der Instruction im Journale zu bemerken war.

Aber auch bei den herumfliegenden Insecten, selbst von der Classe der nicht leicht zu übersehenden, den Papilioniden, können die Zeiten der ersten Erscheinung, welche an zwei Stationen notirt werden, nicht immer vergleichbar sein. Die meisten Arten der Gattung *Vanessa*, z. B. *Antiopa*, *Atalanta*, *C. album*, *Jo*, *Polychloros*, *Urticae*, welche nicht leicht verwechselt werden können, überwintern theilweise als Falter, theils als Puppe. Erstere können an jedem milden Wintertage herumfliegen, letztere entwickeln sich erst mit Eintritt des Frühjahres aus der Puppe.

An einer Station, wo die größere Winterkälte die Überwinterung des Falters nicht zuläßt, wird die Art, da sie sich vorerst aus der Puppe entwickeln muß, beträchtlich später erscheinen, als an einer anderen, an welcher der Falter überwintern kann. Aber ein sorgfältiger Beobachter wird die Individuen beider Stadien nach ihrem Colorit zu unterscheiden wissen und dies im Tagebuche bemerken.

Noch sind die Werthe von $^1/_n \Sigma \Delta^1$ auch für die Fruchtreife der Pflanzen und letzte Erscheinung der Thiere ersichtlich zu machen, dies geschieht in folgender Tabelle.

Tabelle IV.

b) Fruchtreife der Pflanzen und letzte Erscheinung der Thiere.

Station	P	T	Station	P	T
Admont	± 8·7		Kremsmünster	± 7·1	± 9·0
Agram	9·3		Laibach	2·9	
Alkus	3·5		Lemberg	7·1	6·3
Andree (Szt.)	11·1		Lesina	1·3	
Árvaváralja	10·0		Leutschau	6·8	6·0
Bärn	8·7		Lienz	9·7	
Bania	12·0	± 10·3	Linz	9·2	4·2
Biala	6·0	10·6	Maltein	4·0	
Bludenz	7·6		Martin (St.)	13·8	
Bodenbach	15·7		Martinsberg	7·4	
Briesz	8·9		Mediasch	6·1	
Brünn	5·3	6·5	Melk	3·0	
Budweis	6·8		Micheldorf	7·1	
Bugganz	10·7		Mittelwald	2·0	
Cilli	7·4	11·5	Neusatz	13·0	
Datschitz	0·5		Neusohl	4·2	
Deutschbrod	5·8		Neustadtl		6·3
Eppan	9·8		Neutitschein	6·0	6·7
Felka	4·5		Oberschützen	4·5	
Florian (St.)		4·3	Ofen	5·0	
Gastein	11·8		Prag	7·3	6·8
Gresten	8·0	1·3	Preßburg	6·0	
Grodek		8·7	Pürglitz		10·1
Hausdorf	7·5	12·5	Rosenau	3·8	4·7
Hermannstadt	8·4		Rottalowitz	10·7	7·9
Hlinik	5·8		Rzeszow	2·5	
St. Jakob	8·4	10·8	Salzburg	7·1	8·2
Jallna	10·0		Schäßburg	17·4	
Jaslo	6·5		Schemnitz	7·2	
Iglau	4 2		Schößl	6·0	12·0
Innsbruck	4·0		Senftenberg	5·9	7·8
Ischl	8·9	4·2	Stanislau	5·2	
Kaschau	8·0	4·5	Szkleno	7·7	
Kesmark	6·5		Szliács	7·3	
Kessen	6·7		Tulfes	5·0	
Kirchdorf	6·4	18·5	Unter-Tilliach	6·0	
Klagenfurt	5·4		Warschau	4·6	
Königsberg	6·0		Weißbriach	13·0	
Krakau	5·7		Wien	6·0	4·5
Kremsier	5·6		Wilten	9·5	13·2

Die absoluten Schwankungen haben zu Grenzen 0·5 und 17·4 für *P*, 1·3 und 18·5 für *T*. sind also nur wenig von jenen in (III) verschieden, besonders für *T*.

Anfang und Ende der Erscheinung der Thiere scheinen mit demselben Grade der Sicherheit bestimmbar, freilich darf nicht übersehen werden, daß das Ende der Erscheinung nur von besonders sorgfältigen Beobachtern bestimmt worden ist. Auch wurden größtentheils nur die Erscheinungen der zweiten Periode notirt, welche am Ende derselben in kurzen Zwischenräumen auf einander folgen.

Bei der Fruchtreife fällt die Personal-Gleichung des Beobachters noch mehr ins Gewicht, als bei der Blüthe. Es ist bekannt, daß die Erscheinungen, welche von verschiedenen Beobachtern bei einer und derselben Pflanzenart als Zeichen der Fruchtreife angesehen werden, nicht selten ziemlich verschieden sind, obgleich die Instruction [1]) bestimmte Regeln zur Bestimmung der Fruchtreife aufgestellt hat, welche indeß nicht allgemein bekannt geworden sind, da nur die neu eintretenden Theilnehmer an den Beobachtungen mit dieser Instruction betheilt worden sind. Bei den cultivirten Nutzpflanzen z. B. unseren Obstbäumen, spielt die Sorte eine viel zu große Rolle.

7. Pflanzen und Thiere, welche zu den Beobachtungen vorzugsweise geeignet sind.

Die Werthe Δ_1^1, Δ_2^1, Δ_3^1 .... Δ_n^1 habe ich endlich auch noch dazu benützt, die Thier- und Pflanzenarten kennen zu lernen, welche zu phänologischen Beobachtungen vorzugsweise geeignet sind. Durch folgende Combination der genannten Werthe erreichte ich meinen Zweck.

Bezeichnen δ_1, δ_2, δ_3 ..... δ_p die Werthe von Δ_n^1 für gleiche Pflanzen- oder Thierarten und Erscheinungen an den verschiedenen Stationen, deren Anzahl p ist, so läßt sich die relative Eignung der Pflanzen- und Thierarten zu den Beobachtungen nach der Formel $^1/_p\Sigma\delta$ beurtheilen. Nach Verschiedenheit der Art und Erscheinung erhielt ich nach dieser Formel folgende Grenzwerthe.

---

[1]) Hier ist jene vom Jahre 1859 gemeint.

		Minimum	Maximum	
Thiere . .	Erste Erscheinung . . .	±1·0	±16·2	Tage
	Letzte Erscheinung . . .	1·0	20·3	„
Pflanzen.	Erste Blüthe	1·8	13·5	„
	Erste Fruchtreife	1·0	19·5	„

Mittelwerthe für die erste Erscheinung der einzelnen Thierclassen. (Die eingeklammerten Zahlen gelten für die Arten).

(7)	Säugethiere .	±4·6 Tage	(49)	Käfer	±7·9 Tage
(48)	Vögel	5·9 „	(11)	Wanzen . . .	8·0 „
(12)	Reptilien . . .	8·0 „	(6)	Schnecken . .	7·8 „
			(17)	Netzflügler . .	9·9 „
			(42)	Falter	7·0 „
			(27)	Immen	7·2 „
			(18)	Fliegen	8·4 „
			(5)	Weichthiere.	7·6 „

Hiernach eignen sich unter den Wirbelthieren vorzugsweise die Säugethiere, zu deren Beobachtung sich jedoch viel zu selten Gelegenheit ergibt, da die domesticirten auszuschließen sind; dann die Vögel, diese, welche auch durch viele Arten vertreten sind. Unter den wirbellosen Thieren der Reihe nach die Falter *(Lepidoptera)*, Immen *(Hymenoptera)* u. s. w.

Die durch eine größere Artenzahl vertretenen Classen eignen sich auch noch zur Beantwortung der Frage, ob die Werthe von $^1/_p\Sigma\delta$ nicht einer Abhängigkeit von der Jahreszeit unterliegen Werden die Arten nach den Zeiten der Erscheinung, entnommen dem Kalender für Wien, chronologisch geordnet und die Mittelwerthe von $^1/_p\Sigma\delta$ für Gruppen von je 10 Arten bezeichnet, so erhält man für die erste Erscheinung:

Vögel		Käfer		Falter		Immen	
1—10	±6·70	1—10	±9·36	1—10	±7·15	1—10	±8·31
11—20	5·67	11—20	7·35	11—20	7·82	11—20	7·00
21—30	5·31	21—30	7·85	21—30	6·84	21—27	5·50
31—40	5·43	31—40	6·62	31—40	6·16		
41—48	6·75	41—49	8·24	41—42	7·75		

für die drei ersten Classen

1—10	±7·74	Tage
11—20	7·01	„
21—30	6·67	„
31—40	6·07	„

Für die letzte Erscheinung erhielt ich folgende Werthe von $^1/_p \Sigma \delta$.

(1)	Säugethiere	±13·7 Tage	(17)	Käfer......	±6·5 Tage
(27)	Vögel.....	10·1 „	(3)	Wanzen....	5·2 „
(4)	Reptilien ..	7·2 „	(4)	Schnecken..	6·6 „
			(2)	Netzflügler..	6·2 „
			(25)	Falter......	8·3 „
			(10)	Immen.....	5·7 „
			(5)	Fliegen....	5·6 „
			(3)	Weichthiere	5·2 „

Die Verhältnisse sind von jenen bei der ersten Erscheinung wesentlich verschiedene. Im Allgemeinen ergibt sich, daß jene Thierclassen, welche zur Beobachtung der ersten Erscheinung die geeignetsten sind, zu jener der letzten es am wenigsten sind.

Für beide Erscheinungen im Mittel erhält man:

Säugethiere..........	±9·1	Käfer................	±7·2
Vögel..............	8·0	Wanzen............	6·6
Reptilien............	7·6	Schnecken...........	7·2
		Netzflügler..........	8·0
		Falter..............	7·6
		Immen..............	6·4
		Fliegen.............	7·0
		Weichthiere.........	6·4

Zählt man jene Thierarten zu den vorzugsweise geeigneten, bei welchen die Werthe von $^1/_p \Sigma \delta$ die früher angegebenen Mittelwerthe (mit Rücksicht auf die Thierclassen und Erscheinung) nicht erreichen, so sind es in chronologischer Folge der Erscheinungszeiten folgende:

Erste Erscheinung:

Motacilla alba	±5·2	*Melolontha vulgaris* ...	±5·4
Scolopax rusticola	5·2	*Pieris Brassicae*	6·2
Erythacus rubecula ...	6·1	*Papilio Machaon*	6·8
Vanessa Polychloros ..	7·0	„ *Podulirius*	7·1
Ruticilla phoenicurus..	6·3	*Oriolus galbula*	4·2
Rana esculenta	6·5	*Gryllus campestris*....	5·7
Vanessa Antiopa......	5·6	*Caturnix communis* ...	6·5
Bombus terestris	5·8	*Lacon murinus*	8·1
Hirundo rustica	6·5	*Colopteryx virgo*	6·0
Lacerta agilis........	8·4	*Cryptocephalus sericeus*	6·8
Vanessa Jo	6·8	*Phyllopertha horticola*.	6·8
Cicindela campestris...	7·9	*Aporia Crataegi*	5·2
Chelidon urbica	5·2	*Trichodes apiarius*....	4·0
Cuculus canorus	4·6	*Lucanus cervus*	8·4
Lina populi	6·7	*Rhizotrogus solstitialis*.	8·2
Antocharis Cardamines	5·3	*Locusta viridissima* ...	5·1

Bei dieser Auswahl ist jedoch auch noch Rücksicht genommen auf die Zahl der Stationen, von welchen für die einzelnen Arten Beobachtungen vorliegen. Die Zahl der Stationen, für welche Mittelwerthe für die Erscheinungen im Thierreiche gerechnet werden konnten, ist 75, als Minimalzahl wurde $^1/_4 = 19$ Stationen angenommen. Da letztere für keine Thierart rücksichtlich der letzten Erscheinung erreicht worden ist, so werden zur Aufzeichnung der letzteren auch keine Thierarten hier angeführt.

Den Werth von $^1/_p \Sigma\delta$ konnte ich bei 100 Pflanzenarten für die Blüthe und bei 62 Arten für die Fruchtreife berechnen. Aus den Mittelwerthen für alle Arten ergab sich der allgemeine für die

Blüthe mit..... 5·2 Tagen
Fruchtreife mit . 7·8 „

Zu den Beobachtungen über die Blüthe sind demnach vorzugsweise alte Arten geeignet, deren Werth $^1/_p \Sigma\delta < 5·2$ und zu den Beobachtungen über Fruchtreife, deren Werth $^1/_p \Sigma\delta < 7·8$.

Nimmt man noch Rücksicht auf die Anzahl der Stationen, deren Gesammtzahl 108 ist und setzt als Bedingung, daß für wenigstens $^1/_4$ derselben Mittelwerthe vorliegen, so erhält man folgendes Verzeichniß der zu den Beobachtungen vorzugsweise geeigneten Arten:

Blüthe.

	$^1/_p\Sigma\delta$		$^1/_p\Sigma\delta$
Galanthus nivalis	±4·8	*Convallaria majalis*	±3·7
Corylus Avellana	5·2	*Quercus pedunculata*	2·9
Hepatica triloba	5·5	*Syringa vulgaris*	2·5
Viola odorata	4·5	*Aesculus Hippocastanum*	3·2
Anemone nemorosa	4·9	*Sorbus Aucuparia*	3·5
Cornus mas	4·9	*Berberis vulgaris*	3·9
Ranunculus Ficaria	5·4	*Pinus sylvestris*	4·7
Ulmus campestris	4·6	*Crataegus Oxyacantha*	3·8
Prunus Armeniaca	4·8	*Cytisus Laburnum*	3·9
Acer platanoides	4·1	*Evonymus europaeus*	4·5
Betula alba	4·3	*Paeonia officinalis*	4·9
Ribes Grossularia	3·7	*Viburnum Opulus*	4·2
Persica vulgaris	4·4	*Rubus idaeus*	4·6
Ajuga reptans	3·4	*Philadelphus coronarius*	5·0
Prunus avium	2·6	*Secale cereale hybernum*	4·2
Ribes rubrum	3·4	*Cornus sanguinea*	3·7
Prunus spinosa	3·3	*Sambucus nigra*	4·0
Fragaria vesca	4·4	*Robinia Pseudacacia*	3·7
Prunus Cerasus	3·7	*Rosa canina*	3·0
Sambucus racemosa	4·7	*Ligustrum vulgare*	3·4
Prunus Padus	2·6	*Rosa centifolia*	2·9
Pyrus communis	3·3	*Triticum vulgare hybernum*	3·1
Prunus domestica	3·1	*Tilia grandifolia*	4·4
Narcissus poëticus	4·9	*Vitis vinifera*	3·5
Pyrus Malus	2·9	*Hypericum perforatum*	3·4
Fagus sylvatica	4·9	*Tilia parvifolia*	4·6
Lonicera Xylosteum	3·6	*Lilium candidum*	3·8
Acer Pseudoplatanus	4·3		

Fruchtreife.

Taraxacum officinale	4·7	*Rubus idaeus*	4·7
Prunus avium	7·1	*Morus alba*	6·1
Ribes rubrum	4·6	*Secale cereale hybernum*	5·8
Vaccinium Myrtillus	5·5	*Triticum vulgare hybernum*	4·8
Ribes Grossularia	5·6		

	$^1/_p\Sigma\delta$		$^1/_p\Sigma\delta$
Prunus Armeniaca	7·1	*Cornus sanguinea*	5·6
Sambucus nigra	6·8	*Rosa canina*	4·9
Corylus Avellana	5·6	*Aesculus Hyppocastan.*	6·5
Cornus mas	5·6	*Juglans regia*	6·5
Crataegus Oxyacantha.	5·1	*Fagus sylvatica*	7·3

Die in den Jahrbüchern der k. k. Centralanstalt für Meteorologie etc. erscheinenden Übersichten der phänologischen Beobachtungen enthalten vom Jahre 1868 angefangen nur noch die Beobachtungen über die so eben aufgezählten Pflanzen- und Thierarten, als neue Zugabe aber die Abweichungen vom mehrjährigen Mittel, jedoch nur für die Blüthe und Fruchtreife der Pflanzen.

Die angeführten Pflanzen- und Thierarten werden genügen, für die allenfalls noch neu eintretenden Stationen die Zeitunterschiede gegen Wien (Generalkalender) zu bestimmen. Außerdem sind Beobachtungen nur noch über jene Pflanzenarten besonders wünschenswerth, welche in den bisher erschienenen beiden Theilen des Kalenders der Flora und Fauna nicht vorkommen. Diese Beobachtungen werden in dem seiner Zeit nachfolgenden dritten Theile des Kalenders aufgenommen werden.

Einige Versuche über sogenannte Peptone.

Von dem w. M. Ernst Brücke.

Da wir von dem chemischen Verhalten der mit dem Namen der Peptone belegten Körper so äußerst wenig wissen, so habe ich mehrere Versuche über dieselben angestellt. Die Ausbeute ist bis jetzt gering, aber ich glaube doch einige Resultate veröffentlichen zu sollen. Auf einem bis jetzt so öden Gebiete ist auch die Mittheilung vereinzelter Thatsachen gerechtfertigt, da es vielleicht noch lange dauern wird, bis sich dieselben einem zusammenhängenden Ganzen einordnen lassen und sie inzwischen doch dem Einen oder dem Anderen, der sich mit dem Gegenstande beschäftigt, nützen können.

Ich will hier nur von Peptonen der Eiweißkörper handeln und verstehe darunter mit der Mehrzahl meiner Fachgenossen diejenigen ihrer Verdauungsproducte, welche nicht mehr durch Blutlaugensalz aus saurer Lösung gefällt, wohl aber durch Tannin niedergeschlagen werden.

Ich kann die wenigen positiven Reactionen, die von diesen Körpern bekannt sind, um drei vermehren. Metawolframsäure, Phosphormolybdänsäure und Jodquecksilberkalium erzeugen in ihren Lösungen reichliche Niederschläge, was in sofern von einigem Interesse ist, als bekanntermaßen alle drei Reagenten innerhalb derselben Gruppen von stickstoffhaltigen Körpern Fällungen hervorbringen, Gruppen, deren Glieder auch zum großen Theile mit Tannin schwerlösliche Verbindungen eingehen.

Die Verbindungen mit Metawolframsäure werden erhalten, wenn man gewöhnliches wolframsaures Natron mit Phosphorsäure versetzt und diese Flüssigkeit als Reagens benützt, wie man es bei der Aufsuchung organischer Basen zu thun pflegt.

Man hat nur darauf zu achten, daß die hinreichende Menge von freier Säure vorhanden sei.

Der Niederschlag ist weiß, sehr voluminös und muß mit Wasser ausgewaschen werden, dem man Phosphorsäure mit wolframsaurem Natron gemischt zugesetzt hat.

Die Verbindungen mit Phosphormolybdänsäure erhält man, indem man der Peptonlösung Salpetersäure und phosphormolybdänsaures Natron wie bei der Aufsuchung organischer Basen hinzufügt.

Der Niederschlag ist weißlich-gelb, gleichfalls sehr voluminös, wenn auch nicht ganz so voluminös, wie der durch Metawolframsäure hervorgebrachte. Er wird ausgewaschen mit Wasser, dem man Salpetersäure und phosphormolybdänsaures Natron zugesetzt hat.

Der Niederschlag durch Jodquecksilberkalium wird bewirkt nachdem man die Peptonlösung, wenn sie noch nicht sauer und zwar ziemlich stark sauer war, mit Chlorwasserstoffsäure angesäuert hat. Er ist gelblich-weiß und anfangs sehr voluminös; beim Umschütteln aber backen die Flocken leicht in Klumpen zusammen, über denen eine trübe Flüssigkeit stehen bleibt, die trüb durchs Filtrum geht. Ausgewaschen wird der Niederschlag mit Wasser, das man mit Chlorwasserstoffsäure angesäuert hat.

Die in diesen drei Niederschlägen enthaltenen Verdauungsproducte sind aber nicht identisch, wenigstens brauchen sie es nicht zu sein, wenn sie auch sämmtlich aus derselben Muttersubstanz und sämmtlich von ein und demselben Verdauungsversuche abstammen.

Indessen ist ihnen, den Reactionen nach zu urtheilen, eine Substanz gemeinsam. Diese gleicht den Eiweißkörpern darin, daß sie durch Tannin, durch Metawolframsäure, durch Phosphormolybdänsäure und durch Jodquecksilberkalium (aus saurer Lösung) gefällt wird, daß sie sich, mit Salpetersäure gekocht, mit Alkalien gelb färbt, und daß sie mit wässerigem Kali und einigen Tropfen einer verdünnten Kupfervitriollösung eine purpurfarbene Flüssigkeit gibt; aber sie unterscheidet sich von den Eiweißkörpern dadurch, daß sie in heißem und kaltem Alkohol löslich ist, durch Blutlaugensalz aus ihrer sauren wässerigen Lösung nicht gefällt wird und mit Schwefelsäure und Zucker keine rothe Färbung gibt. Was diese letzte Reaction anlangt, so habe ich zwar in einigen Fällen ein positives

Resultat erhalten, obgleich Blutlaugensalz kein Eiweiß mehr anzeigte; aber in anderen Fällen erhielt ich ein entschieden negatives Resultat, und auch in denen, in welchen die Färbung eintrat, war sie viel weniger intensiv, als man sie mit Eiweißkörpern erhält. Ich muß deßhalb annehmen, daß sie von einer Verunreinigung mit einer den Eiweißkörpern noch näher stehenden Verbindung herrührte, welche abzuscheiden ich vorläufig kein Mittel besaß.

Die durch die vorerwähnten Reactionen charakterisirte Substanz bildet einen wesentlichen Bestandtheil des Gemenges von Verdauungsproducten. Sie widersteht auch der weiteren Veränderung verhältnißmäßig lange. Ich habe sie mit den beschriebenen Reactionen noch wiedergefunden in einer Flüssigkeit, die aus in der Hitze geronnenem Eiweiß durch drei Monate langes Behandeln mit künstlicher Verdauungsflüssigkeit bei Zimmerwärme erhalten war.

Ich will die Substanz der Kürze halber mit dem Interimsnamen Alkophyr bezeichnen.

Ich bin mir dabei wohl bewußt, daß die erwähnten Reactionen, sowohl die positiven als die negativen, mehreren Substanzen gemeinsam zukommen können; aber sie geben in ihrer Gesammtheit doch eine bessere Charakteristik, als man sie bisher für irgend eines der sogenannten Peptone besessen hat. Freilich muß man hierbei die Löslichkeit in Alkohol noch als wesentliches Merkmal gelten lassen: denn neben dem Alkophyr kommt eine andere Substanz vor, welche in kaltem und heißem Alkohol unlöslich, in Wasser aber ebenso wie das Alkophyr leicht löslich ist und mit ihm in allen vorerwähnten Reactionen übereinstimmt, sowohl in denen, welche es mit den Eiweißkörpern gemein hat, als auch in denen, die es davon unterscheiden.

Es schließt dies nicht aus, daß später vielleicht noch mehrere Reactionen gefunden werden, die sie vom Alkophyr unterscheiden.

Ich will diese zweite Substanz mit dem Namen Hydrophyr bezeichnen. Ich gewann sie zuerst aus den Verdauungsproducten von Blutfibrin.

Dasselbe war 48 Stunden lang bei einer Temperatur von 35—38° der Wirkung einer ziemlich kräftigen Verdauungsflüssigkeit ausgesetzt worden. Die Säure wurde dann bis zur schwach sauren Reaction abgestumpft, filtrirt und das Filtrat eingedampft, noch ehe alles Wasser verdampft war mit viel Alkohol übergossen

und mit demselben bis zur Erschöpfung in einem Kolben heiß extrahirt. Dann wurde noch mit Alkohol extrahirt, dem etwas Ammoniak zugesetzt war und der von neuem etwas auflöste. Der auch jetzt unlösliche Rückstand endlich enthielt das in Wasser leicht lösliche Hydrophyr, welches die oben erwähnten Reactionen zeigte.

Als ich es später in den Verdauungsproducten von rohem Hühnereiweiß, das 41 Stunden lang der Digestion unterworfen gewesen war, wieder aufsuchte, fand ich, daß eine Reaction mit meinen früheren Erfahrungen nicht übereinstimmte. Die Lösung färbte sich noch mit Schwefelsäure und Zucker roth. Es muß also daneben noch ein Verdauungsproduct vorkommen, das zwar durch Blutlaugensalz nicht mehr gefällt wird, sich aber noch die Eigenschaft der Eiweißkörper bewahrt hat, durch Schwefelsäure und Zucker geröthet zu werden. Dieselbe Reaction zeigte ein Hydrophyr, das ich durch Verdauung von in der Hitze geronnenem Eiweiß bei der Temperatur von 35—38° erhalten hatte.

Es liegt scheinbar ein Widerspruch darin, wenn Mulder den Alkohol unter den Reagentien aufführt, durch welche die Peptone nicht gefällt werden, während Lehmann und Andere sie als in Weingeist von 83 Proc. unlöslich beschreiben.

Aber Mulder spricht ausdrücklich vom Fällen aus saurer Lösung und außerdem war in den Flüssigkeiten, welche er untersuchte, die Veränderung viel weiter vorgeschritten. Lehmann stellte seine Peptone dar, „nachdem der größte Theil der zu verdauenden Substanzen in Lösung übergangen war", während Mulder die Mischung vier Tage lang täglich acht Stunden bei der Temperatur von 40° Celsius erhielt. Man kann sich übrigens leicht überzeugen, daß zu allen Zeiten in Alkohol unlösliche Verdauungsproducte vorhanden sind. Man neutralisirt, dampft ein, mischt starken Weingeist (96 bis 96½ Volumpercent) hinzu und extrahirt.

Anfangs, d. h. in der Periode der Auflösung des zu verdauenden, oder kürzere oder längere Zeit nachher findet sich, außer den noch durch Blutlaugensalz fällbaren Eiweißkörpern, Hydrophyr; später treten dafür andere Producte auf, die den Eiweißkörpern schon ferner stehen, indem sie mit Kupfer und Kali keine Purpurfärbung mehr geben und auch in anderen Reactionen abweichen.

Ich hatte Eiweiß, das durch Hitze coagulirt und dann ausgewaschen war, drei Monate hindurch bei gewöhnlicher Zimmer-

wärme der Einwirkung einer Verdauungsflüssigkeit ausgesetzt und, indem ich von Zeit zu Zeit mit Phosphorsäure nachsäuerte, dafür gesorgt, daß die Reaction immer ziemlich stark sauer blieb.

Die Flüssigkeit nahm dabei einen Geruch nach altem Käse an und enthielt, als sie schließlich untersucht wurde, noch Alkophyr, und außerdem in Wasser lösliche aber in Alkohol unlösliche Producte in großer Quantität. Sie gaben mit Kupfervitriol und Kali keine Purpurfarbe mehr und enthielten somit kein Hydrophyr. Aus ihrer wässerigen Lösung wurden sie nur zum sehr kleinen Theile durch Tannin und noch weniger durch Jodquecksilberkalium gefällt, aber Phosphormolybdänsäure schlug in reichlicher Menge einen Körper nieder, den ich bis jetzt nicht näher untersucht habe.

Von einem Ammoniakniederschlage unterschied sich die Fällung schon durch ihre fast weiße Farbe. Auch gab Neßlerisches Reagens in der Flüssigkeit einen schön goldgelben Niederschlag, keinen rostbraunen.

Wenn man die Verdauungsproducte neutralisirt und eingedampft hat, und sie dann mit siedendem Alkohol auszieht, so lassen die ersten Portionen beim Erkalten stets größere oder geringere Mengen eines weißen Sedimentes fallen. Dasselbe ist in Wasser immer leicht löslich und zeigt alle die Reactionen, welche dem Hydrophyr und Alkophyr gemeinsam sind. Möglicherweise verdankt es dieselben nur einer Quantität von letzterem, die sich beim Erkalten mit ausgeschieden hat. Die übrigen Bestandtheile dieses Sediments habe ich bis jetzt nicht näher untersuchen können, es scheint aber auch, als ob seine Zusammensetzung je nach der Natur der Muttersubstanz und der Periode der Verdauung nicht unbedeutend verschieden sei.

Wenn man nach dem Ausziehen mit Alkohol einen hydrophyrhaltigen Rückstand vorfindet, so kann man, nachdem man denselben mit wenig Eisessig übergossen hat, durch Alkohol neue Mengen einer Substanz ausziehen, die alle Reactionen zeigt, die dem Hydrophyr und Alkophyr gemeinsam sind. Es gelang mir aber nicht durch weiteres Auskochen mit essigsäurehaltigem Alkohol alles Hydrophyr in alkoholische Lösung überzuführen.

Das Lösungsmittel nahm weniger und weniger auf und gab endlich keinen durch Metawolframsäure fällbaren Rückstand mehr. Das der Extraction unterworfene aber enthielt noch immer Hydrophyr.

Es war offenbar nothwendig zu ermitteln, ob das Alkophyr ein Product der Verdauung im eigentlichen Sinne des Wortes, oder ob es etwa schon fertig gebildet im Eiweiß enthalten ist. Dies habe ich in folgender Weise gethan. Ich vermischte Hühnereiweiß möglichst vollständig mit Wasser und fügte Essigsäure bis zur schwach sauren Reaction hinzu. Dann coagulirte ich durch Wärme möglichst vollständig und filtrirte vom Coagulum ab. Das Filtrat wurde auf dem Wasserbade eingedampft, mit viel Alkohol vermischt und mit demselben heiß extrahirt. Der Rückstand der alkoholischen Auszüge enthielt kein Alkophyr. Die wässerige Lösung desselben wurde zwar reichlich gefällt durch Metawolframsäure, aber sie wurde nicht gefällt durch Tannin, nicht durch Phosphormolybdänsäure und auch nicht durch Jodquecksilberkalium. Mit Kali und Kupfervitriol gab sie keine Purpurfarbe.

Das Alkophyr ist also nicht im gewöhnlichen Hühnereiweiß enthalten, sondern entsteht erst aus ihm während der Verdauung. In Übereinstimmung damit wird es auch erhalten aus in der Hitze coagulirtem und wohl ausgewaschenem Eiweiß, aus dem alles fertig gebildete Alkophyr längst herausgewaschen sein würde. Ebenso wird es erhalten aus rein ausgewaschenem Fibrin.

Es braucht wohl nicht erwähnt zu werden, daß hierbei das Alkophyr nicht etwa schon in der angewendeten Verdauungsflüssigkeit enthalten war, daß dieselbe vorher auf ihre Reactionen untersucht wurde.

Was bei der erwähnten Untersuchung des unveränderten Eiweißes sich im kochenden Alkohol nicht gelöst hatte, wurde mit Wasser übergossen, erwärmt und filtrirt. Das Filtrat wurde reichlich gefällt durch Tannin und durch Phosphormolybdänsäure. Durch Metawolframsäure und durch Jodquecksilberkalium wurde die Lösung stark, durch Blutlaugensalz schwach getrübt. Mit Kupfervitriol und Kali gab sie noch eine Färbung, mit Zucker und Schwefelsäure aber nicht.

Zum Schluße will ich noch näher sprechen über eine Reaction, welche in der Peptonchemie häufig zur Anwendung kommt, über die mittelst Kali und Kupfervitriol erzeugte Purpurfärbung. Diese wurde bekanntlich zuerst an Peptonen beobachtet, und erst später erkannte man, daß sie auch an allen Eiweißkörpern hervorgerufen werden kann. Die Eiweißkörper mögen im festen oder im gelösten Zustande

vorhanden sein, man mag statt des Kali, Natron, Ammoniak, Baryt oder Kalkwasser anwenden, immer entsteht die Purpurfarbe. Da die Menge des Kupferoxydsalzes, die dazu erheischt wird, äußerst gering ist, so würde man Eiweißkörper oder Peptone als Reagens auf Kupfer anwenden können, wenn wir um Reagentien auf Kupfer in Verlegenheit wären. Fügt man z. B. zu Wasser so viel Kupferoxyd-Ammoniak, daß eben eine schwach bläuliche Färbung wahrzunehmen ist, wirft dann Fibrinflocken hinein und schüttelt; so entfärbt sich die Flüssigkeit vollständig und das Fibrin nimmt Purpurfarbe an.

Fügt man zu Wasser einige Tropfen einer Kupfervitriollösung und schüttelt damit eine Fibrinflocke, so färbt diese sich schwach grünlich und wird, in Kalkwasser geworfen, purpurfarben.

Stellt man die Probe, um in Flüssigkeiten Eiweißkörper oder Peptone zu suchen, in der gewöhnlichen Weise mit Kali und Kupfervitriollösung an, so muß die letztere, wenn man es mit kleinen Mengen zu thun hat, sehr vorsichtig zugesetzt werden. Von der purpurnen Kupferverbindung entsteht nur eine gewisse Menge, was man mehr hinzufügt, bleibt blau und verdirbt die charakteristische Farbe, indem es sie ins Violette zieht. Hierbei gibt es dann zwei Möglichkeiten: entweder das überflüssige zugesetzte Kupferoxyd bleibt auch gelöst, so daß man eine dauernd violette klare Flüssigkeit hat, oder es trübt die Flüssigkeit als Kupferoxydhydrat und setzt sich später als lichtblauer Niederschlag zu Boden, während die darüber stehende Flüssigkeit wieder purpurfarben erscheint. Der letztere Fall tritt mit Alkophyr immer ein, wenn man dasselbe so viel, als es bis jetzt möglich ist, von anderen organischen Substanzen getrennt hat. Es hält nicht mehr Kupferoxyd in Lösung, als es roth färbt. Ich habe dies an Alkophyr gesehen, das ich an Metawolframsäure gebunden, mittelst Barytwasser davon abgeschieden und dann von Baryt befreit hatte. Dasselbe beobachtete ich an Alkophyr, das ich auf analogem Wege mittelst Phospormolybdänsäure gereinigt hatte.

Die Untersuchung mittelst des Spectralapparates zeigt, daß die Farbe einfach durch Absorption des mittleren Theiles des Spectrums entsteht. Es findet eine starke Absorption des Grün statt, die sich mit abnehmender Intensität auf das Gelb und das Blau erstreckt.

Versuche über die Nachbilder von Reizveränderungen.

Von V. Dvořák,
Hörer der Physik an der Prager Universität.

(Mit 2 Holzschnitten.)

Das von Plateau und Oppel untersuchte und bereits früher von Purkyně [1]) ohne besonderen Apparat beobachtete Bewegungsnachbild ist schon deßhalb eine interessante Erscheinung, weil es das erste Beispiel des Nachbildes einer Reizveränderung ist. Plateau und Oppel haben bereits angenommen, daß die Bewegungsnachbilder durch Vorgänge in der Retina bedingt sind. Die Erklärung derselben durch Augenbewegungen, welche der hochgeschätzte Forscher Helmholtz [2]) neuerdings versucht hat, läßt sich in der That schon durch die Details der älteren Versuche ad absurdum führen.

Wenn eine scheinbar sich erweiternde gedrehte Plateau'sche Spirale ein scheinbares Schrumpfen der nachher betrachteten Gegenstände gegen ein bestimmtes Centrum hin bewirkt, wenn das Oppel'sche Bewegungsnachbild in der Mitte rascher strömt als am Rande [3]), so sind dies bereits Beweise genug gegen die letzterwähnte Erklärung; denn Augenbewegungen können nur eine gleichmäßige Verschiebung des ganzen Gesichtsfeldes bewirken.

Auch die Behauptung von Helmholtz, daß die Erscheinungen bei strenger Fixation eines Punktes nicht eintreten, erweist sich bei näherer Prüfung als unhaltbar. Man kann den Plateau'schen Versuch in eine sehr eclatante Form bringen.

Man lege auf eine große weiße Scheibe mit einer Spirale eine kleinere concentrische mit einer entgegengesetzt laufenden Spirale,

---

[1]) Beiträge zur Kenntniß des Sehens. II.

[2]) Physiol. Opt. 603, 604, 619.

[3]) Pogg. Ann. B. XCIX, p. 541.

auf diese etwa noch eine dritte, noch kleinere, mit einer der ersten gleichlaufenden Spirale und auf das gemeinschaftliche Centrum aller Scheiben einen kleinen schwarzen Kreis. Vor der so zusammengesetzten Scheibe mögen noch einige schwarze Fäden gespannt sein. Während nun die Scheibe gedreht wird, kann man das Centrum ganz scharf fixiren, indem sich jede Blickschwankung sofort durch die hellen Nachbildränder des schwarzen Centrums und der Fäden verräth. Sieht man dann nach einem weißen linirten Schirme, so erscheint auf demselben das dunkle Nachbild der Scheibe in drei theils schrumpfende, theils schwellende Ringe getheilt, und in diesem Nachbilde ganz fest und ruhig die hellen Nachbilder des Centrums und der Fäden. Hiebei ist zu bemerken, daß die scheinbare Bewegung im Nachbilde immer nur schwächere Pünktchen und Fleckchen ergreift, nie aber deutlich gesehene Punkte und Linien.

Die Bewegungsnachbilder sind also ebenso locale Erscheinungen als die Licht- und Farbennachbilder und treten wie diese bei ruhiger Fixation auf.

Es lassen die Bewegungsnachbilder auf einen eigenthümlichen Connex benachbarter Netzhautstellen schließen. Für eine isolirte Netzhautstelle ist der Wechsel von Hell und Dunkel natürlich derselbe, ob die betrachtete Spirale schrumpft oder schwillt. Das Nachbild der letzteren lehrt aber, daß es für die Netzhautstelle nicht gleichgiltig ist, auf welche Nachbarstelle der Reiz übergeht. Welche Bedeutung dieses für die Theorie des stereoskopischen Sehens hat, kann hier nicht erörtert werden.

Es möge gestattet sein, hier noch einige nebenbei gemachte Beobachtungen anzuführen.

Wenn man etwa mit dem rechten Auge die gedrehte Spirale betrachtet, während das linke geschlossen ist und dann umgekehrt bei geschlossenem rechten mit dem linken Auge einen anderen Gegenstand beobachtet, so erscheint auch diesem Auge das Bewegungsnachbild.

Die Wechselbeziehung beider Netzhäute äußert sich also auch bei dieser Art von Nachbildern. Es geht hieraus hervor, daß sich auch Bewegungsnachbilder müssen binocular combiniren lassen, worauf jedoch hier nicht eingegangen werden soll.

Außerdem läßt sich ein merkwürdiges Zitternachbild beobachten; versetzte man nämlich eine große Spiralscheibe ($R = 3^1/_2{}'$) mit sehr

weiten, dafür aber vervierfachten, dick ausgezogenen Windungen, die wegen ihrer Unebenheiten bei der Drehung lebhaft schwankte und zitterte, in so rasche Rotation, daß die Windungen fast undeutlich wurden, wobei sie sich wellig krümmten, so zeigte sich am später fixirten Schirme ein starkes Zittern und Flimmern, in welchem man bei näherer Betrachtung einen Stern aus radialen gekrümmten Linien erblickte.

Malt man auf derselben Scheibe zwei entgegen laufende, sonst aber gleiche Spiralen, jede mit einer anderen Farbe, so erkennt man beide wegen der vielfachen Durchkreuzung kaum als Spiralen, was jedoch sehr leicht bei der Rotation geschieht; die eine Spirale scheint dann zu schrumpfen, wenn die zweite zu wachsen scheint. Hält man aber nach längerer Fixirung die Spiralen an, so zeigt sich keine Spur von Scheinbewegung. Auch ist es nicht möglich durch Fixirung der Aufmerksamkeit auf die eine Spirale eine Scheinbewegung hervorzurufen, außer wenn die zweite viel schwächer gemalt ist.

Es lag nahe, sich die Frage vorzulegen, ob nicht andere Reizveränderungen ebenfalls Nachbilder erzeugen.

Die zahlreichen angestellten Versuche ergaben in einem Falle, bei Lichtintensitätsänderungen eine Bestätigung der Vermuthung, in allen übrigen Fällen aber ein negatives Resultat.

Läßt man die Lichtintensität in einem Zimmer von einem gewissen Werthe i ziemlich schnell auf einen anderen $i + \Delta i$ wachsen, dann plötzlich auf i fallen und wieder allmälig auf $i + \Delta i$ steigen, und läßt dann nach oftmaliger Wiederholung des Processes die Lichtintensität plötzlich constant, so scheint dieselbe deutlich fort und fort kleiner zu werden. Die Umkehrung des Versuches ist selbstverständlich.

Das Experiment läßt sich einfach so ausführen: Das Fensterladenloch eines verdunkelten Zimmers wird mit einem hutförmigen, in das Zimmer ragenden Aufsatz verschlossen, welcher am Deckel eine mit mattem Glase belegte Spalte trägt. Die Spalte steht radial zu einer vor derselben drehbaren undurchsichtigen Scheibe, deren Umfang durch einen Spiralgang gebildet wird. Nun setzt man noch eine matte Glastafel vor, die je nach der Stellung der Spirale stärker oder schwächer diffus beleuchtet wird und die man beobachtet.

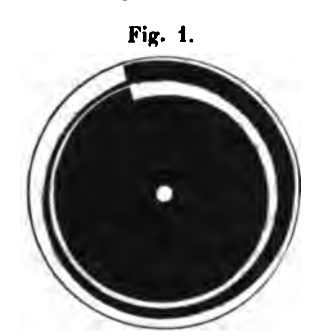
Es ist klar, daß je nach dem Drehungssinn der Scheibe die Spalte immer allmälig geöffnet und plötzlich geschlossen oder allmälig geschlossen und plötzlich geöffnet wird. Im ersten Falle scheint sich die Glastafel, wenn man mit der Drehung aufhört, fort und fort zu verdunkeln, im zweiten fort und fort zu erhellen.

(Die Zahl der Umdrehungen war 2 bis 3 in der Secunde, die Versuchszeit im Durchschnitte 1 Minute; die Spalte war $1^1/_2''$ lang, $2'''$ breit; der Durchmesser der Scheibe war $2'$, die Weite der Spirale $1^1/_2''$.)

Beobachtet man während des Versuches das Zerstreuungsbild eines nahe an das Auge gebrachten glänzenden Stecknadelkopfes, so sieht man dasselbe entsprechend den Veränderungen der Pupillenweite bei jeder plötzlichen Erhellung schwach zusammenzucken, bei jeder plötzlichen Verdunklung sich schwach vergrößern. Nach Beendigung der Drehung kann man nichts mehr am Zerstreuungsbilde bemerken.

Um den Einfluß der Pupillenweite bei der Erscheinung möglichst zu eliminiren und zu untersuchen, ob gleichzeitige Erhellung und Verdunklung in verschiedenen Theilen des Gesichtsfeldes als Nacherscheinung eintreten könne, wurde der Versuch folgendermaßen angestellt:

Fig. 1.

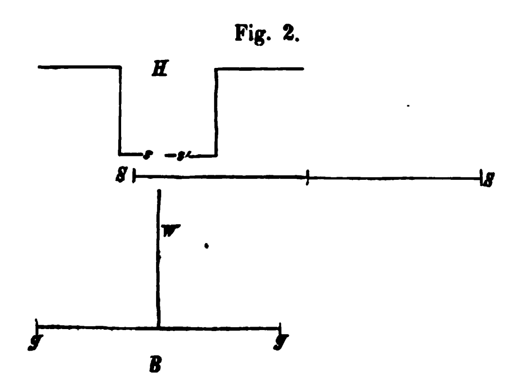


Der Hutdeckel erhält zwei Spalten, welche in demselben Radius einer großen vor denselben drehbaren Glasscheibe (Fig. 1) liegen. Die Scheibe ist schwarz bemalt und nur zwei ringförmige Räume an derselben sind durchsichtig gelassen. Diese sind nach außen durch einen Kreis, nach innen durch einen Spiralgang begrenzt. Die Spiralen laufen bei beiden Ringen entgegengesetzt. Wird nun bei der Drehung die eine Spalte allmälig geschlossen, so wird die zweite ebenso allmälig geöffnet.

Die Fig. 2 gibt die Anordnung des Versuches. Der Hut ist durch *H*, die Spalten mit matten Gläsern durch *s*, *s'*, die Scheibe durch *SS* angedeutet. Das Licht der beiden Spalten wird durch die undurchsichtige Zwischenwand *W* gesondert und auf die beiden Hälften einer matten Tafel *GG* vertheilt, welche vom Beobachter *B*

betrachtet wird. Hier sieht man während der Drehung immer die eine Hälfte sich erhellen, die andere sich verdunkeln. Hält man die

Fig. 2.



Scheibe plötzlich an, so tritt sofort augenfällig das Umgekehrte ein; die Hälfte, welche sich zuvor erhellte, verdunkelt sich, die andere erhellt sich zusehends.

Also auch diese Erhellungs- und Verdunklungsnachbilder, wie man sie passend nennen könnte, sind locale Erscheinungen und können nicht von Pupillenänderungen allein herrühren.

Wenn man bei diesem Versuch wieder das Zerstreuungsbild zu Rathe zieht, so findet man, daß bei jedesmaliger plötzlicher Öffnung der Spalte die Pupille etwas zusammenzuckte.

Obgleich nun die Spiralen so gewählt sind, daß die Intensität des Gesammtlichtes, welches durch beide Spalten eindringt, constant bleibt, so scheint doch jede neue Lichtvertheilung als ein größerer Reiz auf die Iris zu wirken. Das Erhellungs- und Verdunklungsnachbild schien bei den Versuchen mit einer Spalte etwas stärker aufzutreten, als bei zwei Spalten. Es muß demnach dahin gestellt bleiben, ob und welchen Antheil Änderungen der Pupillenweite bei der Erscheinung haben.

Das durch die Spalte eindringende Licht bildet auf der matten Tafel einen großen verwaschenen Fleck, dessen Rand sich bei der Erweiterung der Spalte ebenfalls etwas erweitert. Es lag also der Verdacht nahe, daß bei den Erhellungs- und Verdunklungsnachbildern die Plateau'sche Erscheinung mitspiele. Um letztere auszuschließen, wurde die Glastafel mit einem Bogen Carton, der mit

zwei kleinen runden Ausschnitten versehen war, bedeckt, so daß man die Ränder der Lichtflecke nicht mehr sah. Nichts destoweniger traten die Erhellungs- und Verdunklungsnachbilder doch ein.

Denken wir uns in Fig. 2 die Wand *W* weg und *s*, *s'* mit zwei verschieden gefärbten matten Gläsern bedeckt, so bringt die Drehung der Scheibe eine continuirliche Farbenänderung hervor. Ein Nachbild einer Farbenänderung konnte aber nie beobachtet werden.

Nachbilder von Schallempfindungen sind nicht beobachtet, doch sind genauere Versuche darüber auch nicht angestellt worden. Es wurde deßhalb sorgfältig untersucht, ob Nachbilder von Tonintensitäts- oder Tonhöhenveränderungen auftreten.

Aus einer Resonanzröhre, welche auf eine Helmholtz'sche Unterbrechungsgabel ansprach, gingen Röhrchen in die Ohren des Beobachters. Die Röhre war in einem Schwingungsbauch durchschnitten und daselbst schlug eine Spiralscheibe durch. Die Intensitätsänderungen waren sehr mächtige, ohne daß nachher eine Intensitätsänderung an dem constanten Tone der Gabel zu bemerken gewesen wäre.

Eine offene Labialpfeife trägt in der einen Seitenwand nahe an ihrem Ende einen längeren Schlitz. Derselbe wird durch eine an die Pfeifenwand befestigte Spiralscheibe allmälig bis zum Ende der Pfeife geschlossen, dann plötzlich geöffnet u. s. f. — Man erhält so einen fallenden und bei Umkehrung des Versuches einen steigenden Ton, aber niemals ein Nachbild der Änderung.

Mehrere der hier beschriebenen im physikalischen Laboratorium der Prager Universität ausgeführten Versuche wurden auf Anregung des Herrn Prof. E. Mach angestellt.

Nachtrag zu der Abhandlung: „Zählung der nördlichen Sterne im Bonner Verzeichnisse nach Größen".

(LIX. Band der Sitzungsberichte.)

Von dem w. M. **Karl v. Littrow.**

Durch eine mehrmonatliche Unterbrechung im Zusammenstellen der aus den Zählungen abgeleiteten Folgerungen hat sich in der genannten Abhandlung eine Unklarheit eingeschlichen, die, wie ich zu erfahren Gelegenheit hatte, den Leser stört und die ich deßhalb zugleich mit einem Rechnungsversehen hier verbessern will.

Die Ausdrücke (5) S. 589 l. c. (21 der Sonderabdrücke) geben

$$\frac{r_9}{r_8} = \frac{r_7}{r_6} \quad . \; . \; . = \frac{c}{\delta}\ ^{1)},$$

somit Vermöge (2) und (4)

$$c = \sqrt[3]{\frac{z_6}{z_7}} = 0 \cdot 6682.$$

Es ist aber

$$\sqrt[3]{\frac{z_7}{z_8}} = 0 \cdot 6327$$

ziemlich nahe der frühere Werth, so daß man wohl

$$c = \sqrt[3]{\frac{z_6}{z_7}} = \sqrt[3]{\frac{z_7}{z_8}}$$

---

1) Nicht, wie es durch einen Schreibfehler l. c. irrthümlich heißt: $\frac{r_8}{r_7} = \frac{r_7}{r_6} \ldots .$

und im Mittel

$$c = 0 \cdot 6504$$

setzen darf. Die letzte Gleichung gibt nun

$$c^2 = \sqrt[3]{\frac{z_6}{z_8}}$$

oder vermöge (4)

$$c = \sqrt{\delta}.$$

Es war aber $\delta = 0 \cdot 4227$, somit $\sqrt{\delta} = 0 \cdot 6501$. Nimmt man aus diesem und dem obigen Werthe von c das Mittel, so wird

$$\delta = 0 \cdot 4228$$

wie in der Abhandlung.

In dem Ausdrucke S. 593 (25 der Sonderabdrücke)

$$c = \sqrt[3]{\frac{z_m}{z_{m+0\cdot 5}}}$$

schreitet m nach ganzen Einheiten fort. Wir haben daher für c die numerischen Werthe

$$\sqrt[3]{\frac{z_{6\cdot 0}}{z_{6\cdot 5}}} = 0 \cdot 8088$$

$$\sqrt[3]{\frac{z_{7\cdot 0}}{z_{7\cdot 5}}} = 0 \cdot 8320$$

$$\sqrt[3]{\frac{z_{8\cdot 0}}{z_{8\cdot 5}}} = 0 \cdot 8037.$$

Aus den Formeln (4'), in welchen m von $0 \cdot 5$ zu $0 \cdot 5$ fortschreitet, hat man

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{z_{m-0\cdot 5}}{z_{m+0\cdot 5}}} = \sqrt[3]{\frac{z_m}{z_{m+1\cdot 0}}}$$

und daraus

$$\sqrt[3]{\frac{z_{m-0\cdot 5}}{z_m}} = \sqrt[3]{\frac{z_{m+0\cdot 5}}{z_{m+1\cdot 0}}}.$$

Aus den Zählungen folgt

$$\sqrt[3]{\frac{z_{6\cdot5}}{z_{7\cdot0}}} = 0\cdot7974$$

$$\sqrt[3]{\frac{z_{7\cdot5}}{z_{8\cdot0}}} = 0\cdot8081$$

in der That nahe gleich und von den früher für c erhaltenen Werthen so wenig verschieden, daß man das Mittel aus allen fünf Zahlen $= 0\cdot8100$ für c gelten lassen kann. Damit nimmt man an

$$c = \sqrt[3]{\frac{z_m}{z_{m+0\cdot5}}} = \sqrt[3]{\frac{z_{m+0\cdot5}}{z_{m+1\cdot0}}}$$

so daß also im ersten Ausdrucke für c die Größe m auch von $0\cdot5$ zu $0\cdot5$ fortschreiten darf. Daraus folgt wie früher $c = \sqrt{\delta}$. Es war aber $\delta = 0\cdot6575$ somit $\sqrt{\delta} = 0\cdot8109$, oder im Mittel aus diesem und dem obigen Werthe von c

$$\delta = 0\cdot6568$$

wie in der Abhandlung.

Das oben erwähnte Rechnungsversehen besteht darin, daß der eben erklärte Werth von $\delta = 0\cdot6568$ nicht durchaus zur Anwendung kam, woraus einige, allerdings unwesentliche Änderungen der Resultate folgen. Mit obiger Zahl für δ ergeben sich für k nachstehende Werthe:

4·5772
4·6047
4·8347
4·4673
4·5067
4·6213

oder im Mittel

$$k = 4\cdot6020$$

somit

$$z_m = 1\cdot3039\,(3\cdot5295)^m$$
$$Z_m = 0\cdot6098\,(3\cdot5295)^m$$

endlich die am Schlusse der Abhandlung gegebene Zusammenstellung:

Sterne	Rechnung
Größe 1·	2
„ 1·5	4
„ 2·0	8
„ 2·5	14
„ 3·0	27
„ 3·5	50
„ 4·0	95
„ 4·5	178
„ 5·0	334
„ 5·5	628
„ 6·0	1179
„ 6·5	2215
„ 7·0	4161
„ 7·5	7817
„ 8·0	14686
„ 8·5	27590.

Die Anzahl der Sterne bis zur 16. Größe gewöhnlicher oder der Größe 15·8 unserer Bezeichnung bei durchaus gleicher Vertheilung betrüge danach 588 Millionen für die nördliche Hemisphäre oder etwa 1200 Millionen für den ganzen Himmel.

Für die sternärmsten Gegenden unseres Himmels ergäbe sich $m = 11\cdot4$, bis zu welcher Größe unserer (= 11·7 der gewöhnlichen) Bezeichnung man gleiche Vertheilung der Sterne und auf der nördlichen Hemisphäre 2¼ Millionen, also etwa 4½ Millionen Sterne auf dem ganzen Himmel annehmen könnte. — Die übrigen Zahlen am Schlusse der Abhandlung bleiben ungeändert.

Über einige Naphtalinderivate, die sich den Chinonen anreihen.

Von C. Graebe und E. Ludwig.

Aus dem Biamidonaphtol haben Martius und Griess [1]) vor einigen Jahren eine Reihe gefärbter Körper dargestellt und das letzte Glied derselben, welches die Zusammensetzung $C_{10}H_6O_3$ hat, als eine dem Alizarin isomere Verbindung (gemäß der damals für diesen Farbstoff allgemein angenommenen Formel) beschrieben. In einer Abhandlung über das Naphtalin [2]) hat der Eine von uns darauf hingewiesen, daß man diese Säure wahrscheinlich als ein Chinonderivat, wie die Chlornaphtalinsäure [3]) zu betrachten und als Oxynaphtochinon (Naphtalinsäure) $C_{10}H_5(O_2)''OH$ zu bezeichnen habe. Durch unsere Untersuchung wird diese Anschauungsweise unterstützt und gleichzeitig möglich gemacht, für die beiden stickstoffhaltigen Zwischenglieder, welche den Übergang vom Biamidonaphtol zur Naphtalinsäure vermitteln, rationelle Formeln aufzustellen. Wir sind zur Ansicht gelangt, daß diese Verbindungen eine den Chinonen analoge Constitution besitzen, daß in ihnen die Imidogruppe (NH) dieselbe Rolle spielt, wie der Sauerstoff in den letzteren.

Für das erste der genannten Zwischenglieder, welches durch Oxydation des Biamidonaphtols entsteht, haben wir die von Martius und Griess angenommene Formel $C_{10}H_8N_2O$ bestätigt gefunden. Es bildet sich daher aus dem Biamidonaphtol $C_{10}H_{10}N_2O$ durch Verlust zweier Wasserstoffatome; wie weiter unten nachgewiesen wird, regenerirt nascirender Wasserstoff leicht wieder das Biamidonaphtol. Die Verbindung $C_{10}H_8N_2O$ ist gefärbt, während das Biamidonaphtol

[1]) Annal. d. Chem. u. Pharm. CXXXIV, 375.

[2]) Annal. d. Chem. u. Pharm. CXLIX, 1.

[3]) Wir benützen in unserer Abhandlung die von Strecker herrührende Abkürzung des Namens Chloroxynaphtalinsäure.

ungefärbt ist, eine Analogie zwischen diesen beiden Körpern und zwischen Chinon und Hydrochinon ist mithin nicht zu verkennen und es ist mit der Entstehung und dem Verhalten am besten in Einklang zu bringen, wenn man annimmt, daß bei der Oxydation des Biamidonaphtols jede der beiden Amidogruppen ein Atom Wasserstoff verliert und daß sich die beiden Stickstoffatome dann aneinander lagern, wie dies die Sauerstoffatome beim Übergang des Hydrochinons in Chinon thun.

Folgende Formeln werden diese Auffassung leicht verdeutlichen:

$$C_6H_4\begin{cases}OH\\OH\end{cases} \qquad\qquad C_6H_4\begin{cases}O\\O\end{cases}>$$

Hydrochinon Chinon

$$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}NH_2\\NH_2\end{cases} \qquad\qquad C_{10}H_5(OH)\begin{cases}HN\\HN\end{cases}>$$

Biamidonaphtol Biimidonaphtol.

Die beiden Imidogruppen verhalten sich daher analog den Sauerstoffatomen des Chinons.

Diese Auffassung entspricht der von Kekulé [1]) ausgesprochenen Ansicht, daß die von Heintzel [2]) aus dem Triamidophenol durch Eisenchlorid erhaltene Verbindung die Formel

$$C_6H_2(OH)(NH_2)\begin{cases}HN\\HN\end{cases}>$$

habe. Kekulé bezeichnet sie als Azotriamidophenol, während Heintzel, der diese Formel adoptirt hat, den Namen Biimidoamidophenol wählt. Die letztere Bezeichnungsweise hat den Vorzug, daß sie jede Verwechslung mit den Diazoverbindungen ausschließt und deutlicher die Formel in Worten wiedergibt, wir haben uns daher ihr angeschlossen.

Das Biimidonaphtol zersetzt sich nach der Beobachtung von Martius und Griess durch Kochen mit Wasser nach folgender Gleichung:

$$C_{10}H_8N_2O + H_2O = C_{10}H_7NO_2 + NH_3.$$

---

[1]) Lehrbuch der organ. Chemie, III. Bd., 66.

[2]) Journ. f. prakt. Chemie, C, 193.

Der Körper $C_{10}H_7NO_2$ ist indifferent, bildet mit Säuren keine Salze, ist wie das Biimidonaphtol gefärbt und wird durch nascirenden Wasserstoff in eine farblose Base verwandelt, welche die Zusammensetzung eines Bioxyamidonaphtalins ($C_{10}H_9NO_2$) hat. Diesen Thatsachen wird in der einfachsten und ungezwungensten Weise Rechnung getragen, wenn man für obige Verbindung die rationelle Formel

$$C_{10}H_5(OH)\begin{Bmatrix}HN\\O\end{Bmatrix}>$$

annimmt. Bezeichnet man die aus einer Imidogruppe und einem Atome Sauerstoff bestehende zweiwerthige Gruppe $\begin{matrix}NH\\O\end{matrix}>$ als Oximid, so entspricht der rationellen Formel die Benennung Oximidonaphtol.

Die Oximidoverbindungen bilden demnach den Übergang von den Biimidoverbindungen zu den Chinonen.

Aus dem Biimidonaphtol entsteht das Oximidonaphtol durch Austausch einer Imidogruppe gegen ein Atom Sauerstoff.

$$C_{10}H_5(OH)\begin{Bmatrix}HN\\HN\end{Bmatrix}> + H_2O = C_{10}H_5(OH)\begin{Bmatrix}HN\\O\end{Bmatrix}> + NH_3.$$

Durch Aufnahme von 2 Atomen Wasserstoff geht das Oximidonaphtol in Amidobioxynaphtalin über.

$$C_{10}H_5(OH)\begin{Bmatrix}NH\\O\end{Bmatrix}> + H_2 = C_{10}H_5(OH)\begin{Bmatrix}NH_2\\OH\end{Bmatrix}.$$

Dieses verliert durch Oxydation sehr leicht die beiden Wasserstoffatome und wird wieder Oximidonaphtol.

Das Oximidonaphtol verwandelt sich schließlich sowohl bei Einwirkung von Säuren, als von Alkalien in die Naphthalinsäure, indem die in demselben noch vorhandene Imidogruppe durch ein Atom Sauerstoff ersetzt wird.

$$C_{10}H_5(OH)\begin{Bmatrix}NH\\O\end{Bmatrix}> + H_2O = C_{10}H_5(OH)\begin{Bmatrix}O\\O\end{Bmatrix}> + NH_3.$$

Daß die Naphthalinsäure sich ihrer Constitution nach der Chlornaphtalinsäure anschließt, geht schon aus der großen Übereinstimmung der physikalischen Eigenschaften beider Verbindungen hervor.

Durch reducirende Substanzen wird sie in Trioxynaphtalin und beim Erhitzen mit Zinkstaub in Naphtalin verwandelt. Das chemische Verhalten spricht demnach gleichfalls für diese Anschauungsweise und es dürfte wohl keine andere gleich gut mit den Thatsachen zu vereinbaren sein.

Die folgende Zusammenstellung zeigt die Beziehungen der sechs besprochenen Verbindungen zu einander.

$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}NH_2\\NH_2\end{cases}$ Biamidonaphtol	$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}HN\\HN\end{cases}>$ Biimidonaphtol
$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}NH_2\\OH\end{cases}$ Oxyamidonaphtol	$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}HN\\O\end{cases}>$ Oximidonaphtol
$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}OH\\OH\end{cases}$ Bioxynaphtol, Trioxynaphtalin	$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}O\\O\end{cases}>$ Oxynaphtochinon, Naphtalinsäure.

Jede der links geschriebenen Verbindungen verwandelt sich durch Oxydation in die rechts neben ihr stehende und wird aus dieser durch Reduction (Aufnahme von Wasserstoff) wieder regenerirt. Aus dem Biimidonaphtol entstehen das Oximidonaphtol und die Naphtalinsäure durch Substitution von O an Stelle der Gruppe NH.

I. Biamidonaphtol $C_{10}H_5(OH)\begin{cases}NH_2\\NH_2\end{cases}$.

Aus dem Binitronaphtylalkohol haben Martius und Griess durch Reduction mittelst Zinn und Salzsäure eine Verbindung des chlorwasserstoffsauren Biamidonaphtols mit Zinnchlorür erhalten; die freie Base konnten die genannten Chemiker daraus nicht abscheiden, weil sie sich zu leicht oxydirt; auch uns ist deren Darstellung nicht gelungen, eben so wenig ist es uns geglückt, aus der Zinndoppelverbindung das chlorwasserstoffsaure Salz der Base darzustellen. Nach dem Ausfällen des Zinns durch Schwefelwasserstoff und Eindampfen der Lösung bei möglichst abgehaltener Luft schieden sich zwar Krystalle aus, doch ließen sich dieselben wegen ihrer großen Löslichkeit und leichten Zersetzbarkeit nicht entsprechend reinigen. Dagegen haben wir das schwefelsaure Biamidonaphtol in analysirbarem Zustande erhalten.

Chlorwasserstoffsaures Biamidonaphtol-Zinnchlorür $C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2(HCl)_2 + SnCl_2 + 2H_2O$, ist das directe Product der Reduction des Binitronaphtols durch Zinn und Salzsäure. Zur Darstellung desselben verfährt man zweckmäßig folgendermassen: 1 Theil Binitronaphtol, 2 Theile granulirtes Zinn und 7·5 Theile concentrirte Salzsäure werden in einer sehr geräumigen Schale erwärmt, bis eine lebhafte Einwirkung beginnt; man entfernt dann sofort die Flamme, die Masse geräth in heftiges Kochen und nach kurzer Zeit ist die Reaction beendet. Das Binitronaphtol und das Zinn verschwinden bei Anwendung obiger Verhältnisse fast vollständig; sollte etwas ungelöst geblieben sein, so filtrirt man die heiße Lösung durch Leinwand, Asbest oder Bimstein. Nach dem Erkalten scheidet sich die Zinnverbindung fast immer in warzenförmig gruppirten Nadeln aus, selten erscheinen größere, deutlich ausgebildete Krystalle. Einmaliges Umkrystallisiren aus Wasser genügt, um sie vollkommen rein zu erhalten. Durch langsames Verdampfen einer wässerigen Lösung erhält man das Salz in schönen, großen, glänzenden Prismen, die schwierig ganz farblos zu erhalten sind, meistens eine gelbliche Färbung besitzen und bei längerem Liegen an der Luft rothbraun werden.

Herrn Dr. P. Groth verdanken wir die krystallographische Bestimmung dieses Salzes: Die Krystalle sind monoklinisch, das Verhältniß der Klino- zur Orthodiagonale zur verticalen Axe ist folgendes:

$$a:b:c = 1{,}1837:1:1{\cdot}4873$$
$$\beta = 72^\circ\ 33'.$$

Die kleinen rectangulären Prismen werden von den Flächen $a = \infty P\infty$ und $b = \infty P\infty$ gebildet, durch $p = \infty P$ abgestumpft und durch die Endflächen $c = oP$ und $r = + P\infty$ begrenzt.

	Berechnet	Beobachtet
$p:p$ an a	83° 4′	83° 12′
$p:a$		*131 12
$a:c$		*107 27
$a:r$	135° 5	135 18
$c:r$		*117 28

Spaltbarkeit nach oP wenig deutlich.

In heißem Wasser ist das chlorwasserstoffsaure Biamidonaphtol-Zinnchlorür sehr leicht, in kaltem Wasser etwas weniger löslich, in concentrirter Chlorwasserstoffsäure ist es fast unlöslich und man kann es daher aus der wässerigen Lösung durch Salzsäure abscheiden, Alkohol löst das Salz leicht auf.

Folgende Analysen haben für das lufttrockene Salz zur Formel:

$$C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2(HCl)_2 + SnCl_2 + 2H_2O$$

geführt. Bei 100° verlieren die Krystalle ihre 2 Moleküle Krystallwasser vollständig.

I. 1·5480 Grm. des lufttrockenen Salzes verloren bei 100° 0·1245 Grm. H_2O.

II. 0·7995 Grm. der wasserfreien Substanz gaben 0·2785 Grm. SnO_2.

III. 0·3255 Grm. der trockenen Substanz gaben 0·4315 Grm. AgCl.

IV. 0·3425 Grm. der trockenen Substanz gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·345 Grm. CO_2 und 0·089 Grm. H_2O.

V. 0·6815 Grm. der trockenen Substanz gaben 37·3 CC. Stickstoff bei 0·7467 Mtr. Druck und 19° C. gemessen.

		Berechnet		Gefunden
C_{10}	=	120	27·52%	27·47
H_{12}	=	12	2·75	2·89
N_2	=	28	6·42	6·18
Cl_4	=	142	32·57	32·78
Sn	=	118	27·07	27·34
O	=	16	3·67	—
		436	100·00	
$2H_2O$		36	7·63	8·04

Martius und Griess haben in ihrer oben angeführten Abhandlung für das Zinndoppelsalz die Formel:

$$C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2HCl + SnCl_2 + 2H_2O$$

angenommen, welche von unserer Formel um 1 Molecul HCl differirt. Diese Verschiedenheit dürfte wohl auf einen Druckfehler zurückzuführen sein, da wir bei der Reduction des Binitronaphtols immer dasselbe Salz erhielten.

Außer der eben beschriebenen Zinnchlorürverbindung des salzsauren Biamidonaphtols, welche auf 1 Molecul des salzsauren Biamidonaphtols 1 Molecul Zinnchlorür enthält, gibt es noch eine zweite, in welcher mit zwei Moleculen salzsauren Biamidonaphtols 1 Molecul Zinnchlorür verbunden ist; diese Verbindung entsteht gewöhnlich, wenn man das chlorwasserstoffsaure Biimidonaphtol mit Zinn und Salzsäure reducirt; die Zusammensetzung dieses Zinnchlorür-Doppelsalzes wird, wie die folgenden Analysen desselben zeigen, ausgedrückt durch die Formel:

$$2[C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2(HCl)_2] + SnCl_2 + 4H_2O.$$

Auch diese Verbindung verliert bei 100° vollständig ihr Krystallwasser.

I. 0·754 Grm. der lufttrockenen Verbindung verloren bei 100° C. 0·0775 Grm. H_2O.

II. 0·302 Grm. der trockenen Substanz gaben 0·3785 Grm. AgCl und 0·0025 Grm. Ag.

III. 0·470 Grm. der trockenen Substanz gaben 0·104 Grm. SnO_2

		Berechnet		Gefunden
C_{20}	=	240	35·14	—
H_{24}	=	24	3·51	—
N_4	=	56	8·20	—
Cl_6	=	213	31·18	31·26
Sn	=	118	17·28	17·40
O_2	=	32	4·69	—
		683	100·00	
$4H_2O$	=	72	9·53	10·3

Eine Lösung dieses Salzes mit Zinnchlorür im Überschusse versetzt, gibt beim Verdampfen Krystalle von derselben Zusammensetzung, $C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2(HCl)_2 + SnCl_2 + 2H_2O$, wie die aus dem Binitronaphtol entstehenden.

Die folgenden Analysen beziehen sich auf ein Zinndoppelsalz, welches aus dem zinnärmeren durch Zusatz von Zinnchlorür erhalten wurde.

I. 0·3685 Grm. der trockenen Substanz gaben 0·4805 Grm. AgCl.

II. 0·304 Grm. der trockenen Substanz gaben 0·105 Grm. SnO_2.

		Berechnet		Gefunden
C_{10}	=	120	27·52	—
H_{12}	=	12	2·75	—
N_2	=	28	6·42	—
Cl_4	=	142	32·57	32·24
Sn	=	118	27·07	27·17
O	=	16	3·67	—
		436	100·00	

Fällt man aus der Lösung des Zinndoppelsalzes mit Schwefelwasserstoff das Zinn, so resultirt eine Flüssigkeit, die so lange farblos bleibt, als Schwefelwasserstoff in derselben zugegen ist, die aber beim Stehen an der Luft roth wird und bei genügendem Luftzutritte allmälig Krystalle von salzsaurem Biimidonaphtol absetzt.

Schwefelsaures Biamidonaphtol $C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2 SO_4H_2 + 2H_2O$. Zur Darstellung dieser Verbindung wird aus einer concentrirten Lösung des salzsauren Biamidonaphtol-Zinnchlorür's das Zinn mit Schwefelwasserstoff gefällt und das Filtrat mit einem großen Überschusse von concentrirter Schwefelsäure versetzt; beim Erkalten der Flüssigkeit scheiden sich farblose, glasglänzende Nadeln aus, die mit kaltem Wasser zu waschen und bei Abschluß der Luft zu trocknen sind. Es ist fast unmöglich, diese Krystallnadeln ganz farblos zu erhalten, denn, so lange sie noch feucht sind, oxydiren sie sich bei dem geringsten Luftzutritte und nehmen dann eine rothe Farbe an. In heißem Wasser ist die Verbindung sehr leicht, in kaltem Wasser dagegen schwer löslich, Alkohol löst sie in großer Menge; die Lösungen färben sich an der Luft rasch intensiv roth.

Durch Eisenchlorid werden die Lösungen des schwefelsauren Biamidonaphtols momentan tief roth gefärbt, indem die entsprechende Biimidonaphtol-Verbindung entsteht.

Bei 100° C. verliert das schwefelsaure Biamidonaphtol sein Krystallwasser.

I. 0·544 Grm. des lufttrockenen Salzes verloren bei 100° 0·0655 Grm. H_2O.

II. 0·4755 Grm. des trockenen Salzes gaben 0·415 Grm. $BaSO_4$.
III. 0·2152 Grm. des trockenen Salzes gaben 0·187 Grm. $BaSO_4$.
IV. 0·2449 Grm. des wasserfreien Salzes gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·4011 Grm. CO_2 und 0·1007 Grm. H_2O.

Berechnet			Gefunden I.	II.	III.	IV.
C_{10} =	120	44·12%	—	—	—	44·67
H_{12} =	12	4·41	—	—	—	4·57
N_2 =	28	10·29	—	—	—	—
S =	32	11·77	—	11·98	11·94	—
O_5 =	80	29·41	—	—	—	—
	272	100·00				
$2H_2O$ =	36	11·7	12·04	—	—	—

II. Biimidonaphtol $C_{10}H_5(OH)\left\{\begin{matrix}HN\\HN\end{matrix}\right>$.

Martius und Griess erhielten diese Verbindung, indem sie aus einer wässerigen Lösung des salzsauren Biamidonaphtol-Zinnchlorürs mit Schwefelwasserstoff das Zinn ausfällten, und das Filtrat vom Schwefelzinn mit Kalilauge übersättigten; bei ungehindertem Luftzutritte schied sich das Biimidonaphtol nach und nach aus. Zweckmäßiger stellt man aber zuerst das salzsaure Biimidonaphtol nach der unten beschriebenen Methode dar und scheidet aus der wässerigen Lösung desselben mit Ammoniak die freie Base ab. Man erhält diese als gelben Niederschlag, der aus mikroskopisch kleinen Nadeln besteht; war die Flüssigkeit stark ammoniakalisch, so löst sie etwas vom Biimidonaphtol auf und dieses scheidet sich dann nach längerer Zeit in Form deutlicher, meist büschelförmig gruppirter Nadeln aus.

Die Verbindung ist in kaltem Wasser fast unlöslich, sie löst sich dagegen leicht und in erheblicher Menge in Alkohol auf, beim langsamen Verdampfen einer alkoholischen Lösung über Schwefelsäure erhält man kleine, aber deutlich ausgebildete Krystalle.

Beim Erwärmen mit Alkohol oder Wasser erleidet das Biimidonaphtol die merkwürdige, schon oben angeführte Verwandlung in

Oximidonaphtol, indem eine Imidogruppe als Ammoniak austritt und durch ein Atom Sauerstoff ersetzt wird.

0·1950 Grm. der trockenen Substanz gaben bei der Verbrennung 0·4966 Grm. CO_2 und 0·0829 Grm. H_2O.

		Berechnet		Gefunden
C_{10}	=	120	69·76	69·43
H_8	=	8	4·65	4·71
N_2	=	28	16·28	—
O	=	16	9·31	—
		172	100·00	

Mit Säuren bildet das Biimidonaphtol wohl charakterisirte Verbindungen und zeigt in dieser Beziehung ein sehr bemerkenswerthes Verhalten, während es sich mit einem Molecul Salzsäure vereinigt und somit dieser gegenüber die Rolle einer einsäurigen Base spielt, ist es anderseits im Stande, ein Molecul Schwefelsäure zu sättigen.

Die wässerigen Lösungen der Alkalien wirken in der Kochhitze verändernd auf das Biimidonaphtol ein, es bildet sich, indem die beiden Imidogruppen als Ammoniak austreten, sofort Naphtalinsäure, ohne daß das Oximidonaphtol als Zwischenproduct entsteht. Derselbe Proceß geht vor sich, wenn man das Biimidonaphtol mit verdünnter Salzsäure oder Schwefelsäure im zugeschmolzenen Rohre längere Zeit auf 120° erhitzt.

$$C_{10}H_5(OH)\left\{\begin{matrix}HN\\HN\end{matrix}\right> + 2H_2O = C_{10}H_5(OH)\left\{\begin{matrix}O\\O\end{matrix}\right> + 2NH_3.$$

Salzsaures Biimidonaphtol $C_{10}H_5(OH)\left\{\begin{matrix}HN\\HN\end{matrix}\right>$, HCl.

Diese Verbindung, welche man am besten zum Ausgangspunkte für die übrigen Biimido-Verbindungen wählt, entsteht, wie schon früher erwähnt wurde, wenn eine Lösung des salzsauren Biamidonaphtols längere Zeit der Einwirkung der atmosphärischen Luft ausgesetzt wird, vollständiger und schneller aber wird die Oxydation durch Eisenchlorid bewirkt.

Nachdem, wie oben beschrieben, das Binitronaphtol durch Zinn und Salzsäure reducirt ist, verdünnt man die Flüssigkeit mit Wasser und legt in dieselbe eine entsprechende Menge von Zinkblechstreifen;

diese bedecken sich sofort mit kleinen Kryställchen von metallischem Zinn und nach kurzer Zeit ist alles Zinn aus der Lösung abgeschieden.

Dieser Weg, das Zinn zu entfernen, hat vor dem Ausfällen mit Schwefelwasserstoff große Vorzüge, man kommt erstens viel schneller zum Ziele, kann direct mit der sauren Flüssigkeit arbeiten, vermeidet dadurch, daß das beim Auskrystallisiren der Zinnverbindung in der Mutterlauge gelöst bleibende verloren geht und gewinnt endlich das Zinn als Metall wieder.

Die von dem ausgeschiedenen Zinn getrennte Flüssigkeit enthält salzsaures Biamidonaphtol und Zinkchlorid, welches letztere für den weiteren Proceß der Oxydation ganz und gar indifferent ist, während bei Gegenwart von Zinnchlorür große Mengen des Oxydationsmittels nöthig sind und die Umwandlung immer schlecht gelingt. Zu der Flüssigkeit setzt man eine concentrirte Lösung von Eisenchlorid, wodurch sie sofort intensiv roth gefärbt wird und glänzende, rothe Kryställchen abscheidet; man setzt so lange Eisenchlorid zu, bis sich der Niederschlag nicht mehr vermehrt, läßt diesen durch einige Stunden absetzen, sammelt ihn auf einem Filter und wäscht mit verdünnter Salzsäure aus, da das Salz in dieser wenig löslich ist. Einmaliges Umkrystallisiren aus Wasser genügt, um das salzsaure Biimidonaphtol vollkommen rein zu erhalten. Die Verbindung enthält kein Krystallwasser.

I. 0·249 Grm. der trockenen Substanz gaben 0·174 Grm. AgCl.

II. 0·4086 Grm. der trockenen Substanz gaben 48·9 CC. Stickstoff bei 21° C. und 0·7641 Mtr. Druck feucht gemessen.

III. 0·2985 Grm. gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·6265 Grm. CO_2 und 0·120 Grm. H_2O.

		Berechnet		Gefunden
C_{10}	=	120	57·55%	57·25
H_9	=	9	4·32	4·46
N_2	=	28	13·43	13·69
O	=	16	7·67	—
Cl	=	35·5	17·03	17·26
		208·5	100·00	

Das salzsaure Biimidonaphtol ist im Wasser und Alkohol, besonders beim Erwärmen leicht löslich, in starker Salzsäure fast unlöslich, beim langsamen Verdunsten wässeriger Lösungen wird es in großen Säulen und Tafeln erhalten, die im durchfallenden Lichte dunkelroth, im auffallenden Lichte prachtvoll grün metallisch glänzend erscheinen; das Pulver der Krystalle hat eine dunkelrothe Farbe.

Herrn Dr. P. Groth verdanken wir folgende Mittheilungen über die an den Krystallen vorgenommenen Bestimmungen:

Die Krystalle des salzsauren Biimidonaphtols sind monoklinisch, Axenverhältniß (Klinodiagonale: Orthodiagonale: Vertic.)

$$a : b : c = 2{\cdot}9670 : 1 : 2{\cdot}3956$$
$$\beta = 74^\circ\ 28'$$

Combinationen von $a = \infty P\infty$, $p = \infty P$, $c = oP$, $r' = +P\infty$, $r = -P\infty$, entweder dick tafelförmig nach a und ringsum ausgebildet, oder dünne Tafeln nach derselben Fläche und nach der Orthodiagonale verlängert. Die letzteren Krystalle lassen sich ziemlich genau messen und ergaben:

	Berechnet	Beobachtet
$p : p$ an a =	38° 34′	38° 31′
„ c =	141 26	141 29
$p : a$		*109 17
$a : c$		*105 32
$r' : a$		119 15
$r : a$	138° 8′	138 30 ungef.

Spaltbar nach a deutlich.

Mit Platinchlorid und Quecksilberchlorid gibt das salzsaure Biimidonaphtol prachtvolle Doppelsalze, die im Wasser und Alkohol schwer löslich sind.

Chlorwasserstoffsaures Biimidonaphtol - Platinchlorid $2[C_{10}H_5(OH)(NH)_2HCl] + PtCl_4$. Eine wässerige Lösung des salzsauren Biimidonaphtols scheidet auf Zusatz von Platinchlorid einen sehr voluminösen, hellrothen Niederschlag aus, der unter dem Mikroskope betrachtet, aus feinen Nadeln besteht; werden die beiden Lösungen verdünnt angewendet und zuvor auf etwa 40° C.

erwärmt, so erhält man beim Zusammengießen derselben eine klare Flüssigkeit, aus der sich erst beim Erkalten allmälig die Doppelverbindung in langen, biegsamen Nadeln ausscheidet, welche eine prachtvoll rothe Farbe und Seidenglanz besitzen; in kaltem Wasser und Alkohol ist die Verbindung schwer löslich, beim Kochen der Lösungen tritt rasch Zersetzung ein.

I. 0·7933 Grm. der trockenen Verbindung hinterließen beim Glühen 0·2053 Grm. Platin.

II. 0·2214 Grm. der trockenen Verbindung gaben 0·0575 Grm. Platin.

	Berechnet		Gefunden	
			I.	II.
C_{20} =	240	31·73	—	—
H_{18} =	18	2·38	—	—
N_4 =	56	7·40	—	—
O_2 =	32	4·23	—	—
Cl_6 =	213	28·16	—	—
Pt =	197·4	26·10	25·88	25·97
	756·4			

Schwefelsaures Biimidonaphtol $C_{10}H_5(OH)\begin{cases}HN\\HN\end{cases}>$, SO_4H_2. Durch Auflösen des Biimidonaphtols in verdünnter Schwefelsäure und Verdampfen der Lösung im Vacuum läßt sich diese Verbindung darstellen; einfacher erhält man sie aus dem salzsauren Biimidonaphtol, indem man eine alkoholische Lösung desselben mit concentrirter Schwefelsäure versetzt; durch Zufügen von Äther wird das schwefelsaure Biimidonaphtol in rothen metallisch glänzenden Prismen abgeschieden, welche im Wasser und Alkohol sehr leicht löslich sind.

I. 0·2559 Grm. der trockenen Substanz gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·4167 Grm. CO_2 und 0·089 Grm. H_2O.

II. 0·4598 Grm. der trockenen Substanz gaben 0·409 Grm. $BaSO_4$.

		Berechnet		Gefunden
C_{10}	=	120	44·44	44·39
H_{10}	=	10	3·70	3·81
N_2	=	28	10·37	—
O_5	=	80	29·64	—
S	=	32	11·85	12·2
		270	100·00	

Reduction des Biimidonaphtols. Das Biimidonaphtol läßt sich durch Reductionsmittel sehr leicht in das Biamidonaphtol verwandeln, die beiden Imidogruppen des ersteren nehmen je ein Atom Wasserstoff auf, verwandeln sich in Amidogruppen, wodurch die Bindung der Stickstoffatome untereinander aufgehoben wird.

$$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}HN\\HN\end{cases}\!\!> + H_2 = C_{10}H_5(OH)\begin{cases}NH_2\\NH_2\end{cases}.$$

Diese Reduction wird bewirkt durch Schwefelwasserstoff, Schwefelammonium, Natriumamalgam, Zinnchlorür, Eisen und Essigsäure, Zink und Schwefelsäure, Zinn und Salzsäure u. s. w. Wenn man eine wässerige Lösung des chlorwasserstoffsauren Biimidonaphtols mit Salzsäure versetzt, granulirtes Zinn einträgt und unter öfterem Umschütteln längere Zeit stehen läßt, so wird die ursprünglich rothe Flüssigkeit endlich vollständig entfärbt und beim Eindampfen erhält man die Zinnchlorürverbindung des chlorwasserstoffsauren Biamidonaphtols, und zwar in diesem Falle gewöhnlich das Salz von der Zusammensetzung $2[C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2, 2HCl] + SnCl_2 + 4H_2O$, welches, wie schon früher erwähnt wurde, durch Zusatz von Zinnchlorür in das von der Formel $C_{10}H_5(OH)(NH_2)_2, 2HCl + SnCl_2 + 2H_2O$ übergeht; diese letztere Verbindung, aus dem Biimidonaphtol dargestellt, ist identisch mit der aus dem Binitronaphtol durch Reduction mit Zinn und Salzsäure erhaltenen.

Eine Lösung des schwefelsauren Biimidonaphtols wird durch Schwefelwasserstoff entfärbt und hinterläßt beim Eindampfen im Vacuum die farblosen Krystalle des schwefelsauren Biamidonaphtols.

III. Oximidonaphtol $C_{10}H_5(OH)\begin{cases}HN\\O\end{cases}\!\!>$.

Es wurde schon angeführt, daß diese Verbindung durch Kochen des Biimidonaphtols mit Wasser oder Akohol entsteht, man

stellt sie daher am einfachsten so dar, daß man eine Lösung von salzsaurem Biimidonaphtol mit Ammoniak bis zur deutlich alkalischen Reaction versetzt und kocht; der Überschuß des Ammoniaks entweicht und man hat freies Biimidonaphtol und Salmiak, welcher letztere der Umwandlung nicht hinderlich ist. Das Kochen wird so lange fortgesetzt, als noch Ammoniak (welches sich bei der Reaction bildet), auftritt.

Hat man mit concentrirten Lösungen gearbeitet, so scheidet sich schon während des Kochens der größte Theil des gebildeten Oximidonaphtols aus, das in Lösung bleibende krystallisirt beim Erkalten heraus; durch Umkrystallisiren aus heißem Wasser erhält man die Verbindung leicht rein, dazu ist aber wegen ihrer geringen Löslichkeit sehr viel Wasser nöthig.

Das Oximidonaphtol wird so in gelblich rothen Nadeln erhalten, in kaltem Wasser ist es fast unlöslich, kochendes Wasser löst nur geringe Mengen davon, welche beim Erkalten herauskrystallisiren, in Alkohol ist es leicht, in Äther gar nicht löslich. Bei vorsichtigem Erhitzen sublimirt ein Theil unzersetzt und bildet beim Erkalten ziegelrothe Nadeln, der bei weitem größere Theil aber verkohlt.

I. 0·2452 Grm. der wasserfreien Substanz gaben 0·6216 Grm. CO_2 und 0·0957 Grm. H_2O.

II. 0·3879 Grm. der trockenen Substanz gaben 29·4 CC. Stickstoff bei 20° C. und 0·7607 Mtr. Druck feucht gemessen.

		Berechnet		Gefunden I.	Gefunden II.
C_{10}	=	120	69·36	69·13	—
H_7	=	7	4·05	4·32	—
N	=	14	8·09	—	8·68
O_2	=	32	18·50	—	—
		173	100·00		

Kochende Salzsäure verwandeln das Oximidonaphtol, wie Martius und Griess fanden, in Naphtalinsäure. Dieselbe Umwandlung bewirkte concentrirte Schwefelsäure schon in der Kälte; sie löst das Oximidonaphtol zu einer gelbrothen Flüssigkeit auf, aus welcher durch Zusatz von Wasser ein gelber Niederschlag von Naphtalinsäure gefällt wird. Concentrirte Kali- und Natronlauge

lösen das Oximidonaphtol schon bei gewöhnlicher Temperatur auf, Salzsäure fällt aus der Lösung die unveränderte Verbindung; beim Kochen der alkalischen Lösung entweicht Ammoniak und es bildet sich naphtalinsaures Kalium oder Natrium.

Durch die Wirkung reducirender Substanzen entsteht Bioxyamidonaphtalin, welches weiter unten beschrieben wird. Erhitzt man Oximidonaphtol mit einem Überschuß von Zinkstaub in einer Verbrennungsröhre, so erhält man reichliche Mengen von Naphtalin, außerdem treten nur geringe Quantitäten von Ammoniak auf; der größte Theil des Stickstoffs muß daher unverbunden entweichen.

$$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}HN \\ O\end{cases}\!\!> + H + 2Zn = C_{10}H_8 + N + 2ZnO.$$

IV. Amidooxynaphtol $C_{10}H_5(OH)\begin{cases}NH_2 \\ OH\end{cases}$.

Oximidonaphtol wird durch Zink, Zinn oder Natriumamalgam in saurer Lösung leicht zu einem farblosen Salze reducirt, auch Jodwasserstoffsäure bringt dieselbe Veränderung hervor. Die entstehende Verbindung ist wegen ihrer großen Löslichkeit und leichten Oxydirbarkeit sehr schwierig rein zu erhalten; am besten kommt man noch zum Ziele, wenn man die Reduction mit Zinn und Salzsäure ausführt.

Übergießt man Oximidonaphtol mit Salzsäure und fügt granulirtes Zinn hinzu, so löst sich dasselbe beim Erwärmen auf, aus der filtrirten Lösung scheiden sich beim Erkalten farblose Tafeln und Blättchen ab; diese repräsentiren eine Mischung zweier Salze, von denen das eine zinnfrei ist und den größeren Theil ausmacht, während die geringere Menge eine Zinnverbindung ist.

Nur durch wiederholtes Umkrystallisiren aus wenig Wasser und Auswaschen mit concentrirter Salzsäure gelingt es, die zinnfreie Verbindung von der zinnhaltigen zu trennen. Ein Zinndoppelsalz, wie bei dem Biamidonaphtol bildet sich hier jedenfalls nur schwer, denn wenn man selbst einen großen Überschuß von Zinnchlorür zusetzt und zur Krystallisation bringt, so ist der Zinngehalt der erhaltenen Krystalle ein sehr geringer. Es konnte daher nur die zinnfreie Verbindung untersucht werden; nach wiederholtem Umkrystallisiren und Waschen mit Salzsäure wurden Krystalle erhalten, welche

keine Reaction auf Zinn mehr zeigten und bei der Analyse Zahlen gaben, die mit der Formel des salzsauren Bioxyamidonaphtalins gut stimmen.

I. 0·2566 Grm. gaben 0·5304 Grm. CO_2 und 0·1194 Grm. H_2O.
II. 0·2026 Grm. gaben 0·1350 Grm. AgCl.

		Berechnet		Gefunden
C_{10}	=	120	56·74	56·38
H_{10}	=	10	4·73	5·13
N	=	14	6·62	—
Cl	=	35·5	16·78	16·4
O_2	=	32	15·13	—
		211·5	100·00	

Das salzsaure Bioxyamidonapthalin setzt sich aus der stark sauren, Zinnchlorür enthaltenden Lösung in gut ausgebildeten Tafeln ab, aus reinem Wasser ist es wegen der großen Löslichkeit schwer krystallisirt zu erhalten, im feuchten Zustande oder in Lösung wird es durch die Luft sehr leicht schwarz, indem sich wahrscheinlich eine dem grünen Hydrochinon entsprechende Verbindung bildet. Versetzt man die wässerige Lösung mit Ammoniak, so scheidet sich bei Luftabschluß nichts aus, sobald man aber den Luftzutritt gestattet, bildet sich an der Oberfläche der Flüssigkeit sofort Oximidonaphtol.

V. Oxynaphtochinon (Naphtalinsäure) $C_{10}H_5(OH)\left\{\begin{matrix}O\\O\end{matrix}\right\rangle$.

Nach Martius und Griess entsteht dieser Körper durch Kochen des Oximidonaphtols mit Salzsäure; auch durch Auflösen des Oximidonaphtols in erwärmter, concentrirter Schwefelsäure und Ausfällen mit Wasser läßt er sich sehr leicht darstellen. Man kann indessen bei der Bereitung der Naphtalinsäure als Ausgangspunkt das salzsaure Biimidonaphtol wählen, dasselbe zerlegt sich nämlich, wenn es mit verdünnter Salzsäure oder Schwefelsäure eine Stunde lang im zugeschmolzenen Rohre auf 120° C. erhitzt wird, in Naphtalinsäure und Ammoniak:

$$C_{10}H_5(OH)\left\{\begin{matrix}HN\\HN\end{matrix}\right\rangle + 2H_2O = C_{10}H_5(OH)\left\{\begin{matrix}O\\O\end{matrix}\right\rangle + 2NH_3.$$

Zum Behufe der Reindarstellung wird die so erhaltene Naphtalinsäure durch Kochen mit im Wasser aufgeschlämmtem kohlensauren Baryt in naphtalinsauren Baryt verwandelt und dieser mit Salzsäure zerlegt; war die Lösung des naphtalinsauren Baryts heiß und sehr verdünnt, so scheidet sich die Naphtalinsäure in gelben Nadeln ab, aus concentrirten kalten Lösungen erhält man sie in Form eines lichtgelben amorphen Niederschlages, welcher, wenn er trocken geworden, beim Reiben sehr stark elektrisch wird.

Die Naphtalinsäure ist in kaltem Wasser sehr schwer, in kochendem Wasser etwas leichter löslich, Alkohol und Äther lösen sie mit Leichtigkeit. Mit den Metallen der Alkalien und der alkalischen Erden, sowie mit einigen schweren Metallen bildet sie im Wasser lösliche, rothgefärbte Salze; sie verhält sich als ziemlich starke Säure und treibt aus den kohlensauren Salzen die Kohlensäure aus. Wenn man die Naphtalinsäure vorsichtig erhitzt, so sublimirt ein Theil derselben in röthlich gelben, dem sublimirten Alizarin ähnlichen Nadeln.

0·2228 Grm. der trockenen Substanz gaben bei der Verbrennung 0·5626 Grm. CO_2 und 0·074 Grm. H_2O.

		Berechnet		Gefunden
C_{10}	=	120	68·96	68·85
H_6	=	6	3·45	3·68
O_3	=	48	27·59	—
		174	100·00	

Durch reducirende Mittel geht das Oxynaphtochinon in das Bioxynaphtol (Trioxynaphtalin) über, diese Umwandlung wird am besten durch Zinn und Salzsäure oder durch Natriumamalgam in saurer Flüssigkeit bewirkt.

$$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}O\\O\end{cases}> + H_2 = C_{10}H_5(OH)\begin{cases}OH\\OH\end{cases}.$$

Beim Behandeln mit Zinkstaub geht die Naphtalinsäure in Naphtalin über:

$$C_{10}H_5(OH)\begin{cases}O\\O\end{cases}> + H_2 + 3Zn = C_{10}H_8 + 3ZnO.$$

Die Reaction wurde so ausgeführt, daß man die Naphtalinsäure mit einem großen Überschusse von Zinkstaub mischte, die Mischung in eine Verbrennungsröhre einfüllte, noch eine ziemlich lange Schichte Zinkstaub vorlegte und den vorderen, leeren Theil der Röhre innen sorgfältig reinigte; beim allmähligen Erhitzen der Röhre setzten sich nach und nach farblose Blättchen ab, die alle Eigenschaften (Schmelzpunkt = 79° C.) des reinen Naphtalins hatten.

Naphtalinsaure Salze. Die Salze der Naphtalinsäure mit den Alkalien sind im Wasser leicht löslich und besitzen eine blutrothe Farbe.

Naphtalinsaures Ammoniak. Man erhält es beim Verdampfen einer Lösung von Naphtalinsäure in Ammoniak, welche eine blutrothe Farbe besitzt, über Schwefelsäure als rothe aus Nadeln bestehende Krystallmasse. In der nicht zu verdünnten Lösung dieses Salzes entsteht durch salpetersaures Silber eine rothe Fällung, die sich wenig in kaltem, leichter in heißem Wasser und sehr leicht in Ammoniak löst. Durch Eisenchlorid entsteht eine rothbraune, durch essigsaures Blei eine braune, durch schwefelsaures Kupfer eine bräunlich-rothe, durch Quecksilberchlorid und salpetersaures Quecksilberoxydul orangefarbene Fällung; die beiden letzteren sind in kochendem Wasser löslich und scheiden sich beim Erkalten als feine, seidenglänzende Nadeln von rother Farbe aus. Chlorbaryum bringt nur in concentrirter Lösung des naphtalinsauren Ammoniaks einen rothen Niederschlag hervor, der sich leicht in heißem Wasser löst und beim Erkalten auskrystallisirt.

Naphtalinsaures Silber $C_{10}H_5(O_2)OAg$. Durch Fällen des Ammoniaksalzes mit salpetersaurem Silber erhalten, scheidet sich beim Umkrystallisiren aus einer heiß gesättigten wässerigen Lösung in zinnoberrothen Nadeln aus.

0·3002 Grm. gaben beim Glühen 0·1156 Grm. metall. Silber.

	Berechnet	Gefunden
Ag	38·4%	38·5

VI. Trioxynaphtalin (Bioxynaphtol) $C_{10}H_5(OH)\begin{cases}OH\\OH\end{cases}$.

Die Naphtalinsäure wird, wie bereits hervorgehoben wurde, mit Leichtigkeit reducirt und in Bioxynaphtol (Trioxynaphtalin) verwandelt; die Reaction gelingt am besten, wenn man die aus dem naphtalinsauren Baryt durch Salzsäure gefällte Naphtalinsäure nach dem Auswaschen mit Wasser in verdünnter Salzsäure vertheilt und granulirtes Zinn nebst einem Tropfen Platinchloridlösung hinzufügt; nach $^1/_4$ Stunde, während welcher Zeit man öfters umschüttelt, ist ein Theil des Zinn's und alle Naphtalinsäure zu einer klaren Flüssigkeit gelöst. Um die neu entstandene Verbindung zu isoliren, scheidet man das Zinn mit Schwefelwasserstoff aus, verdrängt den Überschuß des Schwefelwasserstoffes mit Kohlensäure oder Wasserstoffgas, filtrirt bei möglichst abgehaltener Luft vom Schwefelzinn ab und schüttelt das farblose Filtrat mit Äther; die ätherische Lösung hinterläßt beim Abdampfen im Kohlensäurestrome eine aus gelben Nadeln bestehende Krystallmasse, welche in Wasser schwerer, als in Alkohol und Äther sich auflöst; die Lösungen sind anfangs farblos, werden aber an der Luft leicht gelb bis braungelb.

0·2092 Grm. der trockenen Substanz gaben bei der Verbrennung 0·518 Grm. CO_2 und 0·085 Grm. H_2O.

	Berechnet		Gefunden
C_{10} =	120	67·61	67·55
H_8 =	8	4·54	4·49
O_3 =	48	27·85	—
	176	100·00	

Das Trioxynaphtalin ist außerordentlich leicht oxydirbar und wirkt demnach als stark reducirender Körper, salpetersaures Silber, Quecksilberchlorid, alkalische Kupferlösung werden, besonders wenn die Flüssigkeit alkalisch gemacht wird, sofort reducirt, in den beiden ersten Fällen wird das entsprechende Metall, im letzten Falle Kupferoxydul abgeschieden.

Löst man Trioxynaphtalin in Kali- oder Natronlauge, so färbt sich die Flüssigkeit an der Luft zusehends roth und beim Verdampfen bleibt naphtalinsaures Kalium oder Natrium zurück.

In einer Absorptionsröhre wurde eine gemessene Menge Sauerstoff nebst etwas Trioxynaphtalin über Quecksilber abgesperrt und hierauf Kalilauge vorsichtig eingespritzt; nach kurzer Zeit war der Sauerstoff verschwunden und die wässerige Flüssigkeit hatte eine blutrothe Färbung angenommen.

Diese Reductionsfähigkeit des Trioxynaphtalins läßt eine gewisse Ähnlichkeit mit der Pyrogallussäure nicht verkennen und man könnte demnach das erstere als Pyrogallussäure des Naphtalins betrachten.

Über eine neue Untersuchungsmethode für die Gasdiffusion.

Von dem w. M. **Viktor v. Lang.**

1. Der von mir angewandte Apparat um die Diffusion zweier Gase durch poröse Scheidewände zu untersuchen besteht aus zwei Theilen. Der erste ist die Diffusionszelle gebildet aus einer cylindrischen Thonzelle, wie sie zu den Bunsen'schen Elementen verwendet wird. Diese Zelle ist durch eine Messingplatte geschlossen, welche mit Siegellack aufgekittet wird, die Messingplatte ist ferner durchbohrt und über die Öffnung ist ein etwa 10 Centimeter langes, dünnes Metallrohr gelöthet. Es ist zweckmäßig dieses Rohr konisch zu machen, und ich verwendete dazu die Mittelstücke von messingenen Löthrohren, die im Handel sehr billig zu haben sind. Taucht man eine solche Zelle in ein Gas, das specifisch leichter als atmosphärische Luft ist, so strömt das Gas durch die feinen Öffnungen der Zelle rascher hinein, als die Luft heraus; es tritt im Inneren der Zelle eine Volumvermehrung ein, und aus dem Metallrohr wird eine entsprechende Menge des Gasgemisches, das sich gerade im Inneren der Zelle befindet, austreten.

2. Um nun diese Volumvermehrung zu messen, dazu dient der zweite Theil des Apparates, und zwar geschieht hiebei die Messung so, ohne daß der Druck sich ändert, der auf den Inhalt der Diffusionszelle lastet und der eben der jedesmalige Luftdruck ist. Da nun dieser Theil des Apparats obwohl er eigentlich nur aus einer Mariotte'schen Flasche besteht, vielleicht zu ähnlichen Untersuchungen, wo es sich um die Bestimmung des Volumens eines entwickelten Gases handelt von Nutzen sein dürfte, so will ich ihn mit einem eigenen Namen als Gasvolumeter bezeichnen. Ich nehme dazu eine etwas weitere Woulf'sche Flasche mit zwei Hälsen und einen Tubulus unten. Der eine Hals dient dazu die Flasche mit

Wasser zu füllen und wird dann mit einem Kautschukstöpsel luftdicht verschlossen. In den zweiten Hals wird eine etwa 5 Mm. weite Glasröhre „das Zuleitungsrohr" mit Kork und Sigellack ebenfalls luftdicht eingekittet. Dieses Rohr ist außen unter 90° gebogen, damit der Kautschukschlauch, der daran gesteckt wird, nicht geknickt wird; im Inneren der Flasche endigt es in derselben Höhe wie die untere Öffnung des Röhrenstückes, welches ebenfalls mit Kork und Siegellack in den Tubulus eingekittet wird, und das ich als Ausflußrohr bezeichnen will. Liegen die Öffnungen von Zuleitungs- und Ausflußrohr in derselben Horizontalebene, so fließt kein Wasser aus der Flasche. Dabei befindet sich das Gas in dem Zuleitungsrohr unter dem Luftdrucke, so daß wie die geringste Volumvermehrung v dieses Gases eintritt, Gasblasen aus der unteren Öffnung des Zuleitungsrohres sich entwickeln und sich im oberen Raum der Flasche ansammeln.

Hier steht die Gasmenge v nicht mehr unter dem Luftdrucke L, sondern blos unter dem Druke $L—h$, wenn h die Höhe der Wassersäule über der unteren Öffnung des Zuleitungsrohres bedeutet. Das Volumen v ist alo größer geworden und ist jetzt $v \frac{L}{L-h}$, so daß dies die Wassermenge gibt, welche gleichzeitig aus der Flasche durch das Ausflußrohr auslaufen muß. Wägt man also die Wassermenge M in Grammen, so gibt $M - \frac{Mh}{L} = v$ die Volumvermehrung in Kubikcentimeter bei dem herrschenden Luftdruck L. Die an M anzubringende Correction $\frac{Mh}{L}$ ist immer klein, und kann bei geringerer Genauigkeit ganz vernachlässigt werden, für Wasser ist nämlich der normale Luftdruck $L = 1030$ Ctm. also gegen das Product Mh meist sehr groß.

Zu bemerken ist noch bezüglich der Construction des Gasvolumeters, daß das Zuleitungsmeter unten schief abgeschnitten ist, damit auch schon kleine Gasblasen aufsteigen können. Das Ausflußrohr ist nicht ganz horizontal, sondern am Ende schwach gebogen, aber horizontal abgeschliffen, um zu vermeiden, daß das ausfließende Wasser längs dem Rohre laufe.

3. Die Anstellung eines Diffussionsversuches etwa mit Leuchtgas geschieht nun auf folgende Weise. Man verbindet das Zuleitungs-

rohr des Gasvolumeters mit dem Metallrohre der Diffusionszelle durch einen etwa 1 Meter langen und innen etwa 4 Mm. weiten Kautschukschlauch. Das Leuchtgas lässt man von unten und oben in eine Glocke aus Glas oder Papier strömen, in welche man nun von unten die Diffusionszelle einführt. Alsogleich entwickeln sich im Volumeter Gasblasen und Wasser fließt aus; die Gasentwicklung wird schwächer und schwächer und hört endlich ganz auf. Dann nimmt man das Gefäß in welchen das ausfließende Wasser aufgefangen wurde weg. Will man nun die Diffusionszelle aus dem Leuchtgase herausziehen, so muß man gleichzeitig den Kautschukschlauch gasdicht zusammenpressen und dann sofort von der Zelle losmachen. Dies ist nothwendig damit nicht das Wasser aus der Flasche zurückgesaugt wird, die Zelle ist nämlich jetzt mit Leuchtgas gefüllt, und an der Luft stömt dieses schneller aus als die Luft in die Zelle dringt. Würde aber die Zelle naß werden, so wäre sie natürlich unbrauchbar, ja es ist schon unangenehm, wenn Wasser in den Kautschukschlauch dringt.

Eine mit Nr. 3 bezeichnete Diffusionszelle gab nun am 23. März Vormittag bei vier aufeinander folgenden Versuchen die Wassermengen

74 Grm.
81
82
81·5.

Die Wasserhöhe in den Volumeter war dabei 7 Ctm. Der erste Versuch gab ersichtlich eine viel zu kleine Zahl; diese Erscheinung wiederholt sich aber fast immer sobald die Zelle längere Zeit nicht gebraucht wurde, vielleicht daß der in den Poren der Zelle condensirte Wasserdampf erst durch das Leuchtgas weggeschafft werden muß? Es ist daher gut vor jedem Versuche die Zelle ein paar Mal ohne Verbindung mit dem Volumeter in das Leuchtgas zu tauchen und nach einiger Zeit wieder herauszunehmen. Ist aber die Zelle einmal in den Stand gesetzt, so kann man nach wenigen Minuten den Versuch mit derselben wiederholen. Man kennt leicht ob schon alles Leuchtgas aus der Zelle entwichen und sie für einen neuen Versuch in den Stand gesetzt ist, wenn man sie mit dem Volumeter verbindet, und kein Zurücksaugen des Wassers mehr stattfindet.

Die drei letzten der früheren Versuche geben als Mittel 81·5 Grm., die Correction wegen der Wasserhöhe beträgt $\frac{81\cdot5\times7}{1000} = 0\cdot6$ wenn wir näherungsweise $L = 1000$ setzen. Somit ist die richtige Volumvermehrung $81\cdot5-0\cdot6 = 80\cdot9$.

Nachdem das Volumeter ganz mit Wasser angefüllt worden war, betrug die Höhe des letzteren 21 Ctm., die Volumvermehrung bei drei aufeinander folgenden Versuchen

	83·5
	82
	83
Mittel..	82·8
Correction ..	1·7 $= \frac{82\cdot8\times21}{1000}$
Volumvermehrung	81·1.

Die Übereinstimmung der beiden Versuchsreihen ist also sehr befriedigend.

4. Da offenbar ein Zusammenhang zwischen der Volumsvermehrung und dem Inhalte der angewandten Diffusionszelle besteht, so habe ich den Inhalt V aller benutzten Zellen bestimmt. Es geschah dies dadurch, daß dieselben bevor die Metallplatte aufgekittet war mit Quecksilber angefüllt wurden. Das überschüssige Quecksilber wurde durch eine daraufgelegte Glasplatte entfernt, und das Volumen des Quecksilbers mittelst einer kubicirten Röhre bestimmt. Ich erhielt so für fünf Zellen

Nr.	$V =$
1	166·5 CC.
2	147·9
3	144·2
4	68·7
5	208·7.

Bis auf Nr. 3 waren die Zellen alle aus ein und derselben Fabrik, Nr. 3 stammt noch aus der nunmehr aufgelassenen Berliner Staatsfabrik.

Die nachfolgenden Versuche ergeben aber mit sehr großer Wahrscheinlichkeit, daß die Volumsvermehrung proportional dem Inhalte der Diffusionszelle ist.

5. Versuche mit Leuchtgas. Bei dem eben beschriebenen Versuche mit Zelle Nr. 3 betrug die relative Volumvermehrung, oder die auf das Volumen 1 reducirte Vermehrung im Mittel

$$\frac{v}{V} = \frac{81\cdot1}{144\cdot2} = 0\cdot562.$$

Am selben Tage wurden mit der Zelle Nr. 4 folgende Resultate erhalten:

Nr. 4.	Wassermenge ...	38·5 Grm.	Wasserhöhe 19 Ctm.
		39	
		38·5	
		38·7	
	Mittel..........	38·7	
	Correction	0·7	
	Volumvermehrung	38·0, $\frac{v}{V} = 0\cdot553$.	

Am 2. April erhielt ich für dieselben zwei Zellen:

9 Uhr Früh.

Nr. 4.	Wassermenge ..	36·2 Grm.	Wasserhöhe 14·7 Ctm.
		38·3	
		39·3	
	Mittel.........	39·2	
		38·9	
		39·1	
		0·6	
		38·5, $\frac{v}{V} = 0\cdot560$.	

Nr. 3.	Wassermenge ..	82·8 Grm.	Wasserhöhe 13·5 Ctm.
		82·7	
		84·0	
		84·0	
	Mittel	83·4	
		1·1	
		82·3, $\frac{v}{V} = 0\cdot571$.	

1 Uhr Nachmittag.

Nr. 4. Wassermenge ... 38·7 Wasserhöhe .. 12·3 Ctm.
38·5
38·6

Mittel .... 38·6
0·5

38·1, $\frac{v}{V} = 0·555.$

Nr. 3. Wassermenge ... 80·5 Wasserhöhe... 11 Ctm.
81
80·5
81·7
81·5
82·8

Mittel .... 81·3
0·9

80·4, $\frac{v}{V} = 0·558.$

7 Uhr Abends.

Nr. 4. Wassermenge ... 37·7 Wasserhöhe .. 9·5 Ctm.
38·3
38·2
38·5

Mittel .... 38·3
0·4

78·9, $\frac{v}{V} = 0·552.$

Nr. 3. Wassermenge ... 78·8 Wasserhöhe .. 8 Ctm.
78·4
79
78·8

Mittel .... 78·8
0·6

78·2, $\frac{v}{V} = 0·542.$

Am 4. April 7 Uhr Abends gaben diese zwei Zellen:

Nr. 4.	Wassermenge .	37·2	Wasserhöhe ..	4·5 Ctm.
		37·6		
		37·9		
		37·0		
	Mittel	37·4		
		0·2		
		37·2, $\frac{v}{V} = 0{\cdot}541$.		
Nr. 3.	Wassermenge .	78·6	Wasserhöhe ..	4·5 Ctm.
		78·3		
		77·8		
		78·0		
		78·0		
	Mittel	78·1		
		0·4		
		77·7, $\frac{v}{V} = 0{\cdot}539$.		

Für die beiden Zellen Nr. 4 und Nr. 5, welche aus derselben Fabrik stammen erhielt ich aber am 25. März Vormittag:

Nr. 5.	Wassermenge .	116	Wasserhöhe ...	14
		116·8		13·5
		116·2		13
	Mittel.......	116·3		13·5
		1·6		
		114·7, $\frac{v}{V} = 0{\cdot}550$.		
Nr. 4.	Wassermenge .	38·5	Wasserhöhe ..	16 Ctm.
		38·8		
		38·5		
	Mittel	38·6		
		0·6		
		38·0, $\frac{v}{V} = 0{\cdot}553$.		

5. Aus dem Umstande, daß, wie die vorangehenden Zahlen beweisen, die Volumvermehrung proportional dem Volumen ist, läßt sich schon vielleicht der Schluß ziehen, daß dieselbe unabhängig ist von der Oberfläche der Diffusionszelle und bloß von der Dichte des angewandten Gases abhängt. Durch theoretische Betrachtungen, welche jedoch nicht ganz von allen Bedenken frei sind, bin ich auf eine Formel für die relative Volumvermehrung gekommen, welche mit den Beobachtungen recht gut zu stimmen scheint.

Bedeutet nämlich S die Dichte des Gases in der Zelle, s die Dichte des Gases, in welche die Zelle getaucht wird, so ist

$$\frac{v}{V} = \frac{1}{4}\left[1+\left(\frac{S}{s}\right)^{1/2}\right]^2-1.$$

Indem ich mir die Veröffentlichung der theoretischen Betrachtungen vorbehalte, die mich auf diese Formel geführt haben, will ich nur für ihre Bestätigung noch einige mit Leuchtgas und Kohlensäure angestellte Versuche anführen.

6. Versuche mit Leuchtgas. Im Laboratorium des Prof. Hlasiwetz wird an bestimmten Tagen die Güte des Leuchtgases untersucht, welches zur Beleuchtung von Wien verwendet wird. Hiebei wird auch die Dichte desselben bestimmt, und zwar nach der von Bunsen angegebenen Methode mit dem für solche technische Untersuchungen construirten Apparate von Blochmann. Gleichzeitig und an denselben Orte wurde nun auch die Volumvermehrung bei der Diffusion von Leuchtgas und atmosphärische Luft, und zwar mit der Diffusionszelle Nr. 2 bestimmt und so nachfolgende Resultate erhalten. Die Angabe über die Dichte (s) des Leuchtgases verdanke ich Herrn Heim, welcher die angegebenen Versuche zur Prüfung des Gases schon seit langer Zeit am hiesigen polytechnischen Institute ausführt. Die Dichte (S) des Gases in der Diffusionszelle ist natürlich gleich 1.

4. März $s = 0·453$, $\frac{v}{V} = 0·544$ berechnet.

Nr. 2. Wassermenge $\frac{243·6}{3} = 81·2$ Grm. Wasserhöhe 14 Ctm.

$\frac{242·7}{3} = 80·9$

Mittel .. 81·05

1·23

79·8, $\frac{v}{V} = 0·540$ beobachtet.

9. März $s = 0·456$, $\frac{v}{V} = 0·539$ berechnet.

Nr. 2. Wassermenge . 80·5 Grm. Wasserhöhe .. 18 Ctm.

81·5

81·0

81·0

Mittel........ 81·0

1·5

79·5, $\frac{v}{V} = 0·538$ beobachtet.

7. Versuche mit Kohlensäure. Bei diesen Versuchen muß natürlich die Diffusionszelle zuerst mit Kohlensäure angefüllt werden, dann nachdem sie mit dem Volumeter in Verbindung gesetzt ist an die Luft gebracht werden. Die Füllung mit Kohlensäure geschah dadurch, daß man die in einer Woulf'schen Flasche entwickelte Kohlensäure durch ein Kautschukrohr in einen hohen Cylinder leitete, welcher die Diffusionszelle enthielt. Bringt man die Zelle hiebei in Verbindung mit dem Volumeter, so erkennt man an dem Zurücksaugen des Wassers im Zuleitungsrohr, ob die Zelle schon ganz mit Kohlensäure gefüllt ist oder nicht. Es bleibt aber immer zu fürchten, daß noch nicht alle Luft ausgetrieben ist, daher auch diese Versuche vielleicht weniger genau sind als die nach der früheren Methode mit specifisch leichteren Gasen angestellten. Für den hier betrachteten Fall ist $s = 1$, S aber abhängig vom Barometerstand; für 760 Mm. ist $S = 1·529$. Die Temperatur der Kohlensäure ist nicht zu berücksichtigen da auch die Luft dieselbe Temperatur hat; um dies

zu erreichen ist es vielleicht gut die entwickelte Kohlensäure zur Abkühlung noch durch eine Flüssigkeit zu leiten. Noch muß ich erwähnen, daß vielleicht durch die Absorption der Kohlensäure durch das Wasser des Volumeters die Volumvermehrung etwas zu klein ausfällt. Die erhaltenen Resultate sind nun, die Barometerstände auf 0° reducirt, folgende:

26. März, Barometer 742 Mm.

$$S = 1 \cdot 493, \frac{v}{V} = 0 \cdot 234 \text{ berechnet.}$$

Nr. 4. 16 Grm. Wasserhöhe .. 11·5 Ctm.

16

Mittel ... 16

0·2

$$15 \cdot 8, \frac{v}{V} = 0 \cdot 230 \text{ beobachtet.}$$

29. März, Barometer 747·6 Mm.

$$S = 1 \cdot 504, \frac{v}{V} = 0 \cdot 239 \text{ berechnet.}$$

		Wassermenge	Wasserhöhe
Nr. 5.	Wassermenge.	44 Grm.	7·5 Ctm.
		46·2	7
	Mittel	48·8	7
		47·3	6·5
		47·2	6·3
		47·8	6·6
		0·3	

$$47 \cdot 5, \frac{v}{V} = 0 \cdot 233 \text{ beobachtet.}$$

Nr. 4. Wassermenge.. 13·3 Grm. Wasserhöhe . 6 Ctm.

Mittel........ {17·0, 16·4, 16·9}

16·8

0·1

$$16 \cdot 7, \frac{v}{V} = 0 \cdot 243 \text{ beobachtet.}$$

4. April, Barometer 755·1 Mm.

$$S = 1 \cdot 519 \quad \frac{v}{V} = 0 \cdot 246 \text{ berechnet.}$$

Nr. 4. Wassermenge. 17·5 Grm. Wasserhöhe. 6·5 Ctm.
16·5
16·2
16·0
16·5

Mittel .... 16·5
0·1

16·4, $\frac{v}{V} = 0 \cdot 239$ beobachtet.

Nr. 3. Wassermenge. 36·0 Grm. Wasserhöhe. 6·5 Ctm.
34·8
36·8
35·2

Mittel .... 35·7
0·2

35·5, $\frac{v}{V} = 0 \cdot 246$ beobachtet.

Über eine kosmische Anziehung, welche die Sonne durch ihre Strahlen ausübt.

Von Carl Puschl,
Capitular des Benedictiner-Stiftes Seitenstetten.

Einleitung.

Die Erde empfängt durch die Strahlen der Sonne jährlich eine gewisse Wärmemenge, welche die Quelle fast aller auf der Oberfläche unseres Planeten vor sich gehenden Veränderungen und somit auch der dieselben nach unserer Vorstellung zunächst bewirkenden Kräfte ist. Es kann kein Zweifel sein, daß dasjenige, was die Sonnenstrahlen zur Erde bringen, in einer gewissen Bewegung besteht, welche von der Sonne aus durch einen Stoff im Weltraume nach allen Richtungen fortgeführt, endlich auch die Erde ergreift, und daß die der Erde so mitgetheilte Wärmemenge nichts anderes ist, als die lebendige Kraft der dadurch in den Körpern ihrer Oberfläche erzeugten Bewegung. Jede Summe lebendiger Kräfte aber ist das Äquivalent einer mechanischen Arbeit, d. h. sie vermag einen gewissen Druck oder Widerstand eine Strecke weit fortzuschieben oder ein Gewicht auf eine gewisse Höhe zu heben; es kann daher die Erwärmung der Erde durch die Sonne auch als eine von deren Strahlen an der Erdoberfläche gethane Arbeit aufgefaßt werden, und da das Arbeitsäquivalent der gewöhnlichen Wärmeeinheit ohnehin experimentell festgestellt ist, kann man aus dem Betrage der der Erde auf eine normal getroffene Fläche zugesandten Wärmemenge die Größe der mechanischen Arbeit finden, welche von der durch jene Fläche eingefallenen Strahlenmenge verrichtet, d. h. welcher Widerstand durch diese Strahlenmenge um eine gewisse Strecke fortbewegt oder welches Gewicht durch dieselbe auf eine gewisse Höhe gehoben werden könnte.

Bezeichnen wir nun die mechanische Arbeit, welche ein Strahlenbündel von 1 Quadratmeter Querschnitt während 1 Secunde bei völligem Verbrauch als ihr Äquivalent leistet, also auch die lebendige Kraftsumme des in jener Zeit zur Wirkung gekommenen Strahlenquantums, mit L, so können wir dieselbe allerdings jedesmal durch ein Product zweier Factoren ausdrücken, nämlich durch das Product einer widerstehenden Kraft (etwa eines Druckes) $= P$ Kilogramme mit einem Wege $= S$ Meter, um welchen jener Widerstand fortgeschoben oder gezogen werden könnte, d. h. wir können setzen

$$L = PS;$$

allein man sieht, daß hiedurch, weil wir einen der beiden Factoren beliebig wählen können, für die Kenntniß der wirklichen (absoluten) Intensität des Angriffes an einer bestimmten widerstehenden Fläche nichts gewonnen ist, indem es z. B. für die Größe der Arbeit L ganz einerlei ist, ob sie durch eine bewegende Kraft P auf dem Wege S oder durch eine bewegende Kraft S auf dem Wege P gethan wird. Die Intensität einer bewegenden oder arbeitenden Kraft kann also aus der Größe ihrer Leistung allein nicht erschlossen und folglich aus der von einem Sonnenstrahle in der Zeit 1 in einem Körper erzeugten Wärmemenge allein die Frage, welche bewegende Kraft ein solcher Strahl auf eine seinem Querschnitte gleiche Angriffsfläche ausübt, nicht gelöst werden; es wäre ohne weiteren Anhaltspunkt die Messung der Intensität der Sonnenstrahlen mit absolutem Maße (die Angabe ihrer Kraft in Kilogrammen auf 1 Quadratmeter Angriffsfläche) eine unausführbare theoretische Forderung.

Die vorhin beigefügte Bestimmung, wonach der gedachte Strahl die Arbeitsgröße L oder die äquivalente Wärmemenge in 1 Secunde liefert, macht es übrigens allsogleich klar, welche weitere Prämisse wir für unseren Zweck der physikalischen Erfahrung noch werden entnehmen müssen. In 1 Secunde nämlich kommt an einer gegebenen Angriffsfläche ein Strahlenbündel zur Wirkung, dessen Länge dem Wege gleich ist, welchen die Strahlen während jener Zeit im Raume zurücklegen, und es muß daher die am Ende der Secunde eingefallene Kraftsumme am Anfange derselben in einem Bündel enthalten gewesen sein, dessen Querschnitt die Angriffsfläche und dessen Länge der vom Lichte in 1 Secunde zurückgelegte Weg ist. Mit

Hilfe der zwei genannten Beobachtungsdaten — der auf 1 Quadratmeter Querschnitt in 1 Secunde einfallenden Wärmemenge und der Geschwindigkeit des Lichtes — hat es dann in der That keine Schwierigkeit, die Intensität der bezüglichen Strahlen in absolutem Maße auszudrücken.

Intensität der Sonnenstrahlen nach der Emanationshypothese; ihre bewegende Kraft ist ein Druck.

Da nach dem Gesagten die Intensität der Sonnenstrahlen durch zwei rein empirisch zu erlangende Werthe bestimmt ist und nichts darauf ankommen kann, welche Art von Bewegung in einem Strahle wirklich herrscht und in welcher Form sie auf getroffene Körper übertragen wird, wollen wir beispielsweise zuerst die Vorstellung Newton's von der Natur des Lichtes adoptiren. Ein Sonnenstrahl besteht dann aus sehr kleinen von der Sonne aus geradlinig fortfliegenden Stofftheilchen, welche, wenn sie auf einen Körper treffen, eben so viele Stöße auf die widerstehenden Flächenstücke desselben ausüben müssen.

Die vereinigte Wirkung der so in jedem meßbaren Zeitabschnitte erfolgenden unzähligen Stöße auf ein getroffenes Flächenstück wird dieses in ihrer Richtung fortzubewegen suchen und somit auch einem gewissen, auf der Gegenseite auf dasselbe ausgeübten Drucke das Gleichgewicht zu halten im Stande sein, d. h. man kann die vereinigte Wirkung jener Stöße selbst als einen in ihrer Richtung ausgeübten Druck betrachten, — eine Vorstellung, wie sie ohnehin durch jene bekannte Theorie, welche den Druck der Gase auf eine feste Wand aus den von den hin- und herfliegenden Gasatomen auf selbe ausgeübten Stößen erklärt, in jüngster Zeit allgemein geläufig geworden ist. Da in diesem Falle die ganze Arbeitskraft der einfallenden Theilchen in der Wirkung der vollführten Stöße besteht und also nur in einer einzigen Richtung verwendet wird, so macht die bewegende Kraft dieser Stöße, oder der ihr entsprechende Druck, auch schon die ganze angreifende Kraft des einfallenden Strahles, d. h. seine Intensität aus. Demnach ist in der Sprache der Emanationshypothese die Intensität der Sonnenstrahlen dem von den fortfliegenden Stofftheilchen auf die normal getroffene Flächeneinheit ausgeübten Drucke gleich.

Um für diesen Druck die entsprechende Formel zu finden, denken wir uns, daß zwischen zwei einander parallel gegenüber gestellten, die Sonnenstrahlen vollständig reflectirenden Wänden solche Strahlen fortwährend hin- und herfliegen, indem jede Wand die von der anderen herkommenden Strahlen stets in derselben Richtung wieder zurückwerfe. Nennen wir die Masse eines fliegenden Theilchens m und seine Geschwindigkeit c, so ist die Bewegungsgröße, die es besitzt und daher im Sinne seiner Fortbewegung auch übertragen kann, $= mc$. Der Abstand der beiden Wände sei s; dann ist $\frac{2s}{c}$ die Zeit, welche ein Theilchen braucht, um wieder zu derselben Wand zurückzukehren, und $\frac{c}{2s}$ die Zahl der von einem bestimmten Theilchen in einer Secunde auf eine Wand ausgeübten Stöße; folglich überträgt dasselbe in einer Secunde auf eine Wand in gleicher Richtung eine Bewegungsgröße

$$= \frac{c}{2s} . mc = \frac{mc^2}{2s},$$

und wenn in dem hin- und hergeworfenen Strahlenbündel n solche Theilchen vorhanden sind, übertragen sie also auf eine Wand in einer Secunde in gleichem Sinne die Bewegungsgröße

$$\frac{nmc^2}{2s},$$

wobei die Wand jedoch, weil sie auf die einfallenden Theilchen nach Verlust ihrer Bewegungskraft jedesmal wieder eine gleiche Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung übertragen soll, die hierzu nöthige Bewegungsgröße

$$= \frac{nmc^2}{2s}$$

in derselben Zeit auch von der Gegenseite her empfangen muß. Die Wand bleibt dann natürlich selbst in Ruhe und hält einen den beiderseits auf sie ausgeübten Bewegungskräften entsprechenden, in beiden Richtungen gleich starken Druck aus. Nun ist aber die Bewegungsgröße, welche eine constant wirkende Kraft (ein Druck oder ein Zug) in der Zeiteinheit in ihrer Richtung ungehindert erzeugen

würde, auch der Ausdruck für die Größe dieser Kraft selbst; in unserem Falle erfährt demnach jede Wand auf ihren beiden Seiten und namentlich auf der Seite der einfallenden Strahlen einen Druck [1])

$$p = \frac{nmc^2}{2s}.$$

Ist die getroffene Fläche jeder Wand 1 Quadratmeter, so ist p zugleich der Druck auf die Flächeneinheit und somit die Intensität der betrachteten Strahlen; der Spielraum dieser Strahlen beträgt dann s Kubikmeter, und $\frac{nmc^2}{2}$ ist die Summe der in diesem Raume

---

[1]) Nach Clausius (Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie II, 250) wäre im gleichen Falle der Druck doppelt so groß, nämlich

$$p = \frac{nmc^2}{s}.$$

Obwohl der dortigen Schlußweise, wonach eine Masse m mit der Geschwindigkeit c auf eine normal getroffene Wand eine Stoßkraft $= 2mc$ ausüben soll, andere Physiker und insbesondere die Anhänger der herrschenden Gastheorie beistimmen (so namentlich Stefan im Bande XLVII der Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften 1863), glaube ich doch meine Ansicht bis auf Weiteres aufrecht halten zu müssen. Dieser zufolge kann eine mit der Geschwindigkeit c fortfliegende Masse m auf einen in ihrer Bewegungsrichtung getroffenen Körper in keinem Falle eine größere bewegende Kraft ausüben oder übertragen, als mc; sie muß eben, weil dann mc ihre ganze bewegende Kraft ausmacht, nach völliger Abgabe derselben bereits unfähig sein, noch irgend eine weitere bewegende Kraft auszuüben, also auch unfähig, etwa eine Kraft $= mc$ in der nämlichen Richtung noch einmal auszuüben und überdies noch mit einer Kraft $= mc$ in der entgegengesetzten Richtung wieder zurückzufliegen. Sie kann allerdings nach Verlust ihrer anfänglichen Bewegungskraft mit gleicher Geschwindigkeit c in entgegengesetzter Richtung zurückfliegen, nicht aus eigener Kraft, sondern selbstverständlich nur, wenn ihr ein genau gleicher Stoß, wie sie selbst ausübte, nun von außen her im entgegengesetzten Sinne, nämlich von der Gegenseite her, beigebracht wird. Die Masse m hat dann erstens eine Kraft $= mc$ in ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung nach außen abgegeben und zweitens eine Kraft $= mc$ in entgegengesetzter Richtung von außen aufgenommen; mit dieser zurückfliegend hat sie demnach in ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung immer nur eine Kraft $= mc$ entwickelt. Zwei Stöße, jeder $= mc$, sind dabei wirklich vorgekommen, aber sie wurden nach entgegengesetzten Richtungen ausgeübt, und wenn der unmittelbare Angriffsort dieser zwei Stöße eine bewegliche Wand ist, erfährt und überträgt dieselbe also, in Ruhe bleibend, nach jeder Seite eine Kraft $= mc$, nicht aber (wie die Gegner annehmen) nach jeder Seite eine Kraft $= 2mc$.

vorhandenen lebendigen Kräfte. Man sieht also, daß der Ausdruck für die Intensität einer zwischen zwei Wänden hin- und hergeworfenen Strahlenmenge kein anderer ist, als der Ausdruck für deren Dichte, nämlich das Verhältniß jener Strahlenmenge zum Volumen des sie enthaltenden Bündels.

Machen wir den Abstand der beiden Wände dem vom Lichte in einer Secunde zurückgelegten Weg gleich und daher, wenn die Lichtgeschwindigkeit $\varkappa$ ist,

$$s = \varkappa,$$

so haben wir

$$p = \frac{nmc^2}{2\varkappa},$$

oder, weil nach der Hypothese $c = \varkappa$ sein muß,

$$p = \frac{nm\varkappa^2}{2\varkappa}.$$

Jetzt ist die Hälfte der im Raume $\varkappa$ vorhandenen lebendigen Kraftmenge, nämlich

$$\frac{nm\varkappa^2}{4},$$

zugleich die Strahlenmenge, welche während einer Secunde an jeder Wand eintrifft. Die an der einen Wand eintreffende Strahlenmenge, also auch der dadurch auf jene ausgeübte Druck, wird offenbar nicht geändert, wenn wir die andere Wand ganz wegnehmen, und anstatt der Strahlen, die sie reflectirte, eine gleiche Menge von weiterher einfallen lassen; es bedeutet dann

$$\frac{nm\varkappa^2}{4}$$

überhaupt die in einer Secunde auf die normal getroffene Flächeneinheit einfallende lebendige Kraftmenge, woher sie auch kommen möge. Nennen wir nun w die im gewöhnlichen Maße ausgedrückte Wärmemenge, welche die in einer Secunde an der Flächeneinheit normal eintreffende Strahlenmenge in einem sie vollständig aufnehmenden Körper erzeugt, und A das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit, so ist auch

$$\frac{nmx^2}{4} = Aw$$

und somit erhalten wir für den Druck p, den die bezüglichen Strahlen auf die normal getroffene Flächeneinheit ausüben, also für die Intensität derselben, die Formel

$$p = \frac{2Aw}{x}.$$

Hieraus folgt, daß die Intensität der Sonnenstrahlen gleich ist dem doppelten Arbeitsäquivalente der in einer Secunde gelieferten Wärmemenge [1]) dividirt durch die Geschwindigkeit des Lichts.

Die gleiche Formel für die Intensität der Sonnenstrahlen wird sich in jeder anderen Hypothese ergeben müssen; denn was hier speciell aus der Emanationshypothese folgt, ist nur, daß die angreifende Kraft der Strahlen als ein in ihrer Richtung ausgeübter Druck wirkt.

Intensität der Sonnenstrahlen nach der Undulationshypothese; ihre bewegende Kraft ist ein Zug.

Nach der Undulationshypothese bewegt sich in der Richtung eines Sonnenstrahls nicht ein Stoff selbst fort, sondern es wird in dieser Richtung durch ein continuirliches Medium (Äther) ein demselben von der Sonne eingepflanzter Bewegungszustand von Schicht zu Schicht fortgetragen. Welcher Art dieser Zustand auch sei — die bloße Thatsache seines Fortschreitens in bestimmter Richtung beweist, daß derselbe in solcher Richtung hin das Gleichgewicht der dem Äther eigenen Elasticitätskräfte aufhebt; in unserm Falle aber steht überdies fest, daß die von der Störung successive er-

---

[1]) Das doppelte Äquivalent der einfallenden Wärmemenge in obiger Formel entspricht dem, daß die Intensität oder Dichte der Strahlen an einer reflectirenden Fläche durch das Zusammentreffen der einfallenden und der reflectirten Strahlen doppelt so groß ist, als die Intensität oder Dichte der einfallenden Strahlen allein. Nach Clausius erhielte man hier

$$p = \frac{4Aw}{x}.$$

griffenen, zur Fortpflanzungsrichtung normalen Ätherschichten transversal, sich relativ nur unendlich wenig verschiebend, an einander hin und her gleiten.

Jene longitudinale Aufhebung des Gleichgewichts der Elasticitätskräfte und diese transversale Bewegung bedingen sich wechselseitig und ihre Bedeutung ist für den betreffenden Vorgang gleich wesentlich.

Betrachten wir in zwei auf einander folgenden unendlich dünnen Schichten zwei correspondirende Punkte, d. h. solche, deren Verbindungslinie für den Ruhezustand zu den Schichten normal sei. Lassen wir die eine Schicht sich transversal ein wenig verschieben, so wächst die Distanz jener zwei Punkte; in ihrer Verbindungslinie, und ebenso in den parallelen Verbindungslinien je zweier correspondirenden Punkte beider Schichten überhaupt, hat also der Äther durch die eingetretene Bewegung einen ihn dehnenden Zug erlitten. Die Ausübung dieses Zuges ist eine durch die lebendige Kraft jener Bewegung geleistete Arbeit; es muß daher ein äquivalenter Theil derselben jetzt verschwunden, nämlich die anfängliche Geschwindigkeit der bewegten Schichte vermindert sein, und da alle Punkte einer unendlich dünnen Schicht, d. h. einer Wellenebene, immer die gleiche Bewegung besitzen, folglich dabei keinen andern Widerstand finden, als den der Ätherdehnung zwischen den relativ verschobenen Schichten entsprechenden Zug, so kann die verschwundene lebendige Kraft einer seitlichen Bewegung zunächst immer nur auf Erzeugung solcher Dehnung verbraucht worden sein; die hiermit erzwungene Dehnung aber ruft mit ihrer seitlichen Componente wieder eine transversal gleitende Bewegung der ergriffenen Nachbarschichte hervor, und so pflanzt sich von einer ursprünglich in ihrer Ebene bewegten Schicht aus, die entsprechende Störung der folgenden Schichten jedesmal in der Richtung der zunächst erzeugten Dehnung, folglich, indem diese während eines Hin- und Herganges der ursprünglich bewegten Schicht gleichmäßig um eine mittlere, zur Ebene derselben normale Richtung schwankt, im ganzen nach einer solchen Normale fort. Längs der Richtung der Fortpflanzung der ursprünglich erzeugten Bewegungen herrscht dann überall ein mit der transversalen Verschiebung der auf einander folgenden Schichten aus der gestörten Elasticität des Äthers verwachsender Zug, dessen Stärke mit der entsprechenden Phase zwischen Null und einem

gewissen Maximum wechselt, während dessen Richtung bei der anzunehmenden Kleinheit der Verschiebungen, von einer Normale zu den Schichten oder Wellenebenen immer nur unendlich wenig abweicht; und da man aus diesem Grunde denselben als in die Normalrichtung selbst fallend, d. h. als ganz in der Strahlenrichtung ausgeübt ansehen kann, stellt die so sich durchschnittlich ergebende longitudinale Zugkraft eines Strahles auch schon seine ganze (durch seine lebendigen Kräfte erzeugte) Anziehungskraft, d. h. seine Intensität vor. In der Undulationshypothese ist daher die Intensität der Sonnenstrahlen dem an der normal getroffenen Flächeneinheit durch die transversale Verschiebung der Ätherschichten longitudinal ausgeübten Zuge gleich[1]).

Um die Größe dieser bewegenden Kraft auszudrücken, sei in der Richtung eines Strahles, als Abscissenaxe, x der Abstand eines Ätherpunktes in seiner Ruhelage vom Anfange der Coordinaten, und y der Abstand desselben von der Ruhelage, senkrecht auf die Richtung des Strahles, für die Zeit t; dann hat man im einfachsten Falle die Gleichung

$$y = \alpha \sin \frac{2\pi(\varkappa t - x)}{\lambda},$$

wo α die Schwingungsweite, λ die Wellenlänge und $\varkappa$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist.

---

[1]) Man kann diesen Bewegungszustand des Äthers mit demjenigen eines transversal schwingenden gespannten Fadens vergleichen. Von seiner Ruhelage abweichend, ist derselbe um etwas verlängert, also auch stärker gespannt; er übt daher während seiner Hin- und Hergänge einen durchschnittlich verstärkten Zug aus, dessen Mittelrichtung die gleiche ist, wie in der Ruhelage, und dieser Zuwachs an longitudinaler Zugkraft ist der durchschnittlichen lebendigen Kraft der transversalen Bewegung proportional. Ähnlich übt ein zwischen zwei Wänden fest geklemmter Stab, in transversale Vibrationen versetzt, einen schwächeren Druck auf jene aus, als im Zustand der Ruhe. Eine elastische, in transversale Wellenbewegung versetzbare Flüssigkeit würde auf eine in ihr schwebende Wand, welche auf einer Seite von solchen Wellen getroffen wäre, an dieser Seite einen stärkeren Zug (oder schwächeren Druck) ausüben als an der Gegenseite; die bewegliche Wand würde also dadurch eine sie den einfallenden Wellen entgegentreibende Kraft erfahren, und ihre wirkliche Fortbewegung müßte um so gewisser erfolgen, je größer die Elasticität der Flüssigkeit und je geringer deren Dichte wäre, d. h. je mehr die Flüssigkeit jene Eigenschaften besäße, die man im höchsten Grade dem Äther beilegen muß.

Betrachten wir nun zwei in ihren Ruhelagen in der Abscissenaxe um die unendlich kleine Größe dx von einander entfernte Ätherpunkte im Zustande der Bewegung und nennen wir ds ihre Distanz für die Zeit t, so ist

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}:$$

die Distanz der beiden Punkte ist hiernach in der Bewegung stets größer als in der Ruhe, und das Verhältniß

$$\frac{ds-dx}{dx}$$

gibt die zwischen denselben eingetretene Dehnung oder Distraction des Äthers an. Aus der Gleichung für y folgt nun, wenn man sie nach x differentiirt:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2\pi\alpha}{\lambda}\cos\frac{2\pi(\varkappa t-x)}{\lambda},$$

und die Differentiation derselben Gleichung nach t gibt für die Schwingungsgeschwindigkeit ω der betrachteten Punkte

$$\omega = \frac{dy}{dt} = \frac{2\pi\alpha\varkappa}{\lambda}\cos\frac{2\pi(\varkappa t-x)}{\lambda}.$$

Diese zwei Ausdrücke verbindend erhält man:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\omega}{\varkappa},$$

woraus folgt:

$$ds = dx\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\varkappa^2}}$$

oder insofern die Schwingungsgeschwindigkeit ω gegen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\varkappa$ immer nur sehr klein ist,

$$ds = \left(1 + \frac{\omega^2}{2\varkappa^2}\right)dx.$$

Demnach ist die zwischen den zwei betrachteten Punkten erzeugte Ätherdehnung

$$\frac{ds - dx}{dx} = \frac{\omega^2}{2\varkappa^2};$$

d. h. es herrscht nach der Richtung des Strahles in jeder transversal schwingenden Ätherschicht eine longitudinale Dehnung, welche dem Quadrate der entsprechenden Schwingungsgeschwindigkeit proportional ist.

Ist also γ^2 das mittlere Quadrat der Schwingungsgeschwindigkeit des Äthers in einem Strahle, so herrscht darin durchschnittlich eine longitudinale Dehnung

$$= \frac{\gamma^2}{2\varkappa^2};$$

bedeutet ferner H den Coëfficienten der dagegen reagirenden Elasticität des Äthers, auf die Flächeneinheit bezogen, so ist

$$\frac{H\gamma^2}{2\varkappa^2}$$

die jener mittleren Dehnung entsprechende longitudinale Zugkraft. An einer unbeweglichen Fläche aber, worauf wir diesen Strahl senkrecht einfallen lassen, ist durch das Zusammentreffen der reflectirten mit der einfallenden Welle die transversale Verschiebung und daher auch die longitudinale Dehnung verdoppelt; bezeichnen wir also die Kraft, welche der Strahl auf eine normale widerstehende Angriffsfläche $= 1$ ausüben würde, d. h. die Intensität desselben, mit i, so folgt

$$i = \frac{H\gamma^2}{\varkappa^2}.$$

Zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\varkappa$ und dem Elasticitätscoëfficienten H besteht aber die Beziehung

$$\varkappa = \sqrt{\frac{H}{\vartheta}},$$

wo ϑ die Dichte des Äthers, d. h. das Verhältniß einer Äthermasse zu ihrem Volumen, bedeutet. Mit dem hieraus folgendem Werthe von $H = \vartheta\varkappa^2$ erhalten wir:

$$i = \vartheta\gamma^2$$

als Ausdruck für die Intensität des betrachteten Strahls.

Geben wir dieser Gleichung die Form

$$i = \frac{\varkappa\vartheta\gamma^2}{\varkappa},$$

so bedeutet $\varkappa\vartheta$ die in einem prismatischen Volumen mit dem Querschnitte 1 und der Länge $\varkappa$ enthaltene Äthermasse, und folglich ist in unserem Falle, wo der ankommende Strahl für sich allein die mittlere Schwingungsgeschwindigkeit γ hat,

$$\frac{\varkappa\vartheta\gamma^2}{2}$$

die Summe lebendiger Kräfte, welche während einer Secunde auf eine Fläche = 1 normal einfällt; nennen wir also, wie früher, die durch einen Strahlenquerschnitt = 1 in einer Secunde einfallende Wärmemenge w und das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit A, so haben wir

$$\frac{\varkappa\vartheta\gamma^2}{2} = Aw$$

und hiermit wird

$$i = \frac{2Aw}{\varkappa};$$

d. h. die Intensität transversaler Ätherwellen ist gleich dem doppelten Arbeitsäquivalente der in einer Secunde auf die Flächeneinheit gelieferten Wärmemenge dividirt durch die Geschwindigkeit ihrer Fortpflanzung [1]. Demnach haben wir in der Undulationshypothese genau denselben Ausdruck für die Intensität der Sonnenstrahlen, wie in der Emanationshypothese, nur mit dem Unterschiede, daß in letzterer die bewegende Kraft der Strahlen wie ein Druck, in ersterer aber, mit entgegengesetzter Richtung, wie ein Zug wirkt; mit anderen Worten: Die Sonne übt durch ihre Strahlen auf jeden getroffenen opaken Körper eine Anziehung

---

[1] Hiermit erhält zugleich die in meiner Schrift „das Strahlungsvermögen der Atome" für die anziehende Kraft eines Wärmestrahles gegebene Formulirung ihre nöthige Berichtigung.

aus, welche der Abstoßung gleich ist, die sie nach der Emanationshypothese durch die von ihr ausgesendeten Stofftheilchen ausüben müßte.

Berechnung der Intensität oder Zugkraft der Sonnenstrahlen; Grössenverhältniss zwischen der thermischen und der Newton'schen Anziehung.

Bestimmungen der von der Sonne auf die Erde gesendeten Wärmemenge haben Pouillet, J. Herschel und Althans ausgeführt. Die erhaltenen Resultate stimmen hinreichend gut überein. Nach Althans[1]) würde die auf ein Quadratmeter des normal getroffenen Erdquerschnitts fallende Wärmemenge in einer Minute ein Kubikmeter Wasser um 0,037748° C. erwärmen; dies gibt für eine Secunde, das Kilogramm als Gewichtseinheit genommen, auf ein Quadratmeter Einfallsfläche

$$w = 0{,}6291 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Setzen wir als Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit

$$A = 433 \text{ Meter-Kilogramme}$$

und als Lichtgeschwindigkeit

$$\varkappa = 298000000 \text{ Meter,}$$

so ergibt sich die Intensität der Sonnenstrahlen an der Erde in absolutem Maße, auf ein Quadratmeter Angriffsfläche bezogen,

$$i = \frac{2 \times 433 \times 0{,}6291}{298000000} = \frac{1}{546000} \text{ Kilogramm.}$$

Diese Kraft also üben an der Erde die directen Sonnenstrahlen, unabhängig von irgend welcher Hypothese, in ihrer Richtung wirklich aus. Da dieselbe nach der Undulationshypothese als ein gegen die Sonne gerichteter Zug wirkt, so entfällt auf je 546000 Quadratmeter des Erdquerschnitts ein Zug von 1 Kilogramm, und folglich

---

1) Poggendorff's Annalen. Bd. 90, S. 544.

erfährt die Erde, ihren Querschnitt = 127767530 Millionen Quadratmeter gesetzt, durch die Sonnenstrahlen eine Anziehung

$$F = 234000000 \text{ Kilogramme.}$$

Zum Vergleich dieser (thermischen) Kraft der Sonne mit der weit größeren, von derselben als Masse ausgeübten Anziehung wollen wir die Kraft in Kilogrammen berechnen, womit die Erde wirklich gegen die Sonne hingezogen wird.

Das Volumen der Erde enthält:

$$1085 \times 10^{18} \text{ Kubikmeter;}$$

die mittlere Dichte der Erdmasse = 5.4 gesetzt, wiegt ein Kubikmeter derselben durchschnittlich 5400 Kilogramme und somit beträgt das Gewicht der ganzen Erdmasse, auf deren Oberfläche gewogen,

$$5859000 \times 10^{18} \text{ Kilogramme.}$$

Es verhält sich aber die anziehende Masse der Sonne zu jener der Erde wie 354000 : 1 und der Halbmesser der Erde zur Entfernung derselben von der Sonne wie 860 : 20000000; um aus dem obigen Gewichte der Erdmasse die Größe ihrer Anziehung zur Sonne hin zu erhalten, haben wir demnach dasselbe mit

$$\frac{354000 \times 860^2}{20000000^2}$$

zu multipliciren. Es folgt, wenn wir diese Newton'sche Anziehung der Erde zur Sonne G nennen,

$$G = 3835 \times 10^{18} \text{ Kilogramme}$$

und hiermit stellt sich das Verhältniß der beiden von der Sonne auf die Erde ausgeübten Anziehungskräfte

$$F:G = 234 \times 10^6 : 3835 \times 10^{18}$$
$$= 1 : 16400000 \text{ Millionen,}$$

d. h. die Newton'sche Anziehung der Erde zur Sonne ist etwa 16 Billionen Mal größer als die von den Sonnenstrahlen an der Erde ausgeübte (thermische) Anziehung.

Ein ähnliches Verhältniß beider Kräfte, deren Intensitäten mit der Distanz von der Sonne nach dem gleichen Gesetze wechseln,

und von denen die eine der reflectirenden Oberfläche, die andere hingegen der Masse des afficirten Körpers proportional ist, käme bei jedem anderen der größeren Planeten heraus und es würde sich selbst bei den kleinsten derselben, von nahe drei Meilen Durchmesser, wenn man die Dichte jener der Erde gleich annimmt, nur auf etwa

1 : 27000 Millionen

ermäßigen. Einen merklichen Einfluß auf die Bewegungen der Planeten kann also diese neben der Gravitation vorhandene Anziehungskraft der Sonne offenbar nicht haben.

Von hohem theoretischen Interesse aber ist es immerhin, daß die Anziehung der Planeten zur Sonne nicht eine Wirkung der Gravitationskraft allein, sondern zu einem gewissen Theile die Folge einer von der Sonne ausgehenden Wellenbewegung eines den Weltraum erfüllenden Stoffes ist[1]. Während also ein Planet in der einen Hälfte seiner elliptischen Bahn sich der Sonne nähert und seinen Lauf beschleunigt, wird ein gewisser Theil dieses Zuwachses an Geschwindigkeit durch die von der Sonne her auf ihn einfallenden Wärmewellen erzeugt — es wird eine gewisse Wärmemenge auf Vermehrung der Translationsgeschwindigkeit des Planeten verwendet; umgekehrt, wenn derselbe in der anderen Hälfte seiner Bahn sich von der Sonne entfernt und seinen Lauf verzögert, wird ein Theil der lebendigen Kraft seiner Fortbewegung wieder in Wärme zurückverwandelt, und es muß daher in so ferne, theoretisch betrachtet, die Temperatur eines Planeten während seines Hinganges zur Sonne im ganzen etwas niedriger sein als während seines Wegganges von derselben.

Aus der Größe der thermischen Anziehung der Erde und dem Unterschiede der Distanzen von der Sonne läßt sich die Wärmemenge, welche auf ihrem Wege vom Aphel zum Perihel auf Beschleunigung ihres Laufes verbraucht und bei der umgekehrten Bewegung durch Verzögerung wieder erzeugt wird, berechnen; sie beträgt,

[1] Hätte die Gravitation einen ähnlichen Ursprung, so könnte die kleine bisher unerklärte Störung des Merkur eine Folge der Absorption sein, welche die Wirkung der hinteren Theile der Sonnenmasse in den vorderen auf dem Wege zum Planeten erführe.

den Unterschied zwischen der größten und kleinsten Distanz von der Sonne = 4970000 Kilometer genommen,

$234000000^{Kgr} \times 4970000000^{m}$ = 1163000 Bill. Meter.-Kgr.
= 2680 Bill. Wärmeeinheiten,

was ein verschwindend kleiner Theil der während eines Halbjahres wirklich auf die Erde fallenden Wärmemenge und dessen Abgang oder Zuwachs ohne allen wahrnehmbaren Einfluß auf die Temperatur derselben ist.

Thermische Anziehung der Sonne auf sehr kleine kosmische Massen; Verkürzung der Umlaufszeit bei Kometen.

Die Größe der von der Sonne durch ihre Wärmestrahlen auf einen Planeten ausgeübten Anziehung ist unter sonst gleichen Umständen, wie schon erwähnt, proportional der auffangenden Oberfläche, hingegen die Größe der durch die Newton'sche Gravitation auf ihn ausgeübten Anziehung ist proportional der Masse desselben. Hieraus folgt, daß die thermische Centripetalgeschwindigkeit, d. h. jene Geschwindigkeit, welche die thermische Anziehung allein während eines bestimmten Zeittheilchens einem Planeten bei freiem Falle gegen die Sonne hin beibringen würde, im geraden Verhältnisse seiner Oberfläche O und im umgekehrten Verhältnisse seiner Masse M steht, also mit dem Quotienten $\frac{O}{M}$ proportional ist, während die gleichzeitige Newton'sche Centripetalgeschwindigkeit, wie die Fallgeschwindigkeit der Körper auf der Erdoberfläche, von der Größe und Beschaffenheit der angezogenen Masse gar nicht abhängt. Nun wird aber die Oberfläche im Vergleich mit der Masse, nämlich der Quotient $\frac{O}{M}$, im allgemeinen desto größer, je kleiner die Masse wird, und wenn wir ungleich große Kugeln von gleicher Dichte betrachten, wo die Oberfläche dem Quadrate, die Masse dem Kubus des Durchmessers proportional ist, so wird der Quotient $\frac{O}{M}$ in dem Verhältnisse größer, wie der Durchmesser kleiner wird. Die thermische Centripetalgeschwindigkeit einer von der Sonne angezogenen opaken Kugel wird also durch Verkleinerung ihrer Masse größer, wogegen dabei ihre Newton'sche Centripetalgeschwindigkeit con-

stant bleibt; somit wird die ganze Centripetalgeschwindigkeit durch Verkleinerung der Masse ebenfalls größer und bei schon sehr kleiner Masse müßte dieser Zuwachs auch für die Beobachtnng merklich sein. Ein um die Sonne laufender und allmählich an Masse abnehmender Körper würde, weil dadurch seine ganze Centripetalgeschwindigkeit im Verhältnisse zur Tangentialgeschwindigkeit zunähme, sich der Sonne immer mehr nähern, seine Umlaufszeit müßte immer kürzer werden, und zwar desto merklicher, je kleiner seine Masse bereits geworden wäre. Denken wir uns z. B. die Erde, deren Durchmesser 12740000 Meter beträgt, durch fortgesetzte Verminderung ihrer Masse bei gleichbleibender mittlerer Dichte auf eine kleine Kugel von 1 Meter Durchmesser reducirt, so würde sich das Verhältniß der thermischen zur Newton'schen Anziehung und folglich das Verhältniß der diesen Kräften entsprechenden Fallgeschwindigkeiten für dieselbe nach dem obigen stellen wie

$$12740000 : 16400000 \text{ Millionen} = 1 : 1280000;$$

d. h. die ganze Centripetalgeschwindigkeit der kleinen Kugel wäre wegen der thermischen Anziehung um $\frac{1}{1280000}$ ihrer Newton'schen Centripetalgeschwindigkeit größer als letztere allein, was somit für ihre Umlaufszeit denselben Erfolg, wie eine Vermehrung der Sonnenmasse um $\frac{1}{1280000}$ ihres Betrages für die Umlaufszeit der Erde selbst, haben würde. Eine solche Vergrößerung der Sonnenmasse hätte schon eine für die Astronomen merkliche Verkürzung der Jahreslänge zur Folge.

Nun bewegen sich wirklich um unsere Sonne nebst den Planeten auch Körper — die Kometen nämlich — von denen man mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen darf, es könne das Verhältniß der bezüglichen Oberfläche zur Masse oft sogar weit günstiger für die thermische Anziehung sein, als es etwa bei einer auf 1 Meter Durchmesser reducirten Erde wäre, und viele unter diesen Körpern scheinen jedesmal, wenn sie in ihren excentrischen Bahnen der Sonne sehr nahe kommen, einen Verlust an Stoff zu erleiden, in Folge dessen das Verhältniß zwischen Oberfläche und Masse mit

jedem Umlaufe für die thermische Anziehung noch günstiger werden muß; die Bedingungen also, unter denen nach unserer Hypothese eine merkliche fortschreitende Verkürzung der Umlaufszeit eintreten kann, sind vielleicht bei manchen Kometen vollkommen erfüllt. Man hätte dann diese Erscheinung vorzüglich bei sehr kleinen Kometen zu erwarten. Der Encke'sche Komet, bei dem eine fortschreitende Verkürzung der Umlaufszeit außer allem Zwaifel steht, ist in der That ein sehr schwacher; und daß er seit seiner Entdeckung allmählich schwächer oder stoffärmer geworden sei, wird neuestens von Astronomen behauptet. Vielleicht enthält derselbe einen sehr kleinen festen oder flüssigen Kern, auf dessen Sonnenseite sich in der Nähe des Perihels, wie es an den Kernen anderer Kometen deutlich wahrgenommen wurde, eine Art Dampf entwickelt, welcher, nachdem er emporgestiegen, um den Kern herum rückwärts abfließt und sich nach dieser Seite hin in dem Weltraum verliert; ein solcher Stoffverlust wird jedesmal das Verhältniß der Oberfläche zur Masse des Kernes, daher auch seine thermische Centripetalgeschwindigkeit größer machen, den Kometen also mehr der Sonne nähern und seine Umlaufszeit verkürzen, und wenn die Masse des Kernes ohnehin schon klein genug ist, kann die hieraus entspringende Beschleunigung des Laufes auch wirklich so bedeutend werden, wie bei dem Encke'schen Kometen, dessen Umlaufszeit von 1210 Tagen sich bei jeder Wiederkehr um $2^1/_2$ Stunden verkürzt zeigt [1]).

Dann muß aber zugleich wegen der merklichen Größe der thermischen Anziehung die Distanz des Kometen von der Sonne überhaupt etwas größer sein, als sie bei seiner Umlaufszeit nach dem Gravitationsgesetze allein sein sollte; und es wäre somit für die aufgestellte Hypothese entscheidend, wenn der größere Werth des Radiusvector bei dem Encke'schen Kometen sich aus den Beobachtungen nachweisen ließe.

---

1) In der Schrift „Das Strahlungsvermögen der Atome" habe ich die Verkürzung der Umlaufszeit bei Kometen auf eine von der obigen abweichende Weise aus der thermischen Anziehung der Sonne erklärt; es können möglicher Weise beide Erklärungsarten auch neben einander Anwendung finden.

Schlussbemerkungen.

Wir fanden vorhin, daß für einen auf 1 Meter Durchmesser reducirten Erdkörper von gleichgebliebener Dichte die thermische und die Newton'sche Anziehungskraft der Sonne sich verhalten würden wie

1 : 1280000.

Denken wir uns jetzt auch noch den Sonnenkörper, dessen Durchmesser = 1410 Millionen Meter ist, bei gleichbleibender Dichte auf 1 Meter Durchmesser reducirt, so würden jene beiden Kräfte sich verhalten wie 1410 Millionen zu 1280000

= 1100 : 1;

d. h. diese Sonne würde auf jene Erde durch ihre Strahlen eine 1100mal stärkere Anziehung ausüben als durch ihre Masse. Es folgt daraus, daß zwischen kosmischen Körpern von hinreichender Kleinheit überhaupt bereits jene Anziehung, die sie durch ihre strahlenden Oberflächen aufeinander ausüben, zu einer ihre gegenseitige Gravitation überwiegenden Kraft wird. Das gleiche gilt natürlich von den Körpen auf der Oberfläche der Erde.

Die Körper bestehen aus Atomen von solcher Kleinheit, daß die Oberfläche im Verhältniß zur Masse für dieselben ungeheuer groß sein muß. Es ist also die von einem warmen Körper durch seine Strahlung auf dafür opake Atome in seiner Umgebung ausgeübte Anziehung ebenfalls ungeheuer groß im Vergleich mit der Anziehung, die er durch seine Masse auf dieselben ausübt.

Endlich folgt, daß die Atome jedes warmen Körpers selbst gegenseitig durch die von ihnen ausgehenden Wärmestrahlen Anziehungskräfte ins Spiel setzen, welche im Vergleich mit ihren gegenseitigen Massenanziehungen von enormer Größe sind, aber zugleich, indem die von einem inneren Atome ausgehenden Strahlen an jedem der unzähligen getroffenen Atome eine Schwächung erfahren, sich nur auf eine gewisse kleine Distanz vom jedesmaligen Ausgangsorte

erstrecken [1]. Wir haben daher an der Wärme das Beispiel einer von den Körperatomen ausgehenden, im freien Weltraume fernwirkenden, im Innern der Körper aber auf eine sehr kleine Wirkungssphäre beschränkten bewegenden Kraft, deren Wesen, Ursprung und Angriffsweise uns verständlich geworden sind.

---

[1] Welche Rolle diese Anziehungskraft der Atome in den Körpern spielt, ist in der oben erwähnten Schrift auseinander zu setzen versucht.

Über die Atomwärme des Stickstoffes in seinen festen Verbindungen.

Von Joh. Tellinger.

(Mit 1 Holzschnitt.)

In den Ann. Ch. Pharm. Suppl. III, 1, 289 findet sich von Kopp eine Zusammenstellung der berechneten und durch Versuche gefundenen specifischen Wärme von starren Körpern. Bei Vergleichung dieser Werthe fällt es sogleich auf, daß besonders bei den Verbindungen mit Cl, Fe, N, Mg, Al, Si, die Zahlen für die berechnete und beobachtete specifische Wärme ziemlich differiren, während sie für die meisten anderen Substanzen ganz gut übereinstimmen.

Ich stellte mir nun die Aufgabe, zu ermitteln, ob diese Unterschiede nur Versuchsfehlern bei Bestimmung der specifischen Wärme zuzuschreiben sind, oder ob dieselben auch bei genaueren Versuchen resultiren und daher in der Natur der Substanz selbst begründet erscheinen. Diese Untersuchung führte ich nun für Stickstoff in der Weise aus, daß ich möglichst genau die specifische Wärme von Chlorammonium und von salpetersaurem Ammoniak bestimmte und daraus die Atomwärme des Stickstoffes ermittelte; denn ich hielt es für vortheilhafter, nur zwei von den stickstoffhältigen Substanzen, diese aber eingehender zu untersuchen, als Schlüsse und Folgerungen aus mehreren aber weniger genauen Bestimmungen zu ziehen.

Chlorammonium und salpetersaures Ammoniak wählte ich unter den vielen zu Gebote stehenden Substanzen dieser Art erstlich deßhalb, weil beide sehr viel Stickstoff enthalten, und zweitens, weil ihre beobachteten specifischen Wärmen den berechneten gegenüber nach den entgegengesetzten Seiten abweichen; nach Kopp ist nämlich die beobachtete specifische Wärme des NH_4Cl 0·373, die berechnete 0·411, während sich für $N_2H_4\Theta_3$ 0·455 als beobachtete und

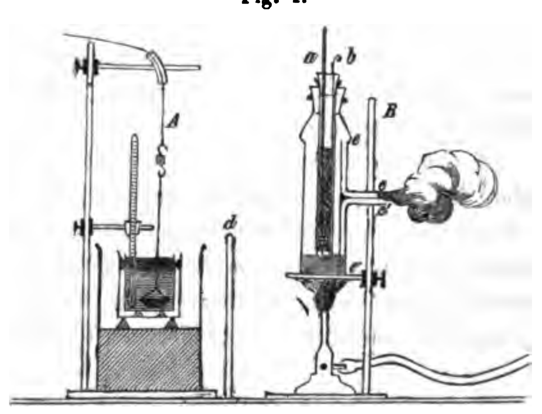
0·425 als berechnete ergeben. Was ihre Untersuchung etwas erschwert ist nur der bereits von Kopp bemerkte Umstand, von dem ich mich auch durch eigene Versuche überzeugte, daß nämlich diese beiden Substanzen bei höheren Temperaturen moleculare Umänderungen erleiden, weßhalb man bei den Bestimmungen nur niedere Temperaturen anwenden kann, bei welchen dieselben noch nicht eintreten; allein die nämlichen Eigenschaften zeigen auch fast alle anderen stickstoffhältigen festen Körper, die man zu diesem Zwecke verwenden könnte.

Methode der Bestimmungen.

Für die meisten meiner Versuche wählte ich die Mischungsmethode mit Benützung des von Regnault construirten Apparates, der nur durch einige kleine Abänderungen für diesen speciellen Fall bequemer gemacht worden war.

Besonders hielt ich mich dabei an die von Pfaundler im LIV. Bde. d. Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. II. Abth. Juli-Heft 1868 bekannt gegebenen Verbesserungen.

Fig. 1.



A stellt das Calorimeter und *B* den Erhitzungsapparat in $^1/_{10}$ der natürlichen Größe dar. Das Calorimeter war ein gleichseitiger Cylinder aus dünnem Messingblech, in welchen ein Thermometer und ein feines Drathkörbchen zum Bewegen der Flüssigkeit tauchte; letzteres hing an einem Seidenfaden und wurde durch ein Räderwerk beliebig schnell und hoch gehoben. Durch Korkschneiden getrennt

umgab diesen Cylinder ein etwas größerer von gleichem Materiale; ein Becherglas, in dem das Ganze stand, hielt die vom Körper des Beobachters ausgehende Wärme so wie allenfallsige Luftströme ab.

Der Siedeapparat besteht aus einer Blechbüchse, in welcher mittelst eines Korkes eine Glaseprouvette befestiget wird, die den zu untersuchenden Körper aufnimmt und durch einen Kork geschlossen wird. Der durch eine Gasflamme entwickelte Dampf erfüllt den ganzen Raum und gelangt dann von oben durch die Röhre *ec* in das Freie oder für den Fall, daß niedere Siedetemperaturen verwendet wurden, in einen mit der Röhre verbundenen Kühler, von dem er condensirt durch die Röhre *c′ e′* wieder zurückfließen konnte.

Um beliebig niedere Siedetemperaturen herstellen zu können, setzte ich mit dem einen Ende der Kühlerröhre ein Manometer in Verbindung, das ich vom Erhitzungsapparate durch einen eingeschalteten Hahn absperren konnte, um nicht bei jedem Versuche den ganzen Raum von neuem evacuiren zu müssen.

Einigemale benützte ich auch Schwefelkohlenstoff oder Schwefeläther, welche bei 44° und 35° Cels. zum Sieden gelangen.

In jedem dieser drei letzten Fälle muß die Siedetemperatur durch ein in die Substanz gestecktes Thermometer *a* bestimmt werden, da die aus Siedepunktstabellen entnommenen Werthe mit den wirklichen, hier erreichten, nicht übereinstimmen, während man im Falle, wo die Dämpfe in das Freie gelangen, bis auf 0·02 oder 0·03 genau die berechneten Temperaturen erhält.

Bei der Ausführung des Versuches füllt man die Eprouvette mit der zu prüfenden Substanz, etwas bis ober die Hälfte, wiegt sie, setzt sie in den Apparat, verschließt die Öffnung, und läßt dann sieden.

Was die Dauer des Siedens anbelangt, so zeigten directe Versuche, daß das Innere längstens binnen 40 Minuten die Temperatur des Dampfes annimmt. Ermittelt man die Siedetemperatur durch ein hineingestecktes Thermometer, so wartet man, bis letzteres eine constante Temperatur anzeigt. Um einer Abkühlung des Dampfes von außen vorzubeugen, umhüllte ich das Gefäß mit Watte, und setzte auch von oben herab über die Mündung der Eprouvette eine Kappe von diesem Stoffe.

Inzwischen füllte ich das Calorimeter mit einer bestimmten Menge Terpentinöl, welche ich entweder mittelst der Wage oder einer Bürette ermittelte, tauchte das Thermometer hinein und setzte dann das Räderwerk in Gang, damit das Ganze ungefähr die Temperatur des Zimmers annahm.

Einige Zeit vor den Einschütten der Substanz notirte ich im Anfange und am Ende von 10 Intervallen zu 20 Secunden, die eine Uhr signalisirte, die Temperatur der Flüssigkeit, las dazwischen den Barometerstand ab, näherte den Siedeapparat dem Calorimeter und leerte im Augenblicke des zehnten Signales nach Entfernung von Kappe und Kork die Substanz in das Calorimeter, worauf der Apparat bei Seite geschoben wurde. Da manchmal beim Umkippen die Öffnung der Eprouvette durch die Substanz verstopft wurde, so befestigte ich an einem Drathe *b* ein Metallplättchen derart, daß mit dem Herausziehen des Korkes auch der Schieber und mit ihm der Körper herausgezogen wurde. Ein Schirm *d* hielt die vom Apparate ausgestrahlte Wärme ab. Das allenfalls in die Substanz gesteckte Thermometer wird kurz vor dem Entleeren herausgenommen, nachdem zuvor die Temperatur abgelesen wurde.

Von da an wird der Stand des Thermometers alle 20 Secunden abgelesen, und zwar so lange, bis nach Eintritt des Maximums die Differenzen in den Drittelminuten fast constant geworden sind.

Wiegt man nun noch die von außen gereinigte Eprouvette sammt den allenfalls zurückgebliebenen Substanztheilen, so ist der Versuch beendet.

Bezüglich der Berechnung theile ich nur mit, daß ich die Correction, welche die Wärmeausstrahlung des Calorimeters nöthig macht, nach der von Regnault aufgestellten Methode ermittelte, mit der Umgestaltung, welche Pfaundler in Poggend. Ann. CXXIX, 102 veröffentlicht hat.

Darnach berechnet sich die Correction aus der Formel

$$c = nv + \frac{v'-v}{t'-t}\left(\sum_{1}^{n-1}\theta + \frac{\theta_0 + \theta_n}{2} - nt\right).$$

Dabei bedeutet n die Anzahl der Intervalle vom Hineinschütten der Substanz bis zur Abgabe aller überschüssigen Wärme derselben, v den mittleren Verlust an Wärme per Intervall und t die Mittel-

temperatur der Anfangsperiode, d. h. bis zum Hineinleeren des Körpers; v' und t' dieselben Größen während der Endperiode, d. i. von dem Augenblicke an, wo die Temperaturdifferenzen constant werden; $\Theta_1, \Theta_2 \ldots \Theta_n$ bezeichnen die Temperaturen am Ende des 1., 2.... n. Intervalles der Mittelperiode.

Diese Correction c zu Θ_n addirt, gibt das wahre Maximum der Temperatur.

Zum besseren Verständniß der Bedeutung und des Gebrauches dieser Formel habe ich alle einzelnen Daten eines Versuches mit seiner Berechnung angeführt.

Zur Bestimmung der specifischen Wärme des Terpentinöles benützte ich die bekannte Methode, indem ich einen Körper von bekannter specifischer Wärme, nämlich Kalkspath, erhitzte und diesen dann in der Flüssigkeit abkühlte.

Ferner wendete ich auch das von Regnault benützte Verfahren an, indem ich die zu untersuchende Substanz in einem Blechcylinder von 220 Mm. Höhe und 30 Mm. Durchmesser im schmelzenden Eise bis 0° abkühlte und so in die 5 bis 10° über die Zimmertemperatur erwärmte Flüssigkeit leerte.

Man hat dabei den Vortheil, die Anfangstemperatur des Körpers ohne Thermometer sehr genau zu kennen.

Natürlich war hier der Cylinder nie viel über die Hälfte gefüllt, mit einem Korke verschlossen und auch oben von Eis bedeckt.

Endlich suchte ich die specifische Wärme dadurch zu bestimmen, daß ich nach Pape die Substanz gleich anfangs in das Terpentinöl legte, und dann die Temperaturerhöhung beobachtete, welche das Eintauchen eines erhitzten Körpers hervorbringt. Dazu benützte ich kleine Kupferscheibchen, die ich im früher erwähnten Apparate erwärmt hatte.

Die Berechnung der Correction war bei allen Methoden dieselbe.

Die beiden letzteren Methoden sind für diesen speciellen Fall besonders deßhalb von Vortheil, weil sie gestatten, die specifische Wärme der Körper bei sehr niedrigen Temperaturen zu ermitteln.

Leider bestätigten auch meine Versuche die schon von Kopp bemerkte Ungenauigkeit der zuletzt angeführten Methode.

Vorarbeiten.

Um für die Genauigkeit meiner Versuche möglichst große Garantie bieten zu können, wurden alle Vorarbeiten mit besonderer Vorsicht ausgeführt.

Zur Bestimmung der Temperatur im Calorimeter benützte ich ein von Fastrè in Paris angefertigtes Thermometer mit willkürlicher Theilung, welches von -2° bis gegen 40° reichte und von dem beiläufig zwölf Divisionen auf 1° Cels. gingen, so daß noch $^1/_{120}$ eines Grades abgelesen werden konnten; seinen Eispunkt fand ich bei 25·5.

Dieses verglich ich nun mit einem ebenfalls von Fastrè angefertigten Normalthermometer, das Pfaundler mit zwei Thermometern Regnault's im Collége de Françe auf die Richtigkeit seiner Kalibrirung untersucht und vollkommen gut befunden hatte. Nach sorgfältiger Bestimmung der Normalpunkte berechnete ich aus zwölf Vergleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate für erstbenanntes Thermometer die Reductionsgleichung: $x = 0{\cdot}08644\ (y-26)$, während sich für das Normalthermometer der Factor 0·21374 ergab; der Nullpunkt des letzteren war bei 49·8.

Der Wasserwerth des Thermometers berechnet sich aus dem Gewichte des Quecksilbers = 8·25 Gramm (von Fastrè bestimmt) und dem Volumen des eingetauchten Thermometers auf 0·6088.

Um die niederen Temperaturen in der Eprouvette zu bestimmen, verwendete ich ein feines Thermometer von Geissler in Bonn; dies war in $^1/_{10}$ Grade getheilt, reichte etwas über 45° Cels., hatte den Nullpunkt bei 0·00 und den Factor 0·9935.

Der Wasserwerth des Calorim. und des Rührers wurde von Zeit zu Zeit wieder neu berechnet, da sich das Gewicht desselben durch das häufige Reinigen etwas änderte.

Die Flüssigkeitsmenge wurde gewöhnlich so genommen, daß der Gesammtwasserwerth, der bequemeren Rechnung wegen, irgend eine runde Summe bildete.

Um die Verläßlichkeit der Methode zu prüfen, machte ich zuerst einige Probeversuche mit durchsichtigem, reinem, isländischem Kalkspathe in beiläufig 3 Mm. langen Stücken, dessen specifische Wärme

ich durch vier Versuche bestimmte; einen davon gebe ich detaillirt, die übrigen in ihren Hauptzahlen.

Wasserwerth des Calorimeters sammt Rührer und Thermometer	2·38 Grm.
Gewicht des Wassers	97·62 „
Gesammtwasserwerth	100 „
Gewicht der Substanz	28·418 „
Reducirter Barometerstand	720·0 Mm.
Berechnete Temperatur des Dampfes	98·50° Cels.

	Intervalle	Temper. in Theilstr. d. Therm.	Differenzen
Anfangsperiode	0	226·8	
	10 = Θ_0	226·2	
Mittelperiode	11 = Θ_1	274·2	
	12	276·5	
	13	277·2	
	14	277·3	
	15	277·3	0·0
	16 = Θ_n	277·1	—0·2
Endperiode.	18	276·8	—0·3
	17	276·5	—0·3
	19	276·2	—0·3
	20	275·9	—0·3

Daraus ergeben sich zur Berechnung der Correction folgende Daten.

$$n = 6 \quad ; v = \frac{226,8-226,2}{10} = 0,06; t = \frac{226,8+226,2}{2} = 226,4$$

$$nv = 0,36; v' = \frac{276,8-275,9}{3} = 0,3 \quad ; t' = \frac{276,8+275,9}{2} = 276,3$$

$$v'-v = 0,24; t'-t = 49,9; \sum_1^{n-1}\Theta + \frac{\Theta_0+\Theta_n}{2} = 1382,5 + 251,7$$

$= 1634,2$; $nt = 1358,4$; daher

$$c = 0,36 + \frac{0,24}{49,9}(1634,2-1358,4) = 1,7$$

Wahre Endtemperatur $\Theta = 277{,}1 + 1{,}7 = 278{,}8$ Theilstr. $= 21{,}85^\circ$ C.
Temperaturerhöhung $= 278{,}8 - 226{,}2 = 52{,}6$ „ $= 4{,}55$ „

$$\text{Also die specifische Wärme } S = \frac{4{,}55.100}{28{,}816.76{,}65} = 0{,}206.$$

Für die anderen Versuche gelten folgende Zahlen:

Gesammtwasserwerth . . .	$W =$	100	100	100
Gewicht der Substanz . . .	$P =$	26·640	26·661	28·422
Temperatur des Dampfes .	$T =$	98·51	98·63	98·60
Anfangstemperatur in Theilstrichen des Thermometers	$\Theta_0 =$	170·7	215·9	203·8
Endtemperatur (nicht corr.)	$\Theta_n =$	222·1	264·1	256·1
Corrigirte Endtemperatur in Graden Cels.	$\Theta =$	16·99° C.	20·70	19·96
Temperaturzunahme . . .	$\Delta\Theta =$	4·49 „	4·27	4·59
Specifische Wärme . . .	$S =$	0·207	0·206	0·205
Mittel aus allen Versuchen	$S =$		0·206	

Diese Zahl stimmt ganz gut mit der von Pfaundler für diese Substanz gefundenen, nämlich 0·20575.

Deßhalb legte ich auch diese letztere für die nun folgenden Bestimmungen der specifischen Wärme des Terpentinöls, welches ich wegen der Löslichkeit der untersuchten stickstoffhältigen Körper in Wasser wählte, zu Grunde.

Bei der nun folgenden Zusammenstellung der gefundenen Werthe bezeichnet G das Gewicht des Terpentinöls, W den Wasserwerth des Calorimeters sammt Rührer und Thermometer; L die Temperatur der Luft.

Terpentinöl									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
G	180 Gr.	180 Gr.	180 Gr.	180 Gr.	180 Gr.	180 Gr.	180 Gr.	180 Gr.	180 Gr.
P	26,538	30,120	26,292	30,149	31,233	30,165	31,108	30,301	29,882
T	98,21	98,23	98,23	98,02	98,37	98,14	98,09	98,31	98,41
W	3,697	3,703	3,703	3,686	3,686	3,686	3,686	3,686	3,675
Θ_o	202,3	173,0	179,0	202,1	211,1	184,1	182,1	169,4	201,4
Θ_n	262,0	241.6	240,2	268,0	279,8	259,9	252,2	240,0	267,8
Θ	20,49° C.	18,76°	18,57 °	21,10°	22,05°	19,69°	19,67°	18,61°	21,01°
$\Delta\Theta$	5,23°	6,03	5,32	5,86	5,99	6,00	6,15	6,19	5,83
L	17,0 °	15,1	15,5	16,8	16,4	19,8	14,4	14,6	15,5
S	0,430	0,433	0,429	0,432	0,434	0,430	0,433	0,426	0,433

Als Mittel aller Bestimmungen erhält man den Werth S . . . . = 0,431.

Bei der aus allen Versuchen genommenen Mitteltemperatur von L . . . . = 17,1° C.

Regnault fand für diese Temperatur die specifische Wärme des Terpentinöles . . . . . = 0,4307.

Aus der Identität dieser beiden Werthe schloß ich auf die Gleichheit beider Sorten und benützte zur Berechnung der specifischen Wärme des Terpentinöles bei verschiedenen Temperaturen die von Regnault aufgestellte Gleichung:

$$S_{t-t'} = A + B(t+t') + C(t^2+tt'+t'^2) \text{ wo } A = 0{,}41058,\ B = 0{,}00061934,\ C = 0{,}000001327.$$

Bestimmungen.

Um das Verhalten von NH_4Cl und NH_4ONO_5 bei höheren Temperaturen zu beobachten, machte ich einige Bestimmungen, bei welchen ich sie auf die Siedetemperatur des Wassers erhitzte.

Dabei bekamen die Krystalle das schon von Kopp beschriebene milchige und poröse Aussehen; war die Eprouvette geöffnet, so veränderte sich auch das Gewicht der Substanz; so bemerkte ich z. B. bei NH_4ONO_5, das ich bei offener Eprouvette eine Stunde in der Dampftemperatur ließ, einen Gewichtsverlust von 1·6%.

Vor den Versuchen wurden die Krystalle, besonders des letzteren Körpers, über Schwefelsäure getrocknet.

Bei diesen Versuchen ergaben sich nun folgende Zahlen:

	NH_4Cl			NH_4ONO_5		
	I	II	III	I	II	III
P	3,645 Gr.	15,437 Gr.	15,606 Gr.	18,203 Gr.	11,050 Gr.	4,855 Gr.
W	80	80	80	76,55	76,00	75,855
T	98,21° C.	98,32	98,31	98,04	98,18	98,19
L	14,1 °	10,2	14,2	21,8	22,0	21,0
Θ_0	166,2	144,4	177,0	292,7	289,9	280,9
Θ_n	185,8	215,1	246,8	377,3	346,4	306,8
Θ	13,67°	16,57°	19,22°	31,17°	28,03°	24,38°
$\Delta\Theta$	1,56	6,32	6,16	8,18	5,20	2,35°
S	0,405	0,401	0,404	0,506	0,509	0,507
	Mittel $S = 0,403$			$S = 0,507$		

Zur Ermittelung der specifischen Wärme bei niederen Temperaturen machte ich zuerst eine Versuchsreihe nach der von Pape benützten Methode.

	NH_4Cl			NH_4ONO_5		
	I	II	III	I	II	III
P	38,61 Gr.	27,22 Gr.	9,736 Gr.	27.95 Gr.	25.70 Gr.	22,91 Gr.
W	74,305	64,771	72,022	73,807	73,763	69,824
W'	5,200	5,066	5,214	5,205	5,137	5,482
T	98.30° C.	98,34°	98,18°	98,19°	98,18°	98,07
L	21,2 ° C.	20,0	21,1	21,1	21,2	22,6
Θ_0	270,2	256,7	300,8	281,8	278,8	309,8
Θ_n	318,0	311,8	353,8	329,0	327,2	360,2
Θ	25,31° C.	24,79°	28,54°	26,4°	26,15	28,98
$\Delta\Theta$	4,20°	4,85	4,75	4,29	4,28	4,44
	0,426	0,443	0,454	0,476	0,492	0,495
	Mittel $S = 0,441$			$S = 0,488$		

(*W'* bedeutet hier den Wasserwerth des benützten Kupfers, während *W* den des Calorimeters sammt Terpentinöl u. s. w. bezeichnet).

Offenbar sind alle dieseWerthe zu groß und auch unter einander so wenig stimmend, daß man sie als Basis für daraus zu ziehende Folgerungen wohl kaum verwenden kann. Diese Ungenauigkeit zeigte sich auch bei einem Probeversuche mit Kalkspath, der die specifische Wärme desselben = 0·238 ergab, einen Werth, der um den 1/7·44 Theil zu groß ist. Würde ich für die Fehler bei den obigen Werthen das nämliche Verhältniß annehmen, so bekäme ich die Zahlen 0·381 und 0·422 als Resultat.

Bei der dritten Versuchsreihe verfuhr ich nach der Methode Regnault's, wobei ich als Siedeflüssigkeit Schwefelkohlenstoff oder Wasser in Verbindung mit einem Manometer benützte.

NH_4Cl				
	I	II	III	IV
P	27,37 Gr.	27,712	27,166	30,609
W	75,91	75,01	75,48	75,87
T	44,2	44,5	44,5	44,6
Θ_o	287,8	267,1	276,0	279,9
Θ_n	317,0	300,1	307,5	314,0
Θ	25,19	23,8	24,4	24,9
$\Delta\Theta$	2,56	2,93	2,78	3,0
S	0,374	0,383	0,383	0,379

Mittel = S 0,380

Für NH_4ONO_5 war diese Erhitzungstemperatur bereits zu hoch, so daß ich für diese Substanz nicht das nämliche Verfahren anwenden konnte; denn bei Benützung von Schwefeläther als Siedeflüssigkeit war die Temperaturdifferenz zwischen dem erhitzten Körper und der Flüssigkeit im Calorimeter zu klein, um brauchbar genaue Resultate erhalten zu können.

Deßhalb bestimmte ich die specifische Wärme durch die bereits anfangs erwähnte Methode der Abkühlung des betreffenden Körpers auf 0° und berechnete die specifische Wärme aus der im Calorimeter hervorgebrachten Abkühlung.

NH_4Cl				
	I	II	III	IV
P	42,310	32,077	39,782	8,553
W	74,476	73,325	75,027	74,668
Θ_o	384,0	280,0	428,5	375,1
Θ_n	322,4	346,6	361,0	359,8
Θ	25,70° C.	18,99	29,17	28,91
$\Delta\Theta$	5,25	2,98	5,61	1,19
S	0,360	0,359	0,363	0,359

Mittel $S = 0{,}360$

NH_4ONO_5					
	I	II	III	IV	V
P	37,188	32,070	24,870	25,936	21,804
W	74,518	74,748	74.914	74,831	75,415
Θ_o	396,9	401,8	407,7	403,9	446,6
Θ_n	331,5	343,5	360,2	353,1	399,0
Θ	26,47	27,56	29,10	28,44	32,48
$\Delta\Theta$	5,59	4,92	3,88	4,23	3,88
S	0,423	0,415	0,403	0,429	0,413

Mittel $S = 0{,}417$.

Durch mehrere Probeversuche mit Kalkspath ergab sich, daß diese Resultate im Mittel immer um 4½ Pct. zu klein ausfielen [1]). Bringt man dies hier in Rechnung, so erhält man für beide Substanzen die Werthe 0·377 und 0·436.

1) Wahrscheinlich rührt der Fehler von dem Umstande her, daß der Quecksilberfaden feiner Thermometer beim Sinken in Folge der Reibung etwas zurückbleibt, was hier eine Verkleinerung des $\Delta\Theta$ zur Folge hat.

Zusammenstellung der Resultate und Schlussfolgerungen.

Die vorliegend mitgetheilten Zahlen ordnen sich in folgender Weise:

	NH_4Cl	$N_2H_4\Theta_3$	
Werthe, welche bei 100° erhalten wurden, und in Folge bereits eingetretener Erweichung als zu groß zu betrachten sind:	0·405 0·401 0·404 0·403	0·507 0·509 0·506 0·507	(*A*)
Werthe, welche bei niederer Temperatur aber durch weniger genaues Verfahren gewonnen wurden. Durch Controlversuche mit Kalkspath zeigten sich dieselben um 1/7·44 zu groß	0·426 0·443 0·454 0·441	0·476 0·492 0·495 0·488	(*B*)
und geben durch eine diesbezügliche Correction die Werthe:	0·381	0·422	(*C*)
Werthe erhalten beim Erhitzen auf 44° C. nach verläßlicher Methode:	0·374 0·383 0·383 0·379 0·380	—	(*D*)
Werthe erhalten durch Abkühlen auf 0°, welche sich durch Probeversuche mit Kalkspath um 4·5% zu klein ergaben:	0·360 0·359 0·363 0·359 0·360	0·423 0·415 0·403 0·429 0·413 0·417	(*E*)
Darnach corrigirte Werthe:	0·377	0·436	(*F*)

Um aus diesen Daten die wahrscheinlichsten Werthe zu gewinnen, verwerfe ich die unter (*A*) angeführten wegen zu hoher Temperatur, nehme statt der unter (*B*) und (*E*) die durch Controlversuche corrigirten Werthe unter (*C*) und (*F*), nebst dem ver-

läßlichen Werthe unter (*D*) und berechne aus diesen das arithmetische Mittel:

NH_4Cl	$N_2H_4\Theta_3$
0·381	
0·380	0·422
0·377	0·436
0·379	0·429

Mit Weglassung der unsicheren dritten Decimale hätte man also als wahrscheinlichste Werthe für die Wärmacapacität des Salmiaks: 0·38, des salpetersauren Ammoniaks: 0·43.

Berechnet man daraus die Atomwärme so findet man für

	NH_4Cl	$N_2H_4\Theta_3$
Atomgewicht	53·5	80
Specifische Wärme	0·38	0·43
Atomwärme	20·33	34·40

Setzt man die Atomwärme von H = 2·3, von Θ = 4, von Cl = 6·4, so hat man:

Atomwärme von	H_4 = 9·2	H_4 = 9·2
„ „	Cl = 6·4	Θ_3 = 12·0
Summe . .	15·6	21·2

Daraus ergibt sich durch Subtraction

die Atomwärme des . . . . . . N = 4·73 13·2/2 = 6·6.

Wie man sieht, differiren diese beiden Werthe beträchtlich.

Ihr Mittel gäbe den Werth 5·665.

Setzt man diesen ein, indem man rückwärts daraus die specifische Wärme der beiden untersuchten Substanzen ableitet, so erhält man für NH_4Cl 0·397, für $N_2H_4\Theta_3$ 0·407.

Der erste Werth übersteigt den der sämmtlichen der genauen Bestimmungen und nähert sich den bei 100° gefundenen Zahlen; der zweite Werth sinkt unter die Grenze der Versuchsresultate, indem nur ein einziger, durch die Controlversuche mit Kalkspath sicher als zu klein erkannter Werth noch ein wenig niedriger ausfiel (nämlich 0·403).

Daraus wäre der Schluß zu ziehen:

Die Abweichungen der berechneten und beobachteten specifischen Wärmen der untersuchten Stickstoffverbindungen sind durch die Versuchsfehler allein nicht zu erklären.

Durch dieses Resultat wird man sich aber nicht verleiten lassen, das Kopp'sche Gesetz gänzlich zu verwerfen; vielmehr wird man seine Giltigkeit ebenso, wie z. B. die des Gay Lussac'schen oder Mariott'schen trotz der Ausnahmen anerkennen, und annehmen, daß die Abweichungen daher rühren, daß außer der Temperaturerhöhung noch andere innere Arbeit durch die zugeführte Wärme verrichtet wird, wodurch die scheinbare Wärmecapacität beim salpetersauren Ammoniak rascher erhöht wird, als beim Salmiak.

Diese Annahme stimmt damit überein, daß sich ersterer Körper dem Schmelz- und Zersetzungspunkte näher, also in einem verhältnißmäßig anderen molecularen Zustande befindet als letzterer. NH_4Cl zwischen 20° und 100° untersucht, gibt für die Atomwärme des N nahezu dieselbe Zahl wie eine Untersuchung des $N_2H_4\Theta_3$ zwischen 0° und 30° Cels. Genügend weit vom Schmelz- und Dissociationspunkte entfernt würden beide Körper wahrscheinlich auch bei derselben Temperatur identische Resultate liefern.

VIII. SITZUNG VOM 17. MÄRZ 1870.

Herr Dr. V. Graber, Lehrer der Naturgeschichte am II. Staats-Gymnasium in Graz, übersendet eine Abhandlung, betitelt: „Die Ähnlichkeit im Baue der äußeren weiblichen Geschlechtsorgane bei den Locustiden und Akridiern auf Grund ihrer Entwicklungsgeschichte.“

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annalen der Chemie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXVII, Heft 2; VII. Supplementband, 2. Heft. Leipzig & Heidelberg, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1795—1796. (Bd. 75, 19—20.) Altona, 1870; 4°.

Bonnafont, Mémoire sur quelques phénomènes nerveux sympathiques. — Observation d'un cas de surdité complète à l'oreille gauche. — Histoire de deux têtes d'Arabes décapités. — Sur les trombes de mer et sur une nouvelle théorie de ce phénomène. (Etraits de l'Union médicale.) 4°.

Bonsdorff, E. J., Kritik der allgemein angenommenen Deutung der *Furcula* bei den Vögeln. (Aus den Acten der wissenschaftl. Ges. zu Helsingfors.) Helsingfors, 1869; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nr. 9. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIX° Année. 3° Série. Tome VI, 11° Livraison. Paris, 1870; 8°.

Gesellschaft, physikalisch-ökonomische, zu Königsberg: Geologische Karte der Provinz Preußen. Blatt 2 & 7. Folio.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg., Nr. 11. Wien, 1870; 8°.

Green, J. Y., A descriptive Catalogue of Medical & Scientific Books. Newport, 1869; 8°.

Hirsch, A., et E. Plantamour, Nivellement de précision de la Suisse. 2e Livraison. Genève & Bale, 1868; 4o.

Jahres-Bericht des k. k. Ober-Gymnasiums zu Leitmeritz für das Schuljahr 1869. Leitmeritz; 4o.

Journal für praktische Chemie. Gegründet von Otto Linné Erdmann, herausgegeben und redigirt von Hermann Kolbe. Neue Folge. Band I, 1. Heft. Leipzig, 1870; 8o.

Königsberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1869. 4o & 8o.

Krafft, Guido, Die normale und anormale Metamorphose der Maispflanze. Wien, 1870; 8o.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 10. Wien; 8o.

Leymerie, A., Catalogue des travaux géologiques et minéralogiques jusqu'en 1870. Paris & Toulouse, 1869; 8o.

Lotos. XX. Jahrgang. Februar 1870. Prag; 8o.

Marignac, C., De l'influence de l'eau sur les doubles décompositions salines et sur les effets thermiques qui les accompagnent. 8o.

Nature. Vol. I, Nr. 19. London, 1870; 4o.

Plaseller, J., *Compendium Stenographiae latinae, secundum systema Gabelsbergeri. Oeniponte, 1868; 8o.*

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nr. 15. Paris & Bruxelles, 1870; 4o.

Santini, Giovanni. Compendiata esposizione del modo più vantaggioso di risolvere una serie di equazioni lineari etc. Venezia, 1869; 4o.

Société Batave de Philosophie expérimentale de Rotterdam: Programme. 1869. — Gedachtnisviering van het honderdjarig bestaan. 1769—1869. Feestrede door Dr. K. M. Giltay. Rotterdam, 1869; 4o.

Staring, W. C. H., Geologische Kart van Nederland. Folio.

Troschel, F. H., Das Gebiß der Schnecken. II. Band, 3. Lieferung. Berlin, 1869; 4o.

Verein, naturwissenschaftlicher, von Neu-Pommern und Rügen: Mittheilungen. I. Jahrgang. Berlin, 1869; 8o.

Vimercati, Guido, Revista scientifico-industriale del 1869. Anno I. Firenze, 1869; 12°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 17—18. Wien, 1870; 4°.

Zantedeschi, Fr., Emploi de l'armature externe du câble sous-marin pendant que l'armature interne du conducteur isolé transmet la dépêche télégraphique. Padoue, 1869; 8°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XIII. Jahrgang. N. F. VI. Band, 4. & 5. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

IX. SITZUNG VOM 24. MÄRZ 1870.

Herr Director J. Stephan übergibt eine vorläufige, für den „Anzeiger" bestimmte Mittheilung: „Über eine neue experimentelle Methode, die Bewegung tönender Luftsäulen zu analysiren", von den Herren A. Toepler und L. Boltzmann in Graz.

Derselbe überreicht ferner eine Mittheilung über einige Versuche „über die Erregung longitudinaler Schwingungen durch transversale".

Herr Dr. A. Boué überreicht eine Abhandlung: „Über Anhäufungen erratischer Blöcke im Flötz und tertiären Sandsteinen oder Conglomeraten".

Herr Hofrath Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Über die physiologische Bedeutung der theilweisen Zerlegung der Fette im Dünndarm".

Herr Dr. S. Stern übergibt eine Abhandlung: „Über die Resonanz der Luft im freien Raume, ein Beitrag zur Theorie des Schalles".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrgang, Nr. 6. Wien, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1797 (Bd. 75, 21). Altona, 1870; 4°.

Beobachtungen, Schweizerische meteorologische. März—Mai 1869. 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXVII°, Nr. 146. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1870; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nr. 10. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIXe Année. 3e Série. Tome VI, 12e Livraison. Paris, 1870; 8°.

Gelehrten-Verein, südslavischer, zu Belgrad: Glasnik. XXV. & XXVI. Band. Belgrad, 1869; 8°.

Gesellschaft, Physikalische, zu Berlin: Die Fortschritte der Physik im Jahre 1866. XXII. Jahrgang. Berlin, 1869; 8°.

— zoolog.- botan., in Wien: Verhandlungen. XIX. Band. Wien, 1869; 8°. — Hasskarl, C., *Commelinaceae Indicae, imprimis Archipelagi Indici. Vindobonae, 1870; 8°.*

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg. Nr. 12. Wien, 1870. 8°.

Jena, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Halbjahre 1869. 4° & 8°.

Königsberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1869. 4° & 8°.

Landbote, Der steirische. 3. Jahrgang, Nr. 6. Graz, 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 11. Wien; 8°.

Mittheilungen des k. k. technischen und administrativen Militär-Comité über Gegenstände des Artillerie- und Génie-Wesens. Jahrgang 1870. I. Heft. Wien; 8°.

Nature. Vol. I, Nr. 20. London, 1870; 4°.

Observatoire Physique Central de Russie: Repertorium für Meteorologie. Band I, Heft 1. Petersburg, 1869; 4°. — Vorschläge, betreffend die Reorganisation des meteorologischen Beobachtungssystemes in Rußland. 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nr. 16. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Verein, königl. ungar. naturwissenschaftlicher, zu Pest: Közlöny. I. Kötet, 1—9. Füzet. Pest, 1869; 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 19. Wien, 1870; 4°.

Zantedeschi, Cav. Fr., Anno quarto, delle oscillazioni colorifiche orarie, diurne, mensili ed annue del 1867. 8°.

Über die Resonanz der Luft im freien Raume.

Von Dr. Stern,
Privat-Docent an der medicinischen Facultät.

(Mit 2 Holzschnitten.)

Aus den experimentellen Thatsachen, die in den „Beiträgen zur Theorie des gemeinen Schalles“ mitgetheilt wurden, ergeben sich einige höchst wichtige Schlüsse bezüglich der Gesetze des Schalles überhaupt, Schlüsse, deren Consequenzen nicht bloß theoretischen, sondern auch allgemein praktischen Werth haben.

Aller durch das Zusammenstoßen fester Körper erzeugte Schall läßt sich als aus zwei verschiedenen subjectiven Empfindungen zusammengesetzt constatiren, was allerdings am leichtesten bei Kugeln geschehen kann. Den subjectiven Empfindungen müssen wohl auch objective Vorgänge entsprechen, es müssen also die Schallschwingungen, die beim Zusammenstoß fester Körper entstehen, zwei von einander verschiedene Systeme bilden, und es entsteht nun die Frage, ob diese verschiedenen Wellensysteme schon im festen Körper als solche vorgebildet sind? Es ist immerhin denkbar, daß dies der Fall wäre, daß z. B. bei Kugeln die Oberflächenschichte in anderer Weise schwinge, als die innere Masse, während es kaum annehmbar erscheint, dass die Schwingungsform in der ganzen Masse gleich und derart zusammengesetzt sei, dass sie durch das Gehör in ähnlicher Weise, wie Klänge in Partialtöne, aufgelöst werde in zwei verschiedene Empfindungen; diese Annahme ist, wie gesagt, wegen der principiellen Verschiedenheit beider subjectiven Empfindungen kaum annehmbar. Unter Wasser entfällt der zweite Schalleindruck, und wird durch einen notorisch von der Gefäßwand ausgehenden neuen ersetzt. War dieser zweite Schalleindruck von der Oberflächenschichte der Kugeln gebildet, so müßte man annehmen, daß in dem dichtern Medium diese Schwingungen überhaupt nicht zu Stande kommen können, und daß deßhalb der zweite Schalleindruck wegfällt; war er nur durch die Auflösung einer zu-

sammengesetzten Schwingungsform der ganzen Masse entstanden, so mußte die zusammengesetzte Schwingungsform in dem dichtern Medium in eine einfache übergegangen sein, und dies bei Stoffen von der verschiedensten Dichte und Elasticität in gleicher Weise, was jedenfalls höchst auffallend und räthselhaft wäre. In beiden Fällen können nur die verschiedene Dichte und Elasticität des Wassers, nicht aber seine Masse eine solche Umänderung in den Schwingungen des festen Körpers zu Stande bringen, es müßte mithin der Schall schon, wenn die festen Körper $1/2'''$ unter Wasser sind, dieselbe Einfachheit aufweisen, wie in größerer Tiefe, nur die Intensität könnte durch die größere Tiefe verändert sein. Dies ist aber in Wirklichkeit nicht der Fall; bis zu einer Tiefe von 1—2'' bleibt der Schalleindruck dem in der Luft mehr weniger ähnlich und wird erst bei größerer Tiefe einfach, ferner wird eine Differenz in der Intensität dieses einfachen Schalles nur bei größeren Differenzen (4—5'') in der Tiefe bemerkbar. Dieser Sachverhalt läßt nun die Annahme, daß die beiden Schallempfindungen entsprechenden Schwingungen bereits im festen Körper vorgebildet seien, mindestens als unwahrscheinlich erscheinen.

Die Resonanz der Luft in begrenzten Hohlräumen erweist sich sowohl beim einfachen klopfenden Schall, als auch beim continuirlichen musikalischen Klang in demselben Sinne auffallend, wie der Schall fester Körper unter Wasser. Wenn man einen beiderseits offenen Cylinder auf eine beliebige Platte, die eine seiner Mündungen luftdicht schließt, stellt und die Platte durch Klopfen schallend macht, so ist die Resonanz der Luft im Cylinder so laut, daß man den ursprünglichen Schall der Platte daneben fast gar nicht hört, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man einigemal die Platte allein schallend macht und sich die Qualität ihres Schalles merkt; ähnlich verhält es sich mit allerlei cylindrischen oder auch anders geformten Gefäßen aus starren Stoffen, z. B. Kaffee-, Theekannen etc., wenn man an dem Boden derselben klopft, so entsteht eine sehr laute Resonanz in ihrem Luftraum; in beiden Fällen verschwindet die Resonanz vollständig, wenn die zweite Mündung des Cylinders oder Gefäßes ebenfalls luftdicht geschlossen wird. Dies wäre allerdings gar nicht auffallend, denn es kann die Resonanz der eingeschlossenen Luft im Innern des Gefäßes eben so laut sein, als sie früher bei offenem Gefäß war, und nur durch die starren Wände des Gefäßes zurückgehalten werden von der äußern Luft. Es handelt sich mithin

darum, den Schall im Innern des Gefäßes zu behorchen, wenn dasselbe allenthalben geschlossen ist. Dazu braucht man bloß ein dünnes Kautschukrohr, sei es durch eine Seitenöffnung, wie sie am Abflußrohr der Kaffeekannen sich befindet, sei es durch eine künstlich in dem Deckel des Gefäßes ausgeschnittene kleine Öffnung luftdicht in den Hohlraum und dessen zweites Ende hörrohrartig in den äussern Gehörgang einzuführen. Durch ein solches Hörrohr hört man nun bei offenem Gefäße die Resonanz eben so laut oder noch lauter, als ohne Hörrohr; jedoch insofern verändert, als der Resonanz ein sehr schwacher musikalischer oder Metallklang anhängt, der um so deutlicher hervortritt, je länger der Hohlraum ist. Bei geschlossenem Gefäß aber hört man nur den ursprünglichen klopfenden Schall so wie von außen, und außerdem einen im Vergleich sowohl zur früheren Resonanz, als auch zum ursprünglichen Schall nur sehr schwachen Metallklang, dessen Höhe von der Form und dessen Stärke von der Größe des Luftraumes abhängt, der aber viel deutlicher ist, als jener beim offenen Gefäß; von einer Resonanz ist keine Spur vorhanden.

Ganz dasselbe zeigt sich aber auch, wenn man irgend eines der genannten Gefäße als Resonator für musikalische Klänge, etwa für Singtöne benützt. Gebraucht man ein Hörrohr in ähnlicher Weise wie früher, so kann man den Eigenton des Hohlraumes leicht finden, da er, wenn man mehrere Töne der Scala in denselben hineinsingt, am lautesten in's Ohr schmettert durch das Hörrohr. Hat man den entsprechenden Ton gefunden, so kann man ihn auch durch ein zweites weiteres Kautschukrohr in den Luftraum hineinleiten, die Resonanz ist ganz dieselbe wie früher. Setzt man aber einen Deckel auf das Gefäß, durch welchen beide Kautschukröhren luftdicht durchgehen, und leitet denselben Ton wieder durch das Rohr, so ist von einer Resonanz keine Spur mehr vorhanden. Die Stimme bleibt wohl wesentlich stärker, als sie von außen gehört wird, aber nicht so wie bei offenem Gefäß: die Verstärkung kömmt allen Tönen fast gleichmäßig zu, wie wenn die Stimme direct aus dem Rohr in den äußern Gehörgang geleitet wird. Es ist nun die Frage, warum die Resonanz, so wie der Luftraum, von der äußern Luft ganz abgesperrt ist, sich so auffallend verändert? Es wird gegenwärtig bekanntlich die Neubildung des Resonanzschalles ausschließlich in den begrenzten Luftraum hineinverlegt; dieser Annahme zufolge müßte der Schall im

Innern vollständig geschlossener Gefäße von gleicher Qualität und eher lauter sein, als bei theilweise offenen, und es müßten bloß Höhendifferenzen zwischen beiden bestehen. Da dies nun aber nicht der Fall ist, so ist wohl abermals die Annahme, daß die dem Resonanzschall zu Grunde liegenden Schallschwingungen bloß von dem begrenzten Luftraume neugebildet werden, in hohem Grade zweifelhaft.

Wenn nun aber der Schall, der von festen Körpern auszugehen scheint, wahrscheinlicherweise nicht in diesen allein gebildet wird, wenn die Resonanz in begrenzten Lufträumen auch nicht in diesen allein zu Stande kommen soll, dann kann es wohl nur die mit beiden genannten Schallquellen in Contact stehende freie Luft sein, die sich an dem Gesammtschall in wesentlichem Grade betheiligt. Beide Erscheinungsreihen stehen dann einander vollkommen parallel; bei festen Körpern ist nur das erste schwache, nur unter besonders günstigen Umständen hörbare Schallmoment dem festen Körper selbst angehörig, und dieses Schallmoment regt in der umgebenden Luft den viel lautern zweiten Schall an und fällt naturgemäß unter Wasser weg, so wie dessen Schichte zu groß wird, um die ursprünglichen Schwingungen noch in hinreichender Stärke an die Luft zu übertragen. Bei begrenzten Lufträumen ist der ihnen eigene Schall ebenfalls nur sehr schwach, durch ein Hörrohr aus dem Innern vernehmbar und dies auch nur, wenn der ursprüngliche Schall ein klopfender, also sehr kurz ist; bei einem Sington hingegen auch durch ein Hörrohr nicht erkennbar; dieser schwache neugebildete Schall regt aber durch Übertragung auf die äußere Luft in dieser einen lauten neuen Schall an, der seinerseits selbstverständlich sich nach allen Richtungen, also auch in den Hohlraum hinein, fortpflanzt, mithin auf dessen ursprünglichen Schall in bestimmter Weise zurückwirkt.

Der Satz, daß Schallschwingungen irgend eines Körpers, wenn sie auf die Luft im umbegränzten Raume übertragen werden, in dieser ein ganz neues System von Schall gebenden Schwingungen anregen, ergibt sich aus den angeführten Erscheinungen mit einem gewissen Grade von Wahrscheinlichkeit. Das Verhalten des Schalles fester Körper in der Luft in der Nähe von reflectirenden Oberflächen ist nun aber ein Moment, welches die Wahrscheinlichkeit des angeführten Satzes bis zu jenem Grade steigert, der der Mehrzahl allgemein acceptirter physikalischer Sätze überhaupt zukömmt. Es ändert sich nämlich der Schall von beliebigen Platten bei ihrer Annäherung

an die reflectirende Wand unter sonst unveränderten Bedingungen in so auffälliger Weise, daß seine Abhängigkeit von der zwischen Platte und Wand befindlichen Luft außer allen Zweifel gestellt erscheint. Der Schall wird bei einer bestimmten Entfernung der Platte von der Wand am tiefsten und intensivsten, bei der Annäherung um so schwächer und höher, je näher beide einander, bei der Entfernung ohne Rücksicht auf den Grad derselben etwas schwächer und höher; zu bemerken ist, daß bei allen Höhen- und Intensitätsveränderungen die Farbe des Schalles immer gleich bleibt. Es trifft diese Veränderung aber bloß den sogenannten zweiten Schall, während die gleichzeitig hörbaren Klänge ganz unverändert bleiben, was am leichtesten bei Stein- und Metallplatten, übrigens bei einiger Aufmerksamkeit auch bei Holzplatten zu erkennen ist. Es könnte diese Erscheinung auf den ersten Blick als ein Interferenzphänomen betrachtet werden, als würde sich der reflectirte Schall mit dem ursprünglichen interferiren. Bei genauerer Erwägung kann aber diese Annahme nicht aufrecht erhalten bleiben, und zwar einerseits aus dem ganz wichtigen Grunde, weil dabei die Klänge sich in gleicher Weise ändern müßten, was notorisch nicht geschieht, andererseits aber, weil jede Interferenz von der Phasendifferenz der zusammentreffenden Wellen abhängt, mithin bei ganz langsamem Annähern der Platte an die Wand der Schall abwechselnd stärker und schwächer, tiefer und höher werden müßte, was abermals notorisch nicht der Fall ist, da der Schall ganz gleichmäßig der Entfernung, d. i. der Länge der Luftsäule zwischen den zwei Ebenen proportional schwächer und höher wird. Eben so wenig läßt sich die Annahme aufrecht halten, daß die Reflexion von einer Fläche schon hinreiche, um die Luft in ähnlicher Weise wie das bei Pfeifen geschieht, schallend zu machen, weil ja die Schallfarbe ganz dieselbe bleibt, als wenn gar keine Reflexion vorhanden ist. Das Phänomen ist aber höchst natürlich, wenn der zweite Schall nur in der Luft gebildet wird, dann muß seine Höhe und Stärke offenbar auch von der Länge der Säule abhängen; dann ist es begreiflich, daß in einer bestimmten Entfernung der reflectirenden Wand der Schall durch die Reflexion tiefer wird, und daß eben durch die Wirkung der Reflexion der Schall auch bei der kleinsten Entfernung der beiden Ebenen von einander noch nicht so hoch ist, als man der Kürze der Luftsäule entsprechend vermuthen könnte. Diese Erscheinung widerlegt zugleich auch die etwaige Vermuthung,

als würde der zweite Schall fester Körper im freien Raume durch Reflexion vielleicht von der Bodenfläche, mithin als eine Art Nachhall zu Stande kommen.

Da nun das angeführte Phänomen durchaus nicht subtil, sondern so greifbar deutlich, einfach und leicht controlirbar ist, wie nur irgend ein allgemein bekanntes Phänomen, da das Phänomen bei der sorgfältigsten Erwägung auf gar keinen andern Grund bezogen werden kann, als auf den oben angedeuteten, so läßt sich wohl die Giltigkeit des oben aufgestellten Satzes kaum durch irgend einen berechtigten Einwand anfechten, und zwar um so weniger, je größer die Zahl anderer Erscheinungen ist, die noch auf denselben hindeutet, und je mehr er mit allen bekannten physikalischen Gesetzen selbst auf deductivem Wege in Einklang gebracht werden kann. Diesem Satze zufolge ist nun der weitaus lautere und gewöhnlich allein percipirte zweite Schall fester Körper, eben so wie der laute Resonanzschall von allerlei begrenzten Lufträumen, der diese umgebenden Luft angehörig, mithin als Resonanz des unbegrenzten Luftraumes aufzufassen.

Die Bedingungen des Resonanzschalles der unbegrenzten Luft ergeben sich aus einer weitern Reihe von Thatsachen, die in der früher erwähnten Abhandlung mitgetheilt sind. Was feste Körper anbelangt, so geben weiche Stoffe, Blei, Kork, Kautschukkugeln, nur Spuren von Luftresonanz, Holz einen tiefern lautern Resonanzschall als Metall, und Stein. Platten geben bei transversalem Stoß einen viel lautern tiefern Resonanzschall, hingegen einen schwächern ersten Schall als bei longitudinalem; Holzplatten überdies einen lautern tiefern als Stein- und Metallplatten, dünnere einen lautern als dickere, während letztere einen lautern ersten Schall hören lassen, größere ebenfalls einen lautern tiefern Resonanzschall als kleinere. Der Unterschied in der Schallstärke bei longitudinalem und transversalem Stoß ist bei Stein- und Metallplatten viel geringer als bei Holz. Bei Stäben ist der zweite Schall im Verhältniß zum ersten ganz besonders beim longitudinalen Stoß sehr schwach, bei transversalem Stoß in geringerem Grade aber doch schwächer als bei Platten, außerdem bei dünnern Stäben höher als bei dickern, der erste Schall wieder bei longitudinalem Stoß weitaus lauter als bei transversalem. Bei gleichem Kubikinhalt geben Stäbe und Platten einen fast gleich lauten ersten Schall, während

der zweite Schall der Platte jenen des Stabes an Stärke und Tiefe um so mehr überwiegt, je größer ihre Fläche, d. i. je dünner sie ist. Ob man es in allen diesen Fällen mit der Luftresonanz zu thun habe, erkennt man, wenn die betreffenden Körper unter Wasser oder auch wenn sie in unmittelbarer Nähe von reflectirenden Wänden schallend gemacht werden; unter Wasser fällt überall der zweite Schall weg oder geht in den der Gefäßwand über, was man durch Annäherung oder Entfernung von der Gefäßwand oder durch Benützung von Gefäßen aus verschiedenen Stoffen bei gleicher Größe deutlich erkennt, — der erste hingegen wird allenthalben lauter; in unmittelbarer Nähe von reflectirenden Wänden erleidet der laute Resonanzschall von Platten die bereits angegebene Veränderung, während der schwächere bei longitudinalem Stoß statt höher merklich tiefer wird. Es entsteht nun die Frage, warum der transversale Stoß, der kleinere Elasticitätscoëfficient, wie er dem Holze gegenüber von Stein und Metall zukommt, die Größe der Plattenhauptfläche den Resonanzschall lauter und tiefer, die Dicke der Platte hingegen ihn schwächer und höher macht, und was denn in all den angeführten Fällen das bestimmende Moment sei? Da läßt sich nun zunächst hervorheben, daß Stärke und Höhe des dem festen Körper eigenen Schalles für die Stärke und Höhe der Luftresonanz nicht allein maßgebend seien, es haben Metall und Stein einen lautern Eigenschall als Holz, wovon sich Jedermann ziemlich leicht überzeugen kann; der Eigenschall von Platten ist wesentlich lauter bei longitudinalem Stoß als bei transversalem, lauter bei dicken, als bei dünnen Platten; der Eigenschall von Stäben ist nicht in gar hohem Grade verschieden von dem gleich langer und dicker Platten, während der Resonanzschall der Luft gerade da schwächer wird, wo der Eigenschall lauter ist; bei Metall und Stein sowohl in Kugel- als auch in Platten- und Stabform, schwächer als bei Holz, bei longitudinalem Stoß schwächer als bei transversalem, im letzterem Falle bei dicken Platten schwächer als bei dünnen, hingegen bei Stäben der Resonanzschall viel weiter absteht bezüglich seiner Stärke von dem der Platten, als der Eigenschall. Ähnlich verhält es sich auch mit der Höhe, wenn diese auch viel schwieriger zu beurtheilen ist, so z. B. ist der Eigenschall von Stäben von ihrer Länge, der Resonanzschall hingegen von ihrer Dicke abhängig. Wenn nun der Resonanzschall bezüglich seiner Höhe und Intensität nicht von dem Eigenschall der

festen Körper allein abhängt, mithin für beide verschiedene Bedingungen bestehen, wenn aber trotzdem auch der Resonanzschall als schwingende Bewegung doch nur durch Bewegungen erzeugt sein kann, so drängt sich hier schon der Schluß mit einiger Wahrscheinlichkeit auf, daß bei schallenden festen Körpern neben jenen Schwingungselementen, die ihrem Eigenschalle zu Grunde liegen, auch solche bestehen können, die den Eigenschall entweder gar nicht oder nur in sehr geringem Maße constituiren, d. h. die den Gehörnerven unmittelbar gar nicht, oder nur wenig afficiren, die aber, auf die Luft übertragen, diese viel intensiver schallend machen, als die Schwingungselemente des Eigenschalles. Faßt man die Verschiedenheit der Bewegungsformen in all den angeführten Fällen in's Auge, so muß zunächst als Unterschied der Schwingung einer Platte bei gleich starkem longitudinalem und transversalem Stoße auffallen, daß in ersterem Falle nur longitudinale Schwingungen mit kleinen und zwar um so kleineren Amplituden, je dichter und härter der Stoff ist, bestehen können, während in letzterem Falle longitudinale Schwingungen nur bei dicken Platten in untergeordneter Weise, hauptsächlich aber transversale bestehen müssen mit wesentlich größern Amplituden, als die der longitudinalen ist, und zwar um so größern, je dünner und größer die Platte und je weicher der Stoff ist. Die Stärke des Resonanzschalles scheint somit in diesem Falle der Amplitude der ursprünglichen Schwingungen proportional zu sein.

Ein zweiter Unterschied der Bewegungsformen stellt sich zwischen Platten und Stäben heraus, da nämlich der Resonanzschall bezüglich seiner Stärke und Tiefe, der Größe der freien Fläche, während der Eigenschall eher dem Kubikinhalt des festen Körpers proportional ist, so hängt ersterer offenbar von der Anzahl der Berührungspunkte zwischen Luft und festem Körper ab.

Endlich ergibt sich noch ein dritter Unterschied in den Bewegungsformen aus der Verschiedenheit des Elasticitätscoëfficienten der weichen Stoffe, Kautschuk, Kork, Blei, gegenüber von Holz, Stein und Metall. Die Weichheit der Stoffe, die in einer leichten Verschiebbarkeit ihrer Molecüle im Innern besteht, bedingt offenbar, wenn dieselben in Schwingungen gerathen, eine längere Dauer der Einzelschwingungen bei gleicher Amplitude; da nun der Resonanzschall von einer bestimmten Grenze der Weichheit der Stoffe um so schwächer wird, je weicher sie sind, also je kleiner ihre Bewegungs-

geschwindigkeit, so ist eine bestimmte Geschwindigkeit der Schwingungen bei gegebener Amplitude ebenfalls eine der Bedingungen, von denen die Stärke der Resonanz abhängt. Faßt man das Resultat aus allen angeführten Erscheinungen zusammen, so ist die Stärke und Höhe des Resonanzschalles von der Amplitude und Dauer der ursprünglichen Schwingungen und der Anzahl der Berührungspunkte zwischen dem primär schallenden Körper und der Luft abhängig, und zwar ist die Stärke zur Schwingungsamplitude und Berührungsoberfläche in geradem, zur Schwingungsdauer in umgekehrtem Verhältniß, während die Höhe sich umgekehrt verhält, d. h. je kürzer die Schwingungsdauer, um so höher, je größer die Berührungsfläche, um so tiefer der Resonanzschall.

Was die durch den Schall begrenzter Lufträume angeregte Resonanz anbelangt, so ergeben sich ihre Bedingungen aus einer Reihe von Resonanzphänomenen, die theils durch klopfenden, theils durch continuirlichen Schall zu Stande kommen.

Die durch klopfenden Schall erzeugten Resonanzphänomene sind aber hier viel instructiver, weil der primäre Schall nur kurz und schwach ist, die Intensität seiner aufeinander folgenden Schwingungen so rasch abnimmt, daß man es gewissermaßen nur mit der ersten als einem einfachen Impuls zu thun hat, welchen die angeregte Resonanz überdauert, so daß Stärke und Höhe dieser Resonanz allein leichter beurtheilt werden kann, als beim continuirlichen Schall, bei dem die Resonanz anregenden Schwingungen eben so stark sind und eben so lange dauern, als die Resonanz selbst, so daß nur die Resultirende beider zur Wahrnehmung gelangt. Hat man irgend ein starrwandiges Gefäß von nahezu regelmäßiger sphäroidischer, ellipsoidischer etc. Form und beliebiger Öffnung, etwa eine Kanne, Krug, Lampenkugel etc. und erzeugt an ihrer Mündung durch Zusammenstoßen von Kugeln einen Schall, so hört man statt des gewöhnlichen zweiten Schalles einen ganz neuen. Dieser neue Schall ist nun, selbst wenn Kork- oder Kautschukkugeln gebraucht werden, nahezu so laut als bei Holzkugeln, hingegen bei Stein- und Metallkugeln wesentlich schwächer und kürzer; wenn Stein oder Metall mit Holz, Kork oder Kautschuk combinirt wird, so ist der neue Schall laut, wenn der weichere Stoff dem Hohlraum näher ist, hingegen sehr schwach, wenn der harte in der Nähe des Hohlraumes sich befindet. Der neue Schall ist überhaupt nur hörbar,

wenn die Kugeln in der Richtung der Längsaxe des Gefäßes an einander stoßen, ist kaum merklich, wenn sie der Queraxe parallel gegen einander sich bewegen. Nimmt man statt einer zweizölligen Kugel einen Stab von $^3/_4''$ Dicke, taucht ihn zum Theile in das Gefäß und stößt ihn longitudinal, so ist der neue Schall nur bei kurzen (6″) Stäben hörbar, um so lauter, je dicker der Stab, bei langen über 12″ nicht; stößt man den Stab transversal, so fehlt der neue Schall ganz. Wird das Gefäß in bedeutendem Maße größer, so schwindet der neue Schall in dem Grade, als die Größe zunimmt, bei Stäben früher als bei Kugeln und erscheint wieder, wenn auch die ursprünglich schallenden Körper im selben Maße größer werden. Die Höhe des neuen Schalles hängt in erster Linie von der Mündung des Gefäßes und seinem Volum ab, je kleiner die Mündung und je größer das Gefäß um so tiefer der Schall. Die Stärke desselben bleibt nur bis zu einer gewissen Grenze der Verengerung, proportional der Tiefe, bei noch weiter gehender Verengerung wird der Schall wohl noch tiefer, aber entschieden schwächer; außerdem wird aber noch der Schall um so höher, je weiter die festen Körper von der Mündung entfernt werden, und zwar nicht bloß deßhalb, als würde die Mündung durch die festen Körper zum Theile gedeckt; denn wenn man einen Stab oder eine schmale Platte longitudinal in ein Gefäß, welches außer dem regelmäßigen Hohlraum noch eine Art Hals hat, senkt, so ist der Schall je nach der Form des Gefäßes am tiefsten bei jener Länge des versenkten Stückes, die der Länge des Halses entspricht, und wird höher, so wie man das versenkte Stück zu heben beginnt, noch bevor das Ende im Querschnitt der Öffnung sich befindet. Ebenso wird der Schall höher bei dünnen Stäben als bei dicken, höher bei längern als bei kürzern von gleicher Dicke.

Will man aus all diesen Thatsachen die Bedingungen des Resonanzschalles erkennen, so muß man sich vergegenwärtigen, daß hier der Resonanzschall durch jene Schwingungen angeregt wird, welche die Luft im Innern des Hohlraumes ausführt; diese Schwingungen entstehen ihrerseits wieder aus denen des festen Körpers an der Mündung, und zwar in der Weise, daß die von dem letztern ausgehenden Wellen allseitig reflectirt werden, und nun ihre bewegende Kraft auf die in der Axe des Gefäßes befindlichen Massentheilchen von allen Seiten her übertragen. Die bewegende Kraft, die diese Massentheil-

chen trifft, muß mithin offenbar viel größer sein als jene, die sie ohne Reflexion getroffen hätte, die größere Kraft hat stärkere Verdichtung, und diese größern Amplituden und Geschwindigkeiten in den Excursionen der Massentheilchen nach jener Richtung, von der her kein Druck besteht, zur Folge. Es können mithin auch solche Schwingungen, die in freier Luft keine Resonanz erregen, wie z. B. die des Kautschuks, derart verstärkt werden, daß sie nun allerdings im Stande sind, auch in der freien Luft Resonanz zu erregen. Es ist klar, daß diese Schwingungen in der auf die Öffnung senkrechten Axe des Gefäßes caeteris paribus um so größere Amplituden haben werden, je größere Amplituden die vom festen Körper ausgehenden Schwingungen nach der Reflexion hatten, d. i. je weicher der in der Nähe des Hohlraumes befindliche elastische Körper ist, je näher derselbe der Gefäßmündung, je mehr die Hauptrichtung der primären Schwingungen der Gefäßaxe parallel werden und je günstiger das Verhältniß des Luftvolums zur bewegenden Kraft; sie werden ferner um so größere Amplituden haben, je größer die reflectirende Oberfläche im Verhältnisse zum Gesammtvolum des Luftraumes, d. i. je enger die Öffnung der Mündung ist, und je größer die Oberfläche, von der die primären Schwingungen ausgehen. Die Dauer der Einzelschwingung in der Gefäßaxe muß bei gleicher Amplitude der primären Schwingungen offenbar um so kleiner sein, je kleiner der Hohlraum ist, da die Verdichtungen und Verdünnungen in der Gefäßaxe, die durch jede einzelne von den Seitenwänden reflectirte Schwingung erzeugt werden, um so schneller aufeinander folgen müssen, je kürzer der Weg von den Wänden zur Axe und vom Gefäßboden zur Öffnung; bei gleichem Hohlraume ist die Schwingungsdauer in der Gefäßaxe um so kleiner, je kleiner die Amplitude der primären Schwingung im Verhältniß zur Größe des Raumes, aber nur von jener Grenze an, bei der die primäre Schwingung nach ihrem ersten Impuls auf die Luft im Hohlraume bereits für diese als erloschen zu betrachten ist; deßhalb die Resonanz höher, wenn der primär schallende Körper von der Gefäßmündung entfernt wird, oder wenn durch Erweiterung der Gefäßmündung die reflectirende Oberfläche und mit dieser der Druck auf die Theilchen in der Gefäßaxe verkleinert wird. Die Größe der Berührungsfläche zwischen äußerer und innerer Luft hängt selbstverständlich von der Mündung ab. Der Resonanzschall der äußern Luft ist nun um

so stärker und tiefer, je größer die Amplitude der ursprünglichen Schwingungen bei gleicher Schwingungsdauer, mithin bei gleich großen Gefäßen um so tiefer und stärker, je näher der feste Körper der Mündung, je weicher derselbe ist; bei ungleich großen Gefäßen ist die Luftresonanz bis zu einer gewissen Grenze um so stärker, je größer das Gefäß, jenseits dieser Grenze um so stärker, je größer die dem Hohlraume zugekehrte Fläche des schallenden Körpers. Hingegen hat die Größe der Mündung einen doppelten und zwar entgegengesetzten Einfluß auf den Resonanzschall, indem mit der Verengung der Öffnung bis zu einer gewissen Grenze der Resonanzschall stärker und tiefer, jenseits dieser Grenze aber schwächer und tiefer wird. Es lehrt mithin die Erfahrung durch die angeführten Thatsachen, daß die durch Hohlräume angeregte Resonanz der äußern Luft, wenigstens beim klopfenden Schall, ähnlichen Gesetzen entspricht, wie die durch feste Körper angeregte. Der Unterschied zwischen beiden besteht hauptsächlich erstens darin, daß die Amplitude der ursprünglichen Schwingung fester Körper die Höhe der Luftresonanz nicht nachweisbar, während sie die Höhe der Resonanz in Hohlräumen nachweisbar beeinflußt, da bei größerer Entfernung des festen Körpers vom Hohlraume so wie bei Vergrößerung seiner Mündung eben nur die Amplitude der in der Axe des Hohlraumes bestehenden Schwingungen verkleinert werden kann. Ein zweiter Unterschied zeigt sich in dem Einflusse der Berührungsoberfläche zwischen Luftraum und äußerer Luft, da dieser den Reflexschall um so tiefer werden läßt, je kleiner er ist, was bei festen Körpern umgekehrt ist. Auch dieser Unterschied läßt sich darauf zurückführen, daß die Berührungsoberfläche zwischen den beiden Medien im Allgemeinen auf die Höhe des Schalles weniger Einfluß hat, als die reflectirende Oberfläche; da mit der Verkleinerung der erstern die letztere gleichmäßig vergrößert wird, so überwiegt das Tieferwerden des Schalles. Es ergibt sich aber auch noch aus den angeführten Thatsachen, daß die Resonanz sich wesentlich verschieden verhält in der freien Luft und in begrenzten Lufträumen. Erstere ist in erster Linie von den primären Schwingungen und nur in zweiter Linie von der etwaigen Begrenzung der Luft abhängig, letztere hingegen, die erst durch Reflexion zu Stande kömmt, ist in erster Linie von der Form und Größe des Hohlraumes und erst in zweiter von den ursprünglichen Schwingungen abhängig.

Wirkt aber ein continuirlicher Schall statt des klopfenden auf irgend einen Hohlraum, dann ist wegen der Aufeinanderfolge einer größern Reihe von gleich starken Bewegungsimpulsen von außen her die Stärke der im Innern sich bildenden selbstständigen Schwingungen allerdings auch davon abhängig, ob die Dauer derselben mit der Dauer der äußern Impulse derart congruirt, daß sie sich gegenseitig nicht hemmen, was bekanntlich nur dann geschieht, wenn der anregende Schall gleiche oder ähnliche Höhe hat wie der Eigenschall des Gefäßes, während in jedem andern Falle die selbstständigen inneren Schwingungen je nach der Phasendifferenz zwischen ihnen und dem anregenden mehr oder weniger geschwächt, oder auch ganz aufgehoben werden, so daß in letzterem Falle die Hohlraumresonanz nur dieselbe ist wie die in freier Luft, während bei nicht ganz vollständiger Vernichtung der Resonanz der ursprüngliche Schall durch dieselbe etwas verstärkt wird und die Resultirende beider die Höhe des stärkern Bestandtheiles zeigt, was übrigens sowohl mit den Erscheinungen, die durch Berührung von schwingenden Stimmgabeln mit Platten von verschiedenen Stoffen und Dimensionen entstehen, als auch mit den theoretischen Deductionen Helmholz's (Crelle's Journal Bd. 57) übereinstimmt.

Alle in begränzten Lufträumen auf welche Art immer angeregten Klänge müssen dem bisherigen zufolge ebenfalls aus den genannten beiden Schallarten, deren einer im Innern der Hohlräume, deren zweiter außen als einfache Luftresonanz zu Stande kömmt, zusammengesetzt sein, nur daß hier der Resonanzschall auf den primären derart zurückwirkt, daß beide von gleicher Qualität sein müssen. Daß in der That alle bei den Zungen- und Labialpfeifen angeregten Klänge solche zusammengesetzte Schallphänomene seien und denselben Gesetzen unterliegen, zeigt die Betrachtung aller bezüglichen musikalischen Instrumente, bei denen Größe, Lage der Anblaseöffnung, Stärke der anregenden Impulse, Geräusche etc. ganz denselben Einfluß haben auf die Klänge, wie bei dem Resonanzschall der Hohlräume, und dürfte wohl die Ursache der so mangelhaften Übereinstimmung des mathematischen Calculs mit den experimentellen Thatsachen bei allen Pfeifen darin zu suchen sein, daß die active Theilnahme der äußern Luft an der Schallbildung gar nicht berücksichtigt wurde; eine Vermuthung, die um so wahrscheinlicher wird, als die Divergenz zwischen Theorie und

Experiment um so größer wird, je größer die Communicationsfläche zwischen innerer und äußerer Luft, bei offenen und weitern Pfeifen größer als bei gedeckten und engern. In ähnlicher Weise erklärt sich wohl auch ungezwungen die längst bekannte Thatsache, daß die Töne von Orgelpfeifen um so tiefer werden, ein je größerer Theil ihrer starren Wände durch dünne biegsame, nämlich Pergament, ersetzt wird und je feuchter das Pergament ist; es können nämlich solchen biegsamen dünnen Wänden die Schwingungen der eingeschlossenen Luft sich um so leichter mittheilen, je feuchter und dünner sie sind, welche mitgetheilten Schwingungen, wenn sie auch an und für sich nicht als Schall precipirt werden könnten, doch in der freien Luft einen um so tiefern Resonanzschall anregen, je größer das bezügliche Wandstück und je feuchter dasselbe ist.

Daß sich in der freien Luft aus einer übertragenen Schwingung ein ganzes System neuer mit erstern nicht immer isochroner bilden müsse, läßt sich aber auch durch eine bildliche Analyse der Bewegungsvorgänge aller betheiligten Massentheilchen veranschaulichen. Denkt man sich irgend einen festen Körper, z. B. eine Platte, in der Luft transversal schwingen, und vergleicht die in der Luft angeregten Schwingungen mit den anregenden, so fällt zunächst auf, daß die Abnahme der Anfangsgeschwindigkeit der schwingenden Theilchen in der Luft eine ganz andere ist, als im festen Körper. Ist z. B. *abc* etc. (Fig. 1) eine Punktreihe einer festen, dichten, transversal schwingenden Masse, ist *a* in Bewegung und *b* sein Nachbartheilchen, gelangt *a* in einer bestimmten Zeit bis *f*, so hat es sich von *b* um das Stück *fg* entfernt, wenn $ab = bg$, und ist *a* um den Winkel *abf* gegen *b* verschoben; wäre aber *c* das nächste Theilchen zu *a*, so wäre bei derselben Bewegung die absolute Entfernung $(ac = hc)$ *fh* bedeutend kleiner, eben so der Verschiebungswinkel *acf*. Die elastische Kraft, die zwischen *a* und *b* oder *a* und *c* bei transversaler Bewegung entsteht, ist aber nicht der absoluten Entfernung beider von einander, sondern der relativen, d. i. dem Verhältniß ihrer Entfernung in der Ruhelage zur absoluten, also im angeführten Beispiel dem Bruch $\frac{fg}{ab}$ oder $\frac{fh}{ac}$ proportional.

Fig. 1.

Es muß also die durch eine Bewegung von bestimmter Dauer wach gerufene elastische Kraft bei dichteren Medien, bei gleichem Elasticitätscoëfficienten und gleicher Bewegungsgeschwindigkeit größer sein, als bei dünneren. Die Verzögerung, die die Bewegung des *a* wenigstens in der ersten Zeit erleidet, ist mithin bei dichteren Medien caeteris paribus größer, als bei dünneren. Trifft nun der Stoß des bewegten festen Theilchens ein Lufttheilchen, so wird diesem die Anfangsgeschwindigkeit des festen Körpers mitgetheilt, es beginnt also seine Bewegung mit dieser Anfangsgeschwindigkeit. Da diese Geschwindigkeit in der weitaus dünneren Luftmasse nicht so schnell vermindert wird, als im festen Körper, so muß sich offenbar das Lufttheilchen von dem festen immer weiter entfernen, mithin zwischen beiden, selbst wenn ihre Excursion gleiche Dauer hätte, doch eine Verdünnung oder leerer Raum zu Stande kommen, in die die seitlichen Lufttheilchen hineingedrängt werden müssen. Ist aber die Excursion des Lufttheilchens auch noch von längerer Dauer, als die des festen Körpers, so werden während der ersteren die letzteren sich mehrmals wiederholen. Um nun die Wirkung des momentanen Impulses auf die Luft zu beurtheilen, muß berücksichtigt werden, daß die Molecule derselben in der Gleichgewichtslage innerhalb einer geringen Höhe nothwendigerweise in ganz gleicher Entfernung von einander sein müssen. Denkt man sich diese Molecule als einfache Punkte, so müssen um jeden Punkt herum in jeder Fläche des Raumes kleinere und größere Sechsecke gebildet werden von den angrenzenden Theilchen, und es würden sich die verschiedenen Flächen nur durch den größeren und kleineren Abstand der Punkte von einander unterscheiden. Wird nun irgend ein Punkt durch einen momentanen Impuls in Bewegung gesetzt, so kann die Richtung dieser Bewegung im Allgemeinen durch einen Punkt des kleinsten Sechseckes, oder irgendwo zwischen zwei solchen Punkten durchgehen. Faßt man die Einwirkung eines jeden Punktes bloß auf jene zunächst liegenden, die in einer beliebigen durch die Bewegungsrichtung zu legenden Fläche sich befinden, in's Auge, theilt die Zeit in solche Einheiten, welche die Dauer der Fortpflanzung jedes Impulses zu den nächstgelegenen Punkten ausdrücken, und construirt die Verschiebungen aller Punkte während einer Reihe solcher Zeiteinheiten in einer Fläche, so lassen sich folgende Sätze für die allgemeine Form der Bewegungen constatiren:

Die Verschiebungen aller dem erst bewegten Punkt zunächst liegenden sind sowohl ihrer Richtung, als auch ihrer Größe, Dauer und Zusammensetzung nach höchst verschieden.

Der erst bewegte Punkt muß sich einigen der nächstliegenden nähern, von anderen sich entfernen. Die Annäherung ist am größten an die in die Bewegungsrichtung fallenden, an die seitlich von dieser Richtung gelegenen ist sie um so geringer, einen je größeren Winkel ihre Verbindungslinie mit dem erst bewegten Punkt mit der Bewegungsrichtung einschließt. Der Annäherung entspricht auch die Geschwindigkeit, mit der die Verschiebung vor sich geht, während die Richtung der Verschiebung eines jeden Punktes in die Richtung der Verbindungslinie der beiden Punkte fällt. Die von der Bewegungsrichtung seitlich gelegenen Punkte müssen sonach nach außen verschoben werden, aber nur so lange, bis der erst bewegte seine größte Annäherung an dieselben erreicht hat; bewegt er sich auch nachher noch in der ursprünglichen Richtung weiter, so muß er sich von ihnen wieder entfernen, es müssen die seitlich gelegenen Punkte umkehren, und einwärts gegen die Bewegungsrichtung des ersteren rücken, wobei die an entgegengesetzten Seiten liegenden gegen einander stoßen müssen. Die seitlich gelegenen Punkte müssen sonach, wenn die Excursion des ersten Punktes eine gewisse Dauer hat, in transversale Schwingungen gerathen, deren Dauer nur in zweiter Linie abhängig ist von der Dauer der Excursion, in erster Linie von der Größe ihres Abstandes von einander. Jene nächst gelegenen Punkte, von denen der erst bewegte gleich im Beginne seiner Bewegung sich entfernt, müssen natürlich gleich im Beginne nach einwärts gedrängt werden und in ähnliche transversale Schwingungen gerathen.

Da jede Verschiebung eines jeden Punktes für alle nächst angrenzenden einen Bewegungsimpuls abgibt, und zwar nicht bloß für die in Ruhe befindlichen, sondern auch für die bereits bewegten, so müssen alle Bewegungsbahnen nach jeder Zeiteinheit ihre im ersten Moment geradlinige Richtung mehr weniger ändern; je länger somit die Excursion des erst bewegten Theilchens dauert, oder je größer seine Anfangsgeschwindigkeit war, eine um so größere Anzahl neuer Massentheilchen muß während der Excursion verschoben werden und neue Bewegungsimpulse abgeben, mithin müssen auch sämmtliche Bahnen um so zusammengesetzter ausfallen; ihre ein-

zelnen geradlinigen Elemente müssen um so größer sein, je größer die Verhältnißzahl zwischen der ursprünglichen Bewegungs- und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Der Unterschied, der für die Verschiebungen der einzelnen Punkte daraus erwächst, daß die erste Bewegungsrichtung eine verschiedene sein kann, besteht nur darin, daß bei jeder neuen Richtung die an den erst bewegten Punkt symmetrisch angrenzenden anderen in eine andere durch die Bewegungsrichtung zu legende Fläche fallen, während die in alle andern möglichen Flächen fallenden Punkte dann unsymmetrisch um die Bewegungsrichtung zu liegen kommen. Es resultirt daraus bloß der Unterschied, daß die Mittheilung des Bewegungsimpulses an die näher gelegenen Punkte intensiver ist, als an die ferneren. Denkt man sich statt eines Punktes mehrere, sei es in linearer, sei es in flächenhafter Ausdehnung in gleicher Richtung gleichzeitig in Bewegung gesetzt, und construirt in ähnlicher Weise die Verschiebungen der nächst gelegenen Punkte, so zeigt es sich, daß die Verschiebung nach den Seiten im ersten Moment nur an der Peripherie möglich ist, während im Inneren der Fläche alle Verschiebungen in der ersten Bewegungsrichtung erfolgen. Die Folge davon ist, daß die Annäherung der erst bewegten Theilchen an alle angrenzenden im ersten Moment viel bedeutender ist, als wenn die Verschiebungen auch nach den Seiten stattfinden können. Mit jeder neuen Zeiteinheit pflanzt sich aber das seitliche Ausweichen von der Peripherie nach einwärts fort, so daß die Bahnen aller Punkte allmählich aus der geradlinigen in die krummlinige übergehen. Die Ungleichheit der Verdichtung der Masse, die durch die überwiegende Annäherung der erst bewegten Massentheilchen an die in die Bewegungsrichtung fallenden zu Stande kam, gleicht sich durch allmäliges Ausweichen aller Bahnen nach den Seiten hin um so später aus, je größer die Fläche der zuerst bewegten Massentheilchen ist.

Wiederholen sich die Impulse, durch welche die erste Bewegung gesetzt wurde, in gleicher Richtung, wie das bei der transversalen Schwingung von Platten geschieht, so wird die Ausbreitung des ersten Impulses wohl unverändert vor sich gehen, aber die Wirkung desselben durch die nachfolgenden wesentlich modificirt werden, und zwar muß die Wirkung der Wiederholungen hauptsächlich davon abhängen, in welcher Zeit dieselben stattfinden.



Treten sie noch während der Vorwärtsbewegung der zuerst verschobenen Theilchen auf, so werden diese von ihnen gar nicht oder nur zum Theile getroffen, dagegen fallen die von den Seiten her an ihre Stelle gedrängten Theilchen mehr oder weniger in den Wirkungskreis des neuen Impulses; es muß mithin ihre Bewegungsrichtung, die ursprünglich mehr ein- und nur wenig auch aufwärts gerichtet war, überwiegend nach aufwärts gerichtet sein, so daß durch die Vermittlung der von den Seiten eingetretenen Theilchen der neue Impuls doch auch auf die erst bewegten übergeht und deren Geschwindigkeit vergrößert. Es hat mithin die Wiederholung des Impulses im Allgemeinen eine ähnliche Wirkung, als wäre der erste stärker gewesen. Durch das Eintreten der seitlichen Massentheilchen in den Wirkungskreis des ersten Impulses muß aber eine Verdichtung der Masse aufwärts vom Impulse sich ausbilden, durch die das Nachrücken der seitlichen Massentheilchen immer mehr verlangsamt wird. Diese Verdichtung wird bei gleicher Fortpflanzungs- und Bewegungsgeschwindigkeit ihr Maximum um so später erreichen, je weiter die ursprünglich ruhenden seitlichen Theilchen von einander abstehen d. i. je größer die Zahl der zuerst bewegten, oder in concreto je größer die Plattenfläche. Da mit dieser Verdichtung einerseits eine Verlangsamung der Vorwärtsbewegung und eventuell eine Beschleunigung der Rückwärtsbewegung erfolgt, so muß nach einer bestimmten Zeit die Geschwindigkeit des aufwärts gedrängten Lufttheilchens mit der der anregenden Schwingung zugleich erlöschen, und ersteres mit der Umkehr des letzteren auch abwärts gehen. In diesem Moment müssen auch die von den Seiten hergeschobenen Massentheilchen, deren Vorwärtsbewegung schon mit der Verdichtung der nach aufwärts gedrängten verlangsamt wurde, einen Impuls zurück nach außen erhalten, dem sie um so leichter folgen, je geringer bereits die Geschwindigkeit ihrer Vorwärtsbewegung in Folge der allmäligen Verdichtung, und je dünner die Masse nach außen geworden.

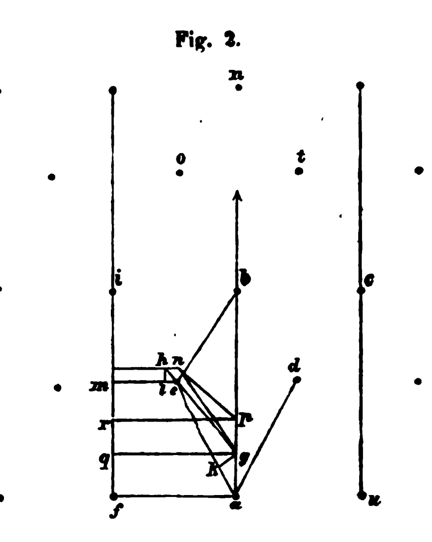
Unter der Voraussetzung, daß die Impulse der festen Platte die Druckkraft der verdichteten Lufttheilchen an Intensität weit übertreffen, werden die Schwingungen der letzteren nach abwärts nunmehr so lange isochron sein den ersteren, bis die Verdichtung in der nächsten Umgebung der Platte wieder so weit abgenommen hat, daß die durch ihren Impuls den Lufttheilchen nach aufwärts ertheilte

Geschwindigkeit nicht mehr in derselben Zeit auf 0 herabgedrückt wird, in der der Impuls nachläßt; je mehr die Verdichtung abnimmt, um so größer wieder die Divergenz der Schwingungsdauer der Luft- und der Plattentheilchen. Hingegen wird die Schwingungsdauer der nach außen zurückgedrängten seitlichen Lufttheilchen um so länger sein, je dünner hier die Luft geworden. Es werden mithin die verdichteten Lufttheilchen oberhalb der Platte bei jeder Excursion nach abwärts zugleich nach den Seiten ausweichen und in den verdünnten Raum übertreten, dadurch für die seitliche Masse immer neue Bewegungsimpulse nach außen abgeben, und zwar so lange, bis nach oben die Verdichtung so weit ab- und nach den Seiten zugenommen, daß beide im Gleichgewichte sind. Nach der obigen Auseinandersetzung hält aber jede Verdichtung in Folge von geradliniger Vorwärtsbewegung einer größeren Zahl von Massentheilchen um so länger an, je größer diese Zahl ist, weil das Ausweichen nach den Seiten um so mehr Zeit beansprucht.

Es wird mithin auch hier die Verdichtung oberhalb der Platte um so langsamer schwinden, je größer die Plattenfläche; ebenso wird die seitliche Verdünnung um so später in Verdichtung übergehen, je hochgradiger sie ist, also abermals je größer die Zahl der zuerst aufwärts bewegten Lufttheilchen oder je größer die Platte. Erst wenn die Verdichtung oberhalb der Platte vollständig geschwunden, seitwärts hingegen ihr Maximum erreicht hat, werden die seitlichen Theilchen abermals einwärts zurückkehren und sich neuerdings eine Verdichtung ausbilden.

Es entstehen mithin in diesem Falle außer den höchst mannigfachen durch die Plattenimpulse direct bedingten Schwingungsformen periodische Verdichtungs- und Verdünnungswellen, deren Dauer außer dem ersten Impuls noch von der Größe der Platte abhängt. Es bedarf keiner weiteren Auseinandersetzung, daß dieses Verhältniß unverändert bleibt, wenn der erste Impuls nicht im ganzen Umfange seines Wirkungskreises gleich stark ist, wenn z. B. wie bei Platten, die nur an einem Punkte einen Stoß erleiden, die Stärke des Impulses excentrisch immer schwächer wird. Analog wie die von festen Körpern verhalten sich auch die von begrenzten Lufträumen ausgehenden Impulse. Denkt man sich in Fig. 2 *fi* und *uc* entlang eine starre Wand, und *a* nach aufwärts geschoben, so können *e* und *d* nicht in dem Grade nach den Seiten ausweichen wie ohne

Fig. 2.



die starre Wand, sondern sie weichen derart aus, daß ihre Entfernung von letzterer in demselben Verhältniß abnimmt, wie die von *a*. Ist *a* nach *g* gekommen, so hat es sich *e* um *ak* genähert, das Verhältniß $\frac{ak}{ae}$ gibt den Zuwachs an Druckkraft; würde *e* in der Richtung des Druckes proportional dem Elasticitätscoëfficienten und *ak* gegen *h* ausweichen, so müßte es sich der Wand z. B. um *el* nähern und $\frac{el}{em}$ wäre der Zuwachs an Druckkraft. Proportional dieser Druckkraft würde *e* während seiner Bewegung von der Wand zurückgedrängt, so daß nun zwei Impulse auf dasselbe einwirken, es mithin der Diagonale beider folgt und nach *n* gelangt. Die Bewegungsgeschwindigkeit wird nun offenbar um so kleiner, je stumpfer die Winkel, unter denen beide Componenten der Diagonale zusammenwirken. Nun wird aber dieser Winkel mit dem weiteren Vorrücken des *a* thatsächlich immer stumpfer, da Winkel *egq* spitzer ist als *eaf* und beim weiteren Vorrücken des *a*, etwa bis *p*, Winkel *npr* noch spitzer wäre, damit aber der Winkel der beiden Componenten in gleichem Grade stumpfer werden muß. Die Geschwindigkeit der Vorwärtsbewegung des *e* muß mithin immer kleiner, endlich *0*, und dadurch der Widerstand gegen das Vordringen und die Abnahme der Geschwindigkeit des *a* immer größer werden, und schließlich ein gewisses Maximum erreichen, so wie *a* in gleicher Höhe

mit *e* steht. Hingegen muß *b*, da es sowohl von *e* als auch von *d* aus afficirt wird, fast mit der ganzen Anfangsgeschwindigkeit des *a* sich in Bewegung setzen.

Schon bei diesem einfachsten Falle ist zu ersehen, daß die Anfangsgeschwindigkeit des *b*, wenn es an der Grenze der starren Wand steht, ganz anders abnimmt, als innerhalb der Wände, da in letzterem Falle der Widerstand von *o* und *t* bedeutend größer ist, als im ersteren. Es verhält sich somit der Impuls, den das an der Grenze des geschlossenen Raumes stehende *b* empfängt, ganz analog den von festen Körpern ausgehenden Impulsen, es nimmt nämlich seine Anfangsgeschwindigkeit schneller ab, als die, des in den freien Raum hinaustretenden Theilchens, so daß auch hier von den Seiten her neue Massentheilchen an die Stelle des *b* treten müssen. Dieses Verhältniß bleibt selbstverständlich unverändert, wenn statt eines viele Massentheilchen gleichzeitig in gleicher Richtung sich bewegen; nur wird die Bewegung seitlicher Massentheilchen nach einwärts um so länger dauern, je größer der Querschnitt des Raumes, und wird hier die von den Seiten her eingeleitete Bewegung auch auf die im begrenzten Raume zurückwirken müssen. Es rücken nämlich die Theilchen aus dem Inneren des Raumes so lange gegen die offene Grenze vor, und überschreiten diese Grenze so lange, bis durch das seitliche Eindringen der Masse auch in der Nähe der oberen Grenze sich eine Verdichtung entwickelt, die jener gleich ist, durch welche die Theilchen aus dem Innern hinausgedrängt werden; erst wenn dieser Grad der Verdichtung erreicht ist, beginnt die retrograde Bewegung nach den Seiten und einwärts. Dieser Grad der Verdichtung wird aber caeteris paribus um so später erreicht, je größer der Querschnitt des begrenzten Raumes. Ist die obere Grenze des offenen Raumes auch theilweise geschlossen, so daß die Verdichtung im Inneren langsamer ab- und die von außen ebenfalls langsamer zunimmt, so muß dadurch abermals auch die Dauer der von den Seiten nach einwärts gerichteten Bewegung entsprechend verlängert werden, nur daß in diesem Falle die Dauer auf Kosten der Geschwindigkeit verlängert wird, während sie es im früheren Falle auf Kosten des zurückgelegten Weges war.

Ist auch die obere Grenze von einer starren Wand gebildet, so daß die abgeschlossene Luft mit der äußern nur an der Stelle, wo

der Impuls einwirkt, in Contact ist, so muß die Größe des Querschnittes im Verhältnisse zur Größe der Communicationsstelle ebenfalls bestimmend einwirken auf die Zeit, die das Maximum der Verdichtung erfordert, je größer nämlich der Querschnitt bei gleicher Communicationsstelle oder je kleiner die Communicationsstelle bei gleichem Querschnitte, um so später kann das Maximum der Verdichtung erreicht werden und umgekehrt. Die Schlüsse, die sich aus der ganzen Analyse ergeben, lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Bei jeder einseitig von einem verschieden dichten Medium begrenzten Luftmasse können Impulse, die von dieser Grenze in longitudinaler Richtung ausgehen, gleichzeitig auch transversal eine nahezu gleich starke Bewegung erzeugen, deren Periode von der Fläche, die der erste Impuls trifft, abhängt. Da in einem mehrseitig begrenzten Luftraume für Schwingungen eine andere Fortpflanzungsart besteht, als in der freien Luft, so verhält sich ein solcher Luftraum zur freien, wie ein verschieden dichtes Medium; indem jeder longitudinale Impuls auch eine transversale von der Größe der Berührungsfläche beider abhängige Bewegung erzeugt. Hierauf scheint die Vertiefung der Töne von Orgelpfeifen mit der Erweiterung ihres Lumens zu beruhen.

2. Die von einem verschieden dichten Medium an die freie Luft ertheilten Impulse werden in dieser nur dann selbstständige Schwingungsperioden erzeugen, wenn die Anfangsgeschwindigkeit der Luft größer ist als die Beschleunigung, die vom dichtern Körper an sie abgegeben werden könnte, so daß sie sich von ihm weiter entfernen muß, als in der Gleichgewichtslage. Dies ist aber in dem Grade mehr der Fall als die transversalen Schwingungsbahnen des dichteren Körpers sich der geradlinigen nähern, um so weniger, je langsamer die Schwingungsbahn das Maximum der transversalen Elongation erreicht. Hierauf scheint der Unterschied der Luftresonanz bei longitudinalem und transversalem Stoß, bei harten und weichen, dicken und dünnen Körpern sich zu beziehen.

3. Die Bewegung eines jeden Punktes im Innern einer schwingenden Masse ist als aus einer Summe von Einzelimpulsen zusammengesetzt zu betrachten. Die Größe der Summe hängt von der Ausdehnung und Dichte der bewegten Masse, die Geschwindigkeit der Bewegungen von der Stärke des ersten Impulses ab. Je rascher die Impulse auf ein-

ander folgen, um so gleichmäßiger gekrümmt muß die Schwingungsbahn sein; je langsamer, aus um so größeren geradlinigen Elementen muß die Bahn bestehen. Da die subjective Schallempfindung bei gleich starker erregender Kraft um so intensiver wird, je größer die afficirte Masse innerhalb einer gewissen Grenze, und durch die Vergrößerung der Masse nur die Zahl der Impulse, nicht aber die Summe der bewegenden Kräfte vermehrt wird, so liegt der Schluß nahe, daß die subjective Schallintensität nicht bloß von der Größe der Amplitude, sondern auch von ihrer Form wesentlich abhänge.

Über die physiologische Bedeutung der theilweisen Zerlegung der Fette im Dünndarme.

Von dem w. M. Ernst Brücke.

Bekanntlich entdeckte Claude Bernard vor einer Reihe von Jahren, daß das Drüsengewebe des Pankreas und ebenso der Pankreassaft das Vermögen besitzen, Fette in Glycerin und fette Säuren zu zerspalten. Auf Grund dieser Thatsache ist von Anderen die Ansicht gehegt und ausgesprochen worden, daß die Fette im Dünndarm gespalten werden müßten, um als Glycerin und fette Säuren, beziehungsweise als Seifen resorbirt zu werden. Ich habe in meiner Abhandlung über die Peptontheorien und die Resorption der eiweißartigen Substanzen [1]) gesagt, daß diese Ansicht unrichtig sei, weil die directe Untersuchung lehre, daß das Fett der Hauptmasse nach als solches, im Zustande einer feinen Emulsion resorbirt werde. Ich kann mich bei dieser Angabe in der That nicht bloß auf den allgemein bekannten Anblick der mit einer milchweißen Emulsion erfüllten Chylusgefäße stützen, sondern ich habe mich direct überzeugt, daß die Tröpfchen jener Emulsion nicht etwa Tröpfchen fetter Säuren sind, sondern aus neutralem Fette bestehen. Ich habe Chylus von frisch getödteten Hunden in Alkohol von 94 Volumprocent aufgefangen und die gebildeten Flocken theils sechs-, theils achtmal mit der gleichen Flüssigkeit ausgekocht. Nur die ganz kleinen Flocken verloren ihr Fett, die größeren enthielten noch immer große Mengen davon. Dasselbe Resultat erhielt ich, wenn ich den zum Auskochen anzuwendenden Alkohol noch vorher durch Schütteln mit calcinirtem Kupfervitriol entwässerte. Gewöhnlicher käuflicher Äther dagegen

---

[1]) Diese Berichte Bd. LIX, pag. 612 (Sitzb. v. 15. April 1869).

machte die Coagula völlig fettfrei, wenn sie zwei- bis dreimal damit ausgekocht wurden. Hätten also die Tropfen aus Fettsäuren, nicht aus neutralen Fetten bestanden, so würden sie schon beim Auskochen mit Alkohol verschwunden sein.

Ich habe übrigens diese Versuche nur angestellt um mich mit eigenen Augen zu überzeugen und bin weit entfernt ihr Resultat für neu zu halten. Es stimmt mit dem älterer Beobachter vollkommen überein.

An die Sache selbst aber knüpfte sich nun für mich eine andere Frage. Ist die theilweise Zerlegung der Fette, wie sie im Duodenum durch die Einwirkung des Pankreassaftes erfolgen muß, ein für die Resorption der unzerlegten Fette unwesentlicher Proceß, oder hat sie für letztere eine wesentliche Bedeutung, indem sie den Übergang der neutralen Fette in den zur Resorption nöthigen fein vertheilten Zustand befördert?

Wasser und Öl mit einander geschüttelt trennen sich schnell wieder von einander, Seifenwasser und Öl mit einander geschüttelt bilden eine milchweiße Emulsion. Es muß daher der Gedanke nahe liegen, daß Seifen, welche im Dünndarm gebildet werden, wesentlich mit zur Emulgirung des Fettes in demselben beitragen können. Nun ist aber die Zerlegung des Fettes, wie sie durch Pankreassaft und Pankreasgewebe hervorgebracht wird, an sich nicht ein Verseifungsproceß, es sind nicht die Alkalien des Pankreassaftes, welche die fetten Säuren aus ihren Glycerinverbindungen herausreißen, die fetten Säuren werden vielmehr durch eine ihrem Wesen nach noch unbekannte Wirkung des Pankreas, beziehungsweise des Pankreassaftes, frei gemacht.

Bernard hat hierfür in seinen Arbeiten über das Pankreas den vollständigen Beweis beigebracht. Freilich können sich dann die freiwerdenden Säuren sofort mit Alkalien verbinden, welche sie im Dünndarminhalte vorfinden und mit ihnen die für die Emulgirung des neutralen Fettes so förderlichen Seifen bilden.

Es liegt nahe, daß Alkalien, die, noch durch andere Affinitäten gebunden, die neutralen Fette nicht angreifen, sich mit frei werdenden fetten Säuren theilweise sofort verbinden können. Dafür liefert die Chemie zahlreiche Beispiele.

Um diesen Vorgang und den Nutzen desselben für die Emulgirung der neutralen Fette zu illustriren, habe ich folgende Versuche angestellt.

Ich versetzte in einem Kolben Olivenöl mit einer zu seiner Verseifung unzureichenden Menge von Barytwasser, mischte durch Schütteln und digerirte unter öfterem Umschütteln auf dem Wasserbade.

Dann ließ ich den Kolben auf dem Wasserbade stehen bis das unverseifte Öl sich so weit gesammelt hatte, daß ich einen Theil desselben abgießen und filtriren konnte. Zu dem übrigen setzte ich nun Phosphorsäure bis zur vollständigen Zersetzung der gebildeten Barytseifen und goß dann wieder einen Theil des über der wässerigen Flüssigkeit stehenden Öles ab, um es zu filtriren.

Ich hatte so zwei Portionen desselben Öles, die eine neutral, die andere stark verunreinigt mit fetten Säuren. Ich verdünnte nun frisches Hühnereiweiß mit Wasser, filtrirte und untersuchte das Emulgirungsvermögen der so erhaltenen Flüssigkeit für die beiden Ölproben. Es war in der That ein sehr verschiedenes. Das mit fetten Säuren verunreinigte Öl ging beim Schütteln schneller in Emulsion über und die Emulsion war feiner und haltbarer.

Einen ähnlichen Vergleich stellte ich mit frischer Ochsengalle an, die ich so, wie sie war, und ohne sie vom Schleime zu befreien anwendete. Der Unterschied war hier geringer aber doch noch merklich. Am aller auffallendsten war er aber, wenn ich eine verdünnte Lösung von Borax oder von kohlensaurem Natron anwendete.

Das neutrale Öl bildete beim Schütteln mit diesen Flüssigkeiten verhätnißmäßig große Tropfen, die sich stets wieder rasch vereinigten; das mit fetten Säuren verunreinigte aber zerstob beim ersten Schüttelstoße zu einer weißen Milch.

Ganz dieselben Versuche, ganz in derselben Reihenfolge und ganz mit denselben Resultaten habe ich mit Butter statt des Olivenöles angestellt.

Die wesentliche Bedeutung der von Bernard entdeckten fettzersetzenden Eigenschaft des Pankreassaftes scheint mir hiernach darin zu liegen, daß er die Entstehung der für die Emulgirung und deßhalb auch für die Resorption der neutralen Fette so nützlichen

Seifen ohne Intervention von kaustischen Alkalien und bei verhältnißmäßig niederer Temperatur ermöglicht.

Es würde begreiflicher Weise ungerechtfertigt sein, wenn man hieraus schließen wollte, daß es besser sei die Fette gleich verunreinigt mit fetten Säuren oder mit Seifen zu sich zu nehmen. Man würde dabei ganz vergessen, daß die Nahrungsmittel, so lange sie im Magen sind, Bestandtheile eines stark sauren Gemenges bilden, und daß zum Beispiele die Buttersäure im freien Zustande dem Organismus in hohem Grade feindlich ist.

Eine solche Zumischung von fetten Säuren oder von Seifen wird ja eben dadurch unnöthig, daß letztere ohnehin im Dünndarm gebildet werden. Die Menge, in der dieses geschieht kann von verschiedenen Momenten abhängig sein, von der Menge des genossenen Fettes und von seiner leichteren oder schwereren Zersetzbarkeit, endlich von der größeren oder geringeren Wirksamkeit des Pankreassaftes. Daraus erklärt es sich wohl, daß nach Einigen bedeutende Mengen von fetten Säuren im Darme vorkommen, während sie in anderen Fällen selbst bei fettreichem Futter im Duodenum oder im Chylus gänzlich vermißt wurden. In Rücksicht auf den letzteren Punkt muß man übrigens einigermaßen vorsichtig sein. Es liegen darüber so viel mir bekannt ist nur zwei Versuche von Bernard vor, die in seiner Abhandlung über das Pankreas (Paris 1856) auf Seite 91 bis 93 beschrieben sind und aus denen er schloß, daß die Zersetzung der Fette im Darmcanal von untergeordneter Bedeutung sei [1]) und damit, wie wir jetzt alle Ursache haben zu glauben, die Tragweite seiner Entdeckung unterschätzte. Es wurden hier bei zwei Hunden, die reichlich mit Fett gefüttert waren, einmal im Chylus und einmal im Chylus und im Duodenum keine fetten Säuren gefunden. Wenn man aber die Versuche näher ansieht, so bemerkt man, daß nicht sowohl nach Seifen als vielmehr nach freien fetten Säuren gesucht wurde. Aus dem Mageninhalte erhielt man dieselben, indem man den Inhalt mit Alkohol schüttelte, bis zum

---

1) D'après les faits cités précédemment, on voit donc que le dédoublement de la graisse, qui est un phénomène si characteristique du suc pancréatique quand on examine son action isolée en dehors de l'économie, semble devenir un fait très-secondaire ou même nul dans l'intistin. l. c. p. 93.

anderen Tage stehen ließ, filtrirte und die fetten Säuren aus der alkoholischen Lösung mittelst Wasserzusatz ausschied. Dasselbe Verfahren wurde nun auch auf den Chylus und auf den Inhalt des Duodenums angewendet, es ist aber nicht gesagt, daß man Sorge getragen hätte, die etwa vorhandenen Seifen zu zerlegen, und dies wäre doch nöthig gewesen, wenn es sich nicht nur um freie fette Säuren handelte, sondern auch um solche, die an Alkalien gebunden waren.

Experimental-Untersuchungen über die Diffusion von Gasen ohne poröse Scheidewände.

Von J. Loschmidt.

(Vorgelegt in der Sitzung am 10. März 1870.)

I.

Um die für die Gastheorie so wichtige numerische Bestimmung der mittleren Weglänge der Gasmolecüle zu ermöglichen, sind zwei verschiedene Arten von Experimental-Untersuchungen in Vorschlag gebracht worden: Über die innere Reibung der Gase und über Gasdiffusion.

Den ersteren Weg haben Maxwell und O. E. Meyer eingeschlagen. Die dabei erhaltenen Resultate stimmen wohl insoweit mit einander überein, daß sie einen Anhaltspunkt für die ungefähre Schätzung jener so wichtigen Constante liefern, für die schärfere Auswerthung derselben dagegen ist einerseits die Divergenz der einzelnen Versuche doch zu groß, und andererseits die Methode selbst mit so großen Schwierigkeiten behaftet, daß es gerathen schien auch den zweiten Weg zu versuchen, zumal derselbe eine weit größere Mannigfaltigkeit der Versuche gestattet.

Diese zweite Methode geht zunächst unmittelbar auf die Bestimmung der sogenannten Diffusionsconstante k aus, welche in der bekannten partiellen Differentialgleichung

$$\frac{du}{dt} = k \frac{d^2u}{dx^2}$$

vorkommt. Aus dieser, übrigens auch an sich schon wichtigen Diffusionsconstante läßt sich dann die mittlere Weglänge ableiten.

Die einzigen Versuche, welche bisher in dieser Richtung angestellt worden, sind jene, welche Graham im Jahre 1863 Phil. Mag. XXVI, 433 publicirt hat.

Es heißt dort: „Ein Glascylinder von 0·57 Mtr. Höhe ward im unteren Zehntel mit Kohlensäure gefüllt, während die oberen neun Zehntel atmosphärische Luft enthielten. Temperatur 16° C.

Nun wurden eine Reihe von Versuchen ausgeführt in der Art, daß nach Verlauf einer gewissen Anzahl von Minuten immer das oberste Zehntel der Röhre abgenommen und auf den Kohlensäuregehalt untersucht ward. Bevor die Kohlensäure oben anlangte, war sie einen Abstand von 0·513 Mtr., also etwas mehr als einen halben Meter in die Höhe gestiegen. Nach Verlauf von 5 Minuten fand sich in dem obersten Zehntel in zwei Versuchen ein Kohlensäuregehalt von 0·4 und 0·32 Pct. In 7 Minuten war der Kohlensäuregehalt zu 1·02 und 0·90 Pct., also im Mittel zu 0·96 Pct. gefunden.

Damit tritt nun bereits die Wirkung der Diffusion entschieden auf und man kann sagen, daß beiläufig ein Procent der Kohlensäure in 7 Minuten eine Distanz von einem halben Meter hindurch diffundirte. Ein Theil der Kohlensäure ist daher mit der mittleren Geschwindigkeit von 73 Mm. per Minute fortgeführt worden.

Es mag hier bemerkt werden, daß Hydrogen in demselben Gefäße, wenn dieses im unteren Theile Luft enthielt, mit der mittleren Geschwindigkeit von 350 Mm. per Minute abwärts geführt wurde, also nahe eine 5mal größere Geschwindigkeit als Kohlensäure hatte.

Bei diesen Versuchen war der Glascylinder lose mit Baumwolle gefüllt, um Strömungen in der Luftsäule zu verhindern. Diese Vorsichtsmaßregel erwies sich jedoch als überflüssig, indem spätere Versuche ohne Baumwolle zu ganz ähnlichen Ergebnissen führten (!).

Um die Regelmäßigkeit der erhaltenen Resultate zu beleuchten, will ich diese Auseinandersetzung durch Anführung der Kohlensäure-Procente vervollständigen, welche die Analyse bei einer Anzahl von Versuchen im obersten Zehntel der Röhre ergab.

	Versuch I.	Versuch II.	Mittel
Nach 5 Minuten....	0·40	0·32	0·36
„ 7 „	1·02	0·90	0·96
„ 10 „	1·47	1·56	1·51
„ 15 „	1·70	1·68	1·69
„ 20 „	2·41	2·69	2·55
„ 40 „	5·60	5·15	5·37
„ 80 „	8·68	8·82	8·75

Binnen 80 Minuten betrug also der Antheil, welcher hinaufgedrungen war, 8·75 Pct., während ein Betrag von 10 Pct. das Ende des Diffusionsprocesses anzeigen würde."

Durch diese Auseinandersetzung Graham's wird unmittelbar klar, daß eine besondere Genauigkeit weder angestrebt ward noch auch auf diesem Wege zu erzielen ist. Versucht man aus verschiedenen Ziffern der Graham'schen Tabelle mittelst der oben angeführten Differentialgleichung die Diffusionsconstante zwischen Luft und Kohlensäure zu berechnen, so gelangt man zu weit auseinandergehenden Werthen.

Ich habe nun vor geraumer Zeit eine Reihe von Versuchen begonnen, welche die Feststellung der Diffusionsconstanten für je zwei der wichtigsten Gasarten zum Zwecke haben, und theile hier vorerst die Ergebnisse mit, welche sich auf die Combinationen: Luft — Kohlensäure; Wasserstoff — Kohlensäure und Wasserstoff — Sauerstoff beziehen.

Die Einrichtung des dabei verwendeten Diffusionsapparates war folgende: Ein vertical zu stellendes Glasrohr von 975 Mm. Länge und 26 Mm. Durchmesser wird an beiden Enden durch Spiegelplatten geschlossen, in welche je zwei Geißler'sche Glashähne eingekittet sind. In der Mitte ist dasselbe durchschnitten und beide Hälften in zwei durch untergelegte Metallplatten verstärkte Spiegelglastafeln eingelassen, zwischen denen sich ein Schieber von dünnem Stahlblech mittelst eines Schraubengewindes hin- und herführen läßt.

Derselbe ist mit einer dem Lumen des Glasrohres entsprechenden kreisförmigen Öffnung versehen, und so eingerichtet, daß er in der einen Stellung I die beiden Rohrhälften von einander gasdicht absperrt, in der andern Stellung II dagegen die Communication zwischen ihnen vollkommen frei läßt.

Es wurden nun bei der Schieberstellung I beide Rohrhälften mit Quecksilber gefüllt, dasselbe dann durch die wohlgetrockneten Gase verdrängt, und der Apparat in die Verticalstellung gebracht. War einige Zeit — 10 bis 15 Minuten — verstrichen, so wurde der Schieber möglichst rasch in die Stellung II gebracht, wodurch der Anfang der Diffussion herbeigeführt war.

Nach einem schicklich gewählten Zeitintervall, eine halbe bis eine Stunde, ward der Schieber wieder in die Stellung I zurückgeführt und damit die Diffussion beendet.

Die hierauf vorgenommene Analyse des wohldurcheinander-gemengten Inhaltes der beiden Rohrhälften lieferte alsdann die zur Berechnung von k dienenden Daten [1]).

Zuerst mußten durch eine Reihe von Vorversuchen die Einflüsse verschiedener unvermeidlicher Fehlerquellen ermittelt werden, da dieselben möglicherweise das Verfahren ganz unbrauchbar machen konnten. Als solche Fehlerquellen waren vor Allem Strömungsbewegungen zu fürchten, welche in den diffundirenden Gasen durch verschiedene Ursachen hervorgerufen werden können und die Diffusionsconstante erhöhen mußten.

Als die nächsten Ursachen solcher störenden Bewegungen waren anzusehen:

1. Die durch die Verrückung des Schiebers den Gasen unmittelbar mitgetheilte Bewegung.

Um den Einfluß dieser Störung zu ermitteln ward im Versuche 2 (bei einer Gesammtdauer der Diffusion von einer Stunde) fünf Minuten nach dem Beginne der Schieber geschlossen und sogleich wieder geöffnet.

Beim Versuche 5 wurde der Schieber während der Diffussion siebenmal geöffnet und geschlossen. Dabei mußte natürlich die zur Schieberverstellung verbrauchte Zeit möglichst genau in Anschlag gebracht werden. Dieselbe betrug für eine Verschiebung im Mittel acht Secunden. Wie die Tabelle zeigt, gaben beide Versuchs keine merkliche Abweichung zu erkennen.

Eine zweite Ursache von Strömungen war in den Erschütterungen zu suchen, welche einerseits eine unvermeidliche Folge der Schieberbewegung waren, andererseits von den Stößen herrührten, denen das schlecht situirte provisorische Locale des k. physikalischen Institutes durch den fortwährenden Wagenverkehr ausgesetzt ist. Die daraus entspringenden Übelstände sind so groß, daß manche

---

[1]) Das unter den angegebenen Umständen zur Anwendung kommende Integral der Diffusionsgleichung gibt:

$$\frac{\text{Diff.}}{\text{Summe}} = \frac{8}{\pi^2}\left\{e^{\frac{-\pi^2.kt}{H^2}} + \frac{1}{9}e^{\frac{-9\pi^2kt}{H^2}} + \frac{1}{25}e^{\frac{-25\pi^2kt}{H^2}} + \ldots\right\}$$

wo H die Gesammtlänge des Rohres, t die Zeit in Stunden bezeichnen, Differenz und Summe sich aber auf den Gehalt der beiden Rohrhälften an jenem der beiden Gase bezieht, das man als Grundlage nimmt.

Arbeiten im jetzigen Institute gar nicht unternommen werden können.

Um den Einfluß dieser Erschütterungen zu erfahren, wurde beim Versuche 3 der Apparat wiederholt durch Klopfen und durch Rütteln in merkliche Oscillationen versetzt. Wider alle Erwartung erwiesen sich auch diese Störungen als nicht erheblich ins Gewicht fallend.

Drittens blieb zu beachten, daß bei aller Sorgfalt welche auf die vollkommene Austrocknung der Gase verwendet wurde, die Analyse doch stets einen geringen Wassergehalt nachwies. Derselbe stammte wahrscheinlich zumeist von dem gebrauchten Quecksilber, welches nicht leicht fortwährend absolut trocken erhalten werden konnte. Es wurden daher in den Versuchen 6, 7, 8 beide Gase in ganz feuchtem Zustande angewendet. Die Analyse wies 6 bis 8 Milligramm Wasser, circa das Zehnfache des sonst gefundenen in jeder Rohrhälfte nach. Auch hierbei hatte die Diffussionsconstante k keine bedeutende Änderung erfahren.

Viertens war noch der Einfluß von Temperaturungleichheiten zu ermitteln. Dieser Einfluß konnte sich nach zwei Richtungen hin geltend machen. Einmal mußten Temperaturschwankungen welche einzelne Theile des Apparats während der Diffusion erfuhren Strömungen in den Gasen erzeugen, und zweitens konnte eine beharrliche Temperaturdifferenz zwischen dem untern und dem obern Rohre Fehler in die Berechnung der angewandten Gasmengen bringen. Um einen Anhaltspunkt für die Beurtheilung der ersten Störung zu gewinnen ward bei einem Versuch die schützende Umhüllung des Diffusionsrohres — bestehend aus einer hölzernen mit doppelter Filzlage ausgefütterten Hülse — fortgelassen, und dasselbe mehrere Male vorsichtig mit der Hand gefaßt — dann die Thüre des Locales geöffnet, kurz ziemlich das Gegentheil der sonst gegen Temperaturschwankungen gebrauchten Maßregeln veranlaßt. Der Werth von k erhob sich dabei allerdings zu seiner höchsten Höhe, ohne jedoch den nächst niedrigeren aus derselben Zeit, Mitte Juli, in nennenswerther Weise zu überschreiten.

Was endlich den Einfluß der stationären Temperaturdifferenz in den oberen und unteren Theilen des Diffusionsapparates betrifft, so ward derselbe in den Sommermonaten allerdings kaum merklich, stieg aber in den Wintermonaten bis zu einem halben Grade im Durch-

schnitte auf. Da man dabei auch nicht mit Sicherheit darauf zählen konnte, daß die außen beobachtete Differenz mit derjenigen im Innern des Apparates übereinstimme, so konnte man dieselbe nicht sicher in Rechnung ziehen, und es wurden Vorsichtsmaßregeln nöthig, welche diese Differenzen möglichst zu beseitigen im Stande waren.

Diese Vorsichtsmaßregeln wurden um so dringlicher als im Verlaufe der Untersuchung das Problem in den Vordergrund trat, die Abhängigkeit der Diffusionsconstante von der Temperatur zu ermitteln. Die Nothwendigkeit für diesen speciellen Zweck die Temperaturgrenzen möglichst zu erweitern, machte besondere Vorkehrungen nothwendig, welche auch Temperaturschwankungen möglichst ausschlossen. Dieselben bestanden im Wesentlichen in Gehäusen, welche die Diffusionsröhre umgaben und die Bestimmung hatten, passende Substanzen aufzunehmen um eine bestimmte constante Temperatur zu erzielen. Ein Holzkasten von circa 18 Liter Inhalt, für die Temperatur 0° mit Schnee, für die Temperatur — 21° mit einem Gemische von 1 Theil Kochsalz auf 3 Theile Schnee gefüllt, erfüllte diesen Zweck vollkommen. Letztere Mischung hielt in einem Locale von + 8° durch vier Stunden die Temperatur auf — 21°, wie durch zwei in den Kasten eingelassene Thermometer constatirt wurde. Ein Vorversuch hatte gezeigt, daß bei einem Rohr vom Durchmesser der Diffussionsröhre 25 Minuten vergehen bis dasselbe in die Frostmischung gebracht, in seinem Innern die Temperatur — 21 angenommen hat. Übrigens war bei den Versuchen die Diffusionsröhre schon während der Füllung des Gases mit der Frostmischung umgeben und es vergingen reichlich 45 Minuten bis die Communication mit den Gasentwicklungsapparaten unterbrochen ward, so daß man sicher sein dürfte, daß der Apparat mit Gas von — 21° unter dem Drucke der Atmosphäre gefüllt sei. Für andere Temperaturen wird das Gehäuse mit einem zähflüssigen Fett gefüllt werden, was nicht nur die Temperaturdifferenzen verhindern, sondern auf den vollkommenen Verschluß des Schiebers bei späteren Versuchen unter verminderten Gasdruck garantiren soll.

Vorversuche.

Zu denselben wurde die Combination Luft-Kohlensäure verwendet. Die Kohlensäure ward nach der Vorschrift von Bunsen aus Kreide mittelst concentrirter chemischreiner Schwefelsäure entwickelt und nochmals durch Schwefelsäure geleitet. Bei öfter wiederholter Prüfung wurde sie im Durchschnitte bis auf ein halb per Mille Rückstand von Kalilauge absorbirt. Dieser Grad von Reinheit war aber erst dann erzielt, als die ziemlich poröse Kreide in einer Schale mit Wasser bedeckt zwei Stunden unter der Luftpumpe gestanden hatte. Compactere Kreide entwickelt die Kohlensäure äußerst langsam. Die Luft ward von Wasserdampf und Kohlensäure befreit, indem sie zuerst durch eine U-Röhre, welche mit Schwefelsäure benetzten Bimsstein enthielt, und dann durch eine zweite in den ersten drei Viertheilen mit Natronkalk, im letzten Viertel mit Chlorcalcium gefüllte Röhre geleitet wurde.

Durch die Analyse wurde die Kohlensäure bestimmt nach der von Mulder angewendeten Methode, Absorbtion mittelst Natronkalk. Die Wage gab ein Fünftel Milligramm mit Sicherheit an.

Versuchs-Nummer	Temperatur	Barometer	Differenz / Summe	k
1	23·4	749·0	0·5993	0·05994
2	24·0	751·0	0·60068	0·05953
3	24·5	752·0	0·60179	0·05921
4	24·6	750·0	0·5962	0·06087
5	25·0	746·5	0·60277	0·05893
6	25·8	753·5	0·59868	0·05996
7	24·2	751·0	0·60343	0·05891
8	24·2	746·0	0·60018	0·05955

Bei diesen Vorversuchen hatte ich mich der thätigen Unterstützung des Hern Dr. L. Boltzmann zu erfreuen, wofür ich demselben meinen wärmsten Dank ausspreche.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate der als endgiltig angesehenen Versuche zusammengestellt:

I. Kohlensäure — Luft.

Nummer d. Anal.	Rohr	Vor der Absorption						Nach der Absorption						q	$q_1 + q_2$	k
		obere Ables.	reducirt	untere Ables.	t	b	v_1	obere Ables.	reducirt	untere Ables.	t	b	v_2			
1. Versuch. Diffusionszeit: 1 Stunde. $T = 17·8°$ C. $b = 759·28$.																
	O	229	226·559	253	19·3	757·50	155216·8	178·4	174·790	253·6	19·3	757·16	111335·1	0·28099		
1	U	226·7	225·786	253	17·3	758·22	155421·0	81·8	80·0	254	18·5	757·50	43854·6	0·71783	0·99882	0·059510
	O	228·5	226·045	255	15·9	751·63	154897·9	177·8	174·181	255·2	15·6	750·78	110954·9	0·28196		
2	U	229·8	228·914	251·6	15·7	750·60	157767	82·5	80·7	252	17·3	751·00	44132·7	0·72027	1·00223	0·059514
2. Versuch. Diffusionszeit: 1 Stunde. $T = 17·3°$ C. $b = 742·20$.																
	O	228·5	226·044	253	18·6	742·50	151955·1	177·8	174·181	254	18·9	743·38	108691	0·28298		
1	U	226·7	225·786	251·2	18·5	742·50	151833·7	80·4	78·6	252	18·7	742·28	41982·1	0·72350	1·00648	0·059433
	O	227·6	225·118	253·5	16·9	744·00	152240·5	177·5	173·877	254	17·6	744·00	109038·6	0·28204		
2	U	228·0	227·098	251·2	17·5	744·34	153911	80·6	78·8	251·8	16·8	744·04	42525·0	0·72370	1·00574	0·059124
3. Versuch. Diffusionszeit: 1 Stunde. $T = 16·6°$ C. $b = 751·76$.																
	O	230·0	227·588	255	17·8	743·00	153413·3	179·4	175·804	254·6	18·1	744·20	110305·6	0·27927		
1	U	226·7	225 786	250	17·8	743·00	152559·2	79·7	77·9	251·5	18·3	744·88	41840·5	0·72574	1·00501	0·058026
	O	228·7	226·250	255	17·3	739·12	151671·7	179·9	176·312	256·4	18·3	736·04	108993	0·27967		
2	U	229·5	228·611	251	17·3	739·12	154287	82·4	80·6	252·2	18·4	735·96	42753·3	0·72290	1·00257	0·058489
4. Versuch. Diffusionszeit: 1 Stunde. $T = 16·5°$ C. $b = 741·54$.																
	O	231·1	228·720	255·2	19·0	741·00	153309	180·5	176·92	256·4	18·6	740·70	110120	0·28344		
1	U	229·4	228·511	250·8	18·7	741·00	153903	82·5	80·7	252	18·6	740·70	43157·8	0·71958	1·00302	0·060058
	O	229·6	227·176	254·1	19·6	741·46	151973·5	179·4	175·804	255·2	19·5	741·86	109295·6	0·28255		
2	U	228·6	227·703	250·6	19·5	741·46	152910·0	82·2	80·4	251·8	19·5	741·86	42945·7	0·71914	1·00169	0·059834
	O	229·1	226·662	253·7	16·3	752·30	155655·5	175·9	172·254	255	13	759·08	111809·4	0·28169		
3	U	227·3	226·392	251	16·3	752·30	155662·4	79·7	77·9	251	13	759·08	43708·4	0·71921	1·00090	0·059555

5. Versuch. Diffusionszeit: $\frac{1}{2}$ Stunde. $T = 0°$ C. $b = 752 \cdot 50$.

	O	227	226·089	251	4·8	752·80	161928·9	194·4	193·199	252	4·0	753·30	132469·2	0·18305		
1	*U*	229	226·559	253	4·8	752·80	162265·5	58·5	54·43	254·2	4·0	753·30	29912·3	0·81566	0·99871	0·050478

6. Versuch. Diffusionszeit: 1 Stunde. $T = 0°$ C. $b = 762$.

	O	232	229·647	253·5	3·0	762·00	168206·7	185·3	181·79	255	2·8	762·00	124576·6	0·26098		
1	*U*	232	231·134	251·5	2·8	762·00	169876·1	77	75·2	253	2·8	762·00	43620·2	0·74322	1·00420	0·050582
	O	231·2	228·824	253	2·8	762·46	167761·6	184·5	180·978	254·2	1·6	762·20	124597·6	0·25887		
2	*U*	233	232·143	251	2·8	762·46	171068·1	77	75·2	252·2	1·6	762·20	43885·4	0·74346	1·00233	0·049946

7. Versuch. Diffusionszeit: 1 Stunde. $T = -21°$ C. $b = 750 \cdot 40$.

	O	231·8	229·441	259	8·0	750·30	159402·1	187	183·514	260·5	7·8	751·00	120879·9	0·24019		
1	*U*	234	233·151	255·5	8·0	750·30	163270·7	74·4	72·6	257	7·8	751·00	40120·5	0·75427	0·99446	0·043618

II. Kohlensäure — Wasserstoff.

1. Versuch. Diffusjonszeit: $\frac{1}{2}$ Stunde. $T = 13 \cdot 2°$; $b = 757 \cdot 92$.

	O	228·7	230·60	236·4	13·7	757	164535·4	159	160·216	238	14	756·40	103240·3	0·372535		
1	*U*	229·5	233·508	240	13·7	757	165990·6	104·8	104·13	241·6	14	756·40	61374·7	0 630252	1·002787	0·221492
	O	228·1	230	235	14	756·28	163956·3	158·4	159·595	236·6	13·9	756·28	102979·2	0·371911		
2	*U*	232·1	236·25	238·6	14	756·28	168498·7	106	105·352	240	13·9	756 28	62976·2	0·629762	1·001673	0·221181

2. Versuch. Diffusionszeit: $\frac{1}{2}$ Stunde. $T = 12 \cdot 3°$; $b = 756 \cdot 50$.

	O	230·4	232·28	238·3	13·1	754·80	165555·2	159·8	161·03	239·5	13·2	754	103577·8	0·374361		
	U	227·5	231·4	242	13·1	754·80	163469	102·7	101·99	243	13·2	754	597096	0·634735	1·009096	0·220508

3. Versuch. Diffusionszeit: $\frac{1}{2}$ Stunde. $T = 0°$ C. $b = 757 \cdot 10$.

	O	227	224·500	251	9·2	757·12	159224·0	161	157·219	252	8·9	757·16	101429·1	0·36076		
1	*U*	230·4	229·520	253·5	9·2	757·12	162984·3	100·8	99·000	255	8·9	757·16	57809·9	0·64530	1·00606	0·202835
	O	228	225·529	250	9·4	757·40	·160337·8	162	158·227	251·2	8·6	760·10	102915·1	0·35595		
2	U	230·4	229·520	253	9·4	757·40	163042·0	99·7	97·9	254·2	8·6	760·10	57479·0	0·64746	1·00341	0·197666

III. Wasserstoff — Sauerstoff.

Nummer d. Anal.	Rohr	Vor der Explosion: obere Ables.	reducirt	untere Ables.	t	b	v_1	Nach der Explosion: obere Ables.	reducirt	untere Ables.	t	b	v_2	q	$q_1 + q_2$	k
		1. Versuch. Diffusionszeit: ³/₄ Stunden. $T = 13°$ C. $b = 744 \cdot 60$.														
	O	183·8	181·754	397·8	12·4	746·12	92516·2	48·3	45·3	399	12·6	746·42	17135·9	0·54319		
1	U	232	230·359	398	12·6	746·42	127810·8	96·5	93·5	399·2	12·4	746·90	39729·6	0·46226	1·00545	0·296608
		2. Versuch. Diffusionszeit: ¹/₂ Stunde. $T = 11 \cdot 3°$ C. $b = 747 \cdot 40$.														
	O	144	141·411	400	11·2	752·16	67399·6	161	158·697	400	11·2	752·16	78230·1	0·59496		
		278	277·458	399·5	11·2	752·16	168091·3									
1	U	234	232·409	400	11·7	747·60	129618·5	117	114·0	403·5	11·4	747·60	50460·0	0·40964	1·00460	0·285150
		3. Versuch. Diffusionszeit: ¹/₂ Stunde. $T = 10°$ C. $b = 752$.														
	O	153·6	150·988	400·5	10·1	752·00	72201·9	176	173·678	400	10·2	752·20	86880·2	0·59277		
		320·2	320·246	399·5	10·4	752·00	204626·4									
1	U	235	233·434	399·7	10·2	752·00	130071·8	118·5	115·3	400	10·0	752·00	51313·8	0·40614	0·99891	0·282698
		4. Versuch. Diffusionszeit: ¹/₂ Stunde. $T = 0°$ C. $b = 741$.														
	O	114	112·8	356	9·3	751·60	54636·4	123	121·734	357·1	9·2	751·36	59893·5	0·60683		
		198·9	198·721	352·8	9·2	751·48	113212·7									
1	U	231·7	232·414	353·7	9·1	752·26	139818·3	119·6	118·405	354·8	9·0	751·76	58230·0	0·39141	0·99824	0·254930
		5. Versuch. Diffusionszeit: ¹/₂ Stunde. $T = -21°$ C. $b = 754 \cdot 50$.														
	O	323·5	325·963	677·5	5·2	742·64	122197·1	57·3	54·236	646	5·2	743·10	7865·0	0·62376		
1	U	248·5	249 793	395·3	5·0	744·92	146721·2	136·4	135·350	398·5	4·6	744·60	64225·1	0·37256	0·99632	0·224961
		6. Versuch. Diffusionszeit: ¹/₂ Stunde. $T = -21°$ C. $b = 742 \cdot 16$.														
	O	121·9	120·725	358·6	8·0	752·00	59499·6	127·6	126·474	355·7	8·0	752·60	63463·5	0·61986		
		202	201·889	355·0	8·0	752 20	115958·1									
1	U	196	195·758	356·2	8·0	753·00	111219·4	104	102·7	357·7	8·0	754·86	49205·1	0·37401	0·99387	0·228791

Erläuterung der Tabellen.

I. Kohlensäure — Luft.

Bestimmt wurde die Kohlensäure maßanalytisch durch Absorbtion mit Kalikugeln nach dem Verfahren von Bunsen. Die erste verticale Columne bezeichnet die Analyse, insoferne für denselben Versuch öfters mehrere Bestimmungen gemacht wurden. Die nächste Columne mit den eingeschriebenen Buchstaben *O* und *U* bezieht sich auf die Angaben: Oberes Rohr, Unteres Rohr. Diese beiden waren von genau gleicher Länge aber nicht von gleichem Volumen. Dieselben verhielten sich wie 1 : 0·9939. Dies machte eine entsprechende Correction der Procente q nöthig. Die Tabelle enthält nur die so corrigirten Werthe von q. Bei den Versuchen 4, 5 und 6 war das größere Rohr oben, bei den übrigen fand das Umgekehrte statt.

Columne 3, 4, 5 enthalten respective die obere Ablesung an der Absorbtionsröhre, dieselbe Ablesung nach der Calibrirungstabelle corrigirt und die untere Ablesung. Die zwei nächsten Columnen enthalten Temperatur und Barometerstand im Momente der Ablesung. Die nächste mit v, überschriebene gibt das Gasvolumen im Absorbtionsrohre an, auf 0°C. und 1 M. Quecksilberdruck berechnet. Die Gase wurden trocken gemessen. Folgen nun mehrere Columnen mit denselben Angaben über den Inhalt der Absorbtionsröhre nach erfolgter Absorbtion der Kohlensäure. Wie schon erwähnt, bedeuten q_1 und q_2 die Procente an Kohlensäuregehalt in dem obern und untern Rohre [1]). Den Schluß macht die Angabe der Diffusionsconstante k.

II. Kohlensäure — Wasserstoff.

Da auch hier die Bestimmung der Kohlensäure als Grundlage der Analyse gewählt wurde, so schließen sich diese Versuche an die obigen unmittelbar an, und es ist hinsichtlich der Tabelle nur zu bemerken, daß das größere Rohr sich jedesmal unten befand.

III. Wasserstoff — Sauerstoff.

Bestimmt wurde in allen Fällen der Wasserstoff vermittelst der eudiometrischen Methode.

---

[1]) In Folge der oben erwähnten Schwierigkeit die Gase in absolut trockenem Zustand zu erhalten, ergab sich bei den Kohlensäurebestimmungen durchgehends ein geringer Überschuß, welcher jedoch auf das Endresultat ohne erheblichen Einfluß sein dürfte.

Beim Versuche 5 befand sich während der Diffusion das größere Rohr oberhalb, bei den übrigen fand das Gegentheil statt. Das obere Rohr (mit *O* bezeichnet) hat bei den Versuchen 2, 3, 4 und 6 vor der Explosion zwei horizontale Zeilen. Die erste bezieht sich auf den Sauerstoff, welcher zur Herabminderung der Explosion vorläufig in die Absorbtionsrohre gebracht worden. Diese Vorsichtsmaßregel erwies sich bei gewissen Mischungsverhältnissen der Bestandtheile als unerläßlich, nachdem zwei Eudiometer zerschmettert worden waren. Die Bedeutung der Verticalcolumnen ist aus der Vergleichung mit dem oben über die Tabelle I Gesagten ohne weiteres klar.

Die Gleichung für die Berechnung der Constante k den Dimensionen des gebrauchten Apparates angepaßt hat folgende Gestalt:

$$k = \frac{0\cdot 2217814\,[\text{Log Summe} - \text{Log Diff.}] - 0\cdot 02022862 + 0\cdot 05743\left(\frac{\text{Diff.}}{\text{Summe}}\right)^{3}}{\text{Zeit in Stunden.}}$$

Man kann nun versuchen aus den vorliegenden Werthen von k die Art der Abhängigkeit dieser Constanten von der Moleculargröße und der Temperatur der betreffenden Gase zu ermitteln. Was das erstere Verhältniß betrifft, so war im Vorhinein die Proportionalität von k mit der Quadratwurzel der reciproken Dichte wahrscheinlich.

Lassen wir als vorläufige Näherung die Diffusionsconstante für Wasserstoff — Luft mit jener für Wasserstoff — Sauerstoff zusammenfallen, und legen wir die Ergebnisse für die Temperatur Null der Vergleichung zu Grunde, so erhalten wir folgende Zusammenstellung der Quotienten, einerseits der k, andererseits der Quadratwurzeln der betreffenden Dichten:

	$\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}$
$\frac{\text{Kohlensäure — Wasserstoff}}{\text{Kohlensäure — Luft}} = \frac{0\cdot 200}{0\cdot 0505} = 3\cdot 96$	$\frac{\text{Wasserstoff}}{\text{Luft}} = 3\cdot 8$
$\frac{\text{Luft — Wasserstoff}}{\text{Luft — Kohlensäure}} = \frac{0\cdot 255}{0\cdot 0505} = 5\cdot 05$	$\frac{\text{Wasserstoff}}{\text{Kohlensäure}} = 4.7$
$\frac{\text{Luft — Wasserstoff}}{\text{Kohlensäure — Wasserstoff}} = \frac{0\cdot 255}{0\cdot 200} = 1\cdot 27$	$\frac{\text{Luft}}{\text{Kohlensäure}} = 1\cdot 23$

Die Übereinstimmung zwischen den Quotienten ist allerdings genügend um zu weiteren Versuchen in dieser Richtung anzutreiben, immerhin aber dürfte eine striete Geltung dieses Gesetzes nicht zu erwarten sein, da dies die Unabhängigkeit des k von der Structur der Molecule involviren würde.

Weit deutlicher tritt das Gesetz der Abhängigkeit des k von der Temperatur hervor.

Die folgende tabellarische Zusammenstellung enthält die Quotienten der k einer Gascombination für verschiedene Temperaturen einerseits, und andererseits die Quotienten dieser Temperaturen auf den absoluten Nullpunkt bezogen, so wie die der Quadrate derselben.

	k	T	$\left(\frac{k}{k_o}\right)$	$\left(\frac{T}{T_o}\right)$	$\left(\frac{T}{T_o}\right)^2$
Kohlensäure — Luft.......	0·059512	290·8	1·36439	1·14941	1·32114
	0·059278	290·3	1·35903	1·14743	1·31660
	0·058257	289·6	1·33562	1·14466	1·31026
	0·059816	289·5	1·37136	1·14427	1·30935
	0·050335	273·0	1·15400	1·07905	1·16435
	0·043618	252·0	1·	1·	1·
Kohlensäure — Wasserstoff..	0·221134	286·2	1·104	1·04835	1·09904
	0·200250	273·0	1·	1·	1·
Wasserstoff — Sauerstoff..	0·296608	286·0	1·30736	1·13043	1·27788
	0·285149	284·3	1·25685	1·12372	1·26274
	0 282698	283·0	1·24605	1·11857	1·25121
	0·254930	273·0	1·12365	1·07905	1·16435
	0·226876	252·0	1·	1·	1·

Ein Blick auf die Tabelle genügt, um die auffallende Übereinstimmung der Zahlen in der ersten und dritten Columne zu constatiren. Dieses Gesetz theoretisch ganz unerwartet, hat bereits Maxwell bei seinen Versuchen über die innere Reibung der Gase gefunden, also auf einem Wege, der von dem hier eingeschlagenen durchaus verschieden ist.

Ich habe die Absicht, die vorliegenden Untersuchungen sowohl hinsichtlich der Temperaturgrenzen als auch in Bezug auf die verschiedenen Gascombinationen weiter auszudehnen, und schließlich noch den Einfluß des Druckes auf die Diffusionsconstante zu untersuchen.

Die Versuche wurden ausgeführt mit den Mitteln des kais. physikalischen Institutes.

Einfache Constructionen windschiefer Hyperboloide und Paraboloide mit ihren ebenen Schnitten und Selbstschatten.

Von Prof. R. Niemtschik in Graz.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 10. März 1870.)

1. Die auf der anliegenden Tafel in bloß einer orthogonalen Projection dargestellten Hyperboloide und Paraboloide sind weder der Lage noch der Form nach vollständig bestimmt. Das Resultat einer Aufgabe über diese Flächen kann also auch nur in einer einzigen Projection bestehen, die sich aber durch Anwendung zweckmäßiger Constructionen und mit Berücksichtigung der Eigenschaften, welche den Hyperboloiden und Paraboloden als Flächen zweiter Ordnung zukommen, in einfacher und bestimmter Weise darstellen läßt.

Der wesentliche Vorheil des hier angewandten Verfahrens besteht darin, dass sich die betreffenden Aufgaben allgemeiner als bei Benützung zweier Projectionen, durch welche die dargestellten Objecte vollkommen bestimmt wären, lösen lassen und daß gleichwohl der Übergang von den allgemeinen auf die speciellen Fälle ohne Änderung der Zeichnung mit Leichtigkeit geschehen kann.

Das windschiefe Hyperboloid.

2. Die Geraden *AB*, *CD*, *EF* Fig. 1 bilden die Leitlinien des darzustellenden Hyperboloides.

Die Erzeugenden, welche die Leitlinien *AB*, *CD*, *EF* schneiden, ergeben sich sehr einfach, wenn man durch *AB* und *CD* parallele Ebenen *ABE*, *CDF* legt und die Durchschnittspunkte *E*, *F* der Leitlinie *EF* mit den Ebenen *ABE*, *CDF* bestimmt; denn jede durch *EF* gelegte Ebene schneidet die Ebenen *ABE*, *CDF* in parallelen Geraden, welche beziehungsweise durch *E* und *F* gehen, und diese Parallelen schneiden wieder die Leitlinien *AB*, *CD* in Punkten, die einer Erzeugenden des Hyperboloides angehören. Hier wurden die Punkte *E*, *F* beliebig angenommen.

Legt man etwa durch EF und den Punkt 1 der Leitlinie AB die Ebene $EF1$, so schneidet sie die Ebenen ABE und CDF in den Parallelen $E1$, FI, die Leitlinie CD in dem Punkte I und deßhalb ist die Gerade 1I eine Erzeugende des Hyperboloides. Wäre der Punkt I gegeben, so würde man zuerst $E1 \| FI$ und dann 1I ziehen.

Die parallel zu CD durch die Leitlinie EF gelegte Ebene schneidet die Ebene ABE in der zu CD parallelen Geraden cEd und die parallel zu AB durch EF gelegte Ebene schneidet die Ebene CDF in der zu AB parallelen Geraden aFb.—ab, cd sind Erzeugende, denn ab schneidet EF in F, CD in a und AB in unendlicher Entfernung; cd schneidet aber EF in E, AB in A und CD in unendlicher Entfernung.

Legt man durch AB und CD die zu EF parallelen Ebenen ABe und CDf, so schneiden sie sich in einer zu EF parallelen Geraden ef, welche AB in f, CD in e und EF in unendlicher Entfernung trifft und deßhalb ebenfalls eine Erzeugende des Hyperboloides ist. Um ef zu erhalten, ist $F\alpha \| cd$, $A\alpha \| EF$, $\alpha e \| AB$ und $ef \| EF$ zu ziehen. Es schneiden sich nämlich die Ebenen FCD, cdF ($\| CDf$) in $F\alpha$, cdf und die zu EF parallele Ebene $AB\alpha$ in $A\alpha$, $AB\alpha$ und FCD in αe, folglich ABe und CDf in ef.

Aus dieser Construction folgt: $ae \# F\alpha \# AE$, $Fa \# e\alpha \# fA$ so wie $Fe \# fE$; deßhalb schneiden sich die drei Geraden Aa, Ee und Ff in einem Punkte O und ist: $Oa = OA$, $Oe = OE$ sowie $Of = OF$.

Offenbar ist O zugleich der Durchschnittspunkt der Ebenen $ABab$, $CDcd$, $EFef$ und steht O von je zwei Parallelen AB, ab; CD, cd; EF, ef gleichweit ab. Daraus folgt wieder, dass jede Gerade, welche durch O geht und eine von den Leitlinien AB, CD, EF schneidet, auch die zu der geschnittenen Leitlinie parallele Erzeugende ab, cd oder ef schneiden muss und daß die sich ergebenden Schnittpunkte einer solchen Geraden von O gleichweit entfernt sind.

Legt man also durch O und eine Erzeugende 1I eine Ebene, so schneidet sie die Ebenen ABF, CDE in den Geraden $1O(1)$ $IO(I)$, die Leitlinien AB, CD in den Punkten 1, I und die Erzeugenden ab, cd in den Punkten (1), (I).

Weil $O(1) = O1$ und $O(I) = OI$ ist; so sind die Dreiecke $1OI$ und $(1)O(I)$ congruent, folglich ist $(1)(I) \# 1I$. Weil aber 1I die Leitlinie EF in x schneidet, so muß auch (1)(I) die zu EF parallele

Erzeugende ef in (x) schneiden, und zwar liegt (x) zugleich im Durchschnitte der Geraden xO, ef.

Durch diese Betrachtungen gelangt man zu dem Schlusse, daß zu jeder die Leitlinien AB, CD, EF schneidenden Erzeugenden eine parallele Gerade gefunden werden kann, welche wieder die Erzeugenden ab, cd, ef, sowie alle übrigen Geraden des ersten Systemes schneidet, die nämlich AB, CD, EF als Leitlinien haben; ferner daß O der Mittelpunkt des Hyperboloides ist.

Es ist aber selbstverständlich, daß die Erzeugenden des zweiten Systemes (1)(I)...(10)(X)..., zu welchen auch AB, CD, EF gehören, auf dieselbe Weise wie die Erzeugenden des ersten Systemes construirt werden können, wenn man drei Erzeugende des ersten Systemes, etwa ab, cd, ef als Leitlinien benützt. Z. B. Um die Erzeugende (9)(IX) des zweiten Systemes darzustellen, welche durch den Punkt (9) der Leitlinie ab geht, lege man durch (9) und die Leitlinie ef die Ebene $(9)ef$, welche also die Ebene eab in der Geraden $e(9)$, die Ebene fcd in der zu $e(9)$ parallelen Geraden f(IX) sowie die Leitlinie cd in dem Punkte (IX) schneidet, und ziehe (9)(IX) als die verlangte Erzeugende.

Daß die Erzeugende (9)(IX) jede Erzeugende des ersten Systemes schneidet, constatiren wir durch den Nachweis, daß durch (9)(IX) und eine beliebige Erzeugende des ersten Systemes z. B. 3 III eine Ebene gelegt werden kann.

Weil 3, (IX) und III, (9) Durchschnittspunkte der Geraden 3 III, (9)(IX) mit den parallelen Ebenen ABE und CDF sind; so liegen die Geraden 3 III, (9)(IX) nur dann in einer Ebene, wenn 3(IX) || III(9) ist.

Aus den ähnlichen Dreiecken Af(IX) und $ae(9)$ folgt:

$$A(\mathrm{IX}) . a(9) = ae . Af;$$

nun ist $Af = aF$ und $ae = AE$, also auch:

$$A(\mathrm{IX}) . a(9) = AE . aF \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

ferner ist wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke $AE3$ und $aF\mathrm{III}$:

$$A3 . a\mathrm{III} = AE . aF$$

und wenn für $AE . aF$ der Werth aus (1) gesetzt wird:

$$A3 . a\mathrm{III} = A(\mathrm{IX}) . a(9),$$

oder

$$\frac{A3}{A(IX)} = \frac{a(9)}{aIII}.$$

Aus dieser Gleichung und dem Umstande, daß $A3 \| a(9)$ sowie $A(IX) \| aIII$ ist, ergibt sich also:

$$3(IX) \| III(9).$$

Demnach liegen die Geraden (9)(IX) und 3 III in einer Ebene, sie schneiden sich also in der That.

Auf gleiche Weise findet man, daß $1(IX) \| I(9)$, $2(IX) \| II(9)$... ist. Weil die Erzeugende (9)(IX) beliebig gewählt wurde, so kann aus dem vorstehenden Beweis gefolgert werden, daß jede Erzeugende des zweiten Systemes alle Erzeugenden des ersten Systemes schneidet und daraus folgt wieder, daß jede Erzeugende des ersten Systemes alle Erzeugenden des zweiten Systemes trifft, daß also das Hyperboloid auf zweifache Weise durch die Bewegung einer Geraden erzeugt werden kann.

Wählt man in ab einen Punkt (10), der in vorliegender Figur zugleich in einer Erzeugenden 1I des ersten Systemes liegt, und zieht $f(X) \| e(10)$; so ist (10)(X) eine Erzeugende des zweiten Systemes.

Wir wollen nun nachweisen, daß auch der Punkt (X) in der Projection der Erzeugenden 1I liegt, daß also die Erzeugenden 1I und (10)(X) sich decken.

In den Dreiecken $AE1$ und aFI ist:

$$A1 \,.\, aI = AE \,.\, aF = ae \,.\, Af \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

und in den Dreiecken $A(X)f$ und $ae(10)$ ist:

$$A(X) = \frac{ae \,.\, Af}{a(10)},$$

woraus durch Substitution des Werthes von $Af \,.\, ae$ aus (2) sich ergibt:

$$A(X) = \frac{A1 \,.\, aI}{a(10)}.$$

Bezeichnen wir vorläufig mit z den Durchschnittspunkt der Geraden 1(10)I; cd; so folgt aus den Dreiecken $Az1$ und $a(10)I$

$$Az = \frac{A1 \,.\, aI}{a(10)},$$

das ist aber der zuvor für A(X) gefundene Werth, weßhalb also die Geraden 1(10)I und *cd* sich in dem Punkte (X) schneiden.

Daraus kann nun geschlossen werden, daß jede in der Fig. 1 dargestellte Gerade des Hyperboloides eigentlich die Projection zweier Erzeugenden bildet, von denen eine, 1I, dem ersten, die andere, (10)(X), dem zweiten Systeme angehört.

Soll aber durch einen beliebigen Punkt p Fig. 2 der Erzeugenden 5V die Erzeugende (9)(IX) gezogen werden, so kann man durch p und *ab* die Ebene *pab* legen; diese Ebene schneidet die Ebene *EF*5V in der Geraden *Fpw*, die Ebene *ABE* in der zu *ab* Parallelen *w*(IX) und die Erzeugende *cd* in dem Punkte (IX), weßhalb also *p*(IX) die verlangte Erzeugende bildet.

Die durch den Punkt p und die Erzeugende 2II gelegte Ebene *p*2II schneidet die Ebene *ABE* in der Geraden 2(IX) und die Ebene *CDF* in der Geraden II(9), || 2(IX). Die Richtung der Tracen 2(IX), II(9) ergibt sich durch *pq*, wenn *pr* || 5*E* und *rq* || *E*2 gezogen wird; denn *pr*, *rq* bilden die Durchschnitte der zu *ABE* parallelen Ebene *pqr* mit den Ebenen *EF*5V und *EF*2II.

Zieht man *pu* || *EF*, *pv* || 2II und *uv* || *F*II; so bildet v den Durchschnittspunkt der zu 2II Parallelen *pv* mit der Ebene *FCD*; daher liegt v ebenfalls in der Trace II(9) der Ebene *p*2II und mithin kann (9) als Durchschnittspunkt der Geraden *ab*, *v*II dargestellt werden.

Wenn die Punkte (9), (IX) nicht zu benützen sind, kann man den Durchschnittspunkt t der Ebene *p*2II mit einer Erzeugenden 3III construiren und dann *tp* ziehen. 2*x* || II*v*.

Wäre hingegen (9)(IX) gegeben und die Erzeugende *p*V darzustellen, so könnte man durch (9)(IX) die zu *EF* parallele Ebene (9)(IX)*z* legen, welche also die Ebene *FCD* in der Geraden (9)*z* schneidet. (IX)*z*+*EF*, *pu* || *EF*. Die Ebene *pEF* schneidet wieder die Ebenen *FCD* und *ABE* in den parallelen Geraden *Fu*V und *E*5, folglich die Erzeugenden *AB*, *CD* in den Punkten 5, V.

Aus der Lage der Erzeugenden in Fig. 1, welche Tangenten der Contour des Hyperboloides sind, geht hervor, daß in diesem Falle die Contour eine Hyperbel ist, welche O als Mittelpunkt und die durch O gezogenen Erzeugenden als Asymptoten hat.

Weil die Leitlinien *AB*, *CD*, *EF* und die Punkte *E*, *F* unvollkommen bestimmt sind, so entspricht die dargestellte Projection unendlich vielen Hyperboloiden. Würde man aber die Lage der Leit-

linien etwa durch die Tracen der Ebenen *ABE* und *CDF* und durch eine bestimmte Neigung dieser Ebenen gegen die Zeichnungsfläche feststellen, dann würde dieselbe Projection einem vollkommen bestimmten Hyperboloide entsprechen.

Wir wollen jedoch auch die übrigen Aufgaben ganz allgemein behandeln und lassen deßhalb in den Figuren 3, 4, 5, 6 die Leitlinien *AB*, *CD*, *EF* des Hyperboloides in derselben Lage wie in den Fig. 1, 2.

3. Construction des elliptischen Durchschnittes I(I)2(2) des Hyperboloides *ABCDEF* Fig. 3 mit der Ebene *MNO*, welche durch den Mittelpunkt *O* der Fläche und die in der Ebene *FCD* befindliche Gerade *MN* bestimmt ist.

Die Trace *MN* und die Erzeugenden *CD*, *ab* treffen sich in den Punkten I, (2), welche also dem fraglichen Durchschnitte angehören und weil dessen Mittelpunkt *O* ist, so ergeben sich zwei andere Punkte desselben, wenn I*O* bis (I) in *cd* und (2)*O* bis 2 in *AB* verlängert, oder *O*(I) = *O*I und *O*2 = *O*(2) gemacht wird. I(I), 2(2) sind nicht conjungirte Durchmesser; I(2) und 2(I) sind aber parallele Sehnen, weil sie nämlich in den Durchschnitten der Ebene *MNO* mit den parallelen Ebenen *ABE* und *CDF* liegen.

Wird die Erzeugende I1, dann 1*t*||*CD* sowie *t*I gezogen, so bildet 1*t* die Durchschnittslinie der Ebene *MNO* mit der durch die Erzeugenden *CD*, 1I gelegten, das Hyperboloid im Punkte I berührenden Ebene *C*1I, weßhalb also *t*I die dem Punkte I entsprechende Tangente der Schnittcurve ist.

Aus der Lage der Punkte 2, (2) gegen die parallelen Tangenten *t*I und *T*(I) ist zu entnehmen, daß die Schnittcurve I(I)2(2) eine Ellipse ist, welche also durch die beiden Durchmesser I(I), 2(2) und die Tangente *t*I vollkommen bestimmt ist.

Fielen die Tangente *t*I und die Erzeugende 1I zusammen, dann würden zwei parallele Erzeugende den Durchschnitt bilden.

Würden die Punkte 2, (2) außerhalb der parallelen Tangenten *t*I, *T*(I) fallen, dann wäre der Durchschnitt eine Hyperbel.

Um den Fall, wo eine nicht durch den Flächen-Mittelpunkt *O* gelegte Ebene das Hyperboloid nach einer Ellipse schneidet, nicht separat zeichnen zu müssen, nehmen wir an, daß diese Ebene durch die Geraden *MN* (in *CDF*) und *tn* (in *ABE*) gegeben ist. Dann

ergeben sich wieder die Durchschnitte I, (II) von *MN*, *CD*, *ab* und 3, (4) von *tn*, *AB*, *cd* als Punkte der fraglichen Ellipse; und weil I (II), 3 (4) parallele Sehnen bilden, so kann durch deren Mittelpunkte ein Durchmesser *D* gezogen werden. Die Lage eines zweiten Durchmessers (*D*) kann man aber durch den Mittelpunkt der Sehne I3 und den Durchschnittspunkt der Tangenten *t*I und (*t*)3 bestimmen. Im Durchschnitte von *D*, (*D*) liegt der Mittelpunkt der Ellipse und dann kann diese wieder ohne weitere Rücksicht auf das Hyperboloid gezeichnet werden. Daß jeder elliptische Schnitt die (hyperbolischen) Contouren des Hyperboloides berühren muß, ist selbstverständlich.

4. Construction des parabolischen Durchschnittes σI(IX) Fig. 4 des Hyperboloides *ABCDEF* mit der Ebene *MNmn*, welche mit der Ebene *abAB* der Erzeugenden *ab*, *AB* parallel ist und die Ebenen *ABE*, *CDF* in den Geraden *MN*, *mn* schneidet. $MN \| mn \| AB$.

Der Abstand der Tracen *MN*, *mn* ist also gleich jenem der Erzeugenden *ab*, *AB*. Die gemeinschaftlichen Punkte I von *MN*, *CD* und (IX) von *mn*, *cd* gehören der fraglichen Parabel an, deren Axe *Sz* mit *AB* parallel ist.

Um den Parabel-Scheitel *S* zu finden, ziehen wir die Erzeugenden I1 und (IX)(9), legen durch 1I, *CD* sowie durch (9)(IX), *cd* die Ebenen 1*CD* und (9)*cd*, welche das Hyperboloid beziehungsweise in I und (IX) berühren. Die Ebene 1*CD* schneidet die Ebene *ABE* in der zu *CD* Parallelen 1*t*, folglich die Ebene *MNm* in der Geraden I*t*, welche also in I die Parabel berührt; die Ebene (9)*cd* schneidet wieder die Ebene *CDF* in der zu *cd* Parallelen (9)*M*, folglich die Ebene *MNm* in der Geraden *M*(IX), welche ebenfalls Tangente der Parabel ist.

Die Tangenten *t*I, *M*IX treffen sich in dem Punkte *T*, welcher auch aus dem Durchschnitte der Tangente *t*I mit dem durch den Mittelpunkt *u* der Sehne IIX gezogenen Parabel-Diameter erhalten werden kann.

Nun errichten wir $\mathrm{I}p \perp mn$ $(\mathrm{IX})N \perp MN$, halbiren die Strecke *pt* in *q* sowie I*N* in *r* und ziehen die Geraden *q*I, (IX)*r* bis sie sich in dem Parabel-Scheitel *S* schneiden. $Sz(\|AB)$ ist die Parabel-Axe.

5. Construction des hyperbolischen Schnittes $gzO(z)$ Fig. 3 des Hyperboloides *ABCDEF* mit der zu

den sich schneidenden Erzeugenden AB, cd **(und** CD, ab**) parallelen Diametralebene** $zO(z)$.

Die Hyperbel $gzOz$ hat den Mittelpunkt O und mit AB, cd parallele Asymptoten Oz, $O(z)$. Man braucht also nur den Durchschnittspunkt g einer Erzeugenden 1 I mit der Ebene $zO(z)$ zu bestimmen und kann dann mit Benützung der Asymptoten und des Punktes g die Scheitel sowie beliebige Punkte der Hyperbel construiren.

Weil aber die Ebene $zO(z)$ von den Ebenen ABE und CDF gleichweit absteht, so schneidet sie die Erzeugenden 1 I . . . (1)(I) in den Mittelpunkten $g \ldots (g)$ der durch die Ebenen ABE, CDF abgeschnittenen Strecken 1 I . . . (1)(I), weßhalb beliebige Hyperbel-Punkte auch einfach durch Halbiren solcher Strecken dargestellt werden können.

Der Durchschnitt des Hyperboloides mit einer zu zwei sich schneidenden Erzeugenden AB, cd parallelen, sonst aber beliebigen Ebene E ist eine Hyperbel, deren Asymptoten mit AB, cd parallel sind. Die Ebene E theilt die von den Ebenen ABE und CDF abgeschnittenen Strecken 1 I, 2 II . . (1)(I), (2)(II) . . wieder in proportionale Stücke. Wenn also etwa g, h die Durchschnittspunkte der Erzeugenden 1 I, 2 II mit der Ebene E bezeichnen, so ist: $1g : g\mathrm{I} = 2h : h\mathrm{II}$ u. s. w. Der Hyperbel-Mittelpunkt o liegt im Durchschnitte der Geraden AOo mit der Ebene E, wenn nämlich A den gemeinschaftlichen Punkt von AB, cd bezeichnet.

6. Construction der Berührungslinie 1 II(III) des Hyperboloides $ABCDEF$ **Fig. 5 mit einer dasselbe umhüllenden Kegelfläche, deren Scheitel** λ **ist.** λ **liegt in der Geraden** λlL, **welche die Ebene** ABE **in dem Punkte** l **und** CDF **in** L **trifft.**

Bekanntlich ist die fragliche Berührungslinie von der zweiten Ordnung; deßhalb ergibt sie sich einfach als Durchschnittslinie des Hyperboloides mit einer Ebene, deren Lage mittelst der Berührungspunkte dreier durch den Punkt λ gelegten Tangenten oder Berührungsebenen des Hyperboloides bestimmt wird.

Man ziehe $lq \perp EF$, LqR, $\lambda rR \parallel EF$ und $lr \parallel Lq$; dann sind r, R die Durchschnittspunkte der zu EF parallelen Geraden λrR mit den Ebenen ABE und CDF.

Mit Benützung der Punkte r, R können nun sehr einfach durch den Punkt λ berührende Ebenen an das Hyperboloid gelegt und die Berührungspunkte derselben gefunden werden.

Eine durch λR gelegte Ebene λRK schneidet die Ebenen ABE und CDF in den Parallelen rk, RK und die Erzeugenden AB, CD, ab in den Punkten k, H, J.

Die Gerade λk trifft die Ebene CDF in dem Punkte K. Die Ebene λAB schneidet die Ebene CDF in der zu AB Parallelen KI die Erzeugende CD in I und das Hyperboloid außer in AB auch in der Erzeugenden I1, (E1 || FI), weßhalb 1 Berührungspunkt der Ebene λAB mit dem Hyperboloide ist.

Die Gerade λH trifft die Ebene ABE in dem Punkte h. Die Ebene λCD schneidet wieder die Ebene ABE in der zu CD Parallelen h2, die Erzeugende AB in dem Punkte 2 und das Hyperboloid außer in AB auch noch in der Erzeugenden 2II, (FII || E2). Demnach ist II Berührungspunkt des Hyperboloides mit der Ebene λCD.

i ist Durchschnittspunkt der Geraden λJ mit der Ebene ABE. Die Ebene λab schneidet die Ebene ABE in der zu ab Parallelen i(3) die Erzeugende cd in dem Punkte (3) und das Hyperboloid außer in ab auch noch in der Erzeugenden (3)(III); II(III) || 2(3). Es ist also (III) Berührungspunkt des Hyperboloides und der Ebene λab. Durch die drei Punkte I, II, (III) ist nun die Ebene der fraglichen Berührungslinie vollkommen bestimmt; diese Ebene schneidet die Ebenen CDF und ABE in den Parallelen MII(III)N, m2(3)n, folglich die Erzeugende cd in dem Punkte (4). Die Berührungslinie kann als Durchschnitt des Hyperboloides mit der Ebene Mnm nach dem im Vorhergehenden angegebenen Verfahren construirt werden.

Lassen sich durch den Kegelscheitel λ Tangenten an die Contour des Hyperboloides ziehen, so können ihre Berührungspunkte zur Bestimmung der Ebene I, II (III) benützt werden.

Stellt λ einen leuchtenden Punkt vor, so bildet 1, II (III) die Selbstschattengrenze auf dem Hyperboloide.

7. Construction der Berührungslinie 1II(3)(IV) Fig. 6 des Hyperboloides $AB..F$ mit einer dasselbe umhüllenden Cylinderfläche, deren Kanten zu der Geraden lL parallel sind. l, L sind Durchschnittspunkte der Geraden lL mit den Ebenen ABE und CDF.

Die fragliche Linie ist ein Diametralschnitt des Hyperboloides, dessen Ebene also durch den Mittelpunkt *O* der Fläche und die Berührungspunkte I, II zweier zu *lL* parallelen Berührungsebenen des Hyperboloides bestimmt werden kann.

Zieht man durch einen Punkt *k* der Erzeugenden *AB* die Gerade *kK*‡*lL*; so bildet *K* den Durchschnittspunkt von *kK* mit der Ebene *CDF*. Die durch *AB* und *kK*, also parallel zu *lL* gelegte Ebene *KAB* schneidet die Ebene *CDF* in der zu *AB* Parallelen *K*I, die Erzeugende *CD* in dem Punkte I und das Hyperboloid außer in *AB* auch in der Erzeugenden 1 I. *E*1 || *F*I. Es ist also 1 Berührungspunkt des Hyperboloides mit der zu *lL* parallelen Ebene *KAB*.

Zieht man ferner durch den beliebigen Punkt *H* der Erzeugenden *CD* die Gerade *Hh*‡*lL*, dann *h*2 || *CD* und *F*II || *E*2; so stellt 2 II die zweite Erzeugende vor, nach welcher die zu *lL* parallele Ebene *hCD* das Hyperboloid schneidet, und II bildet den Berührungspunkt des Hyperboloides mit der Ebene *hCD*.

Nun kann *a*(IV) = *A*1 und *A*(3) = *a*II gemacht werden, wodurch (3), (IV) als Berührungspunkte des Hyperboloides mit den zu *lL* parallelen Ebenen III*cd* und IV*ab* sich ergeben. Die Parallelen *M*II (IV) *N* und *m*1 (3) *n* bilden die Durchschnitte der Ebene I II(3)(IV) mit den Ebenen *CDF* und *ABE*. *T*1, *t*II sind Tangenten der Linie 1 II (IV).

Die Berührungslinie kann jetzt als Durchschnitt des Hyperboloides mit der Ebene *MNmn* construirt werden.

Die Berührungspunkte der Contouren des Hyperboloides und der umhüllenden Cylinderfläche sind zugleich Berührungspunkte dieser Contouren mit der Linie 1 II (3) (IV).

Bezeichnet *lL* die Richtung des einfallenden Lichtes, dann ist die Linie 1 II (3) (IV) die Selbstschattengrenze auf dem Hyperboloide.

8. Die Erzeugenden eines durch drei sich kreuzende Leitlinien *AB*, *CD*, *EF* gegebenen Hyperboloides können auch auf folgende Weise einfach dargestellt werden.

Man legt durch *AB* und *CD* beliebige Ebenen *ABE* und *CD*φ, welche *EF* etwa in *E*, φ, und sich in der Geraden *D* schneiden.

Zieht man dann durch einen beliebigen Punkt α der Geraden *D* die Geraden αE und $\alpha\varphi$, so trifft erstere die Leitlinie *AB* in dem Punkte 1, letztere die *CD* in I, und es ist 1 I eine Erzeugende des

Hyperboloides, denn $\alpha 1$, αI und *EF* liegen in einer Ebene, folglich schneidet 1 I nicht nur *AB* und *CD*, sondern auch *EF*.

In Fig. 7 wurde durch *AB* und den Punkt *E* die Ebene *EAB*, durch *CD* die zu *EF* parallele Ebene αCD gelegt und αD als Durchschnittslinie der Ebenen *EAB* und $CD\varphi$ angenommen. Weil die Ebene αCD zu *EF* parallel ist, so schneidet jede durch *EF* gelegte Ebene die Ebene αCD in einer zu *EF* parallelen Geraden, und deßhalb ist $\alpha \mathrm{I} \| EF$. αE und *AB* haben den Punkt 1 gemeinschaftlich; folglich bildet 1 I eine Erzeugende des Hyperboloides. Auf gleiche Weise können beliebige Erzeugende desselben Systemes construirt werden. *CD* trifft die Ebene *EAB* in *D*, weßhalb *EBD* auch eine Erzeugende bildet.

Um eine Erzeugende des zweiten Systemes, z. B. (I)(1) zu finden, lege man durch (I) und eine Erzeugende 5 V des ersten Systemes eine Ebene, welche also die Ebene *EAB* in der Geraden 5 (I) *u* sowie die Ebene αCD in der Geraden *u*V*q* schneidet, suche den Durchschnittspunkt (1) einer anderen Erzeugenden 1 I des ersten Systemes und ziehe (1)(I). Die Ebenen *AB*1 I und αCD schneiden sich in *p* I, die Ebenen 5 (I) V und *AB* I in 5 *q*; die Geraden 5 *q* und 1 I begegnen sich in (I).

In derselben Figur wurde der Durchschnitt 2 *g* V des Hyperboloides *ABF* mit der Ebene *MNO* construirt. *MN* liegt in der Ebene αCD und *NO* in der Ebene *EAB*. Es schneiden sich *MN*, *CD* in V und *NO*, *AB* in 2, weßhalb die Punkte 2, V der Curve 2 *g* V angehören. Die Ebene 2 *p* II berührt das Hyperboloid in dem Punkte 2 und schneidet die Ebene *MNO* in der Geraden *M* 2, welche also wieder die Schnittcurve in 2 tangirt. Die Ebene *CD*5 berührt im Punkte V das Hyperboloid und schneidet in der Geraden *T*V die Ebene *MNO*; deßhalb ist *T*V ebenfalls eine Tangente der Schnittcurve.

Die Ebenen 3 *p* III, *MNO* haben die Gerade *w* 2 und die Geraden *w* 2, 3 III haben den Punkt *g* gemeinschaftlich; daher ist *g* Durchschnittspunkt der Erzeugenden 3 III mit der Ebene *MNO*. Die Tangente *tg* der Linie 2 *g* V ergibt sich aber als Durchschnitt der Ebenen 3 III (1) I und *MNO*.

Da im Allgemeinen die durch *g* gehende Erzeugende (1)(I) erst zu ziehen sein wird, so kann zu diesem Behufe durch *g* und die Erzeugende 5 V die Ebene *g* 5 *r* V gelegt werden, welche also die

Ebene αCD in rVu, die Ebene EAB in $u(1)5$ und das Hyperboloid außer in $5\,V$ auch noch in der Erzeugenden $(I)\,g\,(1)$ schneidet.

Wie g und tg können andere Punkte und Tangenten des Schnittes dargestellt werden. Daß mittelst der Tangenten $M2$, TV und des Punktes g die übrigen Punkte des Schnittes durch die Polar-Construction gefunden werden können, ist selbstverständlich.

Bestimmt man durch die Mittelpunkte zweier Sehnen und die Durchschnittspunkte der je einer Sehne anliegenden Tangenten die Lage zweier Durchmesser, so ergibt sich, daß der Durchschnittspunkt der beiden Durchmesser, das ist der Mittelpunkt der Schnittcurve, auf der convexen Seite der Curve $2gV$ liegt, daß also $2gV$ ein Hyperbelast ist.

9. In den Figuren 8, 9, 10 ist das Hyperboloid $abcdABCD$ durch zwei zur Flächenaxe qQ senkrechte, vom Mittelpunkte O gleichweit entfernte, also congruente und ähnlich liegende elliptische Schnitte $abcd$, $ABCD$ und durch die große Axe $\alpha\beta$ der Einziehungslinie $\alpha\beta\gamma\delta$ gegeben. Die Axen ab, AB, $\alpha\beta$ sind senkrecht zu qQ. Unter dieser Voraussetzung sind also die Ellipsen-Axen, deren Projectionen ab, AB, $\alpha\beta$ darstellen, parallel zur Zeichnungsfläche [1]).

Die Ellipse $ABCD$ bildet zugleich die orthogonale Projection der Ellipse $abcd$ auf der Ebene ABD. Auf derselben Ebene ist die orthogonale Projection der Einziehungslinie $\alpha\beta\gamma\delta$ eine mit $ABCD$ ähnliche Ellipse $\dot\alpha\dot\beta\dot\gamma\dot\delta$, von welcher jedoch nur die Axe $\dot\alpha\dot\beta = \alpha\beta$ dargestellt ist. Die Projectionen auf der Ebene ABD von den geraden Erzeugenden des Hyperboloides sind Tangenten an die Ellipse $\dot\alpha\dot\beta\dot\gamma\dot\delta$. Um die Tangenten ohne Zeichnung der Ellipse $\dot\alpha\dot\beta\dot\gamma\dot\delta$ darstellen zu können, projiciren wir die Ellipsen $ABCD$, $\dot\alpha\dot\beta\dot\gamma\dot\delta$ in der Richtung CC_1 so, daß als bezügliche Projectionen die aus Q beschriebenen Kreise AC_1B und $\dot\alpha\gamma_1\dot\beta$ erhalten werden; dann erscheinen die Projectionen von den Tangenten der Ellipse $\dot\alpha\dot\beta\dot\gamma\dot\delta$ als Tangenten des Kreises $\dot\alpha\dot\beta\gamma_1$.

Nun können die Erzeugenden des Hyperboloides sehr einfach dargestellt werden.

Um etwa die durch den Punkt E gehenden Erzeugenden zu finden, hat man $EE_1 \perp AB$, an den Kreis $\dot\alpha\dot\beta\gamma_1$ die Tangenten E_1e_1, E_1f_1,

[1]) Den Fall, wo die genannten Ellipsenaxen gegen die Zeichnungsfläche geneigt sind, behandeln wir nicht separat, weil die ebenen Schnitte des betreffenden Hyperboloides auf gleiche Weise wie jene in den Fig. 8, 9, 10 construirt werden können.

dann die Geraden $e_1 e$ und $f_1 f \perp AB$ und endlich die Erzeugenden *Ee, Ef* zu ziehen.

Die durch Punkte der Ellipse *abcd* zu ziehenden Erzeugenden ergeben sich auf gleiche Weise.

Die Contour $g\alpha G..\beta H$ des Hyperboloides ist eine Hyperbel, deren Mittelpunkt *O* und deren Axe $\alpha\beta$ ist; sie berührt die Ellipsen *abcd, ABCD* in den Punkten *g, G, h, H,* welche direct construirt werden können, wenn berücksichtigt wird, daß die diesen Punkten entsprechenden Tangenten zugleich Contouren jener Kegelflächen bilden, die von dem Hyperboloide in den Ellipsen *ABCD, abcd* berührt werden.

Da die durch die beiden Erzeugenden *Ee. Ef* bestimmte Ebene in dem Punkte *E* das Hyperboloid berührt; so ist sie zugleich eine Berührungsebene des von dem Hyperboloide umhüllten Kegels *z ABCD*, und zwar berührt sie denselben längs der Kante *Ewz,* welche durch den Mittelpunkt *w* der Strecke *ef* geht, und die Axe *qQ* in dem Punkte *z,* dem Scheitel des Kegels schneidet.

zG, zH sind also Tangenten und *G, H* Berührungspunkte der Ellipse *ABCD* und der Hyperbel $G\alpha..\beta H$. Mit Bezug auf die Axe $\alpha\beta$ liegen die Punkte *g, G* sowie *h, H* symmetrisch.

Mittelst der Axe $\alpha\beta$ und eines der Punkte *g, G, h, H* können sofort die Asymptoten und dann beliebige Punkte der Contour-Hyperbel construirt werden.

Wenn die Contour in entsprechender Ausdehnung gezeichnet wäre, könnten die Erzeugenden des Hyperboloides unmittelbar als Tangenten derselben gezogen werden.

Das unvollkommen bestimmte Hyperboloid geht in ein der Form nach bestimmtes über, wenn von einer der Geraden *qQ, CD* die wahre Länge oder die Neigung gegen die Zeichnungsfläche angenommen wird. Wenn überdies der Durchschnittspunkt von *qQ* oder *CD* mit der Zeichnungsfläche angenommen wird, dann ist auch die Lage des Hyperboloides gegen die Zeichnungsfläche festgestellt.

10. Construction des elliptischen Durchschnittes I II III IV Fig. 8 des Hyperboloides *ab..D* mit der Ebene *MNm,* welche die Ebene *ABC* in der Geraden *MN* und *abc* in *mn*(||*MN*) schneidet.

Bestimmt man den Berührungspunkt *T* der Ellipse *ABCD* mit der zu *MN* parallelen Tangente und legt durch *T, qQ* eine Ebene,

so schneidet dieselbe das Hyperboloid nach einer Hyperbel, welche den geometrischen Ort der Berührungspunkte des Hyperboloides mit zu MN parallelen Tangenten bildet. Die bezügliche Hyperbel schneidet die Ebene MNm in den Punkten I, II, welche also in der Durchschnittslinie pP der Ebenen MNm und TqQ liegen. $qp \| QP$.

Da nun die Geraden, welche parallel zu MN durch I und II gezogen werden, Tangenten des Hyperboloides bilden und in der Ebene MNm liegen, so sind sie zugleich Tangenten der fraglichen Ellipse; weil sie aber mit einander parallel sind, so ist I II ein Durchmesser dieser Ellipse.

Um die Durchschnittspunkte I, II der Geraden pP mit dem Hyperboloide ohne Zeichnung jener Hyperbel zu finden, betrachten wir den gemeinschaftlichen Punkt σ der Geraden pP, qQ als Scheitel einer Kegelfläche σPA_1, deren Basis in der Ebene ABD liegt, also durch den Punkt P geht und eine mit $ABCD$ ähnliche Ellipse QPA_1 ist. $PA_1 \| TA$.

Der Kegel σPA_1 und das Hyperboloid schneiden sich in zwei mit $ABCD$ ähnlichen Ellipsen, deren Ebenen mit ABD parallel sind, und die beiden Ellipsen schneiden wieder die Gerade pP in den Punkten I, II.

Jede Erzeugende des Hyperboloides trifft die Kegelfläche σPA_1 in zwei Punkten, welche den genannten Durchschnitts-Ellipsen angehören. Wenn aber zwei solche Punkte bekannt sind, so können durch sie mit ABD parallele Ebenen gelegt und deren Durchschnittspunkte I, II mit der Geraden pP construirt werden.

Wir suchen die Durchschnittspunkte (I), (II) der Erzeugenden eE mit der Kegelfläche σPA_1, ziehen also durch den Punkt σ die mit eE Parallele σi, deren orthogonale Projection Qi auf der Ebene ABD mit der gleichnamigen Projection Ee' der Erzeugenden eE parallel ist. i, E sind Durchschnittspunkte der Geraden σi und eE mit der Ebene ABD, folglich ist iE die Durchschnittslinie der Ebenen σieE und ABD.

Die Durchschnittspunkte x, y der Geraden Ei mit der Ellipse QPA_1 construiren wir mit Benützung des aus Q mit dem Halbmesser QA_1 beschriebenen Kreises und der Geraden (x) (y) als der schiefen Projectionen der Ellipse PQA_1 und der Geraden xy; oder mit Benützung der Ellipse $ABCD$ und der Geraden $[x]$ $[y]$, welche letztere

zu der Ellipse $ABCD$ in denselben Beziehungen steht, wie xy zu der Ellipse QPA_1.

Die Ebene σieE schneidet die Kegelfläche σPA_1 in den Kanten $x\sigma$ und $y\sigma$ und diese treffen wieder die Erzeugende eE in den Punkten (I), (II). Wird nun (I) I $\|$ xP und (II) II $\|$ yP gezogen, so schneiden sich pP, (I) I, (II) II in den fraglichen Punkten I, II; denn xP, yP und (I) I, (II) II können als Durchschnitte der Ebenen σPx, σPy mit ABD, und der parallel zu ABD durch (I) und (II) gelegten Ebenen betrachtet werden, in welchen letzteren Ebenen nämlich die Durchschnitts-Ellipsen der Kegelfläche σPA_1 und des Hyperboloides liegen.

Weil der zu I II conjungirte Durchmesser III IV der Ellipse I II III IV der Lage nach bestimmt ist, indem er durch den Mittelpunkt μ von I II geht und zu MN parallel ist; so handelt es sich nur noch um die Construction eines Punktes der Ellipse, um dann auf bekannte Weise die Endpunkte III, IV des Diameters III IV, sowie beliebige Punkte der Ellipse unabhängig von dem Hyperboloide darstellen zu können.

Für diesen Zweck kann etwa der Durchschnittspunkt V der Erzeugenden eE mit der Ebene MNm bestimmt werden, indem durch eE eine beliebige Ebene $EPem$ gelegt wird, welche die Ebenen ABD abd in den parallelen Geraden EP, em und die Ebene MNm in der Geraden Pm schneidet. Pm, eE haben den Punkt V gemeinschaftlich.

Die Ebene $gGhH$ der Contour-Hyperbel schneidet die Ebenen abd, ABD in den parallelen Geraden ghn und NGH, die Ebene MNm also in der Geraden Nn; Nn schneidet aber die Hyperbel gGH in den Punkten VI, VII, in welchen sich die Hyperbel und die Ellipse I II III IV berühren.

11. Construction des parabolischen Durchschnittes I ef des Hyperboloides $ab..D$ Fig. 9 mit der Ebene $MNmn$, welche die Ebene ABD in der Geraden MN und abd in $mn(\|MN)$ schneidet.

Für die Untersuchung, von welcher Beschaffenheit der fragliche Schnitt ist, benützen wir einen Hilfskegel $SABCD$, welcher die Basis $ABCD$ hat und dessen Kanten mit den Erzeugenden des Hyperboloides parallel sind. Der Scheitel S des Hilfskegels ergibt sich, wenn parallel zu der orthogonalen Projection Ee' der Erzeugenden Ee die Gerade QL und parallel zu der Erzeugenden Ee die Kegelkante LS bis zum Durchschnitte S mit der Axe qQ gezogen wird.

T ist der Berührungspunkt einer mit *MN* parallelen Tangente der Ellipse *ABCD*.

Die Ebenen *MNm* und *PTqQ* schneiden sich in der Geraden *pP* ($qp \parallel QP$), welche mit der Kante *ST* des Hilfskegels parallel ist; die Ebene *MNm* ist also parallel mit der Ebene, welche den Hilfskegel in der Kante *ST* berührt; deßhalb ist der Durchschnitt des Hyperboloides mit der Ebene *MNm* eine Parabel, deren Axe mit der Kegelkante *ST* parallel liegt und *pP* ist ein Durchmesser dieser Parabel.

Der Durchschnittspunkt I der Geraden *pP* mit dem Hyperboloide könnte auf gleiche Weise wie die Punkte I, II in Fig. 8 construirt werden. Die dem Parabel-Punkte I entsprechende Tangente ist mit *MN* parallel.

Zur Bestimmung des Parabelscheitels σ ist jedoch der Punkt I nicht nothwendig, weil σ mit Benützung der Parabel-Tangenten *te*, *tf* wie in Fig. 4 construirt werden kann.

Die Tangenten $et\varepsilon$ und $ft\varphi$ ergeben sich als Durchschnitte der Ebene *MNm* mit den Ebenen *eE*(*E*) und *fF*(*F*), welche das Hyperboloid nach den Erzeugenden *eE*, *e*(*E*) und *fF*, *f*(*F*) schneiden, also auch in *e* und *f* berühren. Die Ebenen *eE*(*E*), *fF*(*F*) schneiden die Ebene *ABD* in den Geraden $(E)E\varepsilon$, $(F)F\varphi$, die Trace *MN* in den Punkten ε, φ und die Ebene *MNm* in den Geraden εte, φtf.

Weil die Sehne *ef* und der Durchmesser *p*I*P* conjungirt sind, so liegt der Durchschnittspunkt *t* der Tangenten εe und φf in dem Durchmesser *pP*. Man hätte also auch nur eine von den Tangenten, etwa φtf, auf die angegebene Weise construiren und die andere *te* durch Verbinden der Punkte *t*, *e* bestimmen können.

$E\varepsilon$ und $F\varphi$ sind beziehungsweise parallel mit den Tangenten, welche die Ellipse *abcd* in *e* und *f* berühren.

12. Construction des hyperbolischen Schnittes *ueEW* des Hyperboloides *ab..D* Fig. 10 mit der Ebene *MNm*, welche die Ebenen *ABD* und *abd* in den Geraden *MN*, *mn* schneidet.

Um die Richtungen der Asymptoten der fraglichen Hyperbel zu finden, construiren wir wieder den Hilfskegel *SABCD*, dessen Basis die Ellipse *ABCD* bildet und dessen Kanten mit den Erzeugenden des Hyperboloides parallel sind und legen durch den Scheitel *S* die zu *MNm* parallele Ebene *SJK*. $qp \parallel QP$; $SR \parallel pP$, $JRK \parallel MN$. Weil die Ebene *SJK* die Ebene *ABD* in der Geraden *JK*, daher den Hilfskegel

in den Kanten *SJ*, *SK* schneidet; so sind durch *SJ*, *SK* die Richtungen der Asymptoten bestimmt.

Die gemeinschaftlichen Punkte *E*, *W* der Trace *MN* und der Ellipse *ABCD*, sowie die gemeinschaftlichen Punkte *u*, *v* der Trace *mn* und der Ellipse *abcd* gehören der Hyperbel an.

Da die Sehnen *uv*, *EW* parallel sind; so ist durch ihre Mittelpunkte *p*, *P* die Lage eines Durchmesser in der Hyperbel bestimmt.

Die durch die Erzeugenden *Ee*, *Ef* und *uU*, *uV* gelegten Ebenen *Eef*, *uUV* berühren das Hyperboloid in den Punkten *E*, *u* und schneiden deßhalb die Ebene *MNm* in den Geraden *iE*, *ku*, welche Tangenten der Hyperbel sind. Die durch den Mittelpunkt *r* der Sehne *uE* und den Begegnungspunkt *t* der Tangenten *iE*, *ku* gezogene Gerade *rt* ist also ebenfalls ein Durchmesser der Hyperbel.

Im Durchschnitte der beiden Diameter *pP* und *rt* ergibt sich der Hyperbel-Mittelpunkt μ.

Nun können die mit *SJ*, *SK* parallelen Asymptoten μz, $\mu(z)$ gezogen und dann die Scheitel sowie beliebige Punkte der Hyperbel unabhängig von der Fläche construirt werden.

Der Mittelpunkt μ kann auch auf folgende Weise construirt werden. Man bestimmt die Durchschnittspunkte x, y der in der Ebene *qQpP* befindlichen Kanten *TS*, *YS* des Hilfskegels mit der Geraden *pP*, halbirt die Strecke x, y in (μ) und zieht $O\mu \| S(\mu)$ bis *pP* in μ getroffen wird.

Wenn aber die mit der Ebene *MNm* parallelen Erzeugenden des Hyperboloides dargestellt sind, so kann μ einfach als Durchschnittspunkt des durch den gemeinschaftlichen Punkt dieser Erzeugenden gezogenen Diameters des Hyperboloides mit der Ebene *MNm* bestimmt werden.

13. Die zwei kleinsten Kreisschnitte eines elliptischen Hyperboloides haben die große Axe $\alpha\beta$ der Kehllinie als gemeinschaftlichen Durchmesser. Construirt man in einer Geraden des Hyperboloides die Punkte *k*, *K*, welche von *O* den Abstand $O\alpha = O\beta$ haben; so gehört *k* dem einen und *K* dem anderen Kreisschnitte an, und folglich können durch *k*, $\alpha\beta$ und *K*, $\alpha\beta$ die Ebenen dieser Kreisschnitte bestimmt werden.

Es ist selbstverständlich, daß diese Aufgabe nur dann gelöst werden kann, wenn das betreffende Hyperboloid vollständig bestimmt ist.

Das windschiefe Paraboloid.

14. Construction des hyperbolischen Schnittes *c* II III *G* Fig. 11 des Paraboloides *agAG* mit der Ebene *MNm*.

Das Paraboloid ist durch zwei Erzeugende *aA*, *gG* des einen und zwei Erzeugende *ag*, *AG* des anderen Systemes gegeben.

Wir theilen die Strecken *aA*, *gG* sowie *ag*, *AG* in gleichviele gleiche Stücke : $ab = bc = \ldots fg = \frac{1}{6} ag$, $AB = BC = \ldots FG = \frac{1}{6} AG$, $Ah = hi = \ldots = la = \frac{1}{5} aA$, $GH = HJ = \ldots Lg = \frac{1}{5} gG$ und ziehen die Erzeugenden *bB*, *cC*..*fF*, *hH*, *iJ*..*lL*. Dann legen wir durch die Erzeugende *ag* die zu *AG* parallele Ebene *agmn*, sowie durch die Erzeugende *AG* die zu *ag* parallele Ebene *AGMN* und bestimmen die parallelen Durchschnitte *mn*, *MN* der Ebene *MNm* mit den Ebenen *agn*, *AGN*.

Im allgemeinen Falle können die Parallelen *MN*, *mn* in den genannten Ebenen beliebig angenommen werden, was auch hier geschehen ist.

Die gemeinschaftlichen Punkte *c* von *ag*, *mn* und *G* von *GA MN* gehören der fraglichen Durchschnittscurve an.

Um zu untersuchen, von welcher Beschaffenheit die Durchschnittscurve ist, construiren wir zunächst den Durchschnitt *Gn* der Ebene *MNm* mit der zu *aA* parallelen Ebene *gGx*. Zu dem Behufe ziehen wir $Gx \| cC$, $cx \| AG$, dann *xgn* bis *mn* in *n* geschnitten wird. *x*, *g* sind Durchschnittspunkte der Geraden *Gx*, *Gg* mit der Ebene *agn*, folglich sind *xn*, *Gn* Durchschnitte der Ebene *Ggx* mit den Ebenen *agm* und *MNm*.

Weil die Ebene *MNm* die Richtungsebenen *agn* und *gGx* in den Geraden *mn*, *Gn* schneidet, so ist also die fragliche Durchschnittscurve eine Hyperbel, deren Asymptoten mit den Geraden *mn*, *Gn* parallel sind.

Die durch die Erzeugenden *ag*, *cC* gelegte Ebene berührt das Paraboloid in dem Punkte *c* und schneidet die Ebene *AGN* in der zu *ag* Parallelen *CN* sowie die Ebene *MNm* in der Geraden *Nc*, welche letztere Tangente der Hyperbel *c* II *G* ist.

Die durch die Erzeugenden *gG* und *AG* gelegte Ebene berührt wieder das Paraboloid in dem Punkte *G* und schneidet die Ebene

agn in der zu *AG* Parallelen *gt*, sowie die Ebene *MNm* in der Geraden *tG*, welche ebenfalls eine Tangente der Hyperbel ist.

Nun kann durch den Mittelpunkt μ der Sehne *cG* und den gemeinschaftlichen Punkt *r* der Tangenten *Nc*, *tG* der Hyperbel-Durchmesser μr gezogen werden. Trägt man auf die Tangente *cN* nach beiden Seiten von *c* gleiche Stücke *cq*, *cr* und zieht $rv \parallel Gn$, $qv \parallel mn$ sowie *cv*; so ist *cv* ein zweiter Durchmesser. Im Durchschnitte von μr, *cv* liegt also der Hyperbel-Mittelpunkt *o*. Um einen günstigeren Durchschnitt zu erhalten, kann man den Durchmesser *Gw* benützen.

$oR(\parallel MN)$ und $oQ(\parallel Gn)$ bilden die Asymptoten und *S* ist ein Scheitel der Hyperbel *c*II*G*.

Wenn die Asymptoten außerhalb der Zeichnungsfläche fallen, oder wenn nur ein kurzes Stück der Schnittcurve dargestellt werden soll, kann man die Hyperbelpunkte als Durchschnitte der Erzeugenden mit der Ebene *MNm* construiren; um aber die Hyperbel möglichst genau ziehen zu können, wird man auch einzelne Tangenten derselben darstellen.

Soll etwa der Durchschnittspunkt III der Erzeugenden *kK* mit der Ebene *MNm* dargestellt werden, so lege man durch die Geraden *kK* und *Gg* eine Ebene *kKg*; diese schneidet die Ebene *agmn* in einer mit *kK* parallelen Geraden *g*3, die Trace *mn* in dem Punkte 3 und die Ebene *MNm* in der Geraden 3*G*; folglich schneiden sich die Geraden *kK* und 3*G* in dem verlangten Punkte III.

Legt man durch *kK* und *cC* eine Ebene, so schneidet sie die Ebene *AGM* in der zu *kK* Parallelen *C*(3), die Trace *MN* in dem Punkte (3) und daher die Ebene *MNm* in der Geraden *c*(3); dann ergibt sich der Punkt III im Durchschnitte der Geraden *kK* und *c*(3).

Um die dem Hyperbelpunkte III entsprechende Tangente *y*III zu finden, ist durch III die Erzeugende *p*III*P* zu ziehen ($ep : pf = EP : PF = E\text{III} : \text{III}\varphi$), durch *kK* und *pP* eine Ebene zu legen, welche also im Punkte III das Paraboloid berührt und die Ebene *MNm* nach der Tangente *y*III schneidet. Die Ebene *kKpP* schneidet die Ebenen *agm*, *AGM* in den zu *kK* Parallelen *py*, *P*(*y*), die Tracen *mn*, *MN* in den Punkten *y*, (*y*) und folglich die Ebene *MNm* nach der Tangente *y*III(*y*).

Ebenso einfach können die Durchschnittspunkte der Erzeugenden des zweiten Systemes mit der Ebene *MNm* construirt werden.

Um etwa den Durchschnittspunkt II der Erzeugenden *eE* mit *MNm* darzustellen, lege man durch *Ee* und *ag* die Ebene *Eeg*; *Eeg* schneidet die Ebene *AGM* in der zu *ag* Parallelen *E*2, die Trace *MN* in dem Punkte 2 und folglich die Ebene *MNm* in der Geraden *c*2. *c*2 und *Ee* treffen sich in dem Punkte II.

Weil die Erzeugenden *kK* und *eE* sich schneiden, so können die Punkte II, III auch mittelst der Durchschnittslinie *z*(*z*) der Ebene *MNm* und der durch die beiden Erzeugenden *eE*, *kK* gelegten Ebene auf einmal gefunden werden. Zu dem Behufe hat man die mit *kK* Parallelen *ez*, *E*(*z*) bis *z* in *mn* und (*z*) in *MN* und nachher *z*(*z*) zu ziehen. *z*(*z*) schneidet *eE* in II und *kK* in III.

15. Construction des parabolischen Schnittes *saG* des Paraboloides *agAG* Fig. 12 mit der Ebene *MNmn*.

Man ziehe $cx \| AG$, $Gx \| cC$ und lege die Ebenen *cgx*, *gGx*, welche also beziehungsweise mit den Erzeugenden *AG*, . . *lL* und *aA*, ... *fF* parallel sind. Die Durchschnittslinie *gx* der Ebenen *cgx* und *gGx* bezeichnet die Richtung der Axe des Paraboloides sowie auch jene der Axen aller parabolischen Schnitte dieser Fläche.

Weil die Ebene *MNm* die Ebenen *cgx* und *gGx* in den zu *gx* parallelen Geraden *MN*, *mn* schneidet; so ist die fragliche Durchschnittscurve *saG* eine Parabel, deren Axe *sz* eine mit *gx* parallele Lage hat. *a*, *G* sind Punkte dieser Parabel.

Zum Behufe der Bestimmung des Parabel-Scheitels *s* legen wir durch die Erzeugenden *ga*, *aA* die Ebene *gaA*, welche das Paraboloid in dem Punkte *a* berührt, die Ebene *MGA* in der zu *ag* Parallelen *At* und die Ebene *MNm* in der Geraden *ta* schneidet; *ta* ist also eine Tangente der Parabel. Ebenso bestimmen wir die Parabel-Tangente *nG*, nämlich als Durchschnitt der das Paraboloid in dem Punkte *G* berührenden Ebene *gGA* und der Ebene *MNm*; $gn \| AG$. Dann errichten wir $aN \perp MN$, $Gm \perp mn$, halbiren die Strecke *tN* in *u* sowie *mn* in *r* und ziehen die Geraden *uas*, *Grs*, deren Durchschnittspunkt *s* der Parabel-Scheitel ist. Die Tangenten *ta* und *nG* schneiden sich in dem Punkte *T* und der Parabel-Durchmesser *Tw* geht durch den Mittelpunkt *w* der Sehne *aG*. Die Gerade *Gs* könnte also auch dadurch gefunden werden, daß man durch den Mittelpunkt *w* der Sehne *aG* den Durchmesser m_1wT bis zum Durchschnitte m_1 mit der

Geraden Gm zieht, die Strecke Tm_1 in r_1 halbirt und dann Gr_1 bis s verlängert.

Zusätze. *a.* Die Berührungslinie des Paraboloides mit einer dasselbe umhüllenden Kegelfläche ist eine Hyperbel, deren Ebene E durch die Berührungspunkte dreier durch den Kegelscheitel λ an das Paraboloid gelegten Tangenten oder Berührungsebenen bestimmt werden kann.

Der folgende Vorgang zur Bestimmung der Ebene E ist ähnlich dem in Art. 6 angegebenen.

Man ziehe die zu gG parallele Gerade λrR und bestimme ihre Durchschnitte r, R mit den Ebenen agn und AGN; $rR + gG$; ferner ziehe man die zu gx parallelen Durchschnitte rk und RK der zu der Richtungsebene gGx parallelen Ebene λRK mit den Ebenen agn und AGN.

Es treffen sich die Geraden rk, ag in k; RK, AG in H; rk, λH in h und RK, λk in K.

Die Ebene λag schneidet die Ebene AGN in der zu ag Parallelen KI, die Erzeugende AG in dem Punkte I und das Paraboloid außer in ag auch noch in der Geraden I1; folglich berührt sie das Paraboloid in dem gemeinschaftlichen Punkte I von ag, 1I. Die Ebene λAG schneidet die Ebene agn in der zu AG Parallelen $h2$ die Erzeugende ag in 2 und das Paraboloid außer in AG auch noch in der Erzeugenden 2II; daher berührt sie das Paraboloid in dem Begegnungspunkte II von AG, 2II.

Die Erzeugende kH liegt in der Richtungsebene λrk, weßhalb die Hyperbel-Ebene E mit kH parallel ist.

Zieht man also I$(n) + kH$, $2(n)$ und nachher I$(N) \| 2(n)$; so bilden I(N), $2(n)$ die Durchschnitte der Hyperbelebene mit den Ebenen $AG(N)$ und $ag(n)$. Nun kann die Hyperbel auf die in Art. 14 besprochene Weise construirt werden; ihre Asymptoten sind parallel mit den Geraden kH, $2(n)$.

Für eine vom Punkte λ ausgehende Beleuchtung ist diese Hyperbel die Grenze des Selbstschattens des Paraboloides.

b. Die Berührungslinie des Paraboloides mit einer dasselbe umhüllenden, zu der Geraden lL parallelen Cylinderfläche ist eine Parabel, deren Ebene E also mit der Durchschnittslinie gx der Richtungsebenen agn und gGx parallel ist. Um E zu bestimmen, braucht man nur die Berührungspunkte von zwei mit lL parallelen

Berührungsebenen des Paraboloides aufzusuchen, und durch dieselben die mit gx parallele Ebene E zu legen.

Es seien l, L die Durchschnittspunkte der Geraden lL mit den Ebenen agn und AGN.

Man lege durch ag die zu lL parallele Ebene agK, welche die Ebene AGx in der zu ag Parallelen KI ($gK \# lL$), die Erzeugende AG in dem Punkte I und das Paraboloid in der Geraden I1 schneidet. Die Ebene agK berührt das Paraboloid in dem Begegnungspunkte 1 der Geraden ag, I1. Ferner lege man durch AG die zu lL parallele Ebene AGh; dieselbe schneidet die Ebene agx in der zu AG parallelen Geraden h2 ($Gh \# lL$), die Erzeugende ag in dem Punkte 2 und das Paraboloid außer in ag auch noch in der Geraden 2II. Der Berührungspunkt des Paraboloides mit der Ebene agh ergibt sich also wieder im Durchschnitte II der Geraden AG, 2II. Endlich ziehe man die mit gx parallelen Durchschnitte 1(n) und II(N) der Ebene E mit den Ebenen agn und AGN.

Die aus dem Durchschnitte der Ebene E mit dem Paraboloide sich ergebende Parabel kann nun nach Art. 15 dargestellt werden.

Für die mit der Geraden lL parallele Beleuchtung ist die genannte Parabel die Grenze des Selbstschattens des Paraboloides.

Fig. 1.

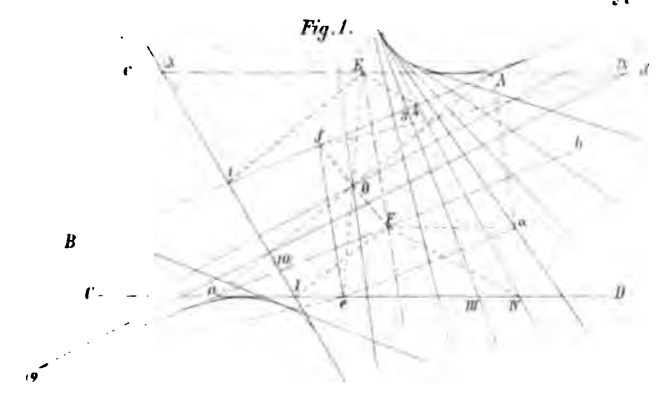


Fig. 2.

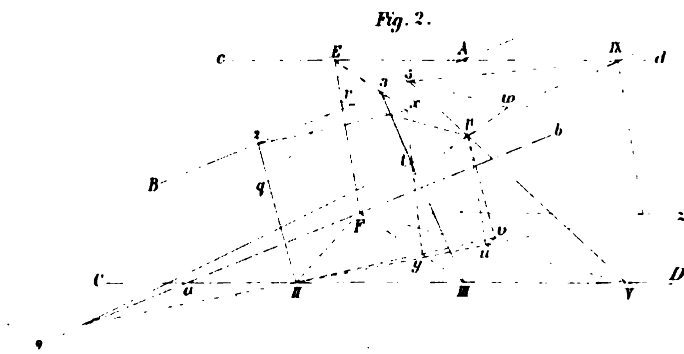
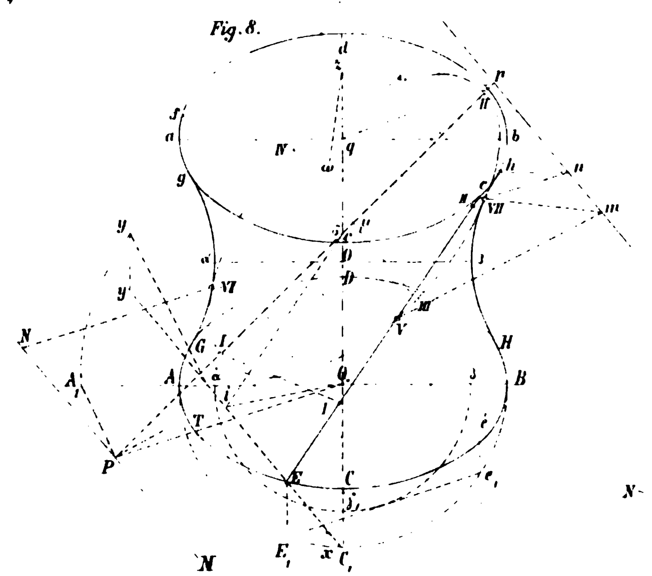


Fig. 8.



SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXI. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

4.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

X. SITZUNG VOM 7. APRIL 1870.

Der Secretär liest ein Schreiben des c. M. Herrn Prof. Dr. K. Peters in Graz vom 2. April l. J., worin dieser anzeigt, daß die Freunde des verstorbenen Hofrathes und Prof. Dr. Franz Unger demselben ein Denkmal in Graz zu errichten beabsichtigen, und die Mitglieder der Akademie zur Theilnahme an diesem Unternehmen einladet.

Herr Prof. L. v. Barth in Innsbruck übersendet eine Abhandlung: „Über isomere Kresole".

Herr Dr. A. Boué übergibt einen Antrag, dahin lautend, die kais. Akademie wolle sich an die Akademien zu Helsingfors, St. Petersburg, Stockholm, Lund, Upsala, Kopenhagen, Christiania, Amsterdam, Harlem, Utrecht, Gröningen, Agram, Belgrad, Kasan, Moskau und Krakau, so wie an die romanisch-wallachischen Vereine mit dem Ersuchen wenden, daß dieselben ihren Abhandlungen Übersetzungen oder wenigstens Auszüge in deutscher, französischer oder englischer Sprache beifügen.

Herr Director Dr. G. Tschermak macht eine Mittheilung über die Resultate einer Untersuchung des Meteorsteines von Lodran bei Mooltan in Indien, gefallen am 1. October 1868.

Derselbe übergibt ferner eine vorläufige Notiz über die Bereicherung des k. k. Hof-Mineraliencabinetes durch ein Meteoreisen von 51·7 Kilogramm Gewicht, welches in der Wüste Atacama gefunden wurde.

Herr Dr. G. Mayr legt eine Abhandlung: „*Formicidae neogranadenses*" vor.

Herr Prof. Dr. E. Reitlinger überreicht eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn Prof. M. Kuhn ausgeführte Abhandlung: „Über Spectra negativer Elektroden und länger gebrauchter Geissler'scher Röhren".

Herr F. Unferdinger legt eine Abhandlung vor, betitelt: Transformation und Bestimmung des dreifachen Integrals

$$\iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2},\ \alpha x+\beta y+\gamma z\right) dx\, dy\, dz“.$$

Herr Prof. Dr. A. v. Biesiadecki übergibt eine Abhandlung: „Untersuchungen über Blasenbildung und Epithelregeneration an der Schwimmhaut des Frosches“.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna: Memorie. Serie II. Tomo IX, fasc. 2. Bologna, 1870; 4°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrgang, Nr. 7. Wien, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1798. (Bd. 75, 22.) Altona, 1870; 4°.

Bertin, E., Etude sur la houle et la roulis. Cherbourg, 1869; 8°.

de Barre, Alf. Proudhomme, Description d'une nouvelle espèce africaine du genre Varan (*Varanus*). 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nrs. 11—12. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIXe Année. 3e. Série, Tome VI, 13e—14e. Livraisons. Paris, 1870; 8°.

Gesellschaft, geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. 3. Nr. 5. Wien, 1870; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band, Nr. 6. Wien, 1870; 8°.

— k. k. mähr.-schles., zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur- und Landeskunde: Mittheilungen. 1869, Brünn, 4°. — Notizenblatt der histor.-statist. Section. Weitere Folge vom Jahre 1865 bis zu Fnde des Jahres 1869. Brünn; 1869; 4°.

— Astronomische: Vierteljahrsschrift. V. Jahrgang, I. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

— naturforschende, zu Freiburg in Br.: Berichte über die Verhandlungen. Band V, Heft 2. Freiburg in Br., 1869; 8°.

— physikal.-medicin., in Würzburg: Verhandlungen. N. F. I. Band, 4. (Schluß-) Heft. Würzburg, 1869; 8°. — Verzeichniß der Bibliothek. Würzburg, 1869; 8°.

Gesellschaft, naturforschende, des Osterlandes: Mittheilungen aus dem Osterlande. XIX. Band, 1. & 2. Heft. Altenburg, 1869; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg. Nr. 13—14. Wien, 1870; 8°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XV°, Serie III^{a}, disp. 3^{a}. Venezia, 1869—70; 8°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band I, 2. & 3. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

Landbote, Der steirische. 3. Jahrg., Nr. 7. Graz. 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 12—13. Wien; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 16. Band, 1870, Heft IV. Gotha; 4°.

Mohn, H., Température de la mer entre l'Islande, l'Ecosse et la Norvége. Christiania, 1870; 8°.

Moniteur scientifique. Tome XIIe, Année 1870. 317e & 319e Livraisons. Paris; 4°.

Museum Carolino-Augusteum zu Salzburg: Jahresbericht für 1869. 4°. — Katalog über die in der Museums-Bibliothek vorhandenen *Salisburgensia*. Salzburg, 1870; kl. 4°.

Nature. Vol. I, Nrs. 21—22. London, 1870; 4°.

Reichsanstalt, k k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1870, Nr. 5. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nrs. 17—18. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Scientific Opinion. Part. XVII. Vol. III. London, 1870; 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang. Nr. 20—21. Wien, 1870; 4°.

Zantedeschi, Cav. Francesco, La meteorografia del globo. 8°.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig & Hübner. XIII. Jahrgang. N. F. VI. Band, 6. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

Über Spectra negativer Elektroden und lange gebrauchter Geissler'scher Röhren.

Von Prof. Dr. Edm. Reitlinger und Prof. Moriz Kuhn.

In der Zwischenzeit von Brewster's und Miller's Arbeiten bis zu den epochemachenden von Bunsen und Kirchhoff vollzog sich der Fortschritt der Spectralanalyse vorzüglich auf elektrischem Gebiete. Man lernte die Metalllinien von jenen trennen, die von den Bestandtheilen der Luft herrühren, und Dove lenkte bereits 1858 die Aufmerksamkeit auf die verschiedenen Spectra an einer positiven und an einer negativen Elektrode [1]; er hob die unmeßbar rasche Umwandlung des einen Spectrums in das andere bei der Commutation und die eventuellen Aufschlüsse, die man auf diesem Wege über die Beschaffenheit des Nordlichtes bekommen könne, hervor. Gleichfalls 1858 begann Plücker seine berühmten Arbeiten über die Spectra in Geissler'schen Röhren. Im selben Jahre verglich auch van der Willigen das Luftspectrum an der positiven und negativen Elektrode und constatirte die dem Letzteren eigenthümlichen drei Maxima [2]. Die chemischen und astronomischen Triumphe der Spectralanalyse nahmen in den nächsten Jahren nach Bunsen's und Kirchhoff's Auftreten, alle Thätigkeit in Anspruch und so blieben Dove's und van der Willigen's Beobachtungen bis vor Kurzem ohne Fortsetzung und eingehendere Bearbeitung. Aber an die mit verdünnten Gasen gefüllten Röhren knüpfte sich die räthselhafteste Entdeckung, welche die Spectralanalyse seit Bunsen und Kirchhoff bereicherte, die mehrfacher Spectra eines und desselben Stoffes, welche von Plücker und Hittorf gemacht [3], durch Wüllner bestätigt und aus-

---

[1]) Pogg. Ann. 1858, Bd. CIV, S. 184—188.

[2]) Pogg. Ann. 1859, Bd. CVI, S. 626 uff.

[3]) Philos. Trans. 1865, Bd. 155, S. 1 uff.

gedehnt wurde [1]). Sie wurde vor wenigen Monaten von Dubrunfaut bestritten [2]), indem er das zweite Wasserstoffspectrum Wüllner's durch Stickstoffreste im Gase erklären wollte. Wüllner hat aber seine Entdeckung dieser Erklärung gegenüber aufrecht erhalten [3]), und daß er dies zu thun berechtigt war, hat unsere, im Folgenden mitgetheilte Untersuchung vollständig bestätigt. Dennoch müssen in Plücker's und Wüllner's Entdeckung die thatsächlichen Erscheinungen von der theoretischen Auslegung unterschieden werden, und wir werden auf die wichtige Frage nach der Mehrheit der Spectra eines Stoffes als solchen am Schlusse der vorliegenden Arbeit nochmals zurückkommen. 1865 veröffentlichte Waltenhofen eine interessante Arbeit über die Reihenfolge, in welcher Spectrallinien bei fortgesetzter Verdünnung verschwinden [4]). Bereits im Jahre 1858 hat Plücker auch das eigenthümliche magnetische Verhalten des Lichtes am negativen Pole entdeckt [5]). Da dessen Erklärung jedoch bis heute nicht von jeder Schwierigkeit befreit ist, so mußte sich hiedurch das Interesse an der spectralanalytischen Verschiedenheit zwischen dem Lichte im positiven Theile des elektrischen Funkens und dem Lichte an der negativen Elektrode steigern.

Indem wir im October vorigen Jahres beschlossen, die Studien Dove's und van der Willigen's aufzunehmen, waren wir von drei Gedanken vorzüglich geleitet: 1. hofften wir über das magnetische Licht Aufschlüsse zu erlangen; 2. mußte es uns nach den älteren Angaben möglich scheinen, spectralanalytische Kennzeichen für negativ-elektrische Zustände zu bekommen und dadurch negative Elektricität vielleicht in großen irdischen und himmlischen Erscheinungen entdecken zu können; 3. durften wir erwarten, vielleicht zwischen den mehrfachen Spectris eines Stoffes im engen Theil und den mehrfachen Spectris je nach der Elektrode einen Zusammenhang zu entdecken.

---

1) Festschrift der niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde zur 50jährigen Jubelfeier der Universität Bonn. Bonn bei A. Markus 1868. S. 7. Pogg. Ann. 1868, Bd. CXXXV, S. 496 uff. 1869, Bd. CXXXVII, S. 337 uff.

2) Compt. rend. T. 69, p. 1245. T. 70, p. 448.

3) Compt. rend. T. 70, p. 125.

4) Sitzb. d. k. Akad. d. W. math.-naturw. Cl. LI. Bd. II. Abth. 1865, S. 535 uff.

5) Pogg. Ann. 1858, Bd. CIII, S. 88 uff.



Sicher aber mußten wir neue Thatsachen auffinden, wenn wir den Unterschied des Lichtes an den beiden Elektroden nicht blos bei Luft, sondern bei den einzelnen Gasen aufsuchten: Wir durften voraussetzen, daß Sticktoff und atmosphärische Luft übereinstimmen würden, und daß Wasserstoffgas, Sauerstoffgas etc. Neues geben würden. In der That verschafften wir uns drei Geissler'sche Röhren, eine Stickstoffröhre, eine Wasserstoffröhre, und eine Sauerstoffröhre, bezeichnet entsprechend mit *N*, *H* und *O*, und wir fanden am negativen Pole von *N* die van der Willigen'schen drei Maxima, am negativen Pol von *H* ein grüngelbes Maximum, am negativen Pol von *O* sechs Maxima: ein rothes, ein gelbgrünes, ein grünes, ein grünblaues, ein blaues und ein violettes. Diese drei Spectra beobachteten wir bereits November, aber wir wollten von den sämmtlichen Spectris dieser Röhren sorgfältige Zeichnungen anfertigen und diese mit einer gleichzeitigen Zeichnung des Sonnenspectrums combiniren, um unsere Resultate durch Beziehung auf die nächstliegenden Fraunhofer'schen Linien sowohl selbst mit Beobachtungen der *Aurora borealis*, des Zodiacallichtes, der Protuberanzen und anderer kosmischen Lichterscheinungen vergleichen zu können, als auch für spätere Beobachter unsere Wahrnehmungen verwendbarer zu machen.

Diese Beobachtungen machten wir mit einem gewöhnlichen Spectralapparate, der ein Steinheil'sches Flintglasprisma besitzt. Um sowohl den Beobachtungen als auch den Zeichnungen ein größtmögliches Maß von Genauigkeit zu geben, wandten wir uns an Herrn Professor Hlasiwetz, und derselbe stellte uns mit größter Liberalität den in seinem Besitze befindlichen, vom Professor, nunmehrigen Hofrath, Ritter von Schrötter und Herrn Starke sehr zweckmäßig construirten, mit drei Prismen versehenen großen Spectralapparat zu Gebote. Sollten die Zeichnungen [1]) die nöthigen Details, einen genügend großen Maßstab und die erforderliche Genauigkeit besitzen, so konnten sie nur in einem längeren Zeitraume vollendet werden. Inzwischen erschien in den Comptes rendus der Pariser Akademie vom 10. Jänner eine Mittheilung Secchi's, worin er nebst Anderem, was sich direct auf die Sonne bezieht, auch er-

---

[1]) Dieselben fertigt Prof. Kuhn an.



wähnt, daß er mehrfache Spectra desselben Stoffes je nach dem engen oder weiten Theile der Geissler'schen Röhren wahrnimmt [1]). Er schreibt diese verschiedenen Spectra demselben Stoffe bei verschiedener Temperatur zu. Insbesondere glaubt er, der Erste zu sein, der im engen und weiten Theile einer Geissler'schen Röhre verschiedene Spectra sieht. Aber eine Arbeit über die Schichtung des elektrischen Lichtes, die einer von uns am 3. Jänner 1860 veröffentlichte, knüpfte bereits an eine solche Beobachtung des Hofrathes von Ettingshausen an [2]).

Durch langen Gebrauch erlitten zwei unserer Stickstoffröhren und eine Wasserstoffröhre Modificationen, auf welche wir später zurückkommen. Neben den Beobachtungen am großen Apparate stellten wir am kleinen Apparate Vergleichungen mittelst des sogenannten „Vergleichsprisma's" an. Wir verglichen die drei Spectra am negativen Pole mit den von Plücker zunächst berücksichtigten Spectris der capillaren Theile der drei Röhren, sowie auch mit dem Spectrum des Quecksilbers. In letzterer Beziehung sei erwähnt, daß wir eine möglichst vollständige Vergleichung mit allen Metallspectris beabsichtigen. Das Resultat unserer bisherigen Vergleichungen ist folgendes: von den drei Maximis am negativen Pole der Stickstoffröhre stimmt das am wenigsten brechbare (gelbgrüne) mit der hellsten Sauerstofflinie d. h. mit der hellsten Linie im engen Theile der Sauerstoffröhre. Das zweite Maximum stimmt mit gar keiner Linie eines engen Theils; das dritte Maximum stimmt mit einem schwachen Bande im engen Theile der Stickstoffröhre, wobei wir vorläufig nur von unmodificirten Röhren sprechen. Das Maximum am negativen Pole des Wasserstoffs stimmt mit keiner Linie im engen Theile einer unmodificirten Röhre. Von den fünf Maximis am negativen Pole der Sauerstoffröhre stimmt das gelbgrüne Maximum mit einer Linie im engen Theile der Sauerstoffröhre, das blaugrüne Maximum mit einer Linie im engen Theile der Stickstoff-

---

1) Compt. rend. T. 70. p. 82.

2) Sitzb. d. k. Akad. d. W. math.-naturw. Cl. XLIII. Bd. 1861. S. 15 uff. — S. 16 sagt der Verfasser der Arbeit: „Ich hielt es daher für interessant, zu untersuchen ob die obenerwähnte Verschiedenheit der Spectra in den verschieden weiten Theilen der Geissler'schen Röhren von einer Verschiedenheit des Spectrums einer und derselben Substanz je nach der Weite der Röhre oder von einer Anordnung verschiedener Stoffe herrührt."



röhre, das violette Maximum mit der violetten Quecksilberlinie, das grüne und das blaue Maximum jedoch stimmt mit keiner Linie im engen Theile der drei unmodificirten Röhren. Von den Übereinstimmungen schwächerer Linien behalten wir uns vor, bei späterer Gelegenheit vollständigere Mittheilung zu machen. Auch müssen wir beifügen, daß die Vergleichungen nur jene Genauigkeit besitzen, die der kleine Apparat gestattet. Wir haben ferner die drei negativen Spectra untereinander verglichen und gefunden, daß gar keine Maxima miteinander übereinstimmen, doch findet sich das violette Maximum am negativen Pole des Sauerstoffs als deutliche Linie auch am negativen Pole des Stickstoffs. Da beide Röhren von Geissler mittelst der Quecksilberluftpumpe hergestellt sind, so kann das Auftreten der violetten Quecksilberlinie in beiden Fällen keine Verwunderung erregen. Unter Berücksichtigung des Quecksilberspectrums, von dem noch eine oder die andere Linie außer der erwähnten mit schwachen Linien in den Röhren stimmt, ergibt sich jedenfalls aus den vorliegenden Beobachtungen bereits das wichtige Resultat, daß man abgesehen von Quecksilber- und später zu erwähnenden Natrium-Spuren mindestens sechs verschiedene Spectra in den drei Röhren hat.

Indem am großen Apparate die Beobachtungen sehr lange fortgesetzt wurden, ergab sich nicht nur die von Wüllner beobachtete Veränderung der Wasserstoffröhre, sondern auch eine nicht minder interessante Modification der Stickstoffröhre. Die modificirte Wasserstoffröhre ergab das von Wüllner *H* II benannte, von Bettendorff in der Festschrift zum Bonner-Jubiläum gezeichnete Spectrum. Indem der eine von uns sowohl dieses, als das Spectrum im engen Theile der noch nicht modificirten Stickstoffröhre zeichnete, ergab sich mit unwiderleglicher Evidenz, daß dieses Spectrum nicht von Stickstoffresten in der Wasserstoffröhre herrühren kann, daß also Wüllner gegen Dubrunfaut in dieser Beziehung unbedingt Recht hat.

Was die Modification der Stickstoffröhre betrifft, so nahm sie folgenden Verlauf. Während anfangs das negative Glimmlicht in scharfer Begrenzung und wenig ausgebreitet den negativen Poldraht umgab und der jenseits des dunklen Raumes befindliche Theil des betreffenden weiteren Röhrenstückes wenig hell war, wurde nach einiger Zeit das Glimmlicht größer und füllte den ganzen Raum um den negativen Poldraht bis zum Glase; zugleich war auch der jen-

seits des dunklen Raumes befindliche Theil des betreffenden Röhrenstückes heller geworden. Da trat eine weitere Veränderung der Röhre derart ein, daß das Glimmlicht nahezu verschwand, das Licht an der Übergangsstelle von der capillaren Röhre zum Stücke am negativen Pole sich schichtete und eine hellere Stelle zeigte, das Licht im engen Theile an Helligkeit abnahm und zugleich lavendelblau wurde, und endlich auch im Stücke am positiven Pole dunkle Schichten auftraten. Binnen einer halben Stunde war, nachdem einmal diese Erscheinungen sichtbar geworden waren, die Modification vollendet. War dies geschehen, so verschwanden die während des Überganges wahrnehmbaren Schichten wieder gänzlich. Dagegen trat nun eine wunderschöne und äußerst lebhafte Fluorescenz ein, und zwar nicht nur am negativen Pole, sondern wohl in dem am negativen Pole befindlichen Röhrenstücke, aber daselbst nun jenseits des dunklen Raumes, gegen den engen Theil der Röhre zu am lebhaftesten. Auch dort wo der positive Poldraht das Glas berührte, trat eine deutliche Fluorescenzwirkung hervor. Ja zuweilen war die Fluorescenz in allen Theilen der Röhre bis zum dunklen Raume deutlich sichtbar, und nur gerade am negativen Pole war Dunkelheit. Zugleich war am positiven Pole eine dem Glimmlicht im späteren Stadium ähnliche Lichtumfluthung eingetreten. In der capillaren Röhre bemerkte man ab und zu, namentlich während des Umwandlungsprocesses, hell leuchtende gelbe Punkte. Sie traten an dem Ende der Röhre auf, das dem negativen Pole näher liegt. Der Spectralanalyse unterworfen ergaben diese gelben Punkte ein Natriumspectrum von äußerster Lebhaftigkeit. Hervorzuheben ist noch, daß die lavendelblaue Färbung des engen Theils nicht plötzlich auftritt, sondern sie wird zuerst an der dem negativen Pole zunächst liegenden Stelle der Capillarröhre sichtbar und breitet sich von da immer mehr nach der Mitte aus. Eine Commutation beschleunigt in diesem Stadium die Umwandlung, und nach derselben ist sie binnen Kurzem vollständig vollbracht.

Wenn man eine modificirte Stickstoffröhre der Untersuchung mit dem kleinen Apparate und dem Vergleichsprisma unterwarf, so ergab sich folgende merkwürdige Thatsache: die drei Maxima, die man am negativen Pole der unmodificirten Stickstoffröhre findet, sind jetzt in allen Theilen der Röhre sichtbar. Am negativen und positiven Pol, namentlich am letzteren, sieht man beinahe nur die drei Maxima. In der Mitte ist ein reicheres Spectrum, aber mit Aus-

nahme einiger schwacher Nebenlinien stimmen dieses Spectrum und das am negativen Pol der unmodificirten Stickstoffröhre überein — um ganz deutlich zu sein: nicht blos auf die drei Maxima, sondern ferner noch auf zahlreiche andere sichtbare Linien bezieht sich diese Übereinstimmung und nur in wenigen schwachen Nebenlinien läßt sich eine Verschiedenheit bemerken. Es ist also in dieser Röhre das, was van der Willigen und Andere als das negative Spectrum der Luft betrachteten, durch alle Theile wahrnehmbar. Die Beobachtung gewinnt an Interesse, wenn wir uns erinnern, daß nun auch der positive Pol wie von Glimmlicht umfluthet ist, und daß die Fluorescenz des Glases jetzt keineswegs mehr am negativen Pole allein oder vorzüglich auftritt, sondern daß sie auch jenseits des dunklen Raumes und am positiven Pole bemerkbar ist, ja manchmal jenseits des dunklen Raumes viel stärker, als am negativen Pole, ja sogar bisweilen nur bis zum dunklen Raume, äußerst lebhaft, ohne sich über denselben hinaus zu erstrecken. In solcher Weise bekommt nach langem Gebrauch eine Stickstoffröhre ebenso wie eine Wasserstoffröhre ein neues Spectrum, was wir, wenn wir vom negativen Pol der unmodificirten Röhre nichts wüßten, als *N* II in analoger Art auffassen könnten, wie Wüllner das Spectrum in der durch langen Gebrauch modificirten Wasserstoffröhre als *H* II betrachtet.

Nun wissen wir aber, daß es das Spectrum des negativen Pols ist, das sich in der modificirten Röhre in allen Theilen findet. Ist vielleicht etwas Ähnliches auch bei der modificirten Wasserstoffröhre der Fall? Wir haben wohl nicht nöthig erst darauf hinzuweisen, welch merkwürdiger Zusammenhang sich in diesem Falle zwischen den Spectris am negativen Pole und den neuen Spectris im engen Theil durch langen Gebrauch modificirter Röhren ergäbe und wie dadurch *H* II Wüllner's in eine höchst beachtenswerthe Relation gebracht wäre. Nun die Beobachtung zeigt am negativen Pol einer Wasserstoffröhre ein grüngelbes Maximum, dem zwei schwache: eine grüne und grüngelbe Linie vorangehen und zwei schwache: eine blaugrüne und eine blaue folgen, die mit dem grünblauen und blauen Maximum des negativen Poles der Sauerstoffröhre übereinstimmen. Im engen Theil der modificirten Röhre ist die Natrium-Doppellinie am hellsten, gehört aber natürlich nicht zu *H* II. Was von *H* II im kleinen Apparat sichtbar ist, sind fünf Linien, die mit den am negativen Pol der Wasserstoffröhre bemerkbaren vollständig übereinstimmen, nur daß

das Maximum nicht so deutlich hervortritt. Überhaupt zeigen sich bei den eben besprochenen Spectris manche relative Helligkeitsunterschiede, auf die wir für diesmal noch nicht eingehen. Die Auslegung dieser Thatsachen ergibt sich von selbst und wird durch folgende merkwürdige Beobachtung noch evidenter.

Wir pumpten auf einer zweistiefligen Luftpumpe eine Röhre so lange aus, bis die Barometerprobe ihren niedersten Stand erreicht hatte und sich zeigte, man könne nicht weiter. Die abgeschmolzene Röhre zeigte im engen Theile eine Übereinanderlagerung des gewöhnlichen Sauerstoff-, Wasserstoff- und Stickstoff-Spectrums; die Sauerstofflinien waren davon die relativ hellsten. Am negativen Pole der Röhre sah man auch, wie meist bei Luftröhren, drei Maxima, neben denen wenig mehr wahrzunehmen war; bei näherer Prüfung zeigte sich aber, daß diese drei Maxima nicht die gewöhnlichen waren, sondern mit den drei Wasserstofflinien, d. h. $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ stimmten.

Ein besonderes Interesse nehmen noch die Fluorescenz-Erscheinungen in Anspruch. Längst ist die Fluorescenzwirkung des elektrischen Funkens bemerkt worden, insbesondere findet man aber allgemein die Fluorescenzwirkung des Lichtes am negativen Pol hervorgehoben. Diese Sprechweise, die man noch in allen Büchern angewendet findet, gehört aber jedenfalls Anschauungen über das elektrische Licht an, welche mit den durch die Spectralanalyse rectificirten nicht mehr übereinstimmen. Durch die Spectralanalyse ist es höchst wahrscheinlich geworden, daß die Zusammensetzung des von einem glühenden Körper ausgesendeten Lichtes nicht von der Ursache des Glühzustandes, z. B. Verbrennungsproceß, elektrischer Strom etc., sondern nur von der materiellen Beschaffenheit des glühenden Körpers abhängt. Was ist Fluorescenz anderes als die Wirkung ultravioletter Lichtbestandtheile? Warum sollte also hier etwas anderes gelten? Dadurch, daß nun mit der Verbreitung des sichtbaren Spectrums des Lichtes am negativen Pole durch die ganze Röhre eine analoge Ausbreitung der Fluorescenzwirkung Hand in Hand geht, wird die richtige Auffassung der Fluorescenzwirkung in markanter Weise unterstützt. Eine interessante Beobachtung ist es auch, daß bei einer modificirten Stickstoffröhre die Fluorescenzwirkung unter gewissen Umständen durch Stromtheilung wie verstärkt erscheint. Man kann sich dieselbe kaum anders erklären, als

daß im letzteren Falle gerade der die Fluorescenzwirkung bedingende materielle Träger einen mindestens relativ größeren Antheil an der Strahlenemission erhält. Also auch diese Beobachtung ist nur mit der von uns vertretenen Ansicht von der Fluorescenzwirkung des elektrischen Lichtes einer plausiblen Deutung fähig. — Um es nochmals kurz und mit anderer Ausdrucksweise zu sagen: Es verhält sich mit den ultravioletten Strahlen, wie mit den sichtbaren, sie werden von den Stoffen, wenn dieselben glühen, emittirt, sind für dieselben charakteristisch, wie Spectrallinien, aber unabhängig von der Glühursache, sei dieselbe chemisch oder, wie in unserem Falle elektrisch. Daß sich dies durch unsere Untersuchung bestätigte, dürfte der Beachtung würdig sein.

Kehren wir jetzt nochmals auf die Frage der mehrfachen Spectra einfacher Stoffe zurück, so wie auf die Spectra positiven und negativen Lichtes. Die Verbreitung der Spectra des negativen Lichtes in modificirten Röhren so wie das Wasserstoff-Spectrum am negativen Pole unserer selbsterzeugten Röhre scheinen für den stofflichen Ursprung dieser Spectra zu sprechen. Sollte bei dem Zusammenhang der Spectra modificirter Röhren mit denen des negativen Lichtes nicht auch der stoffliche Ursprung dieser zweiten Spectra wahrscheinlich sein?

Die Thatsache, daß der negative Pol einer neuen Röhre schon dasselbe Spectrum besitzt, wie der enge Theil der lange gebrauchten, legen wir also dahin aus, daß ein bestimmtes Stoffgemenge, durch dieses Spectrum charakterisirt, am negativen Pole glüht. Jedenfalls glüht sodann dieses selbe Gemenge bei der modificirten Röhre auch im engen Theil, sei es, daß sich durch den langen Gebrauch dieses Stoffgemenge selbst immer mehr entwickelt z. B. aus dem Glase, oder sei es, daß es durch Verschwinden des Hauptstoffes, indem z. B. derselbe von den Elektroden absorbirt wird, zur überwiegenden Geltung in der ganzen Röhre kommt. In dem „Stoffgemenge“ dürften sich übrigens Stoffe in größerer Anzahl befinden. Die von uns bereits begonnene Reduction der einzelnen Linien auf einzelne Stoffe wird eine unserer nächsten Aufgaben bilden.

Transformation und Bestimmung des dreifachen Integrals

$$\iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2},\ \alpha x+\beta y+\gamma z\right) dx\, dy\, dz.$$

Von **Franz Unferdinger,**

Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Mit 11 Holzschnitten.)

Einleitung.

Im LXI. Band der Sitzungsberichte pag. 105 haben wir durch Einführung neuer Variabeln das dreifache Integrale

$$\iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2},\ \alpha x+\beta y+\gamma z\right) dx\, dy\, dz,$$

in welchem F eine beliebige Function, α, β, γ Constante bezeichnen, mit drei Grenzbedingungen auf ein bestimmtes Doppelintegrale reducirt.

Wir betrachten x, y, z als rechtwinkelige Coordinaten eines Punktes und in dieser geometrischen Auffassung wurden die Integrationen erstreckt auf alle Punkte des Raumes zwischen zwei concentrischen Ellipsoiden, zwei durch ihren Mittelpunkt gehenden und zwei parallelen Ebenen.

Im Folgenden geben wir die Reduction und Bestimmung des ähnlichen im Titel genannten, bisher nicht untersuchten dreifachen Integrals, wenn der Integrationsraum von ein- oder zweitheiligen Hyperboloiden begrenzt wird, während die vier Ebenen dieselben bleiben.

Durch die specielle Annahme $F=1$ gelangen wir zu den Inhaltsbestimmungen des Integrationsraumes und die in diesem Falle erhaltenen Ausdrücke stimmen überein mit den von uns im Jahre 1857 in Grunert's Archiv mitgetheilten, auf anderem Wege gefundenen Resultaten.

§. 1.

Sind x, y, z die rechtwinkeligen Coordinaten eines Punktes M im Raume vom Ursprunge O, so bezeichnen die drei folgenden Gleichungen (2), in welchen α, β, γ constante Zahlen sind mit

$$(1) \qquad \rho = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2}$$

die Einführung eines neuen Coordinatensystems, dessen Elemente p, r, θ sind.

$$(2) \qquad \begin{cases} x = \dfrac{\alpha p}{\rho} + \dfrac{\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}}{\rho} r \sin\theta, \\ y = -\dfrac{\beta p}{\rho} - \dfrac{r}{\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}} \left\{ \gamma \cos\theta + \dfrac{\alpha\beta}{\rho} \sin\theta \right\}, \\ z = -\dfrac{\gamma p}{\rho} + \dfrac{r}{\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}} \left\{ \beta \cos\theta - \dfrac{\alpha\gamma}{\rho} \sin\theta \right\}. \end{cases}$$

Werden diese Gleichungen der Ordnung nach mit α, β, γ multiplicirt und die entstehenden Producte addirt, so folgt mit Rücksicht auf (1):

$$(3) \qquad \alpha x + \beta y + \gamma z = \rho p.$$

Diese Gleichung bedeutet eine Ebene und der Punkt P, dessen Coordinaten im alten System sind:

$$(4) \qquad x_0 = \frac{\alpha p}{\rho}, \; y_0 = -\frac{\beta p}{\rho}, \; z_0 = -\frac{\gamma p}{\rho},$$

liegt in dieser Ebene. Bezeichnet q die Entfernung derselben vom Ursprung O, so ist mit

$$(5) \qquad \delta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$$

ihre Gleichung;

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = \delta q,$$

mithin

$$(6) \qquad p = \frac{\delta}{\rho} q;$$

p ist also ein bestimmtes Vielfaches des Abstandes q und für alle Punkte (xyz) der Ebene (3) hat p denselben Werth.

Werden die Gleichungen (2) quadrirt und die zwei letzten derselben von der ersten subtrahirt, so zeigt sich nach einiger Rechnung:

$$x^2 - y^2 - z^2 = p^2 - r^2 \tag{7}$$

und in ähnlicher Weise wird:

$$-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2; \tag{8}$$

r bezeichnet also den Halbmesser des Kehlkreises eines gleichseitigen eintheiligen Hyperboloides, welches durch den Punkt (xyz) geht und dessen Mittelpunkt P ist.

Bezeichnen x_1, y_1, z_1 die Coordinaten des Berührungspunktes einer das gleichseitige zweitheilige Hyperboloid:

$$x^2 - y^2 - z^2 = 1 \tag{9}$$

tangirenden Ebene, welche zu jener (3) parallel ist, so ist deren Gleichung:

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = \rho, \tag{10}$$

mit der Bedeutung von ρ aus (1) und

$$x_1 = \frac{\alpha}{\rho}, \quad y_1 = -\frac{\beta}{\rho}, \quad z_1 = -\frac{\gamma}{\rho}. \tag{11}$$

Der Punkt $(x_1 y_1 z_1)$ liegt also offenbar auf dem Strahl OP und letzterer ist der Ort der Mittelpunkte aller elliptischen Schnitte des zweitheiligen Hyperboloides (9) parallel zur Ebene (3); von welcher Bemerkung später Gebrauch gemacht wird.

§. 2.

Durch die Elimination von p aus der ersten und zweiten Gleichung in (2) und ebenso aus der ersten und dritten, aus der zweiten und dritten folgt:

$$(12)\quad \begin{cases} \beta x + \alpha y = -\dfrac{\alpha\gamma\cos\theta + \beta\rho\sin\theta}{\sqrt{\alpha^2-\rho^2}}\, r, \\ \gamma x + \alpha z = \dfrac{\alpha\beta\cos\theta + \gamma\rho\sin\theta}{\sqrt{\alpha^2-\rho^2}}\, r, \\ \beta z - \gamma y = \sqrt{\alpha^2-\rho^2}\,.\, r\cos\theta. \end{cases}$$

Eliminirt man $\cos\theta$ aus den zwei ersten der so entstandenen Gleichungen, so ergibt sich:

$$(13)\qquad \beta(\beta x + \alpha y) + \gamma(\gamma x + \alpha z) = -\rho\sqrt{\alpha^2-\rho^2}\,.\, r\sin\theta$$

und durch Division mit der dritten Gleichung in (12):

$$(14)\qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{\beta(\beta x + \alpha y) + \gamma(\gamma x + \alpha z)}{\rho(\gamma y - \beta z)}.$$

Werden die Gleichungen (12) quadrirt und von der Summe der zwei ersten die letzte subtrahirt, so zeigt sich:

$$(15)\qquad \rho r = \sqrt{(\beta x + \alpha y)^2 + (\gamma x + \alpha z)^2 - (\beta z - \gamma y)^2}$$

und mit Anwendung des hieraus folgenden Werthes von r gibt die Gleichung (13) und die letzte in (12) beziehungsweise:

$$(16)\quad \begin{cases} \sin\theta = -\dfrac{\beta(\beta x + \alpha y) + \gamma(\gamma x + \alpha z)}{\sqrt{(\alpha^2-\rho^2)\{(\beta x + \alpha y)^2 + (\gamma x + \alpha z)^2 - (\beta z - \gamma y)^2\}}}, \\ \cos\theta = \dfrac{\rho(\beta z - \gamma y)}{\sqrt{(\alpha^2-\rho^2)\{(\beta x + \alpha y)^2 + (\gamma x + \alpha z)^2 + (\beta z - \gamma y)^2\}}}. \end{cases}$$

Bezeichnet man der Kürze wegen $\operatorname{tg}\theta$ mit t, so kann die Gleichung (14) auch in folgender Form geschrieben werden:

$$(17)\qquad (\alpha^2 - \rho^2)x + (\alpha\beta - \gamma\rho t)y + (\alpha\gamma + \beta\rho t)z = 0$$

und diese bezeichnet eine durch den Ursprung O gehende Ebene. Für alle Punkte (xyz) in dieser Ebene hat θ denselben Werth.

Da die Werthe von x_0, y_0, z_0 aus (4) die Gleichung (17) identisch erfüllen, so liegt der Punkt P in dieser Ebene, dieselbe geht also durch den Strahl OP.

Setzt man $\theta = 0$, also auch $t = 0$, so verwandelt sich die Gleichung (17) in folgende:

$$(\alpha^2 - \rho^2)\,x + \alpha\beta y + \alpha\gamma z = 0, \tag{18}$$

für alle Punkte (xyz) in der hiermit bezeichneten Ebene ist $\theta = 0$. Der Durchschnitt derselben mit der Ebene der yz ist zu jenem der Ebene (3) parallel.

§. 3.

Bezeichnen λ, μ, ν die 180^0 nicht übersteigenden Winkel, welche eine in O auf die Ebene (17) errichtete Senkrechte mit den positiven Halbaxen der x, y, z einschließt, so findet man nach den Lehren der analytischen Geometrie des Raumes nach kurzer Rechnung:

$$\begin{cases} \cos\lambda = \dfrac{\alpha^2 - \rho^2}{\sqrt{(\alpha^2-\rho^2)(\delta^2+\rho^2 t^2)}}, \\ \cos\mu = \dfrac{\alpha\beta - \gamma\rho t}{\sqrt{(\alpha^2-\rho^2)(\delta^2+\rho^2 t^2)}}, \\ \cos\nu = \dfrac{\alpha\gamma + \beta\rho t}{\sqrt{(\alpha^2-\rho^2)(\delta^2+\rho^2 t^2)}} \end{cases} \tag{19}$$

und für $t = 0$ folgen hieraus die Werthe der analogen Winkel λ_0, μ_0, ν_0 für die Ebene (18):

$$\begin{cases} \cos\lambda_0 = \dfrac{\alpha^2 - \rho^2}{\delta\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}}, \\ \cos\mu_0 = \dfrac{\alpha\beta}{\delta\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}}, \\ \cos\nu_0 = \dfrac{\alpha\gamma}{\delta\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}}. \end{cases} \tag{20}$$

Bezeichnet η den Winkel zwischen den Ebenen (17) und (18), so ist:

$$\cos\eta = \cos\lambda\cos\lambda_0 + \cos\mu\cos\mu_0 + \cos\nu\cos\nu_0 = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \rho^2 t^2}}$$

und man findet hieraus:

$$(21) \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{\delta}{\rho}\operatorname{tg}\eta,$$

durch diese Gleichung wird die Beziehung festgestellt, in welcher der neue Coordinatenwinkel θ zum Neigungswinkel der Ebenen (17) und (18) steht[1]).

§. 4.

Nach diesen Vorbereitungen schreiten wir zur Transformation des folgenden dreifachen Integrals, in welchem F eine beliebige Function bezeichnet, α, β, γ constante Zahlen sind und die Grenzen noch offen gelassen werden:

$$(22) \qquad u = \iiint F(x^2 - y^2 - z^2,\ \alpha x + \beta y + \gamma z)\, dx\, dy\, dz.$$

Führt man statt x, y, z drei neue Veränderliche p, r, θ ein, im Sinne der Gleichungen (2), so ist nach Lagrange $dx\,dy\,dz$ zu ersetzen durch $\Omega\, dp\, dr\, d\theta$, wobei:

(23)

$$\Omega = \frac{dx}{dp}\left(\frac{dy}{dr}\frac{dz}{d\theta} - \frac{dy}{d\theta}\frac{dz}{dr}\right) + \frac{dy}{dp}\left(\frac{dz}{dr}\frac{dx}{d\theta} - \frac{dz}{d\theta}\frac{dx}{dr}\right) + \frac{dz}{dp}\left(\frac{dx}{dr}\frac{dy}{d\theta} - \frac{dx}{d\theta}\frac{dy}{dr}\right);$$

nun geben die Gleichungen (2) unmittelbar:

---

[1]) Bezeichnet ζ den Winkel am Punkt P in der Ebene (8), welchen die Durchschnitte derselben mit den Ebenen (17) und (18) unter sich einschließen, so besteht auch die Relation:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\rho}{\delta}\operatorname{tg}\zeta$$

und nennt man ω den Winkel bei O in der Ebene yz, welche die Durchschnitte der letzteren mit den Ebenen (17) und (18) einschließen, so ist:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\alpha}{\rho}\operatorname{tg}\omega.$$

$$(24) \qquad \frac{dx}{dp} = \frac{\alpha}{\rho},\; \frac{dy}{dp} = -\frac{\beta}{\rho},\; \frac{dz}{dp} = -\frac{\gamma}{\rho}$$

und die Differenziation der Gleichungen (3) und (7) nach r führt auf die Beziehungen:

$$\alpha\frac{dx}{dr} + \beta\frac{dy}{dr} + \gamma\frac{dz}{dr} = 0,$$

$$x\frac{dx}{dr} - y\frac{dy}{dr} - z\frac{dz}{dr} = -r,$$

aus welchen folgt:

$$(25) \qquad \begin{cases} \dfrac{dy}{dr} = -\dfrac{\gamma x + \alpha z}{\beta z - \gamma y}\cdot\dfrac{dx}{dr} - \dfrac{\gamma r}{\beta z - \gamma y}, \\ \dfrac{dz}{dr} = \dfrac{\beta x + \alpha y}{\beta z - \gamma y}\cdot\dfrac{dx}{dr} + \dfrac{\beta r}{\beta z - \gamma y}. \end{cases}$$

Die Differenziation der Gleichungen (2) nach θ gibt wieder unmittelbar:

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}}{\rho}\gamma\cos\theta,$$

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}}\left\{\gamma\sin\theta - \frac{\alpha\beta}{\rho}\cos\theta\right\},$$

$$\frac{dz}{d\theta} = -\frac{r}{\sqrt{\alpha^2 - \rho^2}}\left\{\beta\sin\theta + \frac{\alpha\gamma}{\rho}\cos\theta\right\},$$

oder mit Anwendung der Gleichungen (12):

$$(26) \qquad \begin{cases} \dfrac{dx}{d\theta} = \dfrac{\beta z - \gamma y}{\rho}, \\ \dfrac{dy}{d\theta} = -\dfrac{\gamma x + \alpha y}{\rho}, \\ \dfrac{dz}{d\theta} = -\dfrac{\beta x + \alpha y}{\rho}. \end{cases}$$

Durch Substitution der Werthe aus (25) und (26) erhält man nach einfacher Rechnung:

$$(27)\quad \begin{cases} \frac{dy}{dr}\frac{dz}{d\theta}-\frac{dy}{d\theta}\frac{dz}{dr}=\frac{\alpha r}{\rho}, \\ \frac{dz}{dr}\frac{dx}{d\theta}-\frac{dz}{d\theta}\frac{dx}{dr}=\frac{\beta r}{\rho}, \\ \frac{dx}{dr}\frac{dy}{d\theta}-\frac{dx}{d\theta}\frac{dy}{dr}=\frac{\gamma r}{\rho}, \end{cases}$$

hiermit wird mit Benützung der Gleichungen (24) und mit Rücksicht auf (1):

$$(28)\qquad \Omega = r.$$

Das dreifache Integrale (22) verwandelt sich durch die Einführung der neuen Variabelen p, r, θ hiermit in folgendes:

$$(29)\qquad u=\iiint F(p^2-r^2, \rho p)\, dp\,.\,rdrd\theta.$$

§. 5.

Damit u einen bestimmten Werth erlangt, setzen wir fest, daß die drei Integrationen in (22) auf alle positiven und negativen Werthe von x, y, z erstreckt werden sollen, welche zugleich die Bedingungen erfüllen:

$$(30)\quad \begin{cases} \varepsilon_0^2 < x^2-y^2-z^2 < \varepsilon_1^2, \\ g_0\rho < \alpha x+\beta y+\gamma z < g_1\rho, \\ t_0 < \frac{\beta(\beta x+\alpha y)+\gamma(\gamma x+\alpha z)}{\rho(\gamma y-\beta z)} < t_1, \end{cases}$$

in welchen ε_0, ε_1, g_0, g_1 positive Constante, t_0, t_1 beliebige Constante bezeichnen sollen.

Geometrisch heißt dieses, die Integrationen sind auf alle Punkte (xyz) des Raumes auszudehnen, welche enthalten sind zwischen den beiden zweitheiligen gleichseitigen Hyperboloiden:

$$(31)\qquad x^2-y^2-z^2=\varepsilon_0^2,$$

$$(32)\qquad x^2-y^2-z^2=\varepsilon_1^2,$$

zwischen den beiden parallelen Ebenen:

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = g_1 \rho, \tag{33}$$

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = g_0 \rho \tag{34}$$

und zwischen den beiden durch den Ursprung gehenden Ebenen:

$$\begin{cases} (\alpha^2 - \rho^2) x + (\alpha\beta - \gamma\rho t_1) y + (\alpha\gamma + \beta\rho t_1) z = 0, \\ (\alpha^2 - \rho^2) x + (\alpha\beta - \gamma\rho t_0) y + (\alpha\gamma + \beta\rho t_0) z = 0. \end{cases} \tag{35}$$

Da $\varepsilon_0 < \varepsilon_1$ so liegt das zweite Hyperboloid im Innern des ersten. Da g_0, g_1 positiv vorausgesetzt werden, so liegen beide Parallelebenen auf derselben Seite des Ursprungs und da $g_0 < g_1$, so liegt die Ebene (34) näher am Ursprung als jene (33).

Damit ρ einen reelen Werth erhält, müssen die Constanten α, β, γ in den Gleichungen (33), (34) der parallelen Grenzebenen nach (1) die Bedingung erfüllen:

$$\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 > 0 \tag{36}$$

d. h. geometrisch diese Grenzebenen müssen eine solche Richtung haben, welche an den Hyperboloiden (31), (32) elliptische Schnitte erzeugt.

Die Gleichungen der Grenzebenen (35) folgen aus jener (17) für $t = t_1$, $t = t_0$, folglich gehen diese Ebenen durch den Strahl OP, auf welchem nach §. 1 der Berührungspunkt $(x_1\ y_1\ z_1)$ der Ebene (10) mit dem Hyperboloid (9) liegt.

Diese Durchschnittslinie der Keilebenen (35) geht durch die Berührungspunkte der die Hyperboloide (31), (32) tangirenden Ebenen, welche parallel zu den Grenzebenen (33), (34) sind, weil die Hyperboloide (31), (32) mit jenem (9) concentrisch, gleichliegend und ähnlich sind.

§. 6.

Die Gleichungen (7), (3), (14) geben nun nach (30) als Grenzbedingungen für die neuen Variabeln p, r, θ:

$$\begin{cases} \varepsilon_0^2 < p^2 - r^2 < \varepsilon_1^2, \\ g_0 < p < g_1, \\ \theta_0 < \theta < \theta_1, \end{cases} \tag{38}$$

wenn zur Abkürzung gesetzt wird:

$$(39) \qquad \theta_0 = \text{arc.}\,\text{tg}\,t_0, \qquad \theta_1 = \text{arc.}\,\text{tg}\,t_1.$$

Um die Grenzbedingungen für das transformirte Integrale (29) in Integrationsgrenzen zu übersetzen, ist die Unterscheidung dreier Fälle nothwendig, je nachdem:

$$(40) \quad \begin{cases} g_1 > \varepsilon_0, \; g_0 > \varepsilon_0, \\ g_1 > \varepsilon_1, \; g_0 > \varepsilon_1, \end{cases} \begin{cases} g_1 > \varepsilon_0, \; g_0 > \varepsilon_0, \\ g_1 > \varepsilon_1, \; g_0 < \varepsilon_1, \end{cases} \begin{cases} g_1 > \varepsilon_0, \; g_0 > \varepsilon_0, \\ g_1 < \varepsilon_1, \; g_0 < \varepsilon_1. \end{cases}$$

Die Bedingungen der ersten Horizontalzeile sind durchaus dieselben und sind nothwendig, damit beide Parallelebenen (33), (34) das äußere Hyperboloid (31) schneiden. Die Unterscheidung dreier Fälle in (40) liegt in der zweiten Horizontalzeile; im ersten Fall schneiden beide Ebenen (33), (34) beide Hyperboloide, im zweiten Fall schneidet nur die erste Ebene (33) beide Hyperboloide und im dritten Fall schneiden beide Ebenen nur das äußere Hyperboloid (31).

Aus der ersten Grenzbedingung in (38) folgt:

$$(41) \qquad \sqrt{p^2-\varepsilon_0^2} > r > \sqrt{p^2-\varepsilon_1^2}$$

und da immer $g_0 < p < g_1$, so sind im ersten Fall die Grenzen für r durchaus reel erfüllbar, mithin ist nach Integration in Bezug auf θ:

$$(42) \quad u = (\theta_1 - \theta_0) \int_{g_0}^{g_1} \int_{\sqrt{p^2-\varepsilon_1^2}}^{\sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}} F(p^2-r^2, \rho p)\, dp\,.\,r\,dr, \; g_1 > \varepsilon_1, \; g_0 > \varepsilon_1.$$

Im zweiten Fall, welcher $g_1 > \varepsilon_1$, $g_0 < \varepsilon_1$ entspricht, theilen wir das Intervall nach p im Sinne der Relationen:

$$\varepsilon_1 < p < g_1, \quad g_0 < p < \varepsilon_1;$$

im ersten Theil sind die Grenzbedingungen (41) für r durchaus reel erfüllbar, im zweiten Theil ist $\sqrt{p^2-\varepsilon_1^2}$ beständig imaginär und die reelen Grenzen für r sind also:

$$0 < r < \sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}.$$

Hiernach wird mit Integration nach θ:

(43)

$$u = (\theta_1 - \theta_0)\left\{\int_{\varepsilon_1}^{g_1}\int_{\sqrt{p^2-\varepsilon_1^2}}^{\sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}} F(p^2-r^2, \rho p)dp.rdr + \int_{g_0}^{\varepsilon_1}\int_0^{\sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}} F(p^2-r^2, \rho p)dp.rdr\right\},$$

$$g_1 > \varepsilon_1, \quad g_0 < \varepsilon_1.$$

Im dritten Fall ist $\sqrt{p^2-\varepsilon_1^2}$ durchaus imaginär, daher sind die reelen Grenzen für r:

$$0 < r < \sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}\ .$$

und man erhält, wenn wieder nach θ integrirt wird:

$$(44)\quad u = (\theta_1 - \theta_0)\int_{g_0}^{g_1}\int_0^{\sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}} F(p^2-r^2, \rho p)\,dp\,.rdr,\ g_1 < \varepsilon_1,\ g_0 < \varepsilon_1.$$

Durch die Gleichungen (42), (43), (44) wird das dreifache Integrale (22) mit den Veränderlichen x, y, z und den Grenzbedingungen (30) immer auf ein bestimmtes Doppelintegrale nach p und r reducirt.

Da in dieser Integration der Leitstrahl r durchaus positiv genommen wird, so beziehen sich die schließlich erhaltenen Werthe des Integrals u nur auf e i n e n der verschiedenen Keilräume, welche die beiden Grenzebenen (35) formiren. Bei der periodischen Eigenschaft der Function $\operatorname{tg}\theta$ gestatten die Gleichungen $\operatorname{tg}\theta_0 = t_0$, $\operatorname{tg}\theta_1 = t_1$ verschiedene Auflösungen und die obigen Formeln beziehen sich auf jenen Keilraum, welcher dem für θ_0, θ_1 acceptirten Werthpaar entspricht. Ist x, y, z ein Werthsystem, welches der letzten Bedingung in (30) entspricht, so leistet auch $-x$, $-y$, $-z$ Genüge, aber letzteres Werthsystem entspricht der Integration nach θ von

$$\theta_0 = \pi + \text{arc. tg}\, t_0 \quad \text{bis} \quad \theta_1 = \pi + \text{arc. tg}\, \theta_1$$

deren Intervall dem obigen gleich ist. Soll also die Integration a l l e reelen Werthe von x, y, z umfassen, welche die Bedingungen (30)

erfüllen, so sind die für das Integrale u erhaltenen Ausdrücke noch mit 2 zu multipliciren.

§. 7.

Um diese Resultate auf das allgemeinere Integrale, in welchem a, b, c positive Constante bezeichnen:

$$(45)\qquad W = \iiint F\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2},\ \alpha x + \beta y + \gamma z\right) dx\,dy\,dz$$

in Anwendung zu bringen, ersetzen wir in (22) und (30) x, y, z durch neue Variabele $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$ und setzen gleichzeitig überall $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$ statt α, β, γ. Die Integrationsbedingungen sind dann folgende:

$$(46)\qquad \begin{cases} \varepsilon_0^2 < \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} < \varepsilon_1^2, \\ g_0\rho < \alpha x + \beta y + \gamma z < g_1\rho, \\ t_0 < \dfrac{bc\{\beta(b^2\beta x + a^2\alpha y) + \gamma(c^2\gamma x + a^2\alpha z)\}}{a\rho(c^2\gamma y - b^2\beta z)} < t_1 \end{cases}$$

mit

$$(47)\qquad \rho = \sqrt{a^2\alpha^2 - b^2\beta^2 - c^2\gamma^2}$$

und es wird:

$$(48)\qquad W = abc\,.\,u.$$

Der Integrationsraum wird begrenzt von den beiden concentrischen, ähnlichen und gleichliegenden zweitheiligen Hyperboloïden:

$$(49)\qquad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \varepsilon_0^2,$$

$$(50)\qquad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \varepsilon_1^2,$$

von welchen, wegen $\varepsilon_0 < \varepsilon_1$ das zweite im Innern der ersten liegt; — von den beiden parallelen Ebenen:

$$(33)\qquad \alpha x + \beta y + \gamma z = g_1\rho,$$

$$(34)\qquad \alpha x + \beta y + \gamma z = g_0\rho$$

und von den beiden durch den Ursprung gehenden Ebenen:

$$(51)\begin{cases} bc(a^2\alpha^2-\rho^2)x+ac(a\alpha b\beta-c\gamma\rho t_1)y+ab(a\alpha c\gamma+b\beta\rho t_1)z=0, \\ bc(a^2\alpha^2-\rho^2)x+ac(a\alpha b\beta-c\gamma\rho t_0)y+ab(a\alpha c\gamma+b\beta\rho t_0)z=0. \end{cases}$$

Eine das zweitheilige Hyperboloid:

$$(52) \qquad \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

berührende Ebene, welche parallel zu den Grenzebenen (33), (34) ist, hat die Gleichung:

$$(10) \qquad \alpha x+\beta y+\gamma z=\rho,$$

mit der Bedeutung von ρ aus (47). Die Coordinaten des Berührungspunktes sind:

$$(53) \qquad x_1=\frac{a^2\alpha}{\rho}, \quad y_1=-\frac{b^2\beta}{\rho}, \quad z_1=-\frac{c^2\gamma}{\rho};$$

diese Werthe erfüllen die beiden Gleichungen (51) identisch. Die Durchschnittsgerade der durch dieselben dargestellten Ebenen ist also der Strahl vom Ursprung zu dem gedachten Berührungspunkt, übereinstimmend mit der am Schluß des §. 1 gemachten Bemerkung.

Der Winkel θ wird von einer Ebene aus gezählt, deren Gleichung:

$$(54) \qquad (a^2\alpha^2-\rho^2)x+a^2\alpha\beta y+a^2\alpha\gamma z=0$$

aus jenen (51) entsteht für $t=0$.

Die Gleichungen (42), (43), (44) geben nun mit Anwendung der Beziehung (48) für die den Relationen (40) entsprechenden drei Fälle:

(57)

$$W=abc(\theta_1-\theta_0).\int_{g_0}^{g_1}\int_{\sqrt{p^2-s_1^2}}^{\sqrt{p^2-s_0^2}}F(p^2-r^2,\rho p)\,dp\,.\,r\,dr,$$

$$W = abc(\theta_1-\theta_0).\left\{\int_{\varepsilon_1}^{g_1}\int_{\sqrt{p^2-\varepsilon_1^2}}^{\sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}} F(p^2-r^2,\rho p)dp.rdr + \int_{g_0}^{\varepsilon_1}\int_{0}^{\sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}} F(p^2-r^2,\rho p)dp.rdr\right\},$$

$$W = abc(\theta_1-\theta_0).\int_{g_0}^{g_1}\int_{0}^{\sqrt{p^2-\varepsilon_0^2}} F(p^2-r^2,\rho p)\,dp\,.\,r\,dr.$$

Für den Integrationsraum, welcher der ersten Gleichung entspricht, schneiden beide Parallelebenen (33), (34) beide Hyperboloide (49), (50). Für den Integrationsraum der zweiten Gleichung schneidet nur die Ebene (33) beide Hyperboloide. Die dritte Gleichung gehört zu jenem Integrationsraum, dessen Parallelebenen (33), (34) nur das äußere Hyperboloid (49) schneiden und dem entsprechend ist der Ausdruck für W in diesem Fall unabhängig von ε_1.

§. 8.

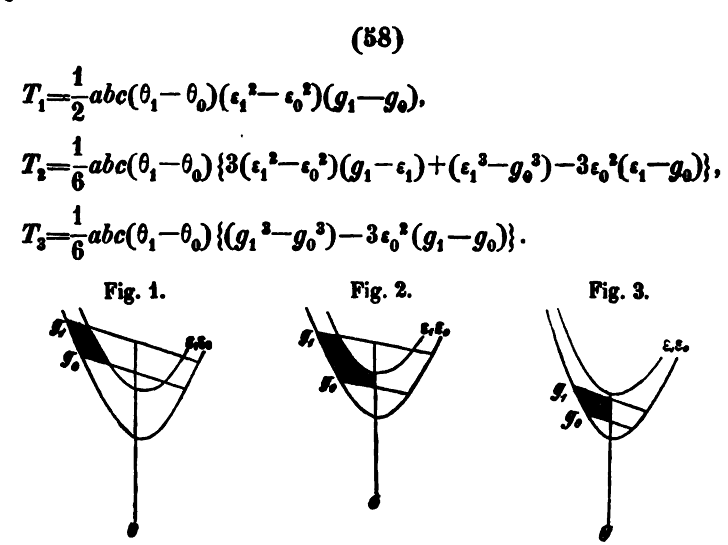
Für $F=1$ in (45) geben die drei Gleichungen (57) den Inhalt des Integrationsraumes. Bezeichnet man denselben entsprechend den drei Fällen (40) mit T_1, T_2, T_3, so wird nach Ausführung der Integrationen:

(58)

$$T_1 = \frac{1}{2}abc(\theta_1-\theta_0)(\varepsilon_1^2-\varepsilon_0^2)(g_1-g_0),$$

$$T_2 = \frac{1}{6}abc(\theta_1-\theta_0)\{3(\varepsilon_1^2-\varepsilon_0^2)(g_1-\varepsilon_1)+(\varepsilon_1^3-g_0^3)-3\varepsilon_0^2(\varepsilon_1-g_0)\},$$

$$T_3 = \frac{1}{6}abc(\theta_1-\theta_0)\{(g_1^3-g_0^3)-3\varepsilon_0^2(g_1-g_0)\}.$$



Die schematischen Figuren 1, 2, 3 zeigen die verschiedenen Begrenzungen der durch diese Formeln bestimmten Räume.

Mit $\varepsilon_0 = 0$, $\varepsilon_1 = \varepsilon$ geben die Gleichungen (58) den Raum t zwischen dem zweitheiligen Hyperboloid:

$$(59) \qquad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \varepsilon^2,$$

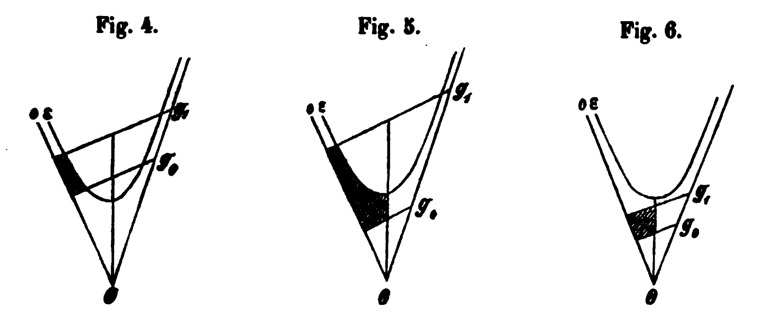
dem zugehörigen Asymptotenkegel:

$$(60) \qquad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

und den vier Ebenen (33), (34), (51). Man erhält entsprechend den drei Fällen (40):

$$(61) \qquad \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2}\, abc(\theta_1 - \theta_0)(g_1 - g_0)\varepsilon^2, \\ t_2 = \frac{1}{6}\, abc(\theta_1 - \theta_0)\{3\varepsilon^2 g_1 - 2\varepsilon^3 - g_0^3\}, \\ t_3 = \frac{1}{6}\, abc(\theta_1 - \theta_0)(g_1^3 - g_0^3). \end{cases}$$

Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.



Die schematischen Figuren 4, 5, 6 zeigen die Gestalt der hiermit bestimmten Räume.

§. 9.

Setzt man in der letzten Gleichung in (58) $\theta_1 = 2\pi$, $\theta_0 = 0$, $\varepsilon_0 = 1$, so erhält man den Inhalt Sch_2 einer Schichte des zweitheiligen Hyperboloides:

$$(62) \qquad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

zwischen den parallelen Ebenen (33), (34) und zwar wird:

$$(62) \qquad Sch_2 = \frac{\pi}{3} abc \{(g_1^3 - g_0^3) - 3(g_1 - g_0)\}.$$ [1]

Für $g_0 = 1$ wird die Ebene (34) zu einer Berührungsebene des Hyperboloides (52) und die Schichte Sch_2 geht über in das Segment S_2, welches die Ebene:

$$(63) \qquad \alpha x + \beta y + \gamma z = g p,$$

von dem Hyperboloid (52) abschneidet und zwar ist, da g für g_1 geschrieben wird:

$$(64) \qquad S_2 = \frac{\pi}{3} abc (g^3 - 3g + 2).$$

Hierbei ist zu erinnern, daß zur Reelität von ρ nach (47) die Bedingung gehört:

$$(65) \qquad a^2 \alpha^2 - b^2 \beta^2 - c^2 \gamma^2 > 0$$

d. h. daß die schneidende Ebene diejenige Richtung hat, welche elliptischen Schnitten entspricht. Die Bedingung $g > 1$ ist noch erforderlich, damit die Ebene das Hyperboloid schneidet.

Die Gleichung einer das Hyperboloid (52) berührenden Ebene, welche parallel zu jener (63) ist, lautet:

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = \rho,$$

sind q, Q die Entfernungen derselben vom Ursprung, so ist also nach der Theorie der Ebene:

$$g = \frac{q}{Q},$$

diese Gleichung gibt die geometrische Bedeutung von g in der Formel (64).

---

[1] Dieses Resultat stimmt mit demjenigen überein, welches wir im LX. Band der Sitzungsberichte, II. Abth. p. 656, auf anderem Wege gefunden haben.

Die Ebene (63) ist eine Berührungsebene des mit (52) concentrischen ähnlichen und gleichliegenden Hyperboloides:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=g^2 \tag{66}$$

und da der Ausdruck für S_2 nur von g abhängig ist, nicht aber von α, β, γ, so schneidet jede das Hyperboloid (66) berührende Ebene von jenem (51) ein Segment von gleichem Inhalt ab, welcher letztere durch die Gleichung (64) bestimmt wird[1]).

Aus demselben Grunde folgt allgemein, daß die durch die Formeln (58), (61) bestimmten Körperräume für solche Parallelebenen (33), (34), welche beziehungsweise die Hyperboloide

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=g_1^2,$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=g_0^2,$$

berühren, je dieselbe Größe haben.

Setzt man in der zweiten Gleichung (58) $\theta_1=2\pi$, $\theta_0=0$, $g_0=\varepsilon_0=\varepsilon$, $g_1=g$, $\varepsilon_1=1$, so erhält man den Inhalt einer Schale zwischen den beiden Hyperboloiden:

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=\varepsilon^2,\\&\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\end{aligned}\right. \tag{67}$$

und der Ebene:

$$\alpha x+\beta y+\gamma z=g\rho$$

und zwar wird:

$$Schale=\frac{\pi}{3}abc\,\{3\,(1-\varepsilon^2)g-2\,(1-\varepsilon^3)\}. \tag{68}$$

---

[1]) S. Grunert's Archiv Thl. 28, p. 52. Sitzungsberichte, Bd. LX, II. Abth. p. 654.

§. 10.

Wenn das Integrale u in (22) den Bedingungen:

$$(69) \qquad \begin{cases} \varepsilon^2 < -x^2+y^2+z^2 < 1, \\ \pm g_0\rho < \alpha x+\beta y+\gamma z < g_1\rho, \\ t_0 < \dfrac{\beta(\beta x+\alpha y)+\gamma(\gamma x+\alpha z)}{\rho(\gamma y-\beta z)} < t_1 \end{cases}$$

unterliegt, mit der Bedeutung von ρ nach (1), so ist der Integrationsraum begrenzt von den beiden eintheiligen Hyperboloiden:

$$(70) \qquad \begin{cases} -x^2+y^2+z^2=\varepsilon^2, \\ -x^2+y^2+z^2=1, \end{cases}$$

von den beiden parallelen Ebenen:

$$(71) \qquad \begin{cases} \alpha x+\beta y+\gamma z=g_1\rho, \\ \alpha x+\beta y+\gamma z=\pm g_0\rho, \end{cases}$$

wobei das unterere Zeichen gilt, wenn die Ebenen auf den entgegengesetzten Seiten des Ursprungs liegen — und von den beiden durch den Ursprung gehenden Ebenen (35).

Das auf die Variabeln p, r, θ transformirte Integrale (29) hat nun die Grenzbedingungen:

$$(72) \qquad \begin{cases} \varepsilon^2 < r^2-p^2 < 1, \\ \pm g_0 < p < g_1, \\ \theta_0 < \theta < \theta_1, \end{cases}$$

wenn wieder die Abkürzung (39) angewendet wird; die erste derselben kann durch folgende ersetzt werden:

$$\sqrt{p^2+\varepsilon^2} < r < \sqrt{p^2+1},$$

und diese Bedingung ist durchaus reel nach r erfüllbar, daher wird mit Integration nach θ:

$$(73) \qquad u=(\theta_1-\theta_0).\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{\sqrt{p^2+\varepsilon^2}}^{\sqrt{p^2+1}} F(p^2-r^2,\ \rho p)\ dp.rdr,$$

womit auch in diesem Falle das dreifache Integrale u auf ein bestimmtes Doppelintegrale reducirt ist.

§. 11.

Auch dieses Resultat läßt sich auf die Form:

$$(45)\quad W=\iiint F\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2},\ \alpha x+\beta y+\gamma z\right) dx\,dy\,dz$$

mit den Integrationsbedingungen:

$$(74)\quad \begin{cases} \varepsilon^2 < -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2} < 1, \\ \pm g_0\rho < \alpha x+\beta y+\gamma z < g_1\rho, \\ t_0 < \frac{bc\{\beta(b^2\beta x+a^2\alpha y)+\gamma(c^2\gamma x+a^2\alpha z)\}}{a\rho(c^2\gamma y-b^2\beta z)} < t_1, \end{cases}$$

in der bekannten Weise verallgemeinern, wobei ρ die Bedeutung (47) hat und es wird mit Anwendung der abkürzenden Bezeichnung (39):

$$(75)\qquad W=abc(\theta_1-\theta_0).\int_{\pm g_0}^{g_1}\int_{\sqrt{p^2+\varepsilon^2}}^{\sqrt{p^2+1}} F(p^2-r^2,\ \rho p,)\,dp.\,rdr.$$

Der Integrationsraum ist nun begrenzt von den beiden eintheiligen Hyperboloiden:

$$(76)\qquad -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=\varepsilon^2,$$

$$(77)\qquad -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

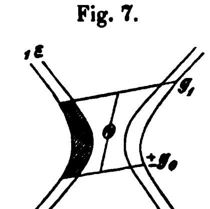
von den beiden parallelen Ebenen (71) und von den durch den Ursprung gehenden Keilebenen (51).

§. 12.

Die specielle Annahme $F=1$ in (45), (75) gibt den Inhalt S des Integrationsraumes (Fig. 7); werden die Integrationen wirklich ausgeführt, so erhält man:

$$(78) \qquad S=\frac{1}{2}abc(\theta_1-\theta_0)(1-\varepsilon^2)(g_1 \mp g_0),$$

Fig. 7.



wobei das obere oder untere Zeichen zu nehmen ist, je nachdem die Parallelebenen (71) auf derselben oder auf entgegengesetzter Seite des Ursprungs liegen.

Für das obere Zeichen ist $S=T_1$ in (58) mit $\varepsilon_1=1$, $\varepsilon_0=\varepsilon$, d. h. die durch die Parallelebenen (33), (34) und durch die Keilebenen (51) aus den eintheiligen Hyperboloiden (76), (77) ausgeschnittenen Körperräume sind den entsprechenden der zweitheiligen Hyperboloide:

$$(59) \qquad \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=\varepsilon^2,$$

$$(52) \qquad \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

gleich.

Für $\varepsilon=0$ wird das erste eintheilige Hyperboloid (76) zum Asymptotenkegel des zweiten (77); bezeichnet s das dieser Begrenzung entsprechende Volumen, so folgt aus (78), wenn wieder nur das obere Zeichen genommen wird:

$$(79) \qquad s=\frac{1}{2}(\theta_1-\theta_0)(g_1-g_0).$$

Wird dieser Ausdruck zu jenen für t_1, t_2, t_3 in (61) addirt, so erhält man die Summen:

$$(80)\quad \begin{cases} T_1 = \frac{1}{2} abc(\theta_1 - \theta_0)(1+\varepsilon^2)(g_1 - g_0). \\ T_2 = \frac{1}{6} abc(\theta_1 - \theta_0)\{3(g_1 - g_0) + 3\varepsilon^2 g_1 - 2\varepsilon^3 - g_0^3\}. \\ T_3 = \frac{1}{6} abc(\theta_1 - \theta_0)\{(g_1^3 - g_0^3) + 3(g_1 - g_0)\}. \end{cases}$$

Die hiermit bestimmten Räume sind begrenzt von dem zweitheiligen Hyperboloid:

$$(59)\qquad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \varepsilon^2,$$

von dem eintheiligen Hyperboloid:

$$(77)\qquad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

und von den vier Ebenen (33), (34), (51); die drei Formeln für T_1, T_2, T_3 entsprechen den drei Voraussetzungen (40).

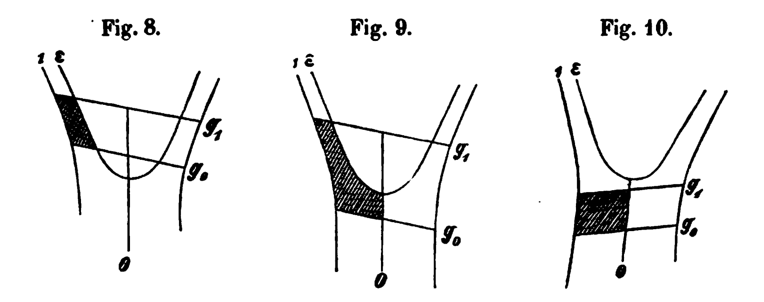


Fig. 8. Fig. 9. Fig. 10.

Die Figuren 8, 9, 10 zeigen die Schema der hiermit bestimmten Körperräume.

§. 13.

Setzt man in der letzten Formel in (80) $\theta_1 = 2\pi$, $\theta_0 = 0$, $g_0 = 0$, $g_1 = g$ so erhält man den Inhalt v einer Schichte des eintheiligen Hyperboloides:

$$(77)\qquad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

zwischen den parallelen Ebenen:

$$(81)\qquad \begin{cases}\alpha x+\beta y+\gamma z=g\rho,\\ \alpha x+\beta y+\gamma z=0,\end{cases}$$

deren letztere durch den Ursprung geht und zwar wird:

$$(82)\qquad v=\frac{\pi}{3}abc(g^3+3g).$$

Die erste der Parallelebenen ist offenbar eine Berührungsebene des zweitheiligen Hyperboloides:

$$(66)\qquad \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=g^2,$$

weil $\rho=\sqrt{a^2\alpha^2-b^2\beta^2-c^2\gamma^2}$ und da v nur von g abhängt, nicht von α, β, γ, so hat das gedachte Volumen für alle solche Berührungsebenen dieselbe Größe[1]. Überhaupt kann man schließen, daß die durch die Ausdrücke (78), (80) bestimmten Volumina für alle solche Grenzebenen (33), (34) dieselbe Größe haben, welche beziehungsweise die zweitheiligen Hyperboloide:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=g_1^2,$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=g_0^2$$

berühren.

§. 14.

Die Giltigkeit der Formeln (80) ist bedingt durch die Voraussetzung, daß g_0 positiv; doch ist es leicht, sich hiervon zu befreien.

So gibt z. B. die Formel für T_2 mit $g_0=0$:

$$(83)\qquad t_2=\frac{1}{6}abc(\theta_1-\theta_0)\{3(1+\varepsilon^2)g_1-2\varepsilon^2\},$$

den Inhalt des Raumes zwischen den Hyperboloiden (59), (77) zwischen den Parallelebenen:

[1] S. Sitzungsberichte, Bd. LX, II. Abth. p. 661.

(84)
$$\begin{cases} \alpha x + \beta y + \gamma z = g_1 \rho, \\ \alpha x + \beta y + \gamma z = 0 \end{cases}$$

und den Keilebenen (51). Anderseits gibt die dritte Gleichung in (80) mit $g_0 = 0$, $g_1 = g_0$:

(85)
$$t_3 = \frac{1}{6} abc(\theta_1 - \theta_0)(g_0^3 + 3g_0),$$

einen Raum zwischen dem eintheiligen Hyperboloide (77) und den parallelen Ebenen:

(86)
$$\begin{cases} \alpha x + \beta y + \gamma z = 0, \\ \alpha x + \beta y + \gamma z = g_0 \rho \text{ oder } -g_0 \rho \end{cases}$$

und die Addition von t_2, t_3:

(87)
$$t = \frac{1}{6} abc(\theta_1 - \theta_0) \cdot \{3(g_1 + g_0) + 3\varepsilon^2 g_1 - 2\varepsilon^3 + g_0^3\},$$

welche Formel sich auf den Rauminhalt eines Körpers (Fig. 11) bezieht, zwischen dem eintheiligen Hyperboloid (77) und der positiven Höhlung des zweitheiligen Hyperboloides (59); zwischen den parallelen Ebenen:

(88)
$$\begin{cases} \alpha x + \beta y + \gamma z = g_1 \rho, \\ \alpha x + \beta y + \gamma z = -g_0 \rho \end{cases}$$

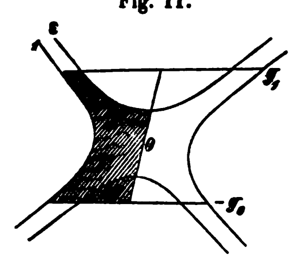
und den Keilebenen (51).

Der Ausdruck (87) folgt auch aus jenem für T_2 in (80), wenn man $-g_0$ an die Stelle von g_0 setzt.

§. 15.

Wie schon aus dem analytischen Sinn eines mehrfachen Integrals hervorgeht, so zeigt auch die vorstehende Untersuchung, daß zur vollständigen Auswerthung desselben, so viele sich nicht völlig widersprechende Bedingungen einzuführen sind, als Veränderliche in demselben vorkommen; wird eine Bestimmung mit weniger Bedingungen erreicht, so gehört dieselbe, wie obige Beispiele zeigen, in das Gebiet der speciellen Fälle.

Fig. 11.



Der Werth der durch die Gleichungen (2) bewirkten Transformation liegt vornehmlich darin, daß sich hierfür nach (28) die Functionsdeterminante Ω auf r reducirt. Diese Substitutionen leisten also für drei Variabele x, y, z denselben Dienst, wie jene mit $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ für zwei.

Denkt man sich den Raum derart mit Materie erfüllt, daß die Dichte derselben an der Stelle (xyz) durch den Werth der Function F gemessen wird, so bezeichnet das Integrale W (45) die Masse des Integrationsraumes.

Durch Anwendung derselben simultanen Substitutionen (2) ist man nun auch im Stande, die Schwerpunkte der im Vorhergehenden behandelten Integrationsräume zu bestimmen, und zwar sowohl für homogene Massen, für welche $F = 1$ ist, als auch bei ungleicher Vertheilung der Dichtigkeit.

Für beliebige Stellungen der Grenzebenen zu den Hauptaxen der Flächen sind unseres Wissens solche Bestimmungen noch nicht versucht worden und in Anbetracht des Nutzens derselben für viele Fragen der mathematischen Physik, sei erlaubt, hierüber später genauer zu berichten.

Untersuchungen über Blasenbildung und Epithelregeneration an der Schwimmhaut des Frosches.

Von Prof. **Biesiadecki**,

Vorstand des pathologisch-anatomischen Institutes in Krakau.

F. Pagenstecher hat im Jahre 1868 der hohen Classe eine Abhandlung „Über die Entwickelung der Epithelialzellen bei chronischen Hautkrankheiten und dem Epithelialcarcinome" vorgelegt, in welcher er die von mir beschriebenen Wanderzellen der Schleimschichte der Haut in Epithelien sich umwandeln läßt.

Pagenstecher konnte, da er bloß die Haut des Menschen berücksichtigte, die Wanderung gewisser Zellen, welche — in der Schleimschichte gelegen — den farblosen Blutzellen glichen, nur aus der verschiedenen Lage und Höhe, in der er sie vorfand, und die Umwandlung derselben in Epithelien aus den Übergangsbildern, welche zwischen den zwei Zellenarten vorhanden waren, erschließen.

Es konnte noch immer der Einwand gemacht werden, daß man verhältnißmäßig nur wenige solcher Wanderzellen in der Schleimschichte und noch seltener Übergangsformen zwischen diesen und den Epithelien findet, und daß die nachträglich sich in Epithelien umwandelnden Zellen zwar den farblosen Blutzellen ähnlich, aber doch Abkömmlinge der Epithelien seien.

Arnold [1]) und Heller [2]) suchten nun durch Beobachtung des unter dem Mikroskope vor sich gehenden Benarbungsprocesses an lebenden Fröschen die Entwickelung der Epithelien nachzuweisen, eine Untersuchungsmethode, die wohl vor jeder andern den Vorzug verdient.

Wenn ich nun die von diesen Forschern vorgenommenen Untersuchungen wieder aufnahm, so geschah es vorzüglich deßhalb, weil

---

[1]) Virchov's Archiv. Bd. 46. Die Vorgänge bei der Regeneration epithelialer Gebilde.

[2]) Untersuchungen über die feineren Vorgänge bei der Entzündung Erlangen 869.

beide zu ganz differenten Resultaten gelangten, und weil ich diese Resultate durchaus nicht in Einklang bringen konnte mit den mir sonst geläufigen Bildern, die ich von der menschlichen Haut bei der Benarbung kannte.

Nach Arnold wird die Epitheliallücke mit einer feinkörnigen Substanz angefüllt; diese verwandelt sich in eine glasige Masse, welche durch lichte Linien in kleinere rundliche oder eckige Abschnitte zerlegt wird. In den auf diese Weise entstandenen Platten kommt zunächst ein glänzendes Kernkörperchen und um diesen nach und nach ein immer deutlicher auftretender Contour des Kernes zum Vorscheine. Das ganze Gebilde stellt die neugebildete Epithelialzelle dar.

Die feinkörnige Substanz, aus deren Umwandlung das Protoplasma wird, kann nach Arnold als Ausschwitzungsproduct der am Rande gelegenen Epithelien oder als ein Product des Hornhautgewebes, der Leder- und Schleimhaut gedacht werden, wobei auch die Zufuhr von Ernährungsmaterial von Belange ist. Die Wanderzellen fand Arnold an Stellen der Benarbung vermehrt und glaubt, „daß da, wo sie längere Zeit verweilt hatten, später eine lebhaftere Neubildung eintrete".

Arnold läßt also die Epithelien aus einem Plasma, — einem Ausschwitzungsproducte der Epithelien und des Corium — durch Furchung desselben entstehen.

Nach Heller dagegen schiebt sich von den Rändern der Wunde einer Froschzunge das Epithel nicht an allen Punkten mit gleicher Geschwindigkeit über die Wundfläche vor[1]).

Die am äußerste Rande liegenden Epithelien werden durch die von hinten nachdrängenden vorgedrängt und bleiben häufig activ ganz unverändert, während sie passiv die bedeutendsten Formveränderungen erleiden, sie werden in die Länge gezogen und abgeplattet. Unterdeß finden hinter ihnen die lebhaftetesten Entwickelungsvorgänge statt. Die Epithelien werden dünner und durchscheinender, der ovale Kern, der bei den alten kaum sichtbar war, tritt als blasses, bläschenförmiges Gebilde hervor. Das bisher nur einen hellleuchtenden Punkt zeigende Kernkörperchen wird leicht durch eine feine glänzende Linie halbirt. Diese Linie wird breiter, statt eines Lichtpunktes

[1]) Heller gibt nicht an, ob er bloß das Epithel oder auch einen Theil der Lungenschleimhaut entfernte.

haben wir zwei, sie rücken auseinander; dann tritt im hellen bläschenförmigen Kerne eine zarte hellere Linie auf, welche stärker wird und endlich die Kerne völlig halbirt. Beim weiteren Wachsthum schieben sich die Epithelien so über und unter die benachbarten, daß der fernere Vorgang kaum zu folgen ist; doch schienen Heller die halbirten Kerne durch Einschieben von Zellsubstanz auseinandergedrängt, die, Theilung der Zellen selbst dann auf ähnliche Weise durch Auftreten einer helleren Linie eingeleitet zu werden.

An einzelnen Stellen des vorrückenden Epithelsaumes findet aber Heller, während man an vielen Stellen nichts als die obenbeschriebenen, passiven Formveränderungen sieht, plötzlich zwischen einzelnen farblosen Blutzellen äußerst blasse den zarten neugebildeten Epithelien ganz ähnliche Gebilde auftreten, welche einen runden Kern einschließen und immer durch einen zarten Fortsatz mit dem Epithelrande zusammenhängen. Sie zeigen verästelte Protoplasmafortsätze, verändern ihre Form und legen sich schließlich an den Epithelsaum an. Unterwarf Heller eine solche Stelle anhaltender Beobachtung, so sah er „zwar selten, aber mit Sicherheit,“ daß diese Zellen unter dem Epithelrand hervorkriechen. Farblose Blutzellen wandern zwischen Epithel und Wundfläche herum, stören bisweilen die Beobachtung, schieben sich auch auf die Oberfläche vor und fließen schließlich meist mit dem ergossenen Serum ab.

Einen Schluß aus dieser Beobachtung zieht Heller nicht, so wie überhaupt aus der Beschreibung nicht zu entnehmen ist, in welchen Epithelien die „lebhaftesten Enwickelungsvorgänge“ vor sich gehen. In den am Rande des Substanzverlustes gelegenen nicht, nur in denen hinter ihnen gelegenen. Wie weit liegen diese entfernt vom Rande? Sind es die oberflächlichen oder die tiefer gelegenen Epithelien? Ferner gibt Heller nicht an, woher jene Zellen stammen, die er an einzelnen Stellen am Epithelrande gesehen hat und die lebhaftesten Formveränderungen zeigten und schließlich sich an den Epithelsaum angelegt haben. Für farblose Blutzellen hält er sie nicht, „denn diesen kann er kein Verdienst für das Zustandekommen aller beschriebenen Vorgänge zuerkennen“.

Zur Beobachtung des Benarbungsprocesses am lebenden Frosche kann man entweder die Schwimmhaut oder die Zunge wählen. Da aber beide der Untersuchung sehr große Schwierigkeiten entgegensetzen, und die Benarbung verschieden ablauft, je nach der Tiefe des gesetzten Substanzverlustes, so muß ich Einiges über die Untersuchungsmethode und über die erzeugten Blasen vorausschicken und erst zuletzt den Benarbungsproceß selbst schildern.

Der Gegenstand bringt es mit sich, daß man zur Verfolgung der Vorgänge nur stärkere Vergrößerungen verwenden kann, da schwächere uns gar keine klare Einsicht in denselben geben können. Bei der Anwendung stärkerer Vergrößerungen stört uns aber vor Allem die Dicke der zu untersuchenden Objecte (Zunge oder Schwimmhaut), die uns verhindert die in der Tiefe stattfindenden Vorgänge zu ermitteln. So kann man beispielsweise die Auswanderung der farblosen Blutzellen nur schwer verfolgen, da der außerhalb der Blutgefäße gelegene Theil der austretenden Zellen verdeckt von einer dicken Bindegewebslage unkenntlich ist und nur die allmählige Verkleinerung des innerhalb des Gefäßes gelegenen Theiles uns Zeugniß von der Emigration abgibt. Auch die Wanderung der Zellen im Gewebe kann nicht so leicht beobachtet werden.

Dieses erklärt uns, warum Beides — sowohl Emigration als Wanderung der farblosen Blutzellen — trotz der vielfachen Untersuchung der Froschschwimmhaut selbst von Seite der ausgezeichnetsten Histologen so lange unbemerkt blieb.

Eben so leicht können Gebilde, die sehr durchsichtig und undeutlich contourirt in oder über dem starren Gewebe der Schwimmhaut liegen, übersehen werden. Dieses gilt sowohl von den farblosen Blutzellen als auch von dem lebenden Epithel. Die Schleimschichte bildet nämlich an dem lebenden Gewebe eine continuirliche, durchscheinende, homogene Masse, in der man nur bei glücklicher Beleuchtung und starker Vergrößerung die Kerne der einzelnen Epithelien, sowie die Contouren derselben schwach angedeutet findet. Nur an der oberflächlichen Epidermidallage, die dem Abstoßen beim Abhäuten nahe ist, tritt Kern und Zellcontour manchmal deutlicher hervor, namentlich in jenen Fällen, in denen man den Versuchsthieren die Wasserzufuhr vermindert. Diese Lage betheiligt sich jedoch gewiß nicht activ bei der Benarbung, die einzelnen Zellen verändern

gar nicht ihre Gestalt, sie werden bloß aus ihrer Lage durch Gebilde, die unterhalb derselben auftauchen, gebracht.

Anfangs mühete ich mich ab die Benarbung an der Froschzunge zu studiren, da es so verlockend wäre, die Regeneration der Flimmerzellen zu beobachten.

Die Froschzunge läßt aber in Folge ihrer Dicke nur sehr schwaches und zu diffuses Licht durch, als daß man sie mit stärkeren Vergrößerungen untersuchen könnte; ferner wird in Folge ihrer leichten Dehnbarkeit die Wundfläche, hauptsächlich jedoch der Epithelrand in mannigfacher Weise gezerrt, die Epithelien in verschiedener Richtung in die Länge gezogen und dadurch werden Formveränderungen derselben erzielt, die mit dem Benarbungprocesse keinen Zusammenhang haben. An der Froschzunge kann man auch viel schwerer ein kleines Bläschen erzeugen, da ein Tropfen Cantharıden-Tinctur oder Crotonöls sich auf eine größere Fläche der nassen Froschzunge ergießt, als an der Schwimmhaut, und neben dem Epithelverluste in der Regel auch eine ausgebreitete Blutstasis erfolgt, welche die Epithelregeneration auf Tage, selbst auf Wochen verschieben kann.

Für die Versuchsthiere ist schließlich eine oft mehrere Tage in Anspruch nehmende Untersuchung der Zunge, welche die ganze Zeit dem Lufteinflusse und der Vertrocknung ausgesetzt ist, ein viel schwererer Eingriff und sie gehen meist in einigen Tagen zu Grunde.

Nachdem zu allen den angeführten Übelständen noch die papilläre Oberfläche der Zunge auch nur störend bei der Untersuchung sich erwiesen hat und es mir nicht gelingen wollte an der Zunge ein klares und überzeugendes Bild des Benarbungsprocesses zu erhalten, so wendete ich mich an die Froschschwimmhaut und suchte durch die Anlegung des Bläschens an einer geeigneten Stelle die der Untersuchung hinderlichen Übelstände möglichst zu beseitigen.

Wie man sich nämlich leicht überzeugen kann, treten die Epithelien gegen den Rand der Schwimmhaut viel deutlicher hervor, als entfernt von demselben, und am Rande selbst kann man von der Seite her die Contouren der einzelnen Epithelien, so wie deren Kerne, viel schärfer ausnehmen.

Legt man nun eine Blase an der Schwimmhaut derartig an, daß die Epidermis sowohl beider Flächen, als auch die des Randes abgehoben wird, so hat man den Vortheil, daß die den Substanzverlust begrenzenden Epithelien scharf hervortreten und daß die am Rande

sich neu erzeugenden Epithelien nicht über dem Coriumgewebe der Schwimmhaut, sondern frei in einer indifferenten Flüssigkeit, mit der man sie benetzt, zum Vorschein kommen.

Zur Untersuchung spannt man die Schwimmhaut auf einem schmalen Objectglase, welches in einem Korkrahmen ruht und deckt die zu untersuchende Stelle mit einem schmalen Deckglase zu. Zwischen beiden Gläsern soll immer eine reichliche Menge Flüssigkeit (Kochsalz, = Glaubersalzlösung, auch Brunnenwasser) vorhanden sein, damit die Schwimmhaut nicht austrocknet, so wie überhaupt dem Versuchsthiere immer eine reichliche Menge Flüssigkeit durch häufiges Begießen mit Wasser zugeführt werden muß.

Schwach kurarisirte Thiere können auf diese Weise tagelang erhalten werden, ohne daß man die Schwimmhaut zu entspannen oder das Deckglas zu entfernen braucht.

Das Zugedecktsein der Schwimmhaut bietet auch vielfache Vortheile dar. Es verdunstet nämlich die Flüssigkeit nicht so leicht, ferner kann man jedesmal sich leicht überzeugen, ob sich irgend welche Zellen von der Schwimmhaut entfernt haben, da man sie zwischen den Gläsern finden muß, und schließlich schützt das Deckglas die Linse vor dem sonst unvermeidlichen und jedenfalls nicht wünschenswerthen Eintauchen.

Ein derartiges Präparat kann man ohne jeden Druck mit Objectiv 7, selbst 8 Hartnacks untersuchen, und will man eine stärkere Vergrößerung anwenden, so braucht man nur die neuerdings von Piotrowski anempfohlene Concavlinse in den Tubus des Miskroskopes hinein zu schieben, um selbst eine 1800fache Vergrößerung, die namentlich beim Lampenlicht brauchbare Bilder liefert, zu erreichen.

Ich habe ausführlicher die Untersuchungsmethode beschrieben aus dem Grunde, weil ich leider aus eigener Erfahrung nur zu genau weiß, wie viel Zeit man Anfangs verliert, bis man sich die erforderliche Technik angeeignet hat.

Träufelt man einen kleinen Tropfen von *Collodium Cantharidum* auf den Rand der Schwimmhaut derartig auf, daß deren obere und untere Fläche mit diesem benetzt wird, so erstarrt nach einigen Secunden das Collodium zu einem dünnen Häutchen.

Nach zwei Stunden ist die Epidermis unterhalb desselben zu einem flachen Bläschen erhoben, welches man unter dem Mikroskope namentlich daran erkennt, daß die Epithelien daselbst deutlicher contourirt sind und die Kerne derselben schärfer hervortreten. Die zwischen den Epithelien gelegenen Pigmentzellen verhalten sich verschieden, meist sind sie zu kugligen Gebilden contrahirt und nur selten sind sie in der Bläschendecke derartig gestaltet, wie die außerhalb derselben liegenden.

Sämmtliche Blutgefäße des Corium, also Arterien, Venen und Capillaren, sind im Grunde der Blase anscheinend erweitert, wenigstens strömt in denselben eine größere Anzahl der Blutzellen neben einander.

Reißt man die Epidermidaldecke des Bläschens nicht ab, so wird dieselbe immer mehr durch eine ursprünglich klare, nachträglich sich trübende Flüssigkeit abgehoben, welche auch verhindert die am Bläschengrunde vor sich gehenden Veränderungen genauer zu verfolgen. Die tieferen Zellen der Bläschendecke nehmen zahlreiche, kleine hellglänzende Körnchen auf, werden trübe; die Pigmentzellen derselben schicken dagegen zahlreiche sich theilende und mit einander anastomosirende Fortsätze aus, welche beinahe jede Epithelialzelle umgeben; sie sind lichter gefärbt und zeigen einen ovalen bläschenartigen Kern. Die über dem Centrum der Blase liegenden Pigmentzellen besitzen die zahlreichsten, die der Peripherie spärlichere Fortsätze.

Läßt man das Collodiumhäutchen länger als zwei Stunden an der Schwimmhaut liegen, und zieht es nach 3—4 Stunden ab, dann bemerkt man, daß im entsprechenden Corium eine mehr oder weniger ausgebreitete Blutstauung eingetreten ist. Dicht aneinander gedrängte, meist farbige Blutzellen erfüllen die ausgedehnten und häufig geschlängelten Blutgefäße, aber auch kleinere oder größere Haufen derselben liegen im auseinandergedrängten Gewebe in der Umgebung der Blutgefäße. Auch die Flüssigkeit des Bläschens, welche häufig farbige Blutzellen führt, trübt sich mit der Zeit und nimmt an Menge zu, so daß die Epidermidaldecke immer mehr gespannt erscheint und ihre Zellen sich auf gleiche Weise, wie bei den erst beschriebenen Bläschen, verändern. Im Corium bemerkt man an der Grenze solcher Bläschen etwa nach einem 24stündigen Bestande derselben zahlreiche, ovale oder runde von Bindegewebsfasern begrenzte Räume,

die bald eine klare Flüssigkeit allein, bald eine solche mit mehr weniger zahlreichen Exsudatzellen einschließen.

Am dritten oder vierten Tage [1]) tauchen in der Flüssigkeit des Bläschens und in der der beschriebenen Räume kleine Pigmentkörnchen auf, welche auch in den Exsudatzellen und in den tieferen Epithelien der Bläschendecke sich vorfinden.

Da ich die beschriebenen im Corium gelegenen Räume nur in der Umgebung prall gespannter Bläschen sah, nie dagegen an Schwimmhäuten, an denen die Epidermidaldecke des Bläschens abgezogen war und aus welchen das Exsudat sich frei ergießen konnte, so glaube ich, daß sie durch das collaterale Ödem entstanden sind und ausgedehnte Lymphräume oder Lymphgefäße darstellen.

Um diese Zeit (etwa den fünften Tag) überzeugt man sich auch, daß in dem das Bläschen begrenzenden Corium oft eine Blutstauung auftritt und daß auch zahlreiche Hämorrhagien in das Gewebe erfolgen.

Die intensive Trübung des Bläscheninhaltes, die zahlreichen Hämorrhagien im Gewebe gestatten es nicht die Epithelregeneration ohne Abziehen der Bläschendecke zu verfolgen, obwohl es von Interesse wäre zu constatiren, wie eine solche unter dem Schutze der Decke vor sich geht.

Die Versuchsthiere gingen auch gegen den sechsten Tag zu Grunde und die weitere Untersuchung ergab im Bläscheninhalte zahlreiche Exsudatzellen, im Schwimmhautgewebe dagegen zahlreiche Pigmentkörnchen, die in Haufen gelegen, wahrscheinlich durch den Zerfall der Pigmentzellen entstanden sind.

Will man nun die Epithelregeneration verfolgen, so muß man die Bläschendecke möglichst vollständig und vorsichtig abziehen, und die ganze abgehobene und hiemit auch schon abgestorbene Epithelialdecke zu entfernen trachten.

Trägt man nämlich die Blasendecke bloß mit der Schere ab, so läßt man noch immer einen Theil derselben zurück, welcher bei

[1]) Die hier gemachten Zeitangaben erfahren oft bedeutende Ausnahmen, da der Proceß an verschiedenen Versuchsthieren je nach der Lebhaftigkeit derselben auch in verschiedenen Zeitabschnitten ablauft.

der Benarbung sich nicht betheiligt und nur die neben und unter demselben vor sich gehenden Veränderungen zudeckt.

An der unversehrten Blase sieht man bloß, daß die Decke desselben aus der eigentlichen Epidermis und wenigstens aus jener Schichte des *Stratum Malpighii* besteht, in welcher die Pigmentzellen liegen. Nach dem Abziehen der Blasendecke überzeugt man sich aber, daß nicht jede Blase gleich beschaffen ist, indem einmal die Blasendecke neben der eigentlichen Epidermis nur aus der oberen und mittleren Zellenlage der Schleimschichte, in welch letzterer die Pigmentzellen liegen, besteht, während noch über dem Corium die tiefste Zellenreihe derselben haften geblieben ist; das anderemal dagegen die ganze Schleimschichte abgehoben ist und das Corium bloßgelegt zu Tage liegt.

Im letzteren Falle kann das bloßgelegte Corium selbst verschiedene Veränderungen darbieten, da in demselben bald der Blutkreislauf ungestört vor sich geht, bald Stockung in den Blutgefäßen und zwar in der Mehrzahl der Fälle in dem dem Centrum der Blase entsprechenden Corium erfolgt.

Je nach den hier angeführten Veränderungen geht auch die Heilung verschieden und in verschiedenen Zeitabschnitten vor sich.

Die über dem Corium zurückgebliebene tiefste Schichte des *Rete Malpighii* besteht aus Zellen, welche scharf contourirt einen deutlichen Kern und zahlreiche, äußerst kleine, runde (Fett-) Körnchen einschließen. Die Zellen sind größer als die in der nächstanliegenden Schleimschichte gelegenen, sie sind oft auseinandergedrängt und berühren sich nicht gegenseitig mit ihren Seitenflächen; einige sind oft in die Länge gezogen, spindelförmig; nie schließen sie einen doppelten Kern ein.

Es fragt sich nun, was mit diesen Zellen bei der Benarbung geschieht? In den meisten Fällen haben sich diese Zellen, welche ursprünglich der Coriumoberfläche unmittelbar anlagen, von derselben entfernt, indem sie anscheinend durch das Exsudat abgehoben wurden; nur in einem einzigen Falle zeigten sie träge Gestaltveränderungen und verwandelten sich, während unter ihnen auf die später näher zu beschreibende Weise die tieferen Epithelien sich neu bildeten, zu platten Epidermidalzellen.

In jenen Fällen, in welchen die ganze Schleimschichte sich vom Corium abgehoben hat, in welchen aber die

Blutcirculation ungestört vor sich ging, kann man die Regeneration am leichtesten verfolgen und diese ist auch nach 24 Stunden beendet.

Die ersten Veränderungen bemerkt man innerhalb des bloßgelegten Corium. Sehr bald nach dem Abziehen der Blasendecke erweitern sich nämlich die Blutgefäße, in welchen nach einigen Stunden die farblosen Blutzellen ursprünglich nur in den Venen, nachträglich auch in den Capillaren sich zu häufen beginnen.

Oft ist eine größere Gefäßschlinge vollgepropft von farblosen Blutzellen, und nur die von Zeit zu Zeit sich mit Mühe zwischen denselben durchwindenden farbigen Blutzellen beweisen, daß in ihr noch das Blutserum circulirt.

Da wie bemerkt bei der Untersuchung die Schwimmhaut sich zwischen zwei Gläsern befand und es viel darauf ankam, den Rand derselben ungestört beobachten zu können, so mußte zwischen den Gläsern immer eine reichliche Menge Wasser sich vorfinden, da sonst die an den Schwimmhautrand anstoßende Luftblase die Beobachtung unmöglich machen würde.

Beim Zusetzen eines kalten Wassertropfens macht man aber die Beobachtung, daß in demselben Augenblicke die Blutcirculation in den Gefäßen sich beschleunigt und daß sämmtliche farblose Blutzellen, die an der Gefäßwand selbst schon längere Zeit gehaftet haben, wieder in den Kreislauf gerathen. In sehr kurzer Zeit kommt es jedoch wiederum zur entzündlichen Stasis und auch zur Emigration der farblosen Blutzellen. In 6—8 Stunden erscheint das Corium wie körnig, indem zahlreiche farblose Blutzellen namentlich in der Nähe der Blutgefäße angehäuft liegen.

Die weiteren Veränderungen lassen sich am leichtesten am Rande der Schwimmhaut ermitteln. Vorwiegend neben dem Epithelsaume, aber auch häufig entfernt von diesem, erscheint zwischen den parallel zum Schwimmhautrande verlaufenden Bindegewebsfasern ein kleiner, kuppelartig sich hervordrängender und hellglänzender Körper, welcher allmählig an Größe zunimmt und ursprünglich eine glatte Oberfläche zeigt, in kurzer Zeit aber an seiner freien Fläche höckerig wird, indem von ihm meist mehrere Fortsätze ausgehen. Unter den lebhaftesten Gestaltveränderungen entwickelt sich schließlich am Coriumrande und mit diesem durch einen kurzen Fortsatz zusammenhängend ein Körperchen, welches in Bezug auf Größe, Gestalt und Beschaffen-

heit sich als Exsudatzelle präsentirt. In den meisten Fällen kommen gleichzeitig an mehreren Stellen des bloßgelegten Corium solche Zellen zum Vorscheine und zwar vorwiegend über den an den Schwimmhautrand anstoßenden Gefäßschlingen. Unmittelbar den erst austretenden folgen dann andere nach, so daß in der Regel mehrere isolirte Zellenhaufen am Rande der Schwimmhaut sich vorfinden.

Eine Zeit lang hat es den Anschein, als ob diese Zellen sich vom Corium entfernen wollten, da sie sehr lebhaft ihre Gestalt verändern und nur mit einem kleinen Theile ihres Leibes dem Corium anliegen. Bald flachen sie sich aber ab, indem sie gleichsam über dem Corium sich ergießen, und eine größere Fläche desselben zudecken, zugleich erscheinen sie schärfer contourirt, ihr Protoplasma wird weniger glänzend und durchscheinender, so daß die in ihrem Innern ursprünglich verborgen gewesenen Kerne jetzt zum Vorscheine kommen.

In 2—3 Stunden nach dem Austreten der ersten Zellen ist der ganze Schwimmhautrand mit einer einzigen Reihe solcher Zellen bedeckt und ein Blick auf die vom Epithel beraubte Coriumfläche überzeugt uns, daß über dieser gleichbeschaffene, kugelige glänzende Körper sich vorfinden, deren Herausgelangen aus dem Corium, so wie deren Gestaltveränderungen jedoch nur mittelst stärkeren Vergrößerungen und dieses nur mit Mühe beobachtet werden können. Ist die ganze Epitheliallücke mit einer Reihe dieser Zellen ausgefüllt, dann scheint das Protoplasma derselben zusammenzufließen, die Zellenreihe stellt eine homogene Masse dar, in welcher vom Epithelsaume begonnen gegen das Centrum hin die Kerne von feinen Contouren begrenzt allmählig zum Vorscheine kommen.

Im weiteren Verlaufe werden diese Zellen durch neue unter denselben auftauchende hinaufgeschoben. Das Herauswandern der letzteren aus dem Corium läßt sich jedoch selbst am Schwimmhautrande nicht mehr mit dieser Genauigkeit wie bei den erstaustretenden verfolgen. Man überzeugt sich bloß, daß unter den erstausgewanderten nach einigen Stunden eine zweite, nachträglich eine dritte Zellenreihe auftaucht und daß hie und da einzelne Zellen von der Tiefe her sich durch die obere Zellenreihe hindurchwindend auf die Oberfläche gelangen; zugleich nehmen die zuerst ausgewanderten Zellen an Größe zu, sie werden anscheinend starrer und flachen sich auch ab.

Das Herauswandern der tiefer gelegenen Zellen aus dem Corium, so wie die Gestaltveränderung der oberflächlichen kann man aber nur am Schwimmhautrande verfolgen; an der Fläche der Schwimmhaut läßt sich kaum ausnehmen, daß eine mehrfache Zellenlage die Epithellücke ausfüllt, und nur in seltenen Fällen tritt der Kern, so wie die Zellcontour der obersten Zellenreihe schärfer hervor.

Während dieses an der vom Epithel entblößten Fläche vor sich geht, verhalten sich die alten Epithelien vollkommen passiv, sie ändern gar nicht ihre Gestalt und nur in jenen Fällen, in welchen nicht die ganze Epidermisdecke des Bläschens abgerissen worden war, wird der noch zurückgelassene Theil durch unter ihm auftauchende Zellen in die Höhe gehoben und stellt sich selbst senkrecht auf die Hautoberfläche auf.

Während ich in einem Falle den Vorgang des Auswanderns der Zellen aus dem Corium beobachtet habe, geschah es zufälligerweise, daß ein Luftbläschen sich an den Rand und etwas an die obere Fläche der Schwimmhaut angelegt hat.

Ein Tropfen Wassers am Rande des Deckglases aufgeträufelt, hätte es von der Stelle entfernen sollen, da der dicke Contour zwischen diesem und der Schwimmhaut die weitere Beobachtung unmöglich machte. Das Bläschen machte auch einen Versuch von der Stelle zu rücken und entfernte sich eine kleine Strecke weit von dem Schwimmhautrande, aber zahlreiche zwischen Beiden ausgespannte, dünne Fädchen verhinderten es daran, so daß die Blase einigemale sich der Schwimmhaut näherte und von ihr sich wieder entfernte, während die Fäden immer prall gespannt sich verkürzten oder verlängerten.

Mit einem Rucke verschwand zuletzt die Blase aus dem Sehfelde, während die Fäden eben so rasch zurückschnellten und sich theilweise der Schwimmhaut näherten, theilweise selbst über die obere Fläche derselben zu liegen kamen. Erst jetzt erkannte man, daß an dem freien Ende der Fäden kolbenförmige Anschwellungen sich vorfanden, die entweder an der Oberfläche glatt, oder mit Fortsätzen versehen einen deutlichen Kern in sich einschlossen.

Diese zufällige Beobachtung war für mich vom besondern Interesse, da ich eine gleiche Veränderung an den tiefsten Epi-

thelien der menschlichen Haut beobachtet habe [1]), an der nach Verbrennung zwischen den nackten Papillen und der zu einer kleinen Blase erhobenen Epidermis zahlreiche dünne Fädchen ausgespannt waren. Diese Fädchen erklärte ich für in die Länge ausgezogene jüngste Epithelien; die jetzt gemachte Beobachtung bestätigte diese Annahme, indem hier unter meinen Augen diese Veränderungen vor sich gingen mit dem Unterschiede, daß hier die frisch ausgetretenen Exsudatzellen, bei der Verbrennung dagegen die noch saftreichen Epithelien diese Veränderungen erlitten. Das Protoplasma der Zellen ist auf rein mechanische Weise dadurch, daß der Zellenleib dem Luftbläschen fester anhaftete, zu langen Fäden ausgezogen worden, welche den Bindegewebsfasern sehr ähnlich aussahen. Allmählig verkürzten sich jedoch die Fäden, es sammelte sich immer mehr Protoplasma um den Kern an, und es legten sich schließlich viele dieser Zellen unter lebhaften activen Formveränderungen an die Coriumoberfläche an. Viele dagegen behielten ihre veränderte Gestalt, erblaßten bedeutend und verschwanden schließlich.

Während dieses mit den ursprünglich ausgewanderten Zellen vor sich ging, traten neue aus dem Corium hervor, die sich zwischen die Fäden oder zwischen die sich anlegenden Zellen hineinschoben.

Nach 24 Stunden ist in der Regel die Epithellücke durch eine mehrfache Lage von Zellen ausgefüllt und das neugebildete Epithel überragt meist hügelartig die Schwimmhautoberfläche aus dem Grunde, weil die neugebildeten Zellen saftreicher und nicht so stark abgeplattet sind als die erhaltenen Epithelien und weil die den letzteren näher liegenden Zellen früher sich abflachen als die entfernteren.

Um diese Zeit findet man aber zwischen den neugebildeten Epithelien auch schon pigmentirte Zellen, und es fragt sich, auf welche Weise entwickeln sich dieselben?

Während schon die ganze Epithellücke mit neuen Zellen ausgefüllt ist, bemerkt man zwischen denselben meist nur am Rande die oberwähnten Pigmentzellen, welche, was ihre Beschaffenheit betrifft, denen in der normalen Schleimschichte vollkommen gleichen. Dieses machte es sehr wahrscheinlich, daß sie schon als solche zwischen

[1]) Sitzungsberichte der k. Akademie in Wien. Bd. 57. 1868. „Über Blasenbildung bei Verbrennung der Haut".

die neuen Zellen hineingelangt sind und nicht hier an Ort und Stelle sich entwickelt haben. Sie konnten also entweder aus der Schleimschichte oder aus dem Corium hineingewandert sein. Beides scheint nun in der That zu geschehen.

Die Pigmentzellen der Schleimschichte verändern in der Nähe der Epithellücke eine Zeit lang nur wenig ihre Gestalt, nach einiger Zeit bemerkt man aber, daß die meisten derselben mit ihrem Leibe, der einen ovalen Kern einschließt, sich dem Epithelsaume nähern, während der stärker pigmentirte Rest des Plotoplasmas einem Kometenschweife nicht unähnlich der Zelle nachfolgt. Man findet nämlich Zellen, die mit dem Leibe schon zwischen den neugebildeten Epithelien, mit ihrem Fortsatze aber noch zwischen den alten liegen, endlich gelangt die ganze Zelle zwischen die neuen Epithelien.

Dieses Hineinwandern der Pigmentzellen erfolgt nur ungemein langsam und man bemerkt oft in einer Stunde kaum eine merkliche Ortsveränderung derselben, was natürlich die Beobachtung sehr erschwert.

Nachdem in der abgezogenen Blasendecke sehr viele Pigmentzellen zu Grunde gegangen sind, die durch neue, welche aus der nächstanliegenden Schleimschichte stammen, ersetzt werden, so müßte die Anzahl dieser Zellen in der letzteren sich vermindern, was jedoch gewiß nicht in einem auffallenden Grade erfolgt.

Es liegt demnach die Frage, wieso sich diese Zellen in der normalen Schleimschichte entwickeln, sehr nahe, eine Frage, die durch eine später genauer zu beschreibende Beobachtung einer Theilung derselben beantwortet wird.

Viel schwerer läßt sich entscheiden, ob einige Pigmentzellen der Schleimschichte aus dem Corium abstammen. So viel ist sicher, daß größere oder kleinere Abschnitte der um die Blutgefäße gelegenen und vielfach verzweigten Pigmentzellen sich an einzelnen Stellen zu runden, stark pigmentirten Haufen ansammeln, deren Hinaufwandern in die Schleimschichte sehr wahrscheinlich erscheint.

Man sieht nämlich, daß diese Pigmentmassen viel höher zu liegen kommen, als die verzweigten Zellen des Corium, und daß sie in die Epithelialschichte hineinragen; ob sie jedoch schon zwischen den Epithelialzellen liegen, ließ sich aus dem Grunde nicht mit Bestimmtheit entscheiden, weil letztere nicht kenntlich waren.

Wir haben bis jetzt jene Vorgänge kennen gelernt, welche an einer intacten Blase der Froschschwimmhaut stattfinden und die Epithelregeneration in jenen Fällen verfolgt, in welchen die Schleimschichte bald in toto, bald nur theilweise von einem unveränderten Corium entfernt war.

Zuletzt müssen wir noch den Benarbungsproceß für jene Fälle schildern, in welchen aus verschiedenen Gründen, entweder bei der Blasenbildung oder beim Abziehen der Blasendecke, eine Blutstauung im bloßgelegten Corium stattfand.

War die Blase auf die früher geschilderte Weise am Rande der Schwimmhaut gesetzt worden und erfolgte in beiden Blättern der Schwimmhaut, die ja eine Duplicatur des Corium darstellt, eine ausgebreitete Blutstauung, so gelang es mir nie, selbst wenn die Frösche unter den günstigsten Bedingungen verweilten, eine Lösung der Blutstauung zu erzielen. Mochten die Versuchsthiere curarisirt oder nicht curarisirt, mit ausgespannter und befestigter Schwimmhaut oder frei in besondern Gläsern aufbewahrt worden sein, nie kam es dazu, daß die zu einer compacten Blutsäule comprimirten farbigen Blutzellen sich von einander gelöst hätten, obwohl dieselbe oft stundenlang in einzelnen Abschnitten einiger Gefäßschlingen oscillirte. Die farbigen Blutzellen veränderten vielmehr sehr bald ihre Farbe, welche mattbräunlich wurde, während die Bindegewebsfasern starrer und deutlicher contourirt erschienen.

Den dritten oder vierten Tag breitete sich die Blutstauung auch auf die Blutgefäße jenes Theils des Coriums, welcher den Epithelialverlust begrenzte, ja in den meisten Fällen trat auch Hämorrhagie in das Gewebe ein, während im bloßgelegten Corium zwischen den Bindegewebsfasern zahlreiche, hellglänzende Körnchen auftauchten und die Pigmentzellen desselben in einen Haufen größerer und kleinerer Pigmentkörnchen zerfielen. Meist tummelten sich im necrotisirenden Coriumgewebe zahlreiche Vibrionen, welche auch in die aufgebläheten, lichter gefärbten extravasirten farbigen Blutzellen hineingelangten.

Die Thiere gingen in der Regel, da man sie zu wiederholten Malen curarisiren mußte, um den sechsten Tag zu Grunde und nur in einem Falle gelang es mir ein Thier durch vierzehn Tage immer schwach curarisirt und mit ausgespannter Schwimmhaut am Leben zu erhalten.

An diesem Thiere bildete sich den siebenten Tag nach der Blasenbildung eine Demarcationslinie zwischen dem bloßgelegten Corium und dem Nachbargewebe, indem im letzteren namentlich am Rande zahlreiche Exsudatzellen sich ansammelten. Zugleich zeigten sich entweder frei zwischen den Bindegewebsfasern oder im Innern der Exsudatzellen zahlreiche Pigmentkörnchen, deren Herkunft jedoch sich nicht entscheiden ließ; möglicherweise waren sie Abkömmlinge des Blutfarbstoffes der zahlreichen exsudirten farbigen Blutzellen, mit welchem das Gewebe gleichmäßig getränkt war.

Den achten Tag erschien das necrotisirende Corium an einer schmalen, der Demarcationsgrenze nächst anliegenden Zone durchscheinender, die Bindegewebsfasern wurden daselbst undeutlich contourirt, wie aufgequollen, schließlich lösten sie sich auf und das necrotische Coriumstück befand sich nur durch schmale Brücken, welche durch die Blutgefäße gebildet wurden, mit der übrigen Schwimmhaut in Verbindung. Erst den zehnten Tag erfolgte eine vollständige Trennung beider, indem auch die Blutgefäßwände sich auflösten.

Eine Epithelregeneration ließ sich also an jenen Schwimmhäuten, an welchen bei der Blasenbildung eine vollständige Blutstauung im bloßgelegten Corium erfolgte, nicht verfolgen, da letzteres sich vollständig losgestoßen hat.

Man findet aber in der Umgebung des Substanzverlustes die jüngsten Epithelialzellen mit zahlreichen Pigmentkörnchen erfüllt und es lag nun die Frage nahe, ob diese Körnchen in die vorhandenen Epithelien hineingelangen oder ob die früher erwähnten pigmenthaltigen Exsudatzellen zu Epithelien werden.

Ersteres ist wohl möglich, selbst wahrscheinlich, wenn man die Weichheit des Protoplasmas der jüngsten Epithelien berücksichtigt; ich konnte aber nie das Hineindringen der Pigmentkörner in diese Zellen beobachten.

Dagegen überzeugt man sich leicht, daß die meist um die Blutgefäße gelegenen pigmenthaltigen Exsudatzellen in die Schleimschichte gelangen. Diese pigmenthaltigen Zellen zeigen alle Charaktere der Exsudatzellen, sie liegen meist in der Nähe der Gefäße, oft über die Gefäßwand ausgebreitet, zeigen Gestalt- und Ortsveränderungen. Sie schließen bald spärliche, bald reichliche Menge Pigmentkörnchen ein,

deren Eindringen in das Protoplasma der Zellen sich auch leicht verfolgen läßt.

Die meisten dieser Zellen nehmen ihre Wanderung bloß im Corium vor und man müht sich oft stundenlang fruchtlos ab, diese Zellen in die Schleimschichte hinaufsteigen zu sehen. Einige derselben zeigen jedoch lebhaftere Bewegungen und diese gelangen meist sehr rasch in die Schleimschichte, wo sie bald zwischen den jüngsten Epithelien stecken bleiben, bald in die höhere Epithelialreihe ihre Wanderung fortsetzen.

Erstere werden unzweifelhaft zu Epithelialzellen, letztere dagegen wandern oft in das Corium zurück, wo sie in der Regel sehr bald aus dem Sehfelde verschwinden.

Nach dem Abstoßen des bloßgelegten Corium erscheint die Froschschwimmhaut wie ausgenagt, der den Substanzverlust begrenzende Rand ist bedeutend verdickt, einerseits in Folge Schwellung des Corium, andererseits in Folge der Dickenzunahme der Schleimschichte, in welcher auch die eigentlichen Pigmentzellen vermehrt sind.

Die zuletzt erwähnte Untersuchung ist mit sehr großen Schwierigkeiten verbunden. Man fixirt nämlich oft stundenlang Zellen, von denen man erwartet, daß sie in Bälde in die Schleimschichte hinaufwandern werden, die jedoch, wie zum Trotze, nur im Corium ihre Wanderungen vornehmen; andererseits gelangen diese Zellen in einer senkrechten Richtung aus dem Corium in die Schleimschichte, was nur durch die Fokaleinstellung bemessen werden kann. Als Maßstab dienen dabei die Pigmentzellen einerseits die des Corium, andererseits die der Schleimschichte und nach der Annäherung der Exsudatzellen an die letzteren wird das Hinaufgelangen derselben noch am leichtesten bestimmt, da ja die Epithelien nicht genug scharf ausgeprägt erscheinen.

Bei der Betrachtung der oberwähnten pigmenthaltigen Exsudatzellen machte ich zwei Beobachtungen, die mir genug wichtig zu sein schienen, um sie hier folgen zu lassen.

Eine Exsudatzelle fiel mir ihrer besonders lebhaften Gestaltveränderung wegen auf. Sie lag an der Seite eines Capillargefäßes etwas in die Länge ausgebreitet, sie schloß eine geringe Menge

Pigmentkörnchen ein und war von der gewöhnlichen Größe der Exsudatzellen.

Einige Male zeigte sie an ihrem freien Rande zwei flache Einkerbungen, die sich aber nach kurzer Zeit wiederum ausglichen; darauf bewegte sie sich längs der Gefäßwand in der dem Blutstrome entsprechenden Richtung. Auf einmal trat eine tiefere Furche auf, welche die Zelle in zwei mittelst eines dünnen Fadens zusammenhängende Hälften theilte, schließlich wich der Fortsatz auseinander und beide Hälften wanderten in entgegengesetzter Richtung längs des Blutgefäßes fort.

Da bis jetzt nur wenige Mittheilungen über Zelltheilung vorliegen, so glaubte ich diese Beobachtung hier anführen zu müssen, Stricker [1]) lenkte die Aufmerksamkeit auf die Theilung der Wanderzellen im entzündeten Gewebe und erklärte sie für ein häufiges Ereigniß. Klein [2]) beobachtete die Theilung der farblosen Blutzellen am beheizten Tische.

Die zweite Beobachtung bezog sich auf eine dicht mit Pigmentkörnchen gefüllte und die Exsudatzelle an Größe übertreffende Zelle, welche über einer kleinen Vene lag. Ich fixirte diese Zelle aus dem Grunde, weil ich hoffte, daß sie in die Schleimschichte hinaufwandern werde und ich mir die Frage vorlegte, ob dieselbe ihres Pigmentreichthums wegen zu einer eigentlichen Pigmentzelle der Schleimschichte werde.

Ich constatirte dabei, da es für meine Zwecke hinreichend schien, bloß dieses, daß diese Zelle im Coriumgewebe liege. Stundenlang beobachtete ich diese abwechselnd mit einigen meiner Schüler, wie sie kurze Fortsätze auschickte, diese wiederum einzog, dabei aber ihren Ort gar nicht änderte. Nachdem ich nach einer kurzen Pause wiederum an das Mikroskop trat, bemerkte ich, daß eine Hälfte der Zelle durch die von Zeit zu Zeit im Blutgefäße kreisenden Blutzellen auf die Seite geschoben wurde, daß endlich die ganze Zelle innerhalb des Blutgefäßes flottirte und schließlich vom Blutstrome fortgerissen wurde.

Da ich nicht mit Bestimmtheit angeben kann, ob die Zelle innerhalb oder außerhalb des Blutgefäßes bei Beginn der Beobachtung

---

1) Studien aus dem Institute für experimentelle Pathologie für das Jahr 1869.

2) Centralbl. 1870. Nr. 2.

gelegen war, so muß ich für die Erklärung des hier stattgefundenen Vorganges eine doppelte Möglichkeit zulassen. Entweder ist nämlich die Zelle ursprünglich innerhalb des Blutgefäßes gelegen, und ist mit andern farblosen Blutzellen an der Innenwand der Vene haften geblieben, von der sie, wie es mit andern Zellen so häufig zu geschehen pflegt, wiederum weggeschwemmt wurde; oder diese Zelle ist ursprünglich außerhalb der Vene gelegen und ist, nachdem sie die Venenwand passirte, in den Kreislauf hineingelangt.

Obwohl diese Frage endgiltig sich nicht entscheiden läßt, so glaube ich doch für die letzte Ansicht folgende Gründe anführen zu müssen.

Das Hindurchtreten einer Zelle durch eine Gefäßwand läßt sich in jenen Fällen nur schwer ausnehmen, in welchen die Zelle nicht am Rande des Blutgefäßes, sondern von der oberen oder unteren Fläche aus die Wand desselben durchbricht. Die zuletzt beschriebene Zelle lag an der oberen Fläche der Vene, obwohl es unentschieden blieb, ob sie über oder unter derselben sich befand, sie veränderte ursprünglich ihren Ort gar nicht, zeigte bloß träge Gestaltveränderungen, die darin bestanden, daß die Zelle dünne Fortsätze aussendete und sie wiederum einzog. Im weiteren Verlaufe wurde bloß ein Theil der Zelle vom Blutstrome in flottirende Bewegung gesetzt, späterhin machte die ganze Zelle mehrere Schwingungen, löste sich schließlich von der Gefäßwand los und gelangte in den Kreislauf. Der Umstand, daß eine Zeit lang bloß ein Theil, nachträglich die ganze Zelle vom Blutstrome in Bewegung gesetzt wurde, spricht wohl dafür, daß nicht die ganze Zelle schon ursprünglich innerhalb des Blutgefäßes gelegen war, sondern daß sie von Außen in das Lumen des Blutgefäßes hineingedrungen ist.

Es muß ferner für diesen Fall das Corium als die Entwickelungsstätte der pigmenthaltigen Zellen angesehen werden, da farblose ausgewanderte Blutzellen im Corium Pigmentkörnchen aufgenommen und sich in Pigmentzellen umgewandelt haben, während eine Entwickelung derselben innerhalb des Kreislaufes nicht nachgewiesen ist.

Wenn man ferner bedenkt, daß die Blutgefäßwände dem Hindurchtreten der Zellen keine besonderen Hindernisse setzen, und daß unter gewissen Bedingungen möglicherweise auch von Außen her die Zellen die Blutgefäßwand passiren können und daß schließlich schon von andern Beobachtern das Hineingelangen der mit Farbstoff

gefütterten Exsudatzellen in die Blutgefäße behauptet wurde, so ist für die Annahme, daß die obbeschriebene Zelle in die Gefäßhöhle hineingewandert sei, eine um desto größere Wahrscheinlichkeit vorhanden, als ich für die entgegensetzte Ansicht keine triftigen Gründe anzuführen wüßte [1]).

Verhält sich aber der Vorgang derartig, wie er eben geschildert wurde, dann ist er von Bedeutung, da er für einige Fälle das Zustandekommen der Metastasen erklären würde.

Im Verlaufe der Beschreibung ist zu wiederholten Malen hervorgehoben worden, daß in der das Bläschen umgebenden Schleimschichte eine reichlichere Menge der eigentlichen Pigmentzellen sich vorfand und daß diese zwischen die neugebildeten Epithelien aus der benachbarten Schleimschichte hineinwanderten.

Bei der letzterwähnten Gelegenheit ist auch auf eine spätere Beschreibung der Entwickelung dieser Zellen verwiesen worden, welche hier folgen soll.

Zwischen den mit zahlreichen Ausläufern versehenen einkernigen Pigmentzellen der Schleimschichte findet man hie und da auch einzelne mit einem doppelten Kerne [2]).

Ich habe im Ganzen dreie solcher Zellen gesehen. Eine von diesen befand sich in der Nähe einer Blase, deren Decke nicht abgezogen war und in deren Umgebung sich ein collaterales Ödem entwickelt hatte. Die zwei andern lagen in der Schleimschichte, in der Nähe des necrosirenden Coriums.

Diese doppelkörnigen Zellen änderten ziemlich rasch ihre Gestalt, sie verkürzten ihre Fortsätze, schickten neue aus; oft sammelte sich das Protoplasma vorzüglich um die Kerne an und deckte bald bloß einen von diesen, bald beide zu. Die Kerne stellten ovale, helle, pigmentlose Bläschen dar, welche zu Beginn der Beobachtung unmittelbar an einander lagen. Während die Zellen ihre Gestalt man-

---

1) Saviotti beobachtete ebenfalls die Einwanderung der Pigmentzellen in die Blutgefäße. Die entsprechenden Nummern (10 und 11) des Centralblattes kamen erst nach der Vorlegung dieser Abhandlung in meine Hände.

2) Bemerken muß ich hier, daß zur Tageszeit in Folge der stärkeren Contraction des Protoplasmas der Pigmentzellen die Kerne derselben nur selten sichtbar sind. Untersucht man dagegen Abends beim Lampenlichte, dann zeigen die Zellen mehr Fortsätze, sie sind lichter gefärbt und in den meisten tritt der ovale Kern deutlich hervor. Die jetzt nachfolgenden Beobachtungen sind in den Abendstunden gemacht.

nigfach änderten, schob sich zwischen die Kerne das pigmentirte Protoplasma hinein und drängte sie auseinander.

Zu wiederholten Malen näherten sich dieselben einander entfernten sich wiederum, durch ein breiteres oder schmaleres Stück Protoplasmas von einander geschieden. Nach einigen Stunden verdünnte sich dieses Stück Protoplasma; die mit einem besonderen Kerne versehenen Zellenhälften rückten dann auseinander, nur durch eine schmale Brücke vereinigt, welche bald länger, bald kürzer wurde.

Im ersterwähnten Falle rückten die Zellen sehr weit auseinander, waren aber noch um die späte Nachtstunde, wegen welcher ich die weitere Untersuchung schließlich aufgeben mußte, durch einen dünnen Fortsatz mit einander verbunden. Ich ließ das Thier mit ausgespannter Schwimmhaut und mit einem wasserhaltigen Schwamme zugedeckt unter dem Mikroskope liegen. Am andern Tage fand ich die Pigmentzellen ganz anders gruppirt und derartig gestaltet, daß ich nicht einmal annäherungsweise angeben konnte, welche von diesen Zellen Tags vorher meine Aufmerksamkeit durch mehrere Stunden in Anspruch genommen hat.

An den Zellen waren die Kerne durch das Protoplasma zugedeckt und nicht sichtbar, und es ließ sich deßhalb nicht entscheiden, ob eine von den Zellen einen doppelten Kern einschließt oder nicht. Jeder aber, der Tags vorher die durch einen dünnen Fortsatz mit einander vereinigten Zellenhälften gesehen hätte, ohne ihre Theilung früher beobachtet zu haben, müßte sie für zwei selbstständige Zellen erklären, da viele nebenanliegende und mit einander anastomosirende Zellen, welche den vorerwähnten vollkommen glichen, bei einer lebhafteren Contraction sich von einander trennten.

Die zwei andern doppelkernigen Zellen lagen nahe neben einander in einem Sehfelde.

Die zwei Kerne derselben befanden sich zu Beginn der Beobachtung unmittelbar neben einander. Nach einigen Stunden schnürten sich die Zellen in zwei Hälften, von denen jede einen Kern einschloß und welche ein dünner Fortsatz vereinigte.

Bei einer dieser Zellen blieben dieselben noch beim Schlusse der Beobachtung durch den Fortsatz mit einander verbunden und nur bei der dritten Zelle bewegte sich die eine Zellenhälfte in die

höhere Zellenreihe der Schleimschichte und deckte zum Theile die untere. Beide Hälften waren durch mehrere Stunden mittelst eines seitlichen Fortsatzes mit einander verbunden, schließlich rieß dieser entzwei und die zwei gesonderten Zellen entfernten sich weit von einander.

So unterlag es keinem Zweifel, daß doppelkernige Pigmentzellen der Schleimschichte in der Umgebung der Blasen sich durch Theilung vermehren und entweder in derselben verbleiben oder zwischen die neugebildeten Epithelien hineinwandern.

Fassen wir die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen in Kürze zusammen, so erhellt aus denselben, daß die Epithelregeneration am leichtesten am Schwimmhautrande zu verfolgen ist und daß sie hier verschieden und in verschiedenen Zeitabschnitten ablauft, je nachdem die Schleimschichte in toto oder nur zum Theile vom Corium entfernt wurde und je nachdem im letzteren der Kreislauf ungestört vor sich geht oder eine mehr oder weniger ausgebreitete Blutstasis eintritt.

1. Ist über dem Corium noch die jüngste (tiefste) Epithelreihe zurückgeblieben, dann wird diese in den meisten Fällen durch das Exsudat entfernt, in seltenen Fällen verbleiben die Zellen mit dem Corium im Zusammenhange und verwandeln sich schließlich in Epidermidalzellen.

2. Ist die ganze Schleimschichte von einem unversehrten Corium entfernt worden, so erfolgt in einigen Stunden eine entzündliche Stasis im Corium; um die sechste Stunde emigriren die farblosen Blutzellen aus den Blutgefäßen zuerst in das Gewebe des Corium, nachträglich auch auf die Oberfläche desselben. Anfangs scheint es, als ob die Exsudatzellen sich vom Corium entfernen wollten, da sie lebhaft ihre Form verändern und nur mittelst eines Fadens mit den letzteren zusammenhängen. Sehr bald breiten sie sich jedoch über dem Corium aus, werden träge, ihr Protoplasma wird durchscheinender und zeigt einen ovalen Kern in ihrem Innern. In zwölf Stunden ist die ganze Epitheliallücke mit einer Reihe solcher Zellen, die aneinandergedrängt zusammenzufließen scheinen, bedeckt.

Diese Veränderungen lassen sich am leichtesten am Schwimmhautrande verfolgen, schwerer über dem Corium. Im weiteren Ver-

folge werden die zuerst ausgewanderten Zellen durch neue, unter denselben auftauchende in die Höhe gehoben, während die ersteren starrer, schärfer begrenzt und etwas abgeplattet erscheinen. In vierundzwanzig Stunden ist die Epithellücke mit einer mehrfachen Reihe von Zellen ausgefüllt, welche hügelartig über die Hautoberfläche hervorragen, indem dieselben größer und weniger abgeplattet sind, als die erhaltenen Epithelien.

Um diese Zeit findet man zwischen den neugebildeten Zellen auch schon Pigmentzellen, welche von der nachbarlichen Schleimschichte zwischen dieselben hineingelangen, obwohl auch vom Corium die Pigmentzellen in die neue Schleimschichte hinaufzusteigen scheinen.

In der Schleimschichte vermehren sich die Pigmentzellen durch Theilung.

Berührt zufälligerweise eine Luftblase die sich benarbende Fläche und sucht man sie durch Aufträufeln einer Flüssigkeit zu beseitigen, dann zieht die sich entfernende Luftblase die Zellen zu langen Fäden aus. Auf eine ähnliche Weise dehnt an der menschlichen Haut die nach der Verbrennung zu einer kleinen Blase abgehobene Epidermis die jüngsten Epithelien zu langen Fäden aus.

3. Ist die ganze Schleimschichte vom Corium abgehoben und erfolgt im letzteren eine ausgebreitete Blutstasis, dann wollte es mir nicht gelingen eine Lösung derselben zu erzielen. Es erfolgt vielmehr eine Necrose des bloßgelegten Corium und in sieben Tagen nach der Anlegung der Blase eine Demarcation des necrotischen Stückes durch Anhäufung von Exsudatzellen in dem angrenzenden Gewebe. In der Peripherie des necrotischen Stückes quellen zuerst die Bindegewebsfasern, später auch die Blutgefäßwände auf und lösen sich schließlich auf, so daß den zehnten Tag dasselbe sich vom erhaltenen Gewebe losstoßt.

4. Hebt man die Epidermidaldecke der Blasen nicht ab, so trübt sich die Anfangs klare Blasenflüssigkeit dadurch, daß kleine helle Fett- oder lichtbraune Pigmentkörnchen so wie Exsudatzellen sich in derselben ansammeln. Die Epithelien der Blasendecke nehmen auch Fettkörnchen auf, während die Pigmentzellen derselben zahlreiche, sich vielfach theilende und mit einander anastomosirende Fortsätze aussenden, welche beinahe jede Epithelialzelle umgeben.



In Folge ihrer Trübung gestattet sowohl die Blasendecke als auch der Blaseninhalt nicht die in der Tiefe vor sich gehende Epithelregeneration zu verfolgen.

In dem solche Blasen begrenzenden Corium entstehen in Folge collateralen Ödems runde oder ovale Höhlen, welche eine klare, Exsudatzellen führende Flüssigkeit einschließen und welche erweiterten Lymphräumen- oder Gefäßen entsprechen dürften.

5. Kommt es in jenem Theile des Corium, welcher eine Blase oder ein necrotisirendes Stück der Schwimmhaut begrenzt, zu einer Hämorrhagie in das Gewebe, dann tauchen zwischen den Bindegewebsfasern zahlreiche Pigmentkörnchen auf, welche von den Exsudatzellen auch aufgenommen werden.

Die Zellen der Schleimschichte schließen auch solche Pigmentkörnchen ein, indem ihr weiches Protoplasma dieselben wahrscheinlich auch aufnimmt, zumeist aber aus dem Grunde, weil pigmenthaltige Exsudatzellen in die Schleimschichte hineingelangen und zu Epithelien werden.

Pigmenthaltige Exsudatzellen gehen auch eine Theilung im Corium ein. Dieselben wandern auch in die Blutgefäße ein.

Der Meteorit von Lodran.

Von dem c. M. **Gustav Tschermak.**

(Mit 1 Tafel.)

Im vorigen Jahre erhielt ich durch die Freundlichkeit des Herrn Dr. T. Oldham in Calcutta Stücke von mehreren Meteoriten, darunter eine Probe des Steines, welcher bei Lodran unweit Mooltan in Indien am 1. October 1868 um 2 Uhr Nachm. niederfiel.

Ich war eben mit der Untersuchung anderer Meteoriten beschäftigt, da kam der prächtige Stein von Lodran mit deutlich unterscheidbaren Gemengtheilen. Ich unterbrach die frühere Arbeit, weil ich einsah, daß dieser neue Meteorit geeignet sei, die Unterscheidungsmerkmale der enthaltenen Mineralien sehr vollständig zu liefern, und dadurch eine Grundlage der Untersuchung vieler anderer Meteoriten zu bieten.

Über die Erscheinungen bei dem Falle dieses Steines ist nur so viel bekannt, daß ein lauter Knall der von Osten kam, gehört wurde und daß hierauf eine Staubwolke aufstieg. Als man an die Stelle ging, fand man den Meteoriten [1]).

Das Stück, welches mir vorlag, war 4 Ctm. lang und zeigte einerseits die schwarze Rinde, welche eine stumpfe Kante einschließt. Die Rinde ist dünn, auf der einen Fläche fast eben, auf der anderen fein höckerig. Die erstere Rinde scheint Brustrinde, die zweite an der Kante des Steines gegen den Rücken zu gelegen zu sein. Auf der anderen Seite des Steines erblickt man den ausgezeichnet körnigen Bruch. Die einzelnen Körnchen haben öfters 2 Mm. im Durchmesser. Dabei erscheint der Stein sehr locker, da beim Angreifen immer kleine Körnchen und Kryställchen herabfallen. Die lockere Textur ist aber

---

[1]) Records of the geol. Survey of India Vol. II. part. 1. pag. 20. Das dort angeführte Datum 17. October widerspricht früheren wiederholten Angaben Oldham's.

zum Theile durch das Herabschlagen verursacht, denn es gibt viele Stellen, welche so fest sind, daß sie zu dünnen Plättchen geschliffen werden können, und es gibt keinen Zwischenraum zwischen den Kryställchen, vielmehr formen sich diese genau an den Eisentheilchen ab.

Die körnige Masse erscheint als ein Gemenge von glasglänzenden, blaugrauen und gelbgrünen Theilchen, zwischen welchen stahlgraue und gelbe metallische Partikel glänzen. Die glasglänzenden Theilchen zeigen dort, wo sie mit dem Eisen in Berührung kommen oder in dasselbe eingesenkt erscheinen, Krystallflächen. Von Kügelchen, wie sie in den Chondriten G. Rose's vorkommen, ist nichts zu sehen. Ein Durchschnitt durch ein festes Stückchen des Meteoriten hatte das Aussehen wie Fig. 1, welche in natürlicher Größe gezeichnet ist.

Obgleich man durch Zerbröckeln die übrigen Mineralien von dem Eisen trennen kann, zog ich es doch vor, um die vorhandenen Krystalle möglichst unbeschädigt zu erhalten, in einer Partie das Nickeleisen durch Behandlung mit Quecksilberchlorid zu entfernen. Ich erhielt ein Haufwerk von Körnern und Krystallen, aus welchem unter der Loupe die verschiedenen Mineralien ausgelesen wurden. Zu den Analysen diente möglichst reines Material. Wegen der oft innigen Verbindung der Gemengtheile und wegen ihrer Sprödigkeit war die Ausbeute reiner Partikel kaum ein Zehntel.

Als Gemengtheile dieses Meteoriten wurden erkannt:

Nickeleisen,
Olivin,
Bronzit,
Magnetkies,
Chromit.

Dazu kommen noch mikroskopische Einschlüsse die im Bronzit gefunden wurden. Alle Mineralien wurden soweit es die erhaltenen Quantitäten erlaubten vollständig untersucht.

Nickeleisen. Dieses bildet eine zusammenhängende Masse, ein feines unregelmäßiges Netz dessen Fäden bis 0·5 Mm. dick werden. In den engeren Maschen stecken einzelne Krystalle, in den weiteren aber Aggregate von Körnern und Krystallen der übrigen Mine-

ralien. Die Olivinkrystalle formen sich öfter vollständig an dem Eisen ab.

Das Nickeleisen ist sehr licht, stahlgrau, lichter als man es gewöhnlich sieht. Angeschliffene Flächen mit Salpetersäure behandelt, lassen bei der mikroskopischen Prüfung deutliche Ätzfiguren erkennen. Man sieht einzelne leistenförmige Vorsprünge, das übrige Feld aber erscheint gleichförmig rauh, durch meist parallel angeordnete stumpfeckige Vorsprünge. Es zeigt sich darin eine Ähnlichkeit mit dem Meteoreisen vom Senegal.

Durch Losbröckeln und durch Schlagen im Stahlmörser läßt sich das Nickeleisen ziemlich vollständig von den übrigen Gemengtheilen trennen. Einige der so erhaltenen Plättchen wurden in Salpetersäure gelöst, worauf ein geringer Rückstand blieb. Nachdem die Lösung eingedampft war, um die aufgelöste Kieselsäure unlöslich zu machen, wurde in der neuerdings aufgelösten Masse das Eisen vom Nickel durch Anwendung von kohlensaurem Baryt getrennt. Angewendet wurden 197·8 Mg. und daraus erhalten:

Eisen..........	169·0 Mg.	oder	85·44 Pct.
Nickel.........	25·3	„	12·79
Magnesia.......	0·5	„	0·25
Rückstand......	1·6	„	0·81
	196·4 Mg.	„	99·29 Pct.

Der Rückstand gab die Reaction auf Kieselsäure Chrom und Eisen. Es war also noch etwas Olivin und Chromit in dem Nickeleisen geblieben.

Olivin. Derselbe bildet mehr oder weniger vollkommene Krystalle, die im Eisen stecken oder mit dem Bronzit verwachsen sind. Sie haben gewöhnlich eine Länge von 0·5 bis 1 Mm., die größten sind 2·3 Mm. lang. Die Oberfläche der Krystalle ist öfter etwas rauh und uneben. Die Form ist genau die des basaltischen Olivines. Herr Prof. V. v. Lang, der sich schon durch die mühevolle krystallographische Untersuchung des meteorischen Anorthites und Bronzites so große Verdienste erwarb, hat auch die Krystalle dieses Meteoriten der Messung unterzogen.

An dem Olivin beobachtete er die Flächen 100, 110, 210, 310, 010, 201 und bestimmte folgende Winkel:

		gemessen	berechnet
100 : 110	=	65° 2′	65° 2′
110 : 1̄10	=	49 49	49 57
100 : 210	=	46 30 app.	47 2
100 : 310	=	35 30 „	35 36
100 : 201	=	41 0 „	40 27.

Die berechneten Winkel beziehen sich auf die Daten für den Olivin nach Descloizeaux.

Der Olivin des Meteoriten von Lodran hat eine blaugraue bis berlinerblaue Färbung. Beim ersten Anblicke könnte man daher dieses Mineral leicht für etwas ganz anderes halten, die ausgezeichnete Krystallform läßt ihn aber bald erkennen.

Die Färbung ist zum großen Theil eine oberflächliche, denn Durchschnitte zeigen eine blaßgrüne Färbung, außer wo die dunklen Einschlüsse vorwiegen und ein Grau erscheint. Die Oberfläche der Olivinkrystalle ist hie und da mit schwarzen halb metallisch glänzenden Pünktchen, welche wohl nichts anderes als Chromit sind, besetzt, diese Pünktchen häufen sich an den parallel der 001 Fläche verlaufenden Sprüngen an, und dringen in diese Sprünge ein.

Dünne Blättchen aus diesen Olivinkryställchen geschliffen, zeigen unter dem Mikroskop eine blaßgrüne Färbung. Von einer vollkommenen Spaltbarkeit ist nichts zu sehen, aber die etwas welligen Sprünge parallel 001 sind häufig. Viele dieser Sprünge sind von einem schwarzen Mineral, das ich für Chromit halten muß, moosartig besetzt. Fig. 3. Diese Erscheinung läßt vermuthen, daß der Olivin seit seiner Bildung schon eine Veränderung erfahren habe, denn die Sprünge mit ihrem schwarzen Besatze sehen wirklich wie eine secundäre Bildung aus.

Das Volumgewicht des Olivines bestimmte ich bei Anwendung von 247·4 Mg. zu 3·307. Zur Analyse dienten nur 233·2 Mg., daher große Sorgfalt angewandt werden mußte. Das feine Pulver wurde mit Salzsäure behandelt und schien vollständig aufgeschlossen, doch war die erhaltene Kieselsäure etwas grau. Ohne Zweifel rührte dies von dem schwarzen Mineral her, welches mikroskopisch als Besatz der Quersprünge beobachtet worden war.

Die unreine Kieselsäure wurde daher mit einem Gemenge von kohlensaurem Natron und Salpeter vollständig aufgeschlossen, und

wurden im Filtrate die enthaltenen kleinen Mengen von Chrom, Eisen und Magnesia bestimmt. So erhielt ich:

Magnesia ..	106·1 Mg.	oder	45·50 Pct.
Eisenoxydul.	28·8	„	12·35
Kieselsäure .	93·6	„	40·14
Chromoxyd .	1·4	„	0·60
Eisenoxydul	2·8	„	1·20
Magnesia ...	1·2	„	0·51
	233·9 Mg.	„	100·30 Pct.

Diese Zahlen entsprechen einem Olivin, welcher die beiden Verbindungen Mg_2SiO_4 und Fe_2SiO_4 in dem Verhältniß von 82 zu 18 Pct. enthält und für welchen sich berechnen

Magnesia	46·85
Eisenoxydul	12·71
Kieselsäure	40·44
	100·

Es ist wohl richtig anzunehmen, daß die durch Salzsäure nicht zersetzbaren Beimengungen aus Bronzit und Chromit bestehen, obgleich sich aus den obigen Zahlen die Menge der beiden Körper nicht berechnen läßt.

Bronzit. Dieses Mineral bildet Körner und unvollkommene Krystalle, welche meistens nur die Flächen Einer Zone erkennen lassen. Sie sind oft 1 Mm. lang. Die größten haben 2 Mm. Länge. Beim Zerdrücken spalten die Körnchen sehr vollkommen nach 010, aber auch die Spaltbarkeit parallel 100 läßt sich erkennen.

Herr Prof. v. Lang bestimmte an einem Bruchstück die tautozonalen Flächen 100, 320, 110, 230, 130 und beobachtete folgende Winkel:

	beobachtet	berechnet
100 : 320 =	34°50 app.	34°30
100 : 110 =	45 56	45 52
100 : 230 =	57 15	57 6
100 : 130 =	71 56 app.	72 5.

Die berechneten Winkel beziehen sich auf die Zahlen, welche aus den Messungen an dem Bronzit des Meteoriten von Breitenbach abgeleitet wurden [1]).

Ein zweites Stückchen gab folgende Resultate:

	gemessen	berechnet
110 : 010 =	44°6′	44°8′
010 : $\bar{1}$10 =	44 app.	44 8 .

Durch die Fläche 010 betrachtet zeigte dieses Stückchen, daß die Ebene der optischen Axen parallel der Zone [110, 010] liegt, und daß die auf 010 senkrechte Mittellinie einen negativen optischen Charakter hat. Auch dies stimmt mit dem Verhalten des Bronzites (Enstatites) aus dem Meteoriten von Breitenbach.

Der Bronzit des Meteoriten von Lodran hat eine spargelgrüne bis gelbgrüne Färbung. Er ist daher dem terrestrischen Olivin ungemein ähnlich. Ein Dünnschliff, den man aus einem Bronzitkorn herstellt, erscheint unter dem Mikroskop sehr blaß grünlich, er zeigt in dem Falle als er den Spaltungskanten parallel geschnitten ist, unzähliche feine, dieser Richtung parallele Linien, Risse und Erhabenheiten auf der Schlifffläche, die nicht glatt polirt worden. Fig. 4. Daran erkennt man auch wieder manche der Bronzitkörner in dem Dünnschliff des Meteoriten Fig. 2, worin auch der Olivin durch seine Einschlüsse leicht erkennbar.

In diesem Dünnschliff sieht man übrigens auch, daß die Bronzite dreierlei fremde Einschlüsse bergen. Der Menge nach ist zuerst jener Einschluß anzuführen, welcher in mehreren Bronzit-Individuen vorkömmt und rundliche Körperchen bildet, die farblos zu sein scheinen. Fig. 5. Es ist dies ein doppelt brechendes Mineral, denn bei der Dunkelstellung des Bronzites zwischen gekreuzten Nicols erscheinen die rundlichen Körperchen im allgemeinen hell und farbig. Prüft man dieselben genauer, so erkennt man schon im gewöhnlichen Lichte an manchen feine durchgehende Linien, zwischen gekreuzten Nicols aber zeigt es sich sogleich, daß die Körnchen eine zwillingsartige Zusammensetzung haben, da die Hälften der Kügelchen in

[1]) Sitzungsberichte der k. Akad. d. Wiss. Bd. LIX, pag. 848 und Pogg. Ann. Bd. 139, pag. 315.

den verschiedenen complementären Farben erscheinen. Fig. 6. Man darf daher in den Kügelchen einen Feldspath vermuthen. Der andere Einschluß besteht aus kleinen, rundlichen, schwarzen Partikeln, welche in einem oder dem anderen Bronzit eine Gruppe bilden, seltener gleichförmig vertheilt sind. Fig. 7 und 8. Diese Pünktchen dürften aus Chromit bestehen. Endlich sieht man an manchen Stellen feine haarförmige Körper, welche den Spaltungskanten parallel eingelagert erscheinen, so wie dies bei dem terrestrischen Bronzit gewöhnlich zu sehen ist. Fig. 5. Über die Natur dieser Einschlüsse läßt sich nichts Bestimmtes angeben.

Die zuerst genannten Kügelchen kommen in dem Bronzit in einer untergeordneten Menge vor, denn manche Individuen enthalten nichts davon. Im Durchschnitte ist aber die Quantität immerhin so groß, daß sie bei der chemischen Untersuchung nicht übersehen werden kann. Die beiden übrigen Einschlüsse hingegen betragen so wenig, daß sie in der Analyse keine bestimmbaren Mengen liefern können, wofern nicht eine größere Masse des Bronzites der Untersuchung dient.

Das Volumgewicht des Bronzites wurde an 616·7 Mg. bestimmt zu 3·313. Zur Analyse dienten 571·3 Mg., welche lieferten.

Kieselsäure .	316·2 Mg.	oder	55·35 Pct.
Magnesia .	187·7	„	32·85
Eisenoxydul .	69·3	„	12·13
Thonerde...	3·4	„	0·60
Kalkerde ...	3·3	„	0·58
	579·9 Mg.	„	101·51 Pct.

Die Zusammensetzung entspricht der eines Bronzites, in welchem die beiden isomorphen Verbindungen $MgSiO_3$ und $FeSiO_3$ im Verhältnisse von 78 zu 22 Gewichtspercenten enthalten sind, wofür die Rechnung gibt:

Kieselsäure	56·80 Pct.
Magnesia	31·20 „
Eisenoxydul	12·00 „
	100·

Die Analyse weist etwas mehr Magnesia und etwas weniger Kieselsäure auf. Dies deutet darauf hin, daß etwas Olivin beigemengt war. Ich kann dem nicht widersprechen, denn der Bronzit ist mit dem Olivin verwachsen und trotz dem sorgfältigsten Aussuchen möchte es nicht gelungen sein, jedes Körnchen Olivin von den ausgewählten Bronzitpartikeln abzusondern.

Es wurden auch kleine Mengen von Thonerde und von Kalkerde gefunden, wovon die letztere nicht zur Mischung des Bronzites gehört, also von einer fremden Beimengung herrührt. Es bleibt wohl kein Zweifel, daß die zuvor beschriebenen Kügelchen diesen Stoff geliefert haben, daß also ein kalkhaltiges Silicat in denselben anzunehmen sei. Man könnte Diopsid, Augit, Wollastonit u. s. w. vermuthen, es gibt aber die mikroskopische Untersuchung einen bestimmten Anhaltspunkt durch die Ermittlung der zwillingsartigen Zusammensetzung, welche auf einen Feldspath deutet, und es folgt mit großer Wahrscheinlichkeit, daß die kleinen Kügelchen aus Anorthit bestehen. Dafür spricht auch noch die Analogie mit dem terrestrischen Vorkommen des Bronzites. Wir sehen nämlich in dem Enstatitfels Streng's und in dem von mir beschriebenen Olivingabbro die Paragenesis von Bronzit, Olivin, Anorthit, und finden in diesen Gesteinen den Anorthit auch öfters in der Form von Kügelchen verbreitet.

Wenn man die Analysen des Olivines und Bronzites vergleicht, so wird man sogleich auf die Thatsache aufmerksam, daß die beiden mit einander vorkommenden Mineralien gleichen percentischen Eisengehalt haben. In beiden wurden etwas über 12 Pct. Eisenoxydul gefunden.

Magnetkies. Mit dem Nickeleisen in Verbindung und auch öfter zwischen den Silicaten erblickt man gelbe, metallisch glänzende Körnchen, welche aus Eisen und Schwefel bestehen. Eine Krystallform ließ sich nicht erkennen. Mit Salzsäure zusammengebracht entwickelt das Mineral Schwefelwasserstoff und löst sich auf unter Abscheidung von Schwefel. Nachdem eine Partie des ausgesuchten Minerales verunglückt war blieben mir noch 30·0 Mg. nicht völlig reinen Materiales, welche bei der Untersuchung 20·1 Mg. Eisen gaben, was nur so viel sagt, daß ungefähr 0·6 des Ganzen aus Eisen bestehe. Die Daten genügen indeß für den Beweis, daß das Mineral Magnetkies sei.

Chromit. Halb metallisch aussehende schwarze starkglänzende Krystalle und Körnchen finden sich in geringer Menge zwischen den Silicaten und auch im Nickeleisen. Es sind öfter schöne Octaëder die bis zu 0·5 Mm. Höhe zeigen. Außer den Octaëderflächen (111) beobachtete Prof. v. Lang noch die Flächen des Rhombendodekaëders (110) und des Leucitoides (311). Die Flächen spiegelten meist recht gut. Es wurden gemessen:

	gemessen	berechnet
111 : Ī11 =	70°31′	70°32′
011 : 131 =	31 25	31 29
131 : 113 =	50 25	50 29.

Für eine chemische Analyse war das vorhandene Material viel zu gering. Die Krystalle liefern zwischen Porzellanplatten zerrieben ein braunes Pulver, sie geben die Reactionen auf Eisen und Chrom. Ihre Eigenschaften zeigen also, daß das Mineral Chromit sei.

Bei der körnigen Textur und der ungleichförmigen Mengung des Meteoriten von Lodran ist es nicht möglich das Mengenverhältniß der constituirenden Mineralien zu bestimmen, ohne ein größeres Stück zu opfern. Da ich nicht in der Lage war verschwenderisch zu verfahren, begnügte ich mich, für ein kleines Stückchen die Quantität der Hauptbestandtheile zu ermitteln. Es diente dazu eine Partie von 600·0 Mg. Gewicht, welche etwas reicher an Eisen sein mochte als es der Meteorit im Durchschnitte ist. Durch Schlagen im Stahlmörser und nachheriges Hämmern wurde das Eisen gesondert und dessen Menge zu 191 Mg. bestimmt.

Dieses Eisen diente nach einer geringen Zugabe für die mitgetheilte Analyse des Nickeleisens. Das vom Eisen abgesonderte Pulver ward fein zerrieben und mit Salzsäure behandelt wodurch der enthaltene Olivin zerlegt wurde. Nach dem Eindampfen der Masse ward im Filtrat die Magnesia, welche vom Olivin herrührt und das Eisen das aus dem Olivin und Magnetkies stammt, bestimmt. So erhielt ich aus 309·4 Mg. des Mineralpulvers 62 Mg. Magnesia und 33·6 Mg. Eisen, wonach sich folgende Verhältnisse berechnen:

Nickeleisen	32·5 Pct.
Olivin	28·9 „
Bronzit mit etwas Chromit und Anorthit	31·2 „
Magnetkies	7·4 „
	100 Pct.

Die Menge des Bronzites etc. ist aus dem Reste berechnet. Neben dem Bronzit dürften aber ungefähr 1 Pct. Anorthit und 1 Pct. Chromit anzunehmen sein. Da das angewandte Stückchen verhältnißmäßig reicher an Nickeleisen ist als der Durchschnitt, so erkennt man, daß Nickeleisen Olivin und Bronzit in ungefähr gleicher Menge in dem Meteoriten enthalten seien.

Der Meteorit von Lodran ist also abgesehen von dem Nickeleisen ein Olivin-Bronzitgemenge von so ausgezeichneter Art, wie es bisher unter den Meteoriten noch nicht gefunden worden, ein Gemenge, welches dem terrestrischen Olivinfels entspricht.

Das Nickeleisen und der Magnetkies müssen später fest geworden sein als die übrigen Mineralien, und ihre Bildung dürfte zu gleicher Zeit mit jenen Veränderungen vor sich gegangen sein, welche der Olivin erlitten zu haben scheint.



Erläuterung der Tafel.

Fig. 1. Ein Blättchen aus dem Meteoriten von Lodran geschnitten, in natürlicher Größe. Die dunklen Stellen bezeichnen das Nickeleisen, die hellen die Silicate.

„ 2. Ein Theil desselben Blättchens an der Stelle *a* bei 40maliger Vergrößerung. Die schwarzen Stellen sind Nickeleisen, welches an die Oberfläche des Dünnschliffes tritt, die grauen Nickeleisen, welches tiefer liegt und von den Silicaten bedeckt erscheint. Der Olivin ist durch die schwarzen Querstreifen kennbar.

„ 3. Ein Blättchen aus einem Olivinkrystall geschnitten. An den Sprüngen parallel der Endfläche erkennt man den moosartigen Besatz, der von einem schwarzen Mineral (Chromit) gebildet wird. Vergrößerung 60.

„ 4. Ein Blättchen von Bronzit parallel den Spaltungskanten geschnitten. Es zeigen sich der letzteren Richtung parallel viele oberflächliche Linien, die der Spaltung entsprechen und beim Schleifen entstanden aber auch eingeschlossene feine Nadeln. Vergrößerung 60.

„ 5. Rundliche farblose Einschlüsse in einem Bronzitkrystall. Außer diesen sind auch die feinen Nadeln sichtbar. Vergrößerung 120.

„ 6. Einige der rundlichen Einschlüsse im polarisirten Lichte gesehen. Die auftretenden complementären Farben, welche durch Weiß und Grau angedeutet sind, machen die Zwillingsbildung erkennbar. Vergrößerung 120.

„ 7. Rundliche schwarze Einschlüsse im Bronzit eine Gruppe bildend. Vergrößerung 120.

„ 8. Eben solche Einschlüsse mehr gleichförmig vertheilt. Vergrößerung 120.

Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium der Universität Innsbruck.

7. Über isomere Kresole.

Von L. Barth.

Seit der Publication meiner Abhandlung über die Einwirkung von schmelzendem Kali auf Toluolsulfosäure sind Untersuchungen von Engelhart und Latschinoff veröffentlicht worden, welche den größten Theil der Aufgabe, den ich mir in der genannten Abhandlung gestellt hatte, gelöst haben [1]. Auch Körner in Palermo [2]) hat sich mit ähnlichen Versuchen beschäftigt. Ich will daher, anknüpfend an eine spätere Mittheilung über diesen Gegenstand, die ich in der Section für Chemie bei Gelegenheit der Naturforscherversammlung in Innsbruck gemacht habe [3], nur noch einige Versuche beschreiben, die zur Ergänzung der bisher über diesen Gegenstand gemachten Erfahrungen dienen können.

Die Einwirkung von englischer Schwefelsäure auf Toluol bei gewöhnlicher Temperatur verlauft unter Bildung von zwei isomeren Toluolsulfosäuren, die durch fractionirte Krystallisation ihrer Kalisalze, wie Engelhart und Latschinoff angegeben haben und wie auch ich gefunden hatte, getrennt werden können. Eine dritte isomere Säure scheint bei dieser Behandlung nicht gebildet zu werden, wenigstens lieferten die Krystallisationen aus den letzten Mutterlaugen immer wieder beim Umkrystallisiren Salze der schon erwähnten zwei Säuren.

Die Reindarstellung des in prachtvollen Krystallen des orthotypen Systemes krystallisirenden zuerst anschießenden Kalisalzes,

---

[1]) Zeitschrift für Chemie 1869. S. 615.

[2]) Körner: Fatti per servire alla determinazione del luogo chimico nelle sostanze aromatiche. Palermo 1869. S. 50.

[3]) Tageblatt d. Naturforscherversammlung 1869. S. 199. Berliner chem. Berichte 1869. S. 651.

das Engelhart und Latschinoff α toluolsulfosaures Kali nennen, gelingt leicht, schwieriger die des später auskrystallisirenden β toluolsulfosauren Salzes.

Schmilzt man die reinen Salze mit Kalihydrat zusammen, so geht die Vertretung von SHO_3 durch OH ziemlich glatt von statten und der Umstand, daß ich früher neben unreinem Kresol vornehmlich zwei Säuren erhalten hatte, erklärt sich einfach dadurch, daß bei einem Gemische beider toluolsulfosauren Salze der richtige Punkt im Unterbrechen der Reaction nicht so leicht gefunden werden konnte, weil sich beide Salze nicht mit gleicher Leichtigkeit zersetzen.

Es gelingt auf diese Weise aus den Salzen 94—95% der theoretischen Menge Kresol zu gewinnen und die Quantität der entsprechenden Säure auf ein Minimum herabzudrücken.

Aus dem schön krystallisirten zuerst sich ausscheidenden Salze erhält man neben Kresol nur Paraoxybenzoësäure und niemals eine Spur Salicylsäure.

Die Paraoxybenzoësäure wurde so getrennt, daß der ätherische Auszug der Schmelze mit wässerigem kohlensauren Ammon bis zur alkalischen Reaction versetzt wurde. Im Äther bleibt nur Kresol gelöst, das für sich gewonnen wird. Die ammoniakalische Lösung wird angesäuert und durch Äther derselben die Paraoxybenzoësäure neben Spuren von Kresol, die vom kohlensauren Ammon aufgenommen wurden, entzogen.

Dieses schön krystallisirende Kalisalz muß daher als von der Toluolparasulfosäure stammend angesehen werden, und ist diese Bezeichnung der näheren Lagerung der Bestandtheile entsprechender als die früher gewählte. — Das der genannten Sulfosäure entsprechende Kresol ist demgemäß als Parakresol zu bezeichnen.

Seine Eigenschaften sind schon von E. und L. angegeben worden, die ich größtentheils bestätigen kann. Ist es ganz rein, so erstarrt es schon beim Auskühlen nach dem Destilliren, schmilzt bei 36° C. und erstarrt bei 34°. Es siedet bei 197°, ist aber schwierig ganz wasserfrei zu erhalten, ein Umstand, der den Siedepunkt um ein Geringes herabdrücken kann. Die Krystalle desselben sind theils federbartförmig, namentlich da, wo der Dampf des Kresols sich condensirte, theils massivere dicke Prismen. Bei gestörter Krystallisation erscheint die Masse körnig.

Das Kresol löst sich nur wenig in wässerigem kohlensauren Ammon, eben so schwierig in Wasser, ziemlich leicht dagegen in Ammoniak. Die wässerige Lösung gibt mit Eisenchlorid eine blaue Färbung, mit Salpetersäure färbt sie sich gelb, dann, bei weiterem Zusatz von Salpetersäure entsteht eine flockig-krystallinische Ausscheidung von Nitroproduct.

Erhitzt man dieses reine Kresol mit überschüssigem Kalihydrat, so bildet sich zunächst die Kaliverbindung, die als Öl auf der übrigen Kalimasse schwimmt; nach längerem Erhitzen verwandelt es sich aber unter Wasserstoffentwicklung in paraoxybenzoësaures Kali, das ebenfalls geschmolzen oben auf schwimmt.

Das Ende der Reaction ist nicht ganz leicht zu erkennen. Wenn man die angesäuerte Schmelze mit Äther auszieht und den Äther verdampft, so bemerkt man einen scharf stechenden Geruch, ähnlich dem des Senföls. Nachdem der Äther entfernt ist, bleibt eine weiße Krystallmasse, die nach einmaligem Umkrystallisiren sich als reine Paraoxybenzoësäure erweist. Schmelzpunkt 210°.

Es ist somit bewiesen, daß die Oxydation der Methylseitenkette durch Kali erfolgen kann, ohne daß gleichzeitig eine andere Substitution, wie von SHO_3 durch OH erfolgen muß.

Das leichter lösliche toluolsulfosaure Salz hält hartnäckig auch nach mehrmaligem Umkrystallisiren noch geringe Quantitäten der Paraverbindung zurück. E. und L. bemerken ebenfalls, daß es ihnen nicht gelungen sei, daraus ein reines Kresol abzuscheiden.

Das Salz wurde durch fortgesetztes Umkrystallisiren aus Alkohol und Wasser (30mal), so weit gereinigt, daß die äußeren Formen, die Beobachtung unter dem Mikroskope und der Wassergehalt (das Parasalz krystallisirt mit 1 Mol., das leichter lösliche mit $^1/_2$ Mol. H_2O) keine Beimengung des ersteren Salzes mehr andeuteten. Gefunden H_2O : 4,2 berechnet nach der Formel ($C_7H_7SHO_3 + {}^1/_2H_2O$) 4·1% Wasser.

Beim vorsichtigen Schmelzen mit Kali gibt es der Hauptmasse nach Kresol, neben Krystallen, die sich als Gemische von Salicylsäure und Paraoxybenzoësäure erwiesen. Diese Säuren wurden vom Kresol durch kohlensaures Ammon, wie oben beschrieben, getrennt. Aus der Anwesenheit der Paraoxybenzoësäure konnte man schließen, daß auch das erhaltene Kresol mit Parakresol verunreinigt sei. Es siedete bei 189—190°. Bei —38° längere Zeit erhalten, setzte

es Krystallwarzen an, die nach und nach die ganze Masse erfüllten. Mehrmals geschmolzen und wieder erstarren gelassen, wurde es schließlich schon bei —20 fest und bei +1 noch nicht vollständig flüssig.

In wässerigem Ammoniak löst es sich leicht, schwieriger in kohlensaurem Ammon und in Wasser. Mit Eisenchlorid gibt die wässerige Lösung eine blaue, nach einiger Zeit trübe-mißfarbig werdende Farbenreaction. Salpetersäure erzeugt eine gelbliche Färbung, viel weniger intensiv als die der entsprechenden Paraverbindung, nach einiger Zeit und bei mehr Säurezusatz entsteht eine bräunliche Trübung. Mit Kali geschmolzen lieferte es Salicylsäure und etwas Paraoxybenzoësäure. Es war demnach ein Gemisch von Parakresol mit einem neuen der Salicylsäure angehörenden Kresol, das wohl am besten Metakresol genannt wird.

Die Menge der bei der Behandlung mit Kali erhaltenen Paraoxybenzoësäure ist manchmal nicht unbeträchtlich, so daß man im Zweifel sein kann, ob sie ihre Entstehung einer dem Metasalz ursprünglich beigemischten, durch Krystallisation davon nicht zu trennenden Quantität von Parasalz verdankt, oder ob nicht vielleicht eben durch das Umkrystallisiren oder beim anfänglichen Erhitzen mit Kali ein theilweiser Übergang von Meta- in Parasalz stattfindet, ähnlich wie ihn Kekulé für die betreffenden Phenolsulfosäuren nachgewiesen hat.

Es scheint daher nicht möglich auf diese Weise reines Metakresol zu erhalten und man wird zur Darstellung desselben auf einen anderen Weg angewiesen sein.

Da das Kresol aus Thymol von E. und L. als bestimmt verschieden von den beiden vorhin beschriebenen isomeren erkannt wurde, so muß es der Orthoreihe angehören und der Oxybenzoësäure entsprechen. Ich habe dasselbe nach dem Verfahren von E. und L. dargestellt. Dabei beobachtete ich, daß die Ausbeute von Kresol nicht immer gleich ist und daß, bald mehr, bald weniger des höher siedenden Öles, dessen E. und L. Erwähnung thun, erhalten wurde. Das gewonnene Kresol erstarrte noch nicht in einer Mischung von starrer Kohlensäure und Äther, sondern wurde dabei nur zu einer zähen Masse. Es hatte einen Stich ins Gelbliche und siedete zwischen 195° und 200°.

Mit Eisenchlorid gibt die wässerige Lösung eine bläuliche Färbung, Salpetersäure in geringer Menge derselben zugesetzt, gibt eine gelbe Trübung; nach Zusatz einer größeren Quantität tritt heftige Reaction ein und die Masse wird dunkel schwarzbraun. In Wasser und kohlensaurem Ammon ist das Orthokresol schwer löslich, auch in Ammoniak scheint es sich schwieriger als die beiden anderen Kresole zu lösen. Übrigens habe ich auch dieses Kresol nie ganz rein erhalten können. Immer zeigten die Analysen einen höheren Є-Gehalt, der auf eine Verunreinigung mit einem kohlenstoffreicheren Körper schließen ließ. Auch der nicht constante Siedepunkt spricht für ein Gemenge. Beim Schmelzen mit Kalihydrat wird es schwierig angegriffen. Nach längerer Einwirkung erhält man aber aus dem ätherischen Auszuge der Schmelze Krystalle, die nach dem Umkrystallisiren und Behandeln mit Thierkohle farblos erscheinen, den Habitus der Oxybenzoësäure-Krystalle besitzen, süß von Geschmack sind, bei 200° schmelzen und ohne Krystallwasser krystallisiren. Sie sind demnach als Oxybenzoësäure anzusprechen und das Kresol aus Thymol muß daher als Orthokresol bezeichnet werden.

Aus den Mutterlaugen erhält man noch eine geringe Menge Oxybenzoësäure, verunreinigt mit einem andern Körper, der eine bräunlich-rothe Eisenreaction zeigt und durch Bleizucker fällbar ist. Der geringen Quantität desselben wegen konnte ich keine nähere Untersuchung damit anstellen. Seine Entstehung verdankt er wohl dem Є-reicheren Körper, der dem Kresol noch beigemengt war.

Das schon erwähnte höher siedende Öl scheint ebenfalls ein Gemische von zwei oder mehr Substanzen zu sein, wofür ebenfalls der nicht constante von 200—230° steigende Siedepunkt spricht. Analysen dieses Öles gaben Zahlen, die sich denen, welche die Formeln $Є_8H_{10}Θ$ und $Є_9H_{12}Θ$ oder ein Gemische beider verlangen, sehr nähern.

Die Entstehung dieser Körper aus dem Thymol kann man sich dadurch erklären, daß, statt wie bei der Erzeugung von Kresol, Propylen, so in einem Falle bloß Methylen, im anderen Äthylen abgespalten wurde. Eben so leicht möglich ist es aber, daß das Ganze nur ein wechselndes Gemenge von Kresol mit unzersetztem Thymol darstellt. Um diese Frage zu entscheiden, müßten sehr bedeutende Quantitäten davon zu Gebote stehen.

Es sei hier bemerkt, daß ich, um die chemische Natur des Thymols aufzuklären, schon vor längerer Zeit Versuche angestellt habe, um charakterische Oxydationsproducte daraus zu erhalten. Kam ihm wirklich die nach den bisher angestellten Versuchen wahrscheinliche Formel

$$C_6H_3\left\{\begin{array}{l} OH \\ CH_3 \\ C_3H_7 \end{array}\right.$$

zu, so mußte unter gewissen Umständen daraus eine zweibasische Säure zu erhalten sein, wahrscheinlich ein Hydroxylsubstitutionsglied einer der bekannten Phtalsäuren.

Salpetersäure, auch in sehr verdünntem Zustande (1 Theil Säure auf 10 Theile Wasser), verwandelt das Thymol in ein gelbes Harz, unkrystallinisch, in Wasser fast unlöslich, in Alkohol und Äther leicht löslich und beim Verdunsten dieser Lösungen sich wieder in amorphem Zustande ausscheidend. Der Körper ist ein Nitroproduct, aber in keine für die Analyse taugliche Form zu bringen.

Chromsaures Kali und Schwefelsäure wirken sehr heftig auf Thymol ein, es entsteht ebenfalls ein in der Kälte festes, in der Hitze zäh-weiches Harz, vollkommen amorph. — Auch schmelzendes Kali verwandelt einen großen Theil des Thymols in harzartige Massen, während ziemlich viel uncondensirbare Dämpfe entweichen, aber ein wenn auch kleiner Theil, entzieht sich der Verharzung und die Schmelze gibt an Äther krystallisirte Substanzen ab, die sich als Gemische von wahrscheinlich neuen Säuren erwiesen, deren Trennung mit vielen Schwierigkeiten verbunden ist.

Ich bin mit der Untersuchung derselben beschäftigt und hoffe in Bälde darüber berichten zu können.

Zum Schlusse erwähne ich noch einiger Versuche, die ich anstellte, um vom Kresol durch das Zwischenglied der Sulfosäure zum Orcin oder zu Isomeren desselben zu gelangen.

Obwohl alle drei Kresole in dieser Weise in den Kreis der Untersuchung gezogen wurden, so konnten doch vornehmlich nur die aus Kresolparasulfosäure entstehenden Producte und auch diese nicht ganz vollständig studirt werden, da mir nur Parakresol in einigermaßen genügender Quantität und vollkommener Reinheit zu Gebote stand.

Parakresolsulfosäure wurde durch zwanzigstündiges Erwärmen von Kresol mit englischer Schwefelsäure auf 80—90°, bis beim Verdünnen mit Wasser und Absättigen mit kohlensaurem Kalk kein Geruch nach Kresol mehr bemerklich war, dargestellt. Zum Überflusse wurde die saure Masse noch vor der Zugabe des kohlensauren Kalkes mehrmals mit Äther geschüttelt, um Spuren von unangegriffenem Kresol zu entfernen. Aus dem Kalksalze wurde dann das Kalisalz erzeugt, das inzwischen schon von E. und L. beschrieben worden ist. Mit Kali erhitzt, verschmilzt letzteres nicht unschwer, doch ohne besondere Erscheinung, daher es schwierig ist, den richtigen Moment im Unterbrechen der Reaction zu treffen. Nach dem Absättigen und Behandeln mit Äther hinterläßt derselbe eine krystallinische, noch braun gefärbte Masse, die in Wasser gelöst von etwas Schmiere filtrirt und mit Bleizucker gefällt wird. Der Niederschlag ist gelblich von Farbe. Er so wie das davon abgelaufene Filtrat werden entbleit, und die von Schwefelwasserstoff befreiten Lösungen wieder mit Äther ausgeschüttelt, da das Eindampfen im Wasserbade die Flüssigkeiten dunkler färbte. Die aus dem Niederschlage erhaltenen Krystalle zeigten nach dem Umkrystallisiren die Formen der Protocatechusäure, den Schmelzpunkt 198°, gaben mit Eisenchlorid die schön grüne, durch Soda blau, dann roth werdende Färbung und bei der Analyse der getrockneten Substanz:

	Gefunden	$C_7H_6O_4$
C	= 54·3	54·5
H	= 4·0	3·9.

Die lufttrockene Substanz verlor bei 100° 10·4 Pct. Wasser; für $C_7H_6O_4 + H_2O$ berechnen sich 10·5 Pct.

Es war also wie bei der Toluolsulfosäure neben dem Hydrooxyliren auch Oxydation der C-haltigen Seitenkette eingetreten.

Der Ätherauszug, der von Bleizucker ursprünglich nicht gefällten Substanz gab nach dem Lösen in Wasser noch einmal mit essigsaurem Blei eine gewisse Menge Niederschlag von protocatechusaurem Blei, von dem er durch Filtration getrennt wurde. Nach dem Entbleien des Filtrats, Eindampfen und Umkrystallisiren der allerdings geringen Menge zeigten sich Krystalle, der Paraoxybenzoësäure ähnlich, die auch im Schmelzpunkt (212°) und in den Reactionen damit übereinstimmten.

Die lufttrockene Substanz verlor bei 200° 11·6 Pct. Wasser und gab getrocknet bei der Verbrennung $\text{C} = 60{\cdot}2$, $\text{H} — 4{\cdot}1$, für $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3$ berechnet $\text{C}—60{\cdot}8$, $\text{H} = 4{\cdot}3$ für $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O}$, $\text{H}_2\text{O} = 11{\cdot}5$ Pct.

Diese Bildung von Paraoxybenzoësäure scheint bemerkenswerth, weil sie ein Beispiel von Rücksubstitution von H statt SHO_3 darstellt, ähnlich wie beim Schmelzen mancher Jod- und Bromproducte mit Kalihydrat eine solche Rücksubstitution von H statt Brom und Jod, wenn auch nicht häufig, beobachtet wurde. Eine Verunreinigung des schön krystallisirten, ganz homogenen kresolsulfosauren Kalis mit Kresolkalium kann, da die Materialien sehr sorgfältig dargestellt waren, nicht angenommen werden.

Die Mutterlauge dieser Paraoxybenzoësäure trocknet zu undeutlich krystallinischen braungefärbten Massen ein. Ihre Menge war sehr gering. Die qualitativen Reactionen namentlich, die blauviolette Färbung durch Eisenchlorid und die schön violette bald verschwindende, durch Chlorkalk, machen es wahrscheinlich, daß darin wirklich Orcin enthalten war. Zu genaueren Untersuchungen reichte die Quantität des Rückstandes nicht aus, wie denn überhaupt die Ausbeute an krystallinischen Producten bei diesem Versuche eine, im Verhältnisse zur angewendeten Menge kresolsulfosauren Kalis, sehr unbedeutende war.

Es gelang nicht, durch verschiedene Dauer der Einwirkung des schmelzenden Kalis, durch Regelung der Temperatur etc. ein besseres Resultat zu erzielen. Protocatechusäure war immer das Hauptproduct der Reaction.

Es ist bemerkenswerth, daß Orcin, wie ich mich durch mehrere Versuche überzeugt habe, beim Schmelzen mit Kali sich unter keinen Umständen in Protocatechusäure oder eine derselben isomere Säure überführen läßt und sich also dem Kresol in diesem Punkte nicht analog verhält, da sonst ebenfalls die Methylseitenkette in Carboxyl verwandelt werden müßte. Es scheint bei längerem Schmelzen nur flüchtige Oxydationsproducte zu liefern.

Metakresolsulfosäure wurde auf gleiche Weise wie die Parasäure dargestellt. Nach dem Sättigen mit kohlensaurem Baryt konnte durch Behandlung mit Barytwasser die beigemengte Parakresolsulfosäure als basisches Salz entfernt werden. Das Barytsalz wurde dann

in das Kalisalz verwandelt und letzteres mit Kali verschmolzen. Die Reaction unterbricht man, wenn in Proben der Schmelze durch Ansäuren schwefelige Säure entwickelt wird. Äther nimmt aus der sauren Masse wenig auf. Das von Äther Ungelöste enthält kaum Spuren organischer Substanz mehr. Die Körper aus der ätherischen Lösung scheinen neu zu sein. Bleizucker gibt einen Niederschlag, der entbleit in kleinen farblosen Krystallen anschießt, deren Lösung von Eisenchlorid bräunlichgrün gefärbt, auf Zusatz von Soda mißfärbig wird. Chlorkalk gibt eine vorübergehend gelbröthliche Färbung, Kali färbt bleibend ziegelroth, Salpetersäure gelb.

Das vom Bleiniederschlag Abgelaufene zeigt nach dem Eintrocknen kaum Spuren von Krystallisation, gibt die Reaction des vorigen Körpers, mit Ausnahme der Färbung durch Eisenchlorid, die blauviolett ist. Die Menge beider Substanzen reichte kaum zu diesen wenigen Proben. Aus 10 Grm. Sulfosäure wurden kaum 50 Milligr. der erwähnten Körper erhalten. Auch hier scheint die Oxydation eine sehr weit gehende zu sein.

Orthokresolsulfosäure, eben so wie die vorigen erzeugt, gibt beim Schmelzen mit Kali nur etwas verunreinigte Protocatechusäure, die an ihrer Krystallgestalt, ihren Reactionen, an dem Schmelzpunkte und dem Krystallwassergehalte erkannt wurde.

Para- und Orthokresol erzeugen also durch weitere Hydroxylirung und Oxydation dieselbe Säure, gerade wie Para- und Orthoxybenzoësäure es thun, und es scheinen mir diese Thatsachen für die kürzlich von V. Meyer [1]) aus anderen Gründen gefolgerte Ansicht zu sprechen, daß nämlich den Orthoverbindungen die Stellung 1·3 zukommt, da sonst die neu eintretenden Gruppen SHO_3 resp. OH in einem Falle die von Carboxyl entfernteste, im anderen die demselben zunächst liegende Stelle einnehmen müßten.

Innsbruck im März 1870.

---

[1]) Deuts. chem. G. Berlin 1870. S. 116.

XI. SITZUNG VOM 21. APRIL 1870.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Kritische Durchsicht der Ordnung der Flatterthiere oder Handflügler *(Chiroptera)*. Familie der Fledermäuse *(Vespertiliones)*." I. Abtheilung, von Herrn Dr. L. J. Fitzinger.

„Über einige Pleuronectiden, Salmoniden, Gadoiden und Bleniiden aus der Decastris-Bay und von Viti-Lewu", von Herrn Dr. F. Steindachner und weil. Prof. Dr. R. Kner.

„Über die Verjauchung todter organischer Stoffe" und „Über die Entwickelungsfolge und den Bau der Holzfaserwandung", beide von Herrn Dr. Th. Hartig, Forstrath und Prof. in Braunschweig.

„Construction eines Kegelschnittes, wenn derselbe durch imaginäre Punkte und Tangenten bestimmt wird", von Herrn Dr. R. Staudigl, Adjuncten der Lehrkanzel für darstellende, und Docent für neuere Geometrie am k. k. polytech. Institute in Wien.

Herr Dr. Horvath aus Kiew legt eine Abhandlung: „Beiträge zur Wärmeinanition" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie, Südslavische, der Wissenschaften und Künste: Rad. Knjiga X. U Zagrebu, 1870; 8°. — Arkiv. Knjiga VI & VII, nebst Supplement. U Zagrebu, 1862 & 1863; 8°.

Annales des mines. VIe Série. Tome XVI, 6e Livraison de 1869. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrgang, Nr. 8. Wien, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1799. (Bd. 75, 23.) Altona, 1870; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nrs. 13—14. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIX[e] Année. 3[e] Série. Tome VI, 15[e]—16[e] Livraisons. Paris, 1870; 8°.

Foetterle, Franz, Das Vorkommen, die Production und Circulation des mineralischen Brennstoffes in der österr.-ungar. Monarchie im Jahre 1868. (Aus dem Jahrbuche der k. k. geolog. Reichsanstalt. 1870, Nr. 1.) 4°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band, Nr. 7. Wien, 1870; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg. Nr. 15—16. Wien, 1870; 8°.

Landbote, Der steirische. 3. Jahrgang, Nr. 8. Graz, 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 14. Wien; 8°.

Lotos. XX. Jahrgang. März 1870. Prag; 8°.

Nature. Vol. I, Nrs. 23—24. London, 1870; 4°.

Observatorium, Physikalisches, zu Tiflis: Bericht. 1865—1869. Tiflis, 1869; 8°. — Kaukasische Ephemeriden. 1868—1870. Tiflis, 1868 & 1869; 8°. — Moritz, A., Exercices hypsométriques. 1[re] Livraison. Tiflis, 1869; 8°. — *Idem*, Bemerkungen über das Klima von Tobolsk und die Meereshöhe von Tiflis. 8°. — *Idem*, Über eine Correction der Regnault's Tafel der Spannkraft des Wasserdampfes. 8°. — Kifer, Übersicht der Erdbeben im Kaukasus. Tiflis, 1869; 8.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IV, Nr. 12. Torino, 1869; 4°.

Peabody Institute: Address of the President to the Board of Trustees on the Organization and Government of the Institute. 1870; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1870. XX. Band, Nr. 1. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VII[e] Année, Nrs. 19 — 20. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Santiago de Chile, Universidad: Anales de los Años 1867—1868. Santiago de Chile; 8°. — Anuario estadístico de la República de Chile. Entrega IX[e], Año 1867. Santiago de Chile, 1868; 4°. — Cuenta jeneral de las entradas i gastos fiscales de la Repú-

blica de Chile en 1867. S. d. Ch., 1868; 4°. — Memorias de los Ministerios del Interior, Relaciones exteriores, Instruccion pública, Hacienda, Guerra i Marina, correspondientes al año 1868. S. d. Ch.; 8°. — Lei de presupuestos de los gastos jenerales para el año de 1869. S. d. Ch., 1868; 4°. — B. Vicuña Mackenna, La guerra a muerte. Memoria sobre las últimas campañas de la independencia de Chile, 1819—1824. S. d. Ch., 1868; gr. 8°. — I. J. Vergara, Observaciones meteorolojicas hechas en el observatorio astronómico de Santiago i en el faro de Valparaiso en el año de 1868. S. d. Ch., 1869; 8°. — Domeyko, Ignacio, Datos recojidos sobre el terremoto i las ajitaciones del mar del 13 de Agosto de 1868. 8.

Settimanni, César, D'une seconde nouvelle méthode pour déterminer la parallaxe du soleil. Florence, 1870; 8°.

Société botanique de France: Bulletin. Tome XVI. (Comptes rendus 5), 1869; Tome XVII, (Revue bibliographique A.) 1870. Paris; 8°.

— géologique de France: Bulletin. 2ᵉ Série, Tome XXVI, 1869, Nr. 3. Paris; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 22—23. Wien, 1870; 4°.

XII. SITZUNG VOM 28. APRIL 1870.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Der Ainsa-Tucson Meteoreisen-Ring in Washington und die Rotation der Meteoriten in ihrem Zuge", vom Herrn Hofrathe W. Ritter v. Haidinger.

„Zur Fischfauna des Senegal." III. Abtheilung (Schluß), von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

„Zur Vervollständigung der Involutionen höherer Ordnung", von Herrn Dr. Emil Weyr in Prag.

„Über die Ermittlung der Winkelsumme ebener Polygone", vom Herrn A. Steinhauser, Professor der Mathematik an der Landes-Oberrealschule in Wiener-Neustadt.

Herr Dr. A. Boué kommt abermals auf seinen Wunsch zu sprechen, daß eine internationale Bitte an die Akademien des nördlichen und östlichen Europa gerichtet werden möge, daß diese ihren Abhandlungen Übersetzungen oder Auszüge in den drei gangbarsten europäischen Sprachen beifügen.

Herr Dr. Th. v. Oppolzer überreicht eine Abhandlung: „Über den Venusdurchgang des Jahres 1874."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Astronomische Nachrichten. Nr. 1800 (Bd. 75, 24). Altona, 1870; 4°.

Carl Ph., Repertorium für Experimental-Physik etc. VI. Band, 2. Heft. München, 1870; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nr. 15. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIXe Année, 3e Série. Tome VI, 17e Livraison. Paris, 1870; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band, Nr. 8. Wien, 1870; 8°.

— der Wissenschaften, Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. XLVII. Band, 1. Heft. Görlitz, 1870; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg., Nr. 17. Wien, 1870; 8°.

Herder, F. v., Reisen in den Süden von Ostsibirien, im Auftrage der kaiserlich russischen geographischen Gesellschaft ausgeführt in den Jahren 1855—1859 durch G. Radde. Botanische Abtheilung: *Monopetalae*. Band III, Heft 2 & 3. Moskau, 1867 & 1869; 8°. — *E. Regel et F. ab Herder, Enumeratio plantarum in cis- et transiliensibus a Cl. Semenovio anno 1857 collectarum. Mosquae, 1868 & 1869; 8°.*

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XV°, Serie III^a, disp. 4. Venezia, 1869—70; 8°. — Memorie. Vol. XIV, Parte 3. Venezia, 1870; 4°.

Landbote, Der steirische. 3. Jahrgang, Nr. 4. Graz, 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k. in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 15. Wien; 8°.

Mittheilungen des k. k. technischen und administrativen Militär-Comité. Jahrgang 1870, 2. Heft. Wien; 8°.

Moniteur scientifique. Tome XIIe. Année 1870, 320e Livraison. Paris; 4°.

Nature. Vol. I. Nr. 25. London, 1870; 4°.

Osservatorio del Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. V, Nr. 1. Turino, 1870; 4°.

Reichsanstalt, k. k., geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1870, Nr. 6. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nr. 21. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Societas entomologica Rossica: Horae. T. VII, Nr. 1. Petropoli, 1870; 8°.

Société Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Tome XLII. Année 1869, Nr. 4. Moscou, 1870; 8°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal. Part. I, Nr. 3. 1869. Calcutta; 8° — Proceedings. 1869, Nrs. VIII—X. Calcutta; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrg., Nr. 24. Wien, 1870; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architektenvereins. XXII. Jahrg., 2. Heft. Wien, 1870; 4°.

Über die Erregung longitudinaler Schwingungen in der Luft durch transversale.

Von dem w. M. J. Stefan.

(Mit 3 Holzschnitten.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 24. März 1870.)

Bei der Untersuchung der Schwingungszustände der Luft in der Umgebung eines tönenden Körpers leistet bekanntlich ein feines Röhrchen, in Verbindung mit einem ins Ohr führenden Kautschukschlauch, gute Dienste. Der von den verschiedenen Orten, an welche man die Öffnung des Röhrchens bringt, ins Ohr geleitete Schall läßt die an diesen Stellen vorhandene Intensität und Periode der Luftbewegung erkennen.

Ist der schwingende Körper ein Stab, eine Platte, so kann man in den meisten Fällen, ohne die vorhandene Bewegung der Luft so bedeutend zu stören, daß der angestrebte Zweck nicht mehr erreicht werden kann, statt des feinen Röhrchens auch ein weiteres Rohr anwenden, welches am freien Ende dachförmig zusammenläuft, so daß es eine feine spaltförmige Öffnung besitzt, oder einfach einen Schlauch, dessen freies Ende durch ein mit einem Schlitz versehenes Plättchen geschlossen ist. Man hat so den Vortheil, eine größere Schallquantität ins Ohr zu bekommen.

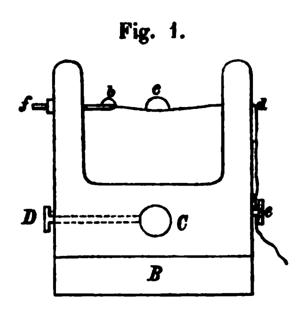
Untersucht man auf diese Weise den Luftraum um einen Stab, welcher transversal schwingt, jedoch so, daß seine Axe immer in einer Ebene bleibt, so findet man, daß der Schall, den man von verschiedenen Seiten des Stabes ins Ohr leitet, auf zwei Seiten, und zwar in der Schwingungsebene des Stabes das Maximum der Intensität besitzt, auf den zwei anderen Seiten — in der durch die Axe des Stabes gehenden, zur Schwingungsrichtung senkrechten Ebene — hingegen hört man keinen Schall.

Daß dem so ist, hat schon Kießling nachgewiesen in seiner Abhandlung: Über die Schallinterferenz einer Stimmgabel (Pogg.

CXXX. 177) und hat die bis dahin allgemein verbreitete Ansicht, daß es um einen transversal schwingenden Stab vier Stellen des Maximums der Intensität und ebenso viele des Minimums gäbe, ähnlich wie bei einer tönenden Stimmgabel, berichtigt. Er hat zugleich hervorgehoben, daß der Irrthum durch Beobachtungen an nahe quadratischen und nahe kreisrunden Stäben, welche, wenn nicht eine besondere Vorrichtung getroffen wird, nie in einer Ebene schwingen, veranlaßt worden ist.

Um diese Beobachtung in bequemer Weise machen zu können, muß der Stab in solche Bedingungen gesetzt werden, daß seine schwingende Bewegung längere Zeit hindurch anhält. Am besten gelingt dies, wenn man den Stab mit freien Enden und zwei Knoten, von denen jeder um ein Fünftel der Stablänge von dem zugehörigen Ende des Stabes entfernt ist, schwingen läßt. Die Befestigung des Stabes in den Knoten kann man sehr einfach bewerkstelligen, wenn man um jeden eine Schnur oder eine Darmsaite schlingt und die Enden derselben an zwei gegenüberliegenden Punkten fest macht, so daß die Schnüre gespannt sind und den Stab frei tragen. Es eignen sich zu diesem Zwecke Träger von der in der beigesetzten Figur ersichtlichen Eigenschaft. Ein über einen Zoll dickes Brett ist U-förmig ausgeschnitten und rechtwinklig auf ein Standbrett *B* aufgeschraubt. Die Schnur ist bei *b* in dem Ohre eines Messingstiftes befestigt, bildet bei *c* die Schlinge, geht bei *d* durch den andern Arm des Trägers und kann bei *e* durch eine Klemmschraube fest gemacht werden. Der Messingstift ist mit einer Schraube *f* versehen, durch welche, wenn der Stab durch die Schlinge *c* geschoben ist, die Schnur noch stärker gespannt werden kann. Bei *C* ist der Träger durchbohrt und paßt in diese Bohrung ein runder Stab, welcher diesen Träger mit einem zweiten zu verbinden die Aufgabe hat. Der Träger kann an den Stab durch die Klemmschraube *D* festgedrückt werden. Man kann derart die Distanz der beiden Träger nach Bedarf mit Leichtigkeit ändern. Die Bodenplatte jedes Trägers ist nur einseitig; richtet man dieselben so, daß die Bodenplatten gegen die Mitte des Apparates hinsehen, so kann man den ganzen Apparat auch

Fig. 1.



so aufstellen, daß der schwingende Stab in eine verticale Lage kommt.

Wird ein runder oder quadratischer Stab in den Apparat gebracht, und durch den Fiedelbogen oder einen Schlag in Schwingungen versetzt, so verlöschen die Schwingungen, welche in einer andern, als zu den beiden gespannten Schnüren senkrechten Ebene stattfinden, sehr bald, und nur die eben bezeichneten erhalten sich lange Zeit hindurch. Nimmt man einen Stab von rechteckigem Querschnitt und ist eine Seite des Rechteckes viel kleiner als die andere, so erhalten sich die Schwingungen parallel zur kürzeren Seite, während die parallel zur längeren bald verlöschen.

Der hier beschriebene Apparat ist einfacher als der von Kießling angewendete, bei welchem die Stäbe zwischen Spitzen festgehalten werden.

Das Nullwerden der Intensität in der auf der Schwingungsrichtung senkrechten Mittelebene trifft für alle Töne, welche der Stab schwingen mag, in gleicher Weise zu. Auch tritt diese Art der Intensitätsvertheilung nicht nur in der Luft ein, sondern auch im Wasser. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man den Stab vertical stellt, sein unteres Ende ins Wasser taucht und so schwingen läßt. Taucht man auch die Schall zuführende Spalte unter Wasser und bringt sie an verschiedene Seiten des Stabes, so beobachtet man denselben Intensitätswechsel, wie in der Luft. Es ist genügend, wenn der Stab nur ein Millimeter tief unter Wasser taucht.

Das Verschwinden jedes Schalles in der zur Schwingungsrichtung senkrechten Mittelebene tritt jedoch nur dann ein, wenn der Stab kleine Excursionen macht, und ist dies bei dickeren Stäben regelmäßig der Fall. Bei weniger, z. B. vier Millimeter dicken Stäben, welche sich mit Leichtigkeit in sehr intensive Schwingungen versetzen lassen, hört man auch in der bezeichneten Mittelebene einen Ton, um so stärker, je größer die Excursionen des Stabes sind und je näher man mit der Spalte an den Stab rückt. Dieser Ton ist jedoch nicht derselbe, welchen man an den übrigen Stellen hört und den der Stab schwingt, sondern es ist dessen höhere Octav.

Dieser Ton gehört nicht zu den Eigentönen des Stabes, er entsteht erst in der den Stab umgebenden Luft und liegt die Ursache seiner Entstehung im Folgenden.

Der schwingende Stab bewegt zunächst die Luft in der Richtung seiner Schwingungen, verdichtet dieselbe vor sich, verdünnt dieselbe hinter sich. Die vor und hinter dem Stabe vorhandene, übrigens zur selben Zeit auf beiden Seiten im gleichen Sinne stattfindende Bewegung, bringt auch die seitlich befindliche Luft aus ihrer Ruhe, und zwar so, daß sie in der zur Schwingungsrichtung senkrechten Mittelebene zur ersteren parallel sich bewegt, und wenn die Schwingungen des Stabes sehr kleine Amplituden haben, daselbst weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung erfährt. Es pflanzt sich daher in der Richtung der Mittelebene keine Schallbewegung fort. Werden aber die Excursionen des Stabes sehr groß, dann tritt zunächst in der Mittelebene in Folge der raschen Bewegung eine Druckverminderung ein, welche ein seitliches Zuströmen von Luft zur Folge hat. Ist der Stab in seiner größten Elongation angelangt, so hat auch die seitliche Luft ihre große Geschwindigkeit verloren, und tritt in Folge der zugeflossenen Luft eine Verdichtung ein, die während des Rückganges des Stabes von seiner größten Excursion auf der einen zur größten Excursion auf der zweiten Seite verschwindet, durch eine Verdünnung ersetzt wird, worauf dasselbe wie früher sich wiederholt. Eine solche Verdünnung und Verdichtung entsteht während jeder ganzen Schwingung des Stabes zweimal, weil die Bewegung des Stabes von der einen nach der anderen Seite in der Richtung der Mittelebene dieselbe Wirkung ausübt, wie die entgegengesetzte Bewegung. Durch die in die Mittelebene gebrachte Spalte werden doppelt so viel Schwingungen aufgefangen, als in derselben Zeit vom Stabe gemacht werden, man hört deßhalb durch den Schlauch die h ö h e r e O c t a v des Tones, welchen der Stab schwingt.

Die longitudinalen Schwingungen, welche die höhere Octav des vom Stabe geschwungenen Stabes bilden, sind durch Bewegungen erregt worden, welche gegen ihre Richtung transversal sind, und ist durch dieses Experiment der Satz illustrirt, daß longitudinale Bewegungen, welche in einem Medium durch transversale Schwingungen erregt werden, eine halb so große Periode oder eine doppelt so große Schwingungszahl besitzen, als die erregenden transversalen.

Es bildet das beschriebene Experiment ein Gegenstück zu dem von M e l d e ausgeführten Versuche, bei welchem das eine Ende eines Fadens an einem fixen Punkt, das andere Ende an der Zinke

einer Stimmgabel so befestigt ist, daß die Richtung der Schwingungen dieses Zinkenpunktes mit der Richtung des gespannten Fadens einerlei ist. Es wird durch diesen Versuch nachgewiesen, daß auch in diesem Falle, in welchem die von der Zinke auf den Faden übertragenen Bewegungen longitudinale sind, die Saite in sehr starke transversale Schwingungen geräth, und zwar so, daß sie eine halbe Schwingung vollführt, während die Zinke eine ganze Schwingung durchmacht. Nur dann, wenn Spannung, Länge und Dicke des Fadens so beschaffen sind, daß er die tiefere Octav des Stimmgabeltons zu schwingen im Stande ist, kommt der Faden in starkes Mitschwingen. Diese tiefere Octav muß den Grundton des Fadens bilden, oder einen seiner Obertöne, in welch letzterem Falle er dann mit der entsprechenden Anzahl Knoten schwingt.

Mit den transversalen Schwingungen einer gespannten Saite sind nothwendig Dehnungen derselben verbunden, welche ihren größten Werth erreichen, wenn die Saite in ihrer größten Elongation anlangt. Dies trifft während jeder ganzen Schwingung der Saite zweimal zu, die Spannung der Saite ist daher mit Rücksicht auf diese Dehnungen eine periodische, und ist die Periode halb so groß als die Schwingungsdauer der Saite. Die Transversalschwingungen derselben erregen daher zugleich longitudinale Schwingungen von doppelter Schwingungszahl und umgekehrt, wird eine Saite aus ihrer Ruhelage gebracht und ihre Spannung periodisch variirt, so kann sie nur dann in intensive Schwingungen gerathen, wenn ihre Schwingungsdauer doppelt so groß ist, als die Periode der Spannungsänderungen.

Zu diesem Resultate gelangt man auch auf analytischem Wege durch Behandlung des Problems einer schwingenden Saite, deren Spannung mit der Zeit periodisch wechselt.

Das Auftreten der höheren Octav kann man aber nicht nur an der Seite eines transversal schwingenden Stabes, sondern auch bei Platten und Stimmgabeln beobachten, wenn diese in Schwingungen von hinreichend großen Excursionen sich versetzen lassen.

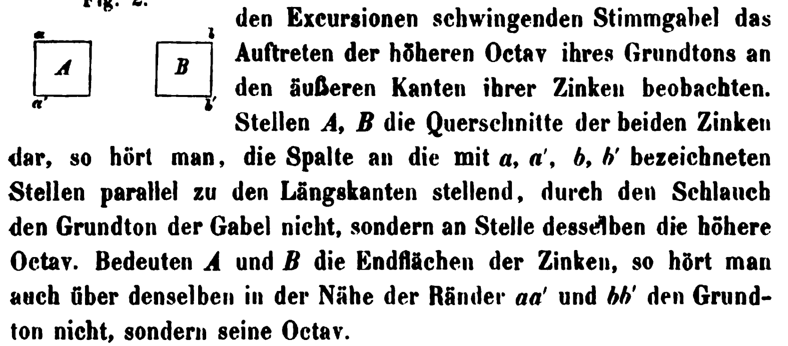
Wird z. B. eine quadratische Platte derart in's Schwingen gebracht, daß sie durch vier von der Mitte ausgehende Knotenlinien in vier Quadrate getheilt wird, und bringt man die Schall aufnehmende Spalte an den Rand der Platte nahe an einer Ecke so, daß die Spalte mit der Mitte der Plattendicke in gleicher Höhe steht, so hört

man durch den Kautschukschlauch die Eigentöne der Platte, also auch den Grundton, den sie schwingt, nicht, sondern die **höhere Octav** dieses Tones, während bei nur wenig höher oder tiefer gestellter Spalte der Grundton mit mächtiger Intensität in's Ohr schallt.

Die Art und Weise, wie die Luft an den Rändern einer transversal schwingenden Platte sich bewegt, ist im Ganzen dieselbe, wie an den Rändern eines transversal schwingenden Stabes, daher auch dasselbe Resultat.

Es muß noch bemerkt werden, daß man zur Wahrnehmung der besprochenen höheren Octav nicht nothwendig ein feines Röhrchen oder eine feine Spalte braucht, daß auch durch ein weiteres Rohr dieselbe vernehmbar ist, nur muß dann die Mitte der Rohröffnung genau mit der Mittelebene des Stabes oder der Platte zusammenfallen, damit die von den beiden Seiten gleichzeitig eintretenden Verdichtungen und Verdünnungen, welche dem Grundton angehören, sich wechselseitig vollständig aufheben, und nur die Schwingungen der Octav zur Fortpflanzung durch das Rohr übrig bleiben.

Fig. 2.



Endlich kann man bei einer mit bedeutenden Excursionen schwingenden Stimmgabel das Auftreten der höheren Octav ihres Grundtons an den äußeren Kanten ihrer Zinken beobachten. Stellen *A*, *B* die Querschnitte der beiden Zinken dar, so hört man, die Spalte an die mit *a*, *a'*, *b*, *b'* bezeichneten Stellen parallel zu den Längskanten stellend, durch den Schlauch den Grundton der Gabel nicht, sondern an Stelle desselben die höhere Octav. Bedeuten *A* und *B* die Endflächen der Zinken, so hört man auch über denselben in der Nähe der Ränder *aa'* und *bb'* den Grundton nicht, sondern seine Octav.

Es läßt sich daraus schließen, daß an diesen Stellen die Bewegung der Luft ähnlicher Art sei, wie in der Mittelebene eines transversal schwingenden Stabes. Die sogenannten Interferenzflächen in der Umgebung einer Stimmgabel, in welchen die Verdichtungs- und Verdünnungswellen des Grundtons wechselseitig sich aufheben, sind nicht Orte der Ruhe, sondern Orte transversaler Luftbewegungen, welche zur Entstehung von Verdichtungen und Verdünnungen zweiter Ordnung, zur Entstehung der höheren Octav des Grundtons Veranlassung geben.

Für diese Art der Bewegung der Luft in der Nähe der äußeren Kanten einer Stimmgabel gibt noch ein anderer Versuch einen Beweis. Hält man eine tönende Stimmgabel über eine mit Korkfeilicht bestreute Tafel so, daß eine der äußeren Kanten der Tafel am nächsten steht, so erhebt sich das Korkpulver unter der Kante in einer zu dieser parallelen Rippe, ähnlich wie in den Kundt'schen Röhren. Hält man die Stimmgabel mit einer ihrer Flächen parallel zur Tafel, so erhebt sich das Pulver an den Kanten der Gabel, bleibt in der Mitte ruhig liegen. Wie in allen Fällen, so stellen sich auch in diesem die Staubrippen senkrecht gegen die Hauptbewegung der Lufttheilchen, und geben den Hinweis auf das Dasein der Bewegungen zweiter Ordnung in der Richtung der Erhebung des Staubes.

Es ist übrigens seit lange bekannt, daß eine Stimmgabel neben ihrem Grundton auch dessen höhere Octav schwingen kann, und läßt sich diese Thatsache durch Resonanzversuche erweisen. Nach der gewöhnlichen Theorie der Transversalschwingungen elastischer Stäbe sollte die Octav des Grundtons nicht zu den Eigentönen einer Gabel gehören. Helmholtz löst diesen Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung durch die Bemerkung, daß für die nicht unendlich kleinen Schwingungen einer Stimmgabel die mit Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung abgeleitete Differentialgleichung nicht mehr gilt, durch die Glieder höherer Ordnung aber die Anwesenheit der Octav gefordert wird.

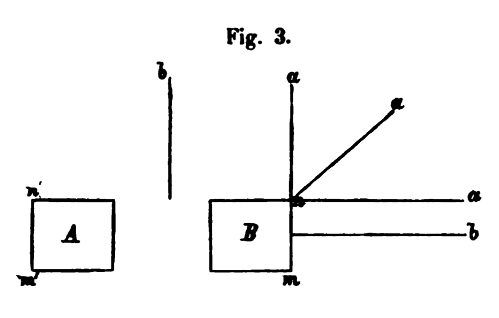
Mit diesem Tone ist aber die in den vorher beschriebenen Versuchen beobachtete Octav durchaus nicht ein und dieselbe Erscheinung, diese besteht neben der andern. Die Octav, welche Eigenton der Stimmgabel ist, erzeugt in der umgebenden Luft Schwingungen, welche ihre Maxima und Minima an denselben Stellen haben, wie der Grundton und die übrigen Eigentöne der Gabel, wie man sich durch Resonanzversuche mit einer Röhre, welche auf die höhere Octav abgestimmt ist, überzeugen kann. Sie verschwindet an denselben Stellen, an welchen die in der Luft entstandene gehört wird.

Nur das eine ist beiden Tönen gemeinsam, daß sie Zeugniß geben von dem Einflusse der Glieder höherer Ordnung in den Bewegungsgleichungen, das eine Mal des Stabes, das andere Mal der umgebenden Luft.

Ich will im Anhange noch an einen von Stokes im Philosophical Magazine (Fourth Series) XXXVI, p. 421 beschriebenen Versuch

über die Verstärkung, welche der Ton einer Stimmgabel erfährt, wenn man ihr von der Seite ein Blatt aus Kartenpapier oder überhaupt einen plattenförmigen Körper nähert, erinnern. Stellen *A* und *B* wieder die Querschnitte der beiden Zinken dar, und *a*, *b* die Durchschnitte des genäherten Blattes in den verschiedenen Positionen, so tritt eine Verstärkung ein, wenn das Blatt in eine der Positionen *a* gebracht wird, hingegen tritt keine Verstärkung ein, wenn das Blatt in einer der mit *b* bezeichneten Lagen der Platte genähert wird.

Fig. 3.



Stokes erklärt diese Erscheinung durch die gehinderte Ausbreitung des Schalles nach allen Seiten. Bei der Ausführung des Versuches fühlt man jedoch deutlich, daß in jeder den Ton verstärkenden Position das Blatt in Vibration geräth. In den Positionen *b* kann eine Erregung des Blattes zu schwingenden Bewegungen nicht erfolgen, weil in diesen die Luft parallel zu dem Blatte sich bewegt; nur in den Stellungen *a* wird es von Lufttheilchen getroffen, welche eine zum Blatte normal gerichtete Componente der Geschwindigkeit besitzen.

Daß die Tonverstärkung mit der Mitschwingung in Verbindung steht, zeigt noch folgender Versuch. Schneidet man in ein Blatt eine Spalte, und nähert das Blatt der Stimmgabel, so daß es der Seite *mn*, oder der Seite *nn'* parallel steht, so tritt eine Tonverstärkung nur dann ein, wenn die Spalte in eine der mit *b* bezeichneten Linien zu liegen kommt, in welchen Fällen die Luft durch die Spalte hindurch schwingend das Blatt in Vibrationen zu versetzen im Stande ist. Der Ton der Gabel erhält auch den Charakter, welcher Tönen, die durch Bewegung der Luft an einem Rande oder in einer Spalte entstehen, zukommt.

Der Ainsa-Tucson-Meteoreisenring in Washington und die Rotation der Meteoriten in ihrem Zuge.

Von dem w. M. W. Ritter v. Haidinger.

(Mit 1 lithographirten Tafel.)

Nur allmälig gewinnen wir aus einzelnen Beobachtungen eine klare Darstellung nach allen Richtungen umfassenderer Bilder der natürlichen Erscheinungen. Wie im Gespräch „Ein Wort das andere gibt", so folgen sich auch in der Entwickelung der Studien immer neue Anregungen, um neue Ansichten für einen Gegenstand zu gewinnen, der noch nicht hinreichend entwickelt vorlag.

1. Die Rotation. Krähenberg.

So erlaube ich mir auch heute für einen der Rotation der Meteoriten in ihrem Zuge angehörigen Fall das freundliche Wohlwollen der hochverehrten Classe mir zu erbitten, der im innigsten Zusammenhange steht mit meinem Berichte über den Meteoriten von Goalpara gerade vor einem Jahre in unserer Sitzung am 22. April 1869, und den durch die eigenthümliche Form desselben veranlaßten Betrachtungen über die Rotation der Meteoriten in ihrem Zuge [1]).

Charakteristisch erschien namentlich die Brust des Steines in der Bewegung, gegen welche zu die Atmosphäre in dem Zuge des Meteoriten Widerstand leistet, auf der ersten Tafel, Fig. 3.

Kurze Zeit nach der Vorlage meiner Mittheilung ereignete sich der Meteorsteinfall vom 5. Mai bei Krähenberg bei Zweibrücken in Rhein-Bayern. Am 1. Juli schon wurde in unserer Sitzung ein

---

[1]) Der Meteorit von Goalpara in Assam, nebst Bemerkungen über die Rotation der Meteoriten in ihrem Zuge. Von W. Ritter v. Haidinger. Mit 2 Tafeln. Sitzb. d. math.-nat. Cl. d. k. Akad. d. Wissensch. 1869. Bd. LIX. Abth. II. Aprilheft.

vortrefflicher Bericht von Herrn Dr. Georg Neumayer, diesem unternehmenden, hochverdienten Forscher vorgelegt, aus seinem gegenwärtigen Wohnorte Frankenthal in der bayerischen Rheinpfalz [1]).

Bereits früher, während seines Aufenthaltes in Melbourne, Victoria, als Director des Flagstaff Observatory hatte er freundlichst die Übersendung eines Abschnittes des einen der beiden in der Nähe bei Cranbourne aufgefundenen Meteoreisenblöcke vermittelt. Es war ein Geschenk des damaligen K. Gr. Gouverneurs Sir Henry Barkly für unser k. k. Hof-Mineraliencabinet, und ich war Herrn Dr. Neumayer persönlich nicht nur für die Übersendung des Stückes, sondern auch für viele Nachrichten und Zeichnungen der beiden Massen zu Danke verpflichtet, welche mir zu mehreren Mittheilungen in den Sitzungen am 18. April, 6. Juni, 17. October und 7. November 1861, und am 2. Jänner 1862 Veranlassung darboten [2]).

In seinem Bericht über den Meteoriten von Krähenberg gab schon die Darstellung Fig. 1 von der Brust, und Fig. 2 bis 4 von den Seitenansichten unzweifelhaft die orientirte Stellung des Meteoriten in seinem Zuge, ganz ähnlich dem früher beschriebenen von Goalpara zu erkennen.

Die große Ähnlichkeit der beiden wurde nun in späteren freundlichen Schreiben sowohl von Herrn Dr. Neumayer als auch von Herrn Rector F. Keller in Speyer, wohin der Meteorit zur Aufbewahrung gebracht wurde, bestätigt. Von letzterem wurde ich am 8. August durch eine Photographie erfreut, von welcher hier Taf. I, Fig. 1 eine lithographische Abbildung genommen ist. Man nimmt mit wahrer Überraschung die ungemeine Ähnlichkeit mit der oben in Erinnerung gebrachten Fig. 3 des Goalparasteines wahr.

Die Photographie war noch von freundlichen Berichten begleitet, so wie von Herrn Rector Dr. Keller's eigener sorgsamer mineralogisch-chemischer Untersuchung des Meteoriten [3]).

---

[1]) Bericht über das Niederfallen eines Meteorsteines bei Krähenberg, Kanton Homburg, Pfalz. Von Dr. Georg Neumayer in Frankenthal. (Mit 6 Holzschnitten.) Sitzb. der math.-nat. Cl. d. k. Akad. d. Wissensch. 1869, Bd. LX. Abth. II.

[2]) Sitzb. u. s. w. Bd. XLIII, II. Abth. 583—584, XLIV, II. Abth. S. 28, 29, XLIV. II. Abth. 378—380 und 465—472 und Band XLV. II. Abth. S. 65—74.

[3]) Der Meteorit von Krähenberg. Speyer am 1. Juli 1869. Von Dr. Keller. Palatina. Belletristisches Beiblatt zur Pfälzer Zeitung. Nr. 79. Speyer 3. Juli 1869.

Am 26. Juli schon war ich auch im Besitze der so sorgsamen Abhandlung „Über den Meteoriten von Krähenberg, gefallen am 5. Mai 1869," von G. vom Rath in Bonn [1]). Auch hier wird die eigenthümliche Gestaltung der Oberfläche, so wie die innere Structur auf das sorgsamste eingehend untersucht und geschildert.

Aus dem Bilde jedoch wagte ich es nicht, die Richtung der Rotation zu entnehmen. Veranlaßt durch unsern Briefwechsel und die Abbildungen des Goalpara-Meteoriten verglich nun Herr Dr. Neumayer auch das Original in Speyer, und theilte mir unter dem 31. December 1869 das Ergebniß seiner Betrachtungen mit:

„Nicht überall auf der vorderen Seite (Thorax) der Masse drückt sich nach meiner Überzeugung die Rotationsrichtung deutlich — oder besser gesagt gleich klar — aus. Allein trotzdem glaube ich aus einer genauen Prüfung der einzelnen Vertiefungen auf eine Rotation im Sinne *cmbnc* (Fig. 1 meiner Abhandlung) schließen zu können". Ich bin dem hochverehrten Freunde für diese freundliche Mittheilung zu wahrem Danke verpflichtet. Ein einziges photographisches Bild dürfte wohl kaum je eine sichere Einsicht gewähren, da man doch den Stein unter mehrerlei Beleuchtungsrichtungen vergleichen muß.

Mit unserer Fig. 1 verglichen, würde die Richtung der Pfeile eine Rotation im Fortschritte von links nach rechts, wie eine Rechtsschraube anzeigen. Ich setze die von Herrn Dr. Neumayer angegebenen Buchstaben nicht in dieselbe ein, weil die Lage der Figur des Umkreises in den beiden Bildern nicht vollständig übereinstimmt.

Schon als ich diese freundliche Mittheilung erhielt, mußte ich daran denken, dieselbe als neuen Fortschritt in der Kenntniß des Gegenstandes, der hochverehrten Classe vorzulegen, aber ich wurde durch verschiedene Aufgaben daran verhindert, welche darauf Anspruch hatten, früher in Gang gesetzt zu werden, wie dies auch in unseren ersten drei Sitzungen des gegenwärtigen Jahres statt fand. Dazu noch ein Bericht am 15. Februar an die k. k. geologische Reichsanstalt über das große Sammelwerk der Royal Society in London, über welches ich die Ehre hatte auch an die hochverehrliche

---

1) Poggendorff's Annalen für 1869. S. 328.

kaiserliche Akademie der Wissenschaften ein Exemplar mit der Bitte um freundliche wohlwollende Aufnahme zu überreichen [1]).

2. Gangartige Bildung von Meteoreisen.

Indessen brachte der Besuch unseres hochverehrten Freundes Herrn Dr. G. Neumayer in Wien, im Verfolge seiner Arbeiten vorbereitend für die Beobachtungen des für das Jahr 1874 bevorstehenden Venus-Durchganges neue Anregung. Auch ich war durch einen freundlichen Besuch von ihm erfreut worden. Wir betrachteten zusammen mehrere der von mir aufgesammelten Bilder von Meteoriten.

Eines davon war die Photographie des großen ringförmigen Meteoreisens in dem Museum der Smithsonian-Institution zu Washington, ein werthvolles Geschenk, das ich freilich so lange zurück als am 30. December 1868 von Herrn Professor Joseph Henry, Secretär des Institutes, erhalten hatte. Vielfach mag dieser Eisenring den Meteoritenforschern, überhaupt den Geologen als ein Räthsel in Bezug auf den Ursprung der Gestalt sich aufgedrängt haben. Wo sich in der Naturforschung ein Räthsel findet, steht man an der Schwelle einer Entdeckung, pflegte Sir David Brewster aufmunternd zu sagen, ein Wort das ich aus der Zeit meines Aufenthaltes in Edinburg von ihm gehört zu haben lebhaft in Erinnerung behielt [2]).

Meteorsteine tragen anerkanntermaaßen immer den Charakter von Bruchstücken an sich, mehr oder weniger eckig und ursprünglich scharfkantig, aber durch das Abschmelzen bis zur Rinde abgerundet.

Auch einige Meteoreisen ließen sich wohl einer solchen Gestalt anreihen, während es bei anderen, namentlich gewissen flacheren, mehr platten- oder scheibenförmigen Massen natürlicher schien anzunehmen, daß sie ursprünglich gangartig in einem meteoritischen Gebirgsgesteine gebildet, nur aus dem Zusammenhange mit demselben gebrochen und fortgeschleudert ihre kosmische Bahn ver-

---

[1]) Catalogue of Scientific Papers, 1800—1863. Compiled and Published by the Royal Society London. Bisher drei Bände A—Les. 1867—1869 u. s. w. Bericht erstattet von W. Ritter v. Haidinger. Verhandlungen der k. k. geol. Reichsanstalt. 1870. Nr. 4. Sitzung am 15. Februar.

[2]) If you arrive at a puzzle, you are on the eve of a discovery.

folgten. So unter andern das Meteoreisen von Agram [1]), über welches ich die Ehre hatte, einen Bericht der hochverehrten Classe am 14. April 1859 vorzulegen. Hier bereits versuchte ich aus der plattenförmigen Gestalt der Masse die Wahrscheinlichkeit der Rotation abzuleiten (S. 385 u. 387).

Aber auch die ursprünglich gangartige Bildung der metallischen Species, des Eisens, zum Theil auch des Schwefeleisens, stellten sich immer wahrscheinlicher heraus, wofür ich wohl aus meinen früheren Mittheilungen des Schwefeleisens in dem Gesteine von Pegu [2]), des Eisens von Tula [3]), mit den in demselben eingeschlossenen Bruchstücken von Meteorsteinen, des Eisens von Agram, der feinen Eisengänge von Macao [4]) und anderer gedenken darf, während ich ebendaselbst für die Mehrzahl der eigentlichen Meteorsteine, als dem Charakter einer Tuffstructur entsprechend, die Bezeichnung als Meteoritischen Tuff vorgeschlagen hatte. Auch in mehreren späteren Mittheilungen sind diese Ansichten beibehalten, namentlich wird unter andern in einer neueren Schrift von mir vom 8. October 1868 hervorgehoben, wie „namentlich die zum Theil hochkrystallinischen Meteoreisen als gangartige Bildungen in den festeren Gebirgsmassen eingeschlossen sich betrachten lassen, so wie überhaupt der Charakter der Tuffstructur“ [5]).

Ich darf hier wohl einiger neueren Ergebnisse der Arbeiten des ausgezeichneten Forschers Herrn Stanislas Meunier in Paris gedenken, welcher gleichfalls die gangartigen Bildungen des Meteor-

---

1) Der Meteoreisenfall von Hraschina bei Agram am 26. Mai 1751. Von W. Haidinger. Mit 1 chromolithogr. Tafel. Sitzb. d. mathem.-nat. Cl. d. k. Akad. d. Wiss. Bd. XXXV. S. 361. 1859.

2) Die Calcutta-Meteoriten, von Shalka, Futtehpore, Pegu, Assam und Segowlee im k. k. Hof-Mineraliencabinete. Sitzb. etc. Bd. XLI. S. 745—758 (751), 1860.

3) Über das von Herrn Dr. J. Auerbach in Moskau entdeckte Meteoreisen von Tula. Sitzb 1860. Bd. XLII. S. 507—518 (515).

4) Über die Natur der Meteoriten in ihrer Zusammensetzung und Erscheinung. Sitzb. 1861. Bd. XLIII. S. 389—426 (415).

5) Licht, Wärme und Schall bei Meteoritenfällen. Bemerkungen von W. R. v. Haidinger. Sitzungsber. LVIII. II. Oct. 1868. S. 25.

eisens in den Meteorsteinen aus seinen Untersuchungen des Meteoreisens von Deesa ableitet [1]).

Er gelangt zu der Überzeugung, daß in den Bildungen der Massen, welche auf meteoritischem Wege zu uns gelangen, aufeinanderfolgende veränderte Lagen stattgefunden haben müssen. Er sagt unter andern:

„Das Deesa-Eisen kann also als der erste als solcher bezeichnete Vertreter eines Ganges oder außerirdischen Dyke betrachtet werden“ [2]).

Dann schließt er auch daraus: „das bisher niemals beargwohnte Dasein, von eruptiven meteorischen Gesteinen“ [3]).

Man kann wohl die Lebhaftigkeit des Ausdruckes sehr erklärlich finden, wenn man vergleicht, wie noch kurz vorher davon die Rede war, daß man die gewöhnlichen Meteoriten als wie auf einen Wurf oder Guß gebildet ansehen kann [4]). Ich hatte auch nicht verfehlt, das wenig Naturgemäße einer solchen Ansicht darzulegen.

Die Beschreibung, welche Herr Stanislas Meunier in seinem trefflichen Berichte über das Meteoreisen von Deesa [5]) entwirft, stimmt vollkommen überein mit der Beschaffenheit desjenigen Meteoreisens, welches ich in unserer Sitzung am 12. Mai 1864 [6]) unter der Bezeichnung „von Copiapo“ beschrieben habe, nebst mehreren Nachrichten, welche ich hier nicht wiederhole. Dieses Eisen ist unter Nr. 84 in dem neuesten von Herrn Director Dr. Gustav Tschermak herausgegebenen Verzeichnisse der Meteoriten des k. k. Hof-Mineraliencabinets aufgeführt, das größte Stück 595 Grm., im Ganzen

---

[1]) Géologie comparée. Étude Minéralogique du fer météorique de Deesa. Existence de Roches météoriques éruptives. Age relatif des météorites. Par M. Stanislas Meunier, docteur ès-Sciences etc. Cosmos des 20 et 27 Novembre et 4 Decembre 1869.

[2]) Seite 18. Le fer de Deesa peut donc être considéré comme le prémier représentant signalé jusqu'ici d'un *filon ou dyke extra-terrestre*.

[3]) L'existence, non soupçonnée jusqu'à présent, de *roches météoritiques éruptives*.

[4]) „Les météorites ordinaires“ „paroissent avoir été formées en quelque sorte d'un seul jet, etc.“ Vergl. Licht, Wärme und Schall u. s. w. Von W. R. v. H. Sitzungsberichte u. s. w. Band LVIII. II. Octoberheft. Seite 26 des Artikels.

[5]) Étude minéralogique du Fer Météorique de Deesa. Par St. Meunier. Cosmos de 20 et 27 novembre et 4 décembre 1869.

[6]) Eine großkörnige Meteoreisen-Breccie von Copiapo. Von W. Haidinger. Sitzb. u. s. w. Bd. XLIX. S. 490—497. 1864.

1 Kil. 247 Gr. Die Nr. 88 gibt das Stück von der Sierra de Deesa bei Santiago, Chili, mitgetheilt von Herrn Daubrée, von 1·64 Grm. Es ist angeschliffen und geätzt, und zeigt die täuschendste Ähnlichkeit mit Copiapo in der Erscheinung des Krystall-Damastes auf der geätzten Fläche.

Ich schließe einige Breitenangaben für Orte an:

Cobija, in Bolivia, 22° 34′ s. Br.

Nach Philippi 30 Leguas südöstlich von Cobija die Localität von Atacama-Eisen, demjenigen, welches so vielfach in den Sammlungen vertreten ist, mit dem eingewachsenen Olivin, nach Freiherrn v. Tschudi etwas südlich von Peine. Dieses Peine, in Bolivia, 24° 7′ s. Br.

Nordöstlich von Toconado ein anderer Fundort.

Sierra de Chaco, in dem Berliner Museum, Chaco etwa 25° 48′ s. Br. wird von Gustav Rose (Sitzung d. k. Akad. d. Wissensch. in Berlin am 15. Jänner 1863) als diejenige Gegend angegeben, woher Domeyko ein Stück von 28·87 Loth Gewicht eingesandt hatte.

Copiapo, nach Gilliss [1]) 27° 22′ 23″.

Auf der Karte, unweit dem Dorfe Puquios, ebenfalls in Bolivia, unter 24° 30′ ein Ort angezeichnet „Aerolites found here.“

Ein Bergpaß in den Anden, nicht näher bezeichnet, 50 englische Meilen von Copiapo, der Fundort des von Ch. A. Joy analysirten Meteoreisens.

Nun macht wohl weder Copiapo, die Hauptstadt, noch la haute Cordillère de Deesa, ein Gebirgszug, darauf Anspruch, eine fest bestimmte Localität auszudrücken. So darf ich wohl bei der nachgewiesenen so großen Übereinstimmung mich der Überzeugung hingeben, daß einfach Herr Meunier über dasselbe Meteoreisen wenn auch über ein anderes Stück Bericht erstattet hat, wie dasjenige, welches der Gegenstand meiner Mittheilung am 12. Mai 1864 war. Herr Daubrée hatte von Prof. Domeyko zwei Stücke des Eisens erhalten, von 80 Grm. und von 1 Kil. 305 Grm. Gewicht.

Gewiß wird Herr Meunier nachträglich in so vielen früheren Angaben und Entwickelungen eine Bestätigung seiner ohne Zweifel selbst und unabhängig gebildeten Ansichten finden, wenn er sie auch

---

[1]) The United States Astronomical Expedition to the Southern Hemisphere in the years 1849, 1850, 1851, 1852. Vol. I. Chile. By Lt. J. M. Gilliss A. M. Washington 1855.



nicht sogleich an dieselben anschloß. Er citirt wohl auch den eruptiven Charakter des Meteoreisens von Tula (Seite 19), doch dürfte er kaum den Inhalt meines Berichtes über dasselbe verglichen haben.

Er würde darin namentlich auch die Andeutung über den tuffartigen Charakter der Bildung gewisser meteoritischer Gesteine, die Bezeichnung des Meteoritischen Tuffes gefunden haben, auf welchen er selbst sich geleitet findet, wie er dies im Cosmos vom 1. Jänner 1870 ausspricht: „Man kann nicht umhin, die Analogie der Structur mit vielen Peperino-Varietäten zu bemerken, wie die von der Haute-Loire" [1]).

3. Die Meteoreisenmassen Carleton-Tucson und Ainsa-Tucson.

In einer unserer früheren Sitzungen, am 8. October 1863, hatte ich die Ehre über eine Meteoreisenmasse Bericht zu erstatten, welche in San Francisco in Californien aufbewahrt wird und von welcher das k. k. Hof-Mineraliencabinet durch die freundliche Vermittelung der Herren J. D. Whitney und Freiherrn v. Richthofen einen Abschnitt erhielt [2]).

Ich glaube diesen Bericht hier nur berühren zu dürfen, ohne so manche Theile desselben zu wiederholen, da der Zweck der heutigen Untersuchung nur die außergewöhnliche Form zum Gegenstande hat. Aber damals schon berichtete Freiherr v. Richthofen auch über das zweite Stück dieses Tucson-Meteoreisens. Es „befand sich seit langer Zeit im Besitze der Familie Ainsa in Hermosillo (Sonora), und wurde von einem Mitgliede derselben vor wenigen Tagen hierhergebracht; es ist als Geschenk für das Smithsonian-Institut bestimmt. Dieses Meteoreisen zeichnet sich durch seine merkwürdige Ringform aus, u. s. w." Das erste Meteoreisen war von General James H. Carleton, U. S. A. an die Stadt San Francisco geschenkt worden [3]).

---

[1]) On ne peut s'empêcher de remarquer leur analogie de structure avec beaucoup de pépérino, tels que ceux de la Haute-Loire.

[2]) Das Carleton-Tucson-Meteoreisen im k. k. Hof-Mineraliencabinete. Mit einer Kupfertafel. Sitzb. u. s. w. XLVIII. Bd. 1863.

[3]) Vergl. auch Annual Report of the board of Regents of the Smithsonian-Institution for 1865. Washington 1866.

Am 30. December sandte mir freundlichst Herr Prof. Joseph Henry, Secretär der Smithsonian-Institution, die Photographie dieses Eisens, für welches ich gerne die schon in meinem früheren Berichte vorgeschlagenen Namen des Ainsa-Tucson-Meteoreisens beibehalte, um so mehr als er auch sonst unabhängig in natürlicher Erinnerung an den Geber Platz gewonnen hat.

Es ist in Taf. I, Fig. 2 in etwa dem zwanzigsten Theile der natürlichen Größe abgebildet, da es nach den Mittheilungen von Hrn. Jos. Henry etwa 4 Fuß 1 Zoll engl. Maaßes breit, 3 Fuß 3 Zoll hoch ist. Das Gewicht beträgt 1400 Pfund. Das Carleton-Tucson-Eisen ist ebenfalls 4 Fuß 1 Zoll lang (3 Fuß 11 Zoll Wiener Maaß), und 16 Zoll breit, mit einer Dicke von etwa 3 Zoll bei einem Gewichte von 632 Pfund. Es besitzt „eine flache, schüsselförmige oder schildförmige Gestalt“, und erinnert allerdings an die flache Eisenmasse von Hraschina bei Agram, und an das Ancile des Numa Pompilius. Hier kann man eine ursprünglich gangartige Bildung wohl gelten lassen, die Bewegung gegen die Widerstand leistende Atmosphäre wäre gewiß die mit einer der breiten Seiten vorwärts, und in der Ebene der flachen Gestalt rotirend gewesen.

Doch liegt ein so großer Unterschied zwischen den Zuständen dieser beiden Eisenmassen, Hraschina und Carleton-Tucson, daß man wohl annehmen darf, die erstere habe eine lange Periode in ihrer Bildung in dieser Lage zugebracht, um zu dem hochkrystallinischen Gefüge zu gelangen, während letzteres sich nicht in so günstigen Umständen zur Umwandlung in einem solche Zustande befand.

Carleton-Tucson trägt einen Charakter, der wohl die Bezeichnung „Eisenfels“ begründen kann, welchen ich dort wählte, etwa kleinkörnig zu nennen, während Hraschina in seiner hochkrystallinischen Beschaffenheit mit großen Individuen, mehr noch als großkörnig, wohl eine viel längere Dauer der Krystallisationsthätigkeit beurkundet, in welcher sich die kleinsten Theilchen regelmäßig an einander schließen konnten.

Über die Zusammensetzung des Ainsa-Tucson-Meteoreisens liegt bisher nur eine vorläufige Nachricht der Herrn Whitney und Freiherrn v. Richthofen vor, daß es doch eine verschiedene mineralogische Zusammensetzung von der des Carleton-Tucson-Eisens besitzt, namentlich eine große Zahl von weißen, mehr krystallinischen Körnern enthält, die wie Feldspath aussehen.

In jener Mittheilung über das Carleton-Tucson-Meteoreisen wird von Seite des Freiherrn v. Richthofen in Übereinstimmung mit Herrn J. D. Whitney die Ansicht ausgesprochen, daß die beiden Meteoreisenmassen verschiedener Natur seien. Das k. k. Hof-Mineraliencabinet besitzt ein kleines Stückchen einer früheren Gabe des Herrn Dr. Ch. T. Jackson in Boston, von 3·281 Grm. im Gewicht, das sich allerdings von dem Carleton-Tucson-Eisen vollständig verschieden zeigt, und daher allerdings von dem Ainsa-Ringe herrühren könnte. Das Eisen zeigt nicht die feinen steinigen Theilchen, sondern vielmehr reineres Eisen, mit den Spuren in größerem Maaßstabe ausgeprägter krystallinischer Fügung, welche bei der Abtrennung des kleinen Stückes durch Zerreißen von einer größeren Masse sichtbar wird.

Auf eine Anfrage in Washington hatten wir auch Hoffnung, eine Probe des Ainsa-Eisens zu erhalten. In der That wurde damals von dem Körper ein ansehnliches Stück abgetrennt, zu dem Zwecke, um Proben an die verschiedenen Haupt-Meteoriten-Sammlungen zu versenden, was mehr als eine Woche angestrengter Arbeit erforderte, und wobei mehrere Sägen außer Stand gesetzt wurden.

Aber es ging das Stück bei dem Brande, der Anfangs 1865 stattfand, zu Grunde. Doch wurde nun der Plan, wie Herr Henry schreibt, wieder aufgenommen, und wir dürfen daher seiner Zeit auch einer freundlichen Mittheilung entgegen sehen.

Was soll man nun aber aus der Gestalt des Ainsa-Tucson-Meteoreisenringes schließen. Gewiß ist wohl bei demselben die größte Ausdehnung in der Ebene des Ringes, daher auch die Rotation nach derselben Ebene unzweifelhaft. Dann aber liegt es auf der Hand zu untersuchen, angeregt durch die Betrachtungen von Goalpara, von Groß-Divina, von Quenggouk, welche Einwirkung der Widerstand der Atmosphäre auf eine flache Eisenmasse ausüben könnte, welche nicht durchaus gleiche Dicke besitzt. In dem Mittelpunkte der Verdichtung, also auch dem Mittelpunkte der Expansion ist die Atmosphäre in einem Zustande zusammengedrückt, den Prof. Edlund so sprechend durch die Worte ausgedrückt hat: Nahezu wie ein fester Körper [1]), ich darf wohl den Ausdruck hier ein zweites Mal wiederholen.

---

[1]) Nästan som en fast Kropp. Redogörelse for Professor Edlunds foredrag om metetorstenar i vetenskaps akademien. — Stockholms-posten. 16. Jan 1869. — Der



Was wird dann die Wirkung bei größeren Steinkörpern sein, deren unebene Oberfläche zu ungleicher Einwirkung der Schmelzhitze bietet. Ein Einbohren in den Körper muß erfolgen; wie dies Groß-Divina zeigt. Bei einem Durchmesser des Steines von etwa 9 Zoll ist der Stein bereits zu einer Tiefe von $^3/_4$ Zoll bei einem Durchmesser von $1^1/_2$ Zoll ausgebrannt.

Dabei besteht der Groß-Divinaer Meteorit aus harter, spröder Steinmasse. Auf ein solches Einbohren glaubte ich in dem mehrmals erwähnten Bericht über Goalpara für die von Herrn Th. Oldham so sorgfältig nachgewiesene Thatsache des Zerspringens des Steines von Quenggouk mit Grund zurückführen zu dürfen. Auch hier spröde Steinmasse.

Aber nun in ähnlicher Lage gegenüber der Widerstand leistenden Atmosphäre die drei bis vier Fuß im Durchmesser haltende Platte von zähem Eisenmetall. Entsprechend der größeren Fläche wohl auch der Abbrand rascher und eindringlicher als bei der viel kleineren Fläche des Groß-Divinaer Steines.

Da muß denn augenscheinlich ein Durchbohren des Eisens die Folge sein, erst in einem kleineren Punkte, und sodann das Loch sich immer erweiternd, bis zum Stillstand, von wo dann die Eisenmasse als schwerer Körper, als Eisenring, zu Boden fällt.

Eine Vergleichung der Masse selbst wäre lehrreich, aber schon das Bild Fig. 2 zeigt entlang der Kante *aaa* wie eine Ausbuchtung durch das allmälige Abschmelzen, wie dies auch bei Groß-Divina nachgewiesen, und Fig. 2 Seite 10 abgebildet wurde.

Ich glaube, dieser Erklärungsart widerspricht keine der Eigenschaften, welche wir an den natürlichen Körpern kennen, noch der Aufeinanderfolge der Vorgänge, wie ihre Darstellung aus den Beobachtungen abgeleitet worden sind.

Doch der Fortschritt der Zerstörung kann auch wohl bis dahin gehen, daß auch eine Seite ganz durchgebrannt wird, der Ring sich öffnet. Dann könnte allenfalls in der gewaltigen Rotation der Ring auch an einer zweiten Stelle reißen. Das könnte eine Erscheinung geben wie Hraschina, der beiden Massen von 71 Pfund und 16 Pfund. Jedenfalls verdient bei künftigen Fällen die Untersuchung der Form

---

Meteorit von Goalpara u. s. w. Von W. R. v. H. Sitzb. d. k. A. d. W. LIX. Bd. II. Abth. April 1869.



und der Beschaffenheit der Oberfläche die größte Aufmerksamkeit, um nach und nach die gründlichste Einsicht in allen Richtungen zu gewinnen.

Unwillkürlich führt der Gegenstand wieder auf den Inhalt der Betrachtungen, welche ich der hochverehrten Classe am 13. Jänner d. J. vorzulegen die Ehre hatte [1]), die von Herrn Prof. W. H. Miller wiederholt der Aufmerksamkeit empfohlene Frage des so häufigen gleichzeitigen Vorkommens von zwei Meteoreisenmassen, wie in den Fällen von Agram und Braunau, in dem Funde von Cranbourne, in der Erinnerung an Troja.

Auch das Meteoreisen von Hraschina bei Agram erheischt hier wohl einige Worte. Ich muß dabei besonders auf die Betrachtung zurückkommen, daß Studien an Gegenständen dieser Art nur sehr allmälig fortschreiten, und daß Manches ganz späten Abschnitten derselben vorbehalten ist.

Schon v. Schreibers hatte in seinem Foliowerke [2]) auf Tafel I eine lithographirte Abbildung der einen der zwei flachen Seiten dieser im Ganzen mehr plattenförmigen Masse gegeben, Beschreibungen jedoch von beiden Seiten, und er macht ausdrücklich auf die Verschiedenheiten derselben aufmerksam. Die größten Dimensionen nach der Länge gibt er zu 15½, die größte Breite 12 Zoll, im Mittel 8 Zoll abfallend bis 6½ Zoll. Die dicksten Stellen messen bis 3¾ Zoll, an den dünnsten Stellen ist die Platte kaum Einen Zoll dick.

In meinem ersten Berichte über dieses Meteoreisen in unserer Sitzung am 14. April 1859 wurde die Gestalt der Oberfläche und Rinde gar nicht in Betrachtung gezogen. Der Punkte, welche Nachweisung erheischten, gab es ohnedem so sehr viele, und einer derselben, die Rotation in der Ebene der mehr plattenformigen Gestalt trat vor anderen Beziehungen mehr in den Vordergrund. Ich habe seitdem öfters diese Masse in ihrer Aufstellung in dem k. k. Hof-

---

[1]) Die zwei Homerischen Meteoreisenmassen von Troja. Sitzb. d. k. A. d. W. u. s. w. Bd. LXI. Abth. II. Wien 1870.

[2]) Beiträge zur Geschichte und Kenntniß meteoritischer Stein- und Metallmassen und der Erscheinungen, welche deren Niederfallen zu begleiten pflegen. Von Dr. Carl von Schreibers. Mit acht Steindruck-Tafeln, einem Meteoreisen Abdruck und einer Karte. Wien. Heubner, 1820.



Mineraliencabinete betrachtet ohne einen festen Leitpunkt mir zu erwerben für die Beurtheilung, welche Fläche der Brust, welche Fläche dem Rücken in der Bewegung entsprechend gehalten werden dürfte. Es waren eben andere Studien noch nicht so weit verfolgt worden, und nach der Lage der Sache selbst ist es auch viel schwieriger zu einem Ergebnisse bei einer solchen größeren unbeweglichen Masse zu gelangen, bei der die Aufstellung selbst manches Hinderniß mit sich bringt, als bei kleinen Stücken, wie namentlich die von Stannern waren, die man leicht und rasch in einer Hand nach allen Richtungen wenden, in allen verschiedenen Beleuchtungen untersuchen kann.

Bei einer letzten kürzlich vorgenommenen Betrachtung, in Gesellschaft des Herrn Directors Dr. Tschermak, schien doch das meiste dafür zu sprechen, daß die von v. Schreibers abgebildete Seite als der Rücken im Zuge der Platte angesehen werden sollte, während die entgegengesetzte mehr als Brust im Fortschritte gelten könnte. Vorzüglich dürfte hier der Umstand maaßgebend erscheinen, daß auf dieser Rückenseite die Brandrinde mehr gleichförmig, über die sehr unebene mit höheren und tieferen Stellen wechselnde Oberfläche vertheilt ist, während man auf der Brustfläche deutlich die Einwirkung ungleichartiger, gewaltthätig wirkender Strömungen der zusammengepreßten Atmosphäre anzuerkennen sich gedrungen fühlt.

Diese Brust ist mehr flach mit einigen in größerem Maaßstabe erscheinenden Vertiefungen, und in diesen wieder, an einigen Stellen das Eisen gänzlich ohne Rinde, während an anderen in einer Art von gestrickter Zeichnung noch Brandrinde zurückgeblieben ist. Nach der Anleitung in dieser Verschiedenheit würde sich die rotirende Bewegung wie die einer Linksschraube im Fortschritte darstellen.

Ein Eindringen des Abbrandes nur um einen Zoll tiefer würde schon eine Durchbohrung hervorgebracht haben, wie sie oben für den Ainsa-Tucson-Meteoreisenring angenommen wurde.

Indessen möchte ich diese letzteren Bemerkungen nur als vorläufige betrachten, da es sich wohl der Mühe werth erweisen wird, bei günstiger Gelegenheit die Untersuchung mit mehr Muße wieder aufzunehmen.

4. Orientirung der Bewegung. Übersicht.

Ich darf wohl mit einigen wenigen Worten ein Bild der Entwicklung der hier in Rede stehenden Betrachtungen an einander reihen.

1. **1820** [1]). An den Meteoriten des Falles von Stannern am 22. Mai 1808 wurden zuerst von v. Schreibers die Rindensäume oder Saumrinden bemerkt und beschrieben, vorzüglich auf Seite 29 hervorgehoben. Eben da Seite 31 die Richtung des senkrechten Falles, den natürlichen Schwerpunkt voran, orientirt.

2. **1859. 14 April.** Die Rotation der plattenförmigen Meteoreisenmasse von Agram unwiderleglich. S. 24. Möglichkeit eines Zerreissens in zwei Stücke (S. 26) [2]).

3. **1860. 19. April** [3]). Die Schmelzrinden-Grate. Die feste Bewegung den Schwerpunkt voran für den kosmischen Theil des Zuges eines einzelnen Meteorsteines von Stannern in Anspruch genommen, keine Schmelzhitze mehr im tellurischen Falle. Meteoriten-Schwärme.

4. **1860. 19. Juli** [4]). Ein Gang von Schwefeleisen in dem Meteorsteine von Pegu (Quenggouk) als „Beweis einer späteren Bildung in einer großen Masse, in einem wahren Gebirge." S. 751.

5. **1860. 18. November** [5]). Bruchstücke im Tula-Eisen. S. 510. Das Meteoreisen gangweise gebildet, S. 515, in körnigen Gebirgsgesteinen. Meteoritischer Tuff. Lange Dauer der Bildungsvorgänge.

---

[1]) Beiträge zur Geschichte und Kenntniß meteorischer Stein- und Metallmassen u. s. w. Von Dr. Carl Schreibers. Mit 8 Steindrucktafeln, einem Meteoreisen-Autograph und einer Karte.

[2]) Der Meteorsteinfall von Hraschina bei Agram am 26. Mai 1751. Sitzungsber. 1859. XXXV. Bd. S. 561.

[3]) Eine Leitform der Meteoriten. Sitzb. XL. Bd. S. 525.

[4]) Die Calcutta-Meteoriten von Shalka, Futtehpore, Pegu, Assam und Segowlee im k. k. Hof-Mineraliencabinete. Sitzb. Bd. XLI. S. 745.

[5]) Über das von Herrn Dr. J. Auerbach in Moskau entdeckte Meteoreisen von Tula. Sitzb. Bd. XLII. S. 507.

6. **1861. 14. März** [1]). Übersichtliche Zusammenstellung meteoritischer Tuffe. Gangweise Bildungen, dazu Kluftflächen, Spiegel u. a. S. 415.

7. **1861. 5. December** [2]). Entsprechend den Mittheilungen von Herrn Oldham über den Meteorsteinfall von Quenggouk, ein ganzer Stein in großer Höhe in mehrere Stücke zersprungen, diese quer der Bahn auf größere Entfernungen durch Rotation weggeschleudert. S. 641.

8. **1866. 11. October** [3]). Bei dem Falle von Knyahinya, sowohl der große Stein in 11 Fuß Tiefe in die Erde eingedrungen, durch Rotation zerrissen, S. 28, als auch kleine Steine (S. 26) durch unabhängige Rotation als einzelne Körper Beweise für den Eintritt eines Schwarmes von Meteoriten.

9. **1867** [4]). Herr A. Daubrée berichtet über die Schmelz-Rindensäume (bourrelets), der einzelnen Steine des Meteorsteinfalles von Orgueil in unmittelbarer Folge des Falles.

10. **1868. 8. October** [5]). Die allmälige Bildung, von einem Aggregat staubförmiger Theilchen beginnend, besonders hervorgehoben, durch Tuffstructur und Trümmerbildung, dabei namentlich die zum Theil hochkrystallinischen Meteoreisen als gangartige Bildungen in den festeren Gebirgsmassen betrachtet werden. S. 25. Keine plötzliche Bildung — d'un seul jet! (S. 27).

11. **1869. 22. April** [6]). Rotation und Richtung derselben bei den Meteorsteinen von Goalpara und von Groß-Divina. Bei dem

---

1) Über die Natur der Meteoriten in ihrer Zusammensetzung und Erscheinung. Sitzb. 1861. S. 389.

2) Das Meteor von Quenggouk in Pegu und die Ergebnisse des Falles daselbst am 27. December 1857. Sitzb. 1861. Bd. XLIV. S. 637.

3) Der Meteorsteinfall vom 9. Juni 1866 bei Knyahinya. Zweiter Bericht. Mit 3 Tafeln. Sitzb. 1866. LIV. Bd. II. Abth.

4) Complement d'Observations sur la Chute des Météorites qui a eu lieu le 14. Mai 1864 aux environs d'Orgueil (Tarne et Garonne). Avec 2 Planches. — Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle. 1867. T. II. P. I.

5) Licht, Wärme und Schall bei Meteoritenfällen u. s. w. Sitzb. 1868, LVIII. Bd., II. Abth.

6) Der Meteorit von Goalpara in Assam, nebst Bemerkungen über die Rotation der Meteoriten in ihrem Zuge. Mit 2 Tafeln. — Sitzb. 1869. Bd. LIX. Abth. II.



letzteren ein Einbohren in den Körper des Steines durch die Widerstand leistende Atmosphäre. (S. 10.)

12. 1869. 20. Nov.—4. Dec.[1]). Herr Stanislas Meunier betrachtet das Meteoreisen von Deesa als Gang in meteoritischer Gebirgsart, wie dies oben ausführlicher erwähnt ist.

13. In dem gegenwärtigen Berichte endlich vervollständigt die Betrachtung des Ainsa-Tucson-Meteoreisenringes die Reihe der Erscheinungen durch ein Beispiel, in welchem eine Eisenplatte durch die Widerstand leistende Atmosphäre durchbohrt worden ist.

---

[1]) Étude Minéralogique du fer Météorique de Deesa. Cosmos.

INHALT.

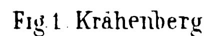


Fig. 1. Krähenberg



Ein Drittel der natürlichen Grösse.

Fig. 2. Ainsa-Tucson.



Ein Zwanzigstel der natürlichen Grösse.

A. d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei

Über den Venusdurchgang des Jahres 1874.

Von dem c. M. Dr. **Th. Ritt. v. Oppolzer.**

I.

Die Verbindung der Maaßeinheit, mit der die Dimensionen des Sonnensystems gemessen werden, mit einem Erdmaaße, ist ein Problem von hoher Wichtigkeit, und es ist selbst für unsere jetzigen verfeinerten Beobachtungsmethoden noch immerhin eine überaus schwierige Aufgabe; es soll daher keine günstige Gelegenheit unbenutzt gelassen werden, die zu einer befriedigenden Lösung desselben hinführen kann.

Eine solche überaus günstige Gelegenheit bietet aber, wie dieß allseitig anerkannt wird, ein Vorübergang der Venus vor der Sonnenscheibe dar, ein seltenes Phänomen; wenn auch bezweifelt werden kann, daß ein solcher Venusdurchgang das geeignetste Hilfsmittel zur Bestimmung der Sonnenparallaxe darbietet, so ist doch immerhin bei dem jetzigen Zustande der Wissenschaft derselbe zu den geeignetsten zu zählen und muß allseitig möglichst ausgenützt werden; ich habe nun in der folgenden Abhandlung die Ideen niedergelegt, die ich mir zur Verwirklichung des anzustrebenden Zieles gebildet habe und übergebe dieselben der Öffentlichkeit in der Hoffnung, daß sie vielleicht manchen neuen Gesichtspunkt erschließen, der alle Beachtung verdient.

II.

Ermittlung der Ephemeridenorte für die Sonne und Venus. Die Grundlage der folgenden Theorien und Vorausberechnungen bilden die scheinbaren Orte der Sonne und Venus zur Zeit des Durchganges, und es stellt sich daher vorerst die Aufgabe, diese Orte den Ephemeriden zu entlehnen; ich habe die Entwickelungen in der folgenden Analyse so weit durchgeführt, daß bei der Vergleichung zwischen der Theorie und den Beobachtungen niemals eine wesentliche Ver-

fälschung in den Hunderttheilen der Bogensekunden eintreten kann, eine Genauigkeit, die gewiß von Jedermann als ausreichend angesehen werden muß. Die Sonnen- und Venusorte lassen sich allerdings nicht mit Hilfe der besten Ephemeriden auch nur annähernd dieser Genauigkeitsgrenze bestimmen; es werden aber die Ephemeridenfehler seiner Zeit mit Hilfe der Beobachtung sich eliminiren lassen und dadurch werden diese großentheils unschädlich gemacht; aber die scheinbare relative Bewegung der Sonne und Venus wird sich innerhalb des geforderten engen Zeitraumes mit einer der oben angeführten adäquaten Genauigkeit berechnen lassen, so daß eine Verbesserung dieses Elementes nicht nöthig wird und dem entsprechend müssen die Grundlagen der Rechnung auf geeignete Weise erhalten werden. Ich habe deßhalb, um die relative Bewegung hinreichend sicher zu erhalten, die Venus- und Sonnenorte nicht unmittelbar für die Zeit des Durchganges berechnet, sondern je fünf Orte abgeleitet, die in einem Zeitabstande von zwölf Stunden entfernt liegen; für den mittleren Ort nahm ich die Zeit 1874, December 8.16^h mittlerer Pariser Zeit; ich war so schließlich in den Stand gesetzt, die ersten und zweiten Differentialquotienten der in Betracht kommenden Functionen mit dem wünschenswerthen Grade von Genauigkeit zu bestimmen. Zur Herleitung der Orte habe ich Le Verrier's Tafeln sowohl für die Sonne als auch Venus benützt.

Zuerst ging ich an die Bestimmung der Venusorte und fand für die fünf Orte die folgende Summe der periodischen Störungen und zwar:

Mittl. Pariser Zeit	in Länge	in Breite	im Radius vector
1874 Dec. 7 16^h	+0"36	+0"12	+0·0000022
„ 8 4	+0·36	+0 12	+0·0000022
„ 8 16	+0·37	+0·13	+0·0000022
„ 9 4	+0·37	+0·13	+0·0000023
„ 9 16	+0·38	+0·14	+0·0000024

Die heliocentrischen Polarcoordinaten der Venus finden sich also bezogen auf das mittlere Äquinoctium des zugehörigen Datums:

Mittl. Pariser Zeit	heliocent. Länge	heliocent. Breite	Radius vector
1874 Dec. 7 16^h	75°20'10"03	—0° 0'47"46	0·7204405
„ 8 4	76 8 32·21	+0 2 4·62	0·7203846
„ 8 16	76 56 54·85	+0 4 56·70	0·7203293
„ 9 4	77 45 17·95	+0 7 48·75	0·7202747
„ 9 16	78 33 41·48	+0 10 40·74	0·7202206

Nun mußte zur weiteren Rechnung an die Herleitung der Sonnenorte geschritten werden, zu deren Bildung aber die Kenntniß der mittleren Länge der Sonne nöthig ist; da diese Größe später zur Berechnung der Sternzeit nöthig wird, so führe ich dieselbe hier an, nebst dem aber auch die in den Cosinus der Schiefe der Ekliptik multiplicirte Gleichung des Äquinoctialpunktes (Nutation), eine Größe die allerdings erst später berechnet werden kann, die aber zur Bestimmung der Sternzeit ebenfalls nöthig ist.

Um die mittlere Länge der Sonne zu erhalten, habe ich die geringfügigen Änderungen derselben, die mit dem Quadrate der Zeit anwuchsen (*Termes seculaires*, Tafel V der Le Verrier'schen Sonnentafeln) berücksichtigt, aber die Störungsglieder langer Perioden, die von den Störungen des Mars und Venus einerseits, und Mars und Jupiter anderseits herrühren, abgelöst; ich fand dann:

Mittl. Pariser Zeit			mittl. Länge der Sonne	(Nut.) cos ε
1874 Dec.	7	16^h	256°44'25"75	—6"94
„	8	4	257 13 59·92	—6·90
„	8	16	257 43 34·08	—6·83
„	9	4	258 13 8·25	—6·78
„	9	16	258 42 42·41	—6·72

Die Störungen durch die Planeten mit Einschluß der oben erwähnten zwei Glieder langer Periode finde ich nach den Specialtafeln

Mittl. Pariser Zeit			in Länge	in Breite	im Radius vector
1874 Dec.	7	16^h	+4"16	+0.02	+0·0000023
„	8	4	+4·15	+0.02	+0·0000026
„	8	16	+4·13	+0·02	+0·0000028
„	9	4	+4·12	+0·02	+0·0000030
„	9	19	+4·12	+0·01	+0·0000032

Le Verrier gibt im Anhange zu seinen Sonnentafeln (pag. 254) ebenfalls die Summe dieser Störungen an, die mit Hilfe anders construirter Tafeln berechnet sind; dieselben geben in guter Übereinstimmung mit den eben angeführten Werthen für

$$\text{Dec. } 8.\ 16^h\ d\lambda = +4''12,\ d\beta = +0''03,\ dR = +0{\cdot}0000029.$$

Die Störungen der Länge durch den Mond $(P_☾)$, die Lunarnutation $(\psi_☾)$, die Solarnutation $(\psi_\odot)$, ferner die Breitenstörungen durch den Mond $(B_☾)$ und die Störungen durch denselben im Radius vector $(R_☾)$ ergaben mir dieselben Tafeln, wie folgt:

Mittl. Pariser Zeit	$p_☾$	$\psi_☾$	$\psi_\odot$	$B_☾$	$R_☾$
1874 Dec. 7 16ʰ	—1″10	—6″98	—0″59	—0″39	+0·0000324
„ 8 4	—0·44	—6·95	—0·57	—0·42	+0·0000326
„ 8 16	+0·22	—6·90	—0·55	—0·45	+0·0000326
„ 9 4	+0·90	—6·86	—0·53	—0·49	+0·0000323
„ 9 16	+1·56	—6·82	—0·51	—0·52	+0·0000315

Die nun berechneten Sonnenorte fanden sich:

Mittl. Pariser Zeit	scheinbare Länge	wahre Länge	Breite	Radius vector
1874 Dec. 7 16ʰ	255°56′29″01	255°56′49″77	—0″37	0·9847764
„ 8 4	256 26 59·14	256 27 19·90	—0·40	0·9847170
„ 8 16	256 57 29·48	256 57 50·24	—0·43	0·9846584
„ 9 4	257 28 0·07	257 28 20·83	—0·47	0·9846006
„ 9 16	257 58 30·87	257 58 51·63	—0·51	0·9845436

Ferner berechnete ich die scheinbare Schiefe der Ekliptik (ε) und die Nutation nach diesen Tafeln

Mittl. Pariser Zeit	ε	Nutat.
1874 Dec. 7 16	23°27′27″80	—7·57
„ 8 4	27·79	—7·52
„ 8 16	27·77	—7·45
„ 9 4	27·76	—7·39
„ 9 16	27·75	—7·33.

Aus diesen Angaben nun, in Verbindung mit den früher für Venus erhaltenen, können die geocentrischen Coordinaten der Venus abgeleitet werden; ich habe zu diesem Ende zunächst die Längen der Venus durch Anbringung der Nutation auf das wahre Äquinoctium reducirt und mit Hilfe der wahren Coordinaten der Sonne, die wahren geocentrischen Orte der Venus berechnet. Bezeichnet man mit l, b, und r die polaren heliocentrischen Coordinaten (Länge, Breite und Radius vector) der Venus, mit L, B und R die analogen geocentrischen Coordinaten der Sonne, so hat man zum Übergang auf die wahren geocentrischen Coordinaten der Venus (λ, β und ρ) die folgenden Relationen:

$$\rho\cos\beta\cos(\lambda-L) = r\cos(l-L)\cos b+R$$
$$\rho\cos\beta\sin(\lambda-L) = r\sin(l-L)\cos b$$
$$\rho\sin\beta = r\sin b + R\sin B.$$

Ich erhielt nach diesen Formeln für die wahren geocentrischen Coordinaten der Venus:

Mittl. Pariser Zeit	wahre Länge ♀	wahre Breite ♀	log. Entfernung
1874 Dec. 7 16ʰ	257°37′ 2″98	−0° 2′10″65	9·4224087
„ 8 4	257 18 53·28	+0 5 38·09	9·4222177
„ 8 16	257 0 41·52	+0 13 26·94	9·4221497
„ 9 4	256 42 29·65	+0 21 15·39	9·4222037
„ 9 16	256 24 19·65	+0 29 3·01	9·4223805

Mit Hilfe von ρ berechnete ich unter Annahme der Struve'schen Aberrationsconstante die Aberrationszeiten, welche mir die folgenden Correctionen der Längen und Breiten ergaben, die an die obigen Werthe angebracht werden müßen, um die scheinbaren Orte zu erhalten.

Mittl. Pariser Zeit	$d\lambda$	$d\beta$
1874 Dec. 7 16ʰ	+3″32	−1·43
„ 8 4	+3·32	−1·43
„ 8 16	+3·33	−1·43
„ 9 4	+3·32	−1·43
„ 9 16	+3·32	−1·42.

Die scheinbaren Längen und Breiten der Sonne und Venus wurden mit Hilfe der scheinbaren Schiefe der Ekliptik in scheinbare Rectascensionen und Declinationen umgesetzt, und bezeichnet man mit A und D die zur Sonne gehörenden Coordinaten, mit α und δ die der Venus angehörigen, so findet sich

Mittl. Pariser Zeit	A	D	α	δ
1874 Dec. 7 16ʰ	254°43′53″97	−22°42′54″71	256°32′17″37	−22°55′ 2″01
„ 8 4	255 16 47·80	−22 46 3·23	256 13 28·14	−22 45 33.20
„ 8 16	255 49 43·37	−22 49 4·99	255 54 39.06	−22 36 1·85
„ 9 4	256 22 40·63	−22 52 0·05	255 35 52·41	−22 26 28·68
„ 9 16	256 55 39·52	−22 54 48·32	255 17 10·35	−22 16 54·33

Die scheinbaren Halbmesser der Venus (r) und der Sonne (R), ferner die Horizontaläquatorialparallaxe der Venus (π) und Sonne (p) finden sich, indem zur Ermittlung der letzteren Größen der von Newcombe bestimmte Werth der mittleren Sonnenparallaxe (8″848) in Anwendung gezogen wurde:

Mittl. Pariser Zeit	r	R	π	p
1874 Dec. 7 16ʰ	31″400	974″841	33″453	8″985
„ 8 4	31·414	974·899	33·468	8·985
„ 8 16	31·419	974·957	33·473	8·986
„ 9 4	31·415	975·014	33·469	8·986
„ 9 16	31·402	975·071	33·455	8·987

Ferner findet sich die Zeitgleichung und Sternzeit nach den Relationen

Zeitgleichung = Scheinb. Rectasc.☉—(mittl. Länge☉+(Nut.)cos ε)
Sternzeit = Wahre Zeit + scheinb. Rectasc.☉

Es wird so

Mittl. Pariser Zeit			Zeitgleichg.	Sternzeit
1874 Dec.	7	16ʰ	—8ᵐ 1·656	9ʰ 6ᵐ57·254
„	8	4	—7 48·348	21 8 55·535
„	8	16	—7 34·926	9 10 53·817
„	9	4	—7 21·389	21 12 52·098
„	9	16	—7 7·744	9 14 50·379

Nun sind alle für die Vorausberechnung nöthigen Angaben ermittelt; um aber den Gang aller mit der Zeit veränderlichen Functionen innerhalb der Zeitgrenzen eines Venusdurchganges hinreichend genau zu erhalten, so daß kaum eine Verfälschung von einem Hunderttheile einer Bogensekunde zu befürchten steht, habe ich, von 1874 December 8.16ʰ ausgehend, diese Functionen nach steigenden Potenzen der Zeit entwickelt und alle Glieder mitgenommen, die in einem Abstande von drei Stunden von dieser Epoche noch eine Einheit der dritten Decimale der Bogensekunde betragen; indem ich als Zeiteinheit von t die mittlere Stunde wählte, habe ich die folgenden Reihenwerthe zur weiteren Benützung erhalten:

Ausgangs-Epoche. 1874. Dec. 8. 16ʰ Pariser Zeit:

$$A = 255°49'43''37 + 164''7020\,t + 0''00587\,t^2$$
$$D = -22\ 49\ \ 4\cdot99 - \ 14\cdot8675\,t + 0\cdot02326\,t^2$$
$$\alpha = 255\ 54\ 39\cdot06 - \ 94\cdot0196\,t + 0\cdot00882\,t^2$$
$$\delta = -22\ 36\ \ 1\cdot85 + \ 47\cdot6978\,t + 0\cdot00627\,t^2$$
$$R = 974''957 + 0''0048\,t$$
$$r = 31''419$$
$$\pi = 33''473$$
$$p = 8''986.$$

Es sind also die Elemente für den Venusdurchgang von Stunde zu Stunde berechnet in der folgenden Übersicht enthalten, und es steht zu erwarten, daß mindestens die Änderungen dieser Größen fast völlig mit der Wahrheit zutreffend befunden werden.

Mittl. Pariser Zeit			A	D	R	p	Zeitgleichg.
1874 Dec. 8	13h		255°41'29"317	−22°48'20"178	974"943	8"986	−7m38s29
„	14		44 13·989	48 35·162	974·948	8·986	−7 37·17
„	15		46 58·674	48 50·099	974·952	8·986	−7 36·05
„	16		49 43·370	49 4·990	974·957	8·986	−7 34·93
„	17		52 28·078	49 19·834	974·962	8·986	−7 33·80
„	18		55 12·797	49 34·632	974·966	8·986	−7 32·68
„	19		57 57·529	49 49·383	974·971	8·986	−7 31.55

		α	δ	r	π	Sternzeit
1874 Dec. 8	13h	255°59'21"197	−22°38'24"887	31·419	33"473	6h10m24s25
	14	57 47·134	37 37·220	31·419	33·473	7 10 34·10
	15	56 13·088	36 49·541	31·419	33·473	8 10 43·96
	16	54 39·060	36 1·850	31·419	33·473	9 10 53·82
	17	53 5·050	35 14·146	31·419	33·473	10 11 3·67
	18	51 31·057	34 26·429	31.419	33·473	11 11 13·53
	19	49 57·082	33 38·700	31·419	33·473	12 11 23·39

III.

Entwickelung der Einwirkung der Parallaxe auf die relativen Coordinaten der Sonne und Venus. Die parallaktische Verschiebung der Centren der Sonne und Venus gegen einander wird im Allgemeinen gemessen werden können und da diese wieder als eine Function der Sonnenparallaxe dargestellt werden kann, so wird durch diese Messungen eine Bestimmung der Sonnenparallaxe ermöglicht. Man hatte sich bislang hauptsächlich auf die Beobachtung der Ränderberührungen beschränkt und damit gewissermaßen nur Distanzmessungen vorgenommen, unter der Voraussetzung, daß die Venus und Sonne völlig kugelförmige Körper sind, eine Voraussetzung, die auch in dieser Abhandlung als maßgebend angesehen werden soll; ich habe aber, so viel mir bekannt, zuerst darauf aufmerksam gemacht (Astronom. Nachrichten, Nr. 1791), daß auch die Änderung des Positionswinkels durch die Parallaxe ganz geeignete Bestimmungen abgeben können zu dem vorgesetzten Zwecke und ich werde deßhalb vorerst in diesem Abschnitte die Relationen ableiten, welche eine hinreichend genaue Berechnung der Wirkung der Parallaxe auf die Distanz der Centren und den Positionswinkel ermöglichen; ich habe mir bei diesen Entwickelungen vorgesetzt, so genau als es nur thunlich war, vorzugehen und nichts zu übergehen, was merklich auf die Hunderttheile der Bogensekunde einwirken könnte, wenn auch dadurch die Einfachheit der Formeln wesentlich gelitten hat.

Mit Beibehaltung der im vorigen Abschnitte gewählten Bezeichnung für die Coordinaten der Venus und Sonne erhält man, wenn man mit m die Distanz der Centren bezeichnet und mit M den Positionswinkel am Sonnencentrum, leicht die folgenden Relationen

$$\sin m \sin M = \sin(\alpha - A) \cos \delta$$
$$\sin m \cos M = \sin \delta \cos D - \cos \delta \sin D \cos(\alpha - A).$$

Unterscheide ich nun die durch die Parallaxe veränderten Werthe gegen die geocentrischen durch Anfügung eines Accentes, so wird man zwischen diesen Größen die folgenden Relationen aufstellen können

$$\sin m' \sin M' = \sin(\alpha' - A') \cos \delta'$$
$$\sin m' \cos M' = \sin \delta' \cos D' - \cos \delta' \sin D' \cos(\alpha' - A').$$

Die Unterschiede zwischen α', δ', A' und D' einerseits und α, δ, A und D andererseits, werden mit genügender Genauigkeit mit Rücksicht auf die ersten Potenzen dieser Unterschiede berechnet werden können, denn schließt man mit dem ersten Gliede ab, das die Entwickelung der Parallaxe in eine Reihe nach steigenden Potenzen dieser Größe gibt, so wird der Maximalfehler bei der Berechnung der Venusparallaxe kaum 0″003 erreichen (für die Sonne vielmals kleiner), eine Größe, die für unsere Meß- und Sehapparate völlig verschwindend klein ist; nicht so einfach verhält es sich aber mit den Größen m', M' und m, M, da m, wenn man eine Genauigkeit von 0″01 in allen Theilen der Rechnung erreichen will, nicht als Größe nullter Ordnung im Verhältnisse zur Parallaxe betrachtet werden darf, ein Umstand, der wenig beachtet wurde, der übrigens auch für die nächsten Venusdurchgänge nicht von allzu nachtheiliger Wirkung ist, da m stets ziemlich groß bleibt; bei Durchgängen der Venus, die nahe central sind, kann aber die Berücksichtigung dieses Umstandes von großer Bedeutung sein.

Vorerst wird man hervorheben dürfen, daß der Abschnitt der Himmelskugel, innerhalb welcher sich das Phänomen entwickelt, als Ebene betrachtet werden darf, denn die größten in Betracht kommenden Abstände betragen nicht 18 Bogenminuten; ersetzt man also den Sinus durch den Bogen, so begeht man im ungünstigsten Falle wieder nur einen Fehler von 0″005, eine Größe, die wieder ohne merkbaren Einfluß ist; es wird deßhalb gestattet sein, die ganze Entwicke-

lung zurückzuführen auf ein Problem der analytischen Geometrie der Ebene.

Führt man vorläufig, ohne sich mit der Entwickelung aufzuhalten, für die Unterschiede der parallaktischen unveränderten und geänderten Größen die Buchstaben a und b ein, und so zwar, daß ist

$$\left.\begin{array}{l} \cos\delta'\sin(\alpha'-A') - \cos\delta\sin(\alpha-A) = a \\ \{\sin\delta'\cos D' - \cos\delta'\sin D'\cos(\alpha'-A')\} - \\ -\{\sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha-A)\} = b \end{array}\right\} (1)$$

so ist ebenfalls

$$\sin m'\sin M' - \sin m\sin M = a$$
$$\sin m'\cos M' - \sin m\cos M = b$$

wofür jedoch mit stets genügender Annäherung gesetzt werden darf

$$\left.\begin{array}{l} m'\sin M' - m\sin M = a \\ m'\cos M' - m\cos M = b \end{array}\right\} (2)$$

Multiplicirt man die erste Gleichung mit cos M, die zweite mit —sin. M und addirt diese Producte, so findet sich sofort

$$m'\sin(M'-M) = a\cos M - b\sin M \quad (3)$$

Multiplicirt man die erste der Gleichungen (2) mit sin M, die zweite mit cos M und addirt, so findet sich

$$m'\cos(M'-M) = a\sin M + b\cos M + m \quad (4)$$

woraus man sofort findet

$$\mathrm{tg}\,(M'-M) = \frac{a\cos M - b\sin M}{m + a\sin M + b\cos M} \quad (5)$$

Hiermit kann, sobald die Größen a und b bekannt sind, streng die Änderung des Positionswinkels durch die Parallaxe berechnet werden; die Gleichung (3) gibt aber auch

$$m' = \frac{m + a\sin M + b\cos M}{\cos(M'-M)} \quad (6)$$

durch welche die parallaktisch veränderte Distanz berechnet werden kann; bezeichnet man nun der Kürze halber

$$\left.\begin{array}{l} a\cos M - b\sin M = dp \\ a\sin M + b\cos M = dq \end{array}\right\} (7)$$

so erhält man statt der obigen Formeln (4) und (5) leicht die folgenden Formen

$$\left.\begin{aligned} tg\,(M'-M) &= \frac{dp}{m+dq} \\ m' &= \frac{m+dq}{\cos(M'-M)} \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Wird aber m nicht gar zu klein, was übrigens bei nahe centralen Durchgängen stets stattfinden wird, so wird man zweckmäßig von etwas abgeänderten Formen Gebrauch machen können. Es ist

$$\cos(M'-M) = 1-2\sin^2\tfrac{1}{2}(M'-M),$$

also

$$\sec(M'-M) = 1 + 2\sin^2\tfrac{1}{2}(M'-M) + 4\sin^4\tfrac{1}{2}(M'-M) + \ldots$$
$$= 1+g^2$$

so findet sich auch

$$m'-m = dq + g^2 m + g^2 dq \quad (9).$$

Für die beiden bevorstehenden Venusdurchgänge wird man mit völliger Sicherheit setzen dürfen, da m niemals allzu klein wird

$$\left.\begin{aligned} (M'-M) &= \frac{dp}{(m+dq)} = \left(\frac{dp}{m}\right) - \left(\frac{dp}{m}\right)\left(\frac{dq}{m}\right) \\ m'-m &= dq + \frac{m}{2}(M'-M)^2 \sin 1''^2 \end{aligned}\right\} (10)$$

welche Formeln für die ferneren Untersuchungen dienen sollen. Würden bei einem sehr nahe centralen Durchgange diese Formeln nicht ausreichend sein, so wird es sich empfehlen, für die Zeit der Conjunction, falls das Bedürfniß hervortreten würde m' und M' zu berechnen, direct dieselben zu berechnen nach der Form

$$m' \sin M' = m \sin M + a$$
$$m' \cos M' = m \cos M + b.$$

Die Berechnung der Gleichungen (10) erfordert aber, um aus dieser die Werthe von M' und m' zu finden, die Kenntniß der Werthe m, M, dq und dp, deren Bestimmung jetzt vorgenommen werden soll.

Die Berechnung von m und M geschieht mit genügender Genauigkeit nach

$$\left.\begin{array}{l} m \sin M = (\alpha - A) \cos \delta \\ m \cos M = (\delta - D) + \cos\delta \sin D (\alpha - A) \;\; \dfrac{^2\sin 1''}{2} \end{array}\right\} \quad (11)$$

welche Formen sich sofort aus den im Anfange dieses Abschnittes gegebenen Grundformeln ableiten lassen, wenn man in denselben statt den Sinus der kleinen Bögen die Bögen selbst einführt, eine Vernachläßigung, die nach dem oben Angeführten völlig gestattet ist.

Um aber a und b zu bestimmen, können die Gleichungen (1) benützt werden, indem man die Unterschiede als differentielle Größen auffaßt; nach dem oben Gesagten wird die Differentiation in diesem Falle ein völlig ausreichendes Resultat liefern. Man wird zunächst finden

$$\begin{aligned} a = & -\sin(\alpha - A)\sin\delta(\delta' - \delta) + \cos\delta\cos(\alpha - A)(\alpha' - \alpha) - \\ & - \cos\delta\cos(\alpha - A)(A' - A) \\ b = & \{\cos\delta\cos D + \sin\delta\sin D\cos(\alpha - A)\}(\delta' - \delta) - \\ & - \{\sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)\}(D' - D) + \\ & + \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A)(\alpha' - \alpha) - \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A)(A' - A) \end{aligned}$$

Woraus man leicht ableitet

$$\left.\begin{aligned} dp = & (\delta' - \delta)\{-\sin(\alpha - A)\sin\delta\cos M - \cos\delta\cos D\sin M - \\ & -\sin\delta\sin D\cos(\alpha - A)\sin M\} + \\ & + (D' - D)\{\sin\delta\sin D\sin M + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A) \\ & \sin M\} + (\alpha' - \alpha)\{\cos\delta\cos(\alpha - A)\cos M - \cos\delta\sin D \\ & \sin(\alpha - A)\sin M\} + \\ & + (A' - A)\{-\cos\delta\cos(\alpha - A)\cos M + \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A) \\ & \sin M\}. \\ dq = & (\delta' - \delta)\{-\sin(\alpha - A)\sin\delta\sin M + \cos\delta\cos D\cos M + \\ & + \sin\delta\sin D\cos(\alpha - A)\cos M\} + \\ & + (D' - D)\{-\sin\delta\sin D\cos M - \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A) \\ & \cos M\} + (\alpha' - \alpha)\{\cos\delta\cos(\alpha - A)\sin M + \cos\delta\sin D \\ & \sin(\alpha - A)\cos M\} + \\ & + (A' - A)\{-\cos\delta\cos(\alpha - A)\sin M - \cos\delta\sin D\sin(\alpha - A) \\ & \cos M\}. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Diese Coefficienten lassen sich noch ganz wesentlich zusammenziehen, wenn man die Relationen zu Hilfe nimmt, die das sphä-

rische Dreieck zwischen den Centren der Sonne, Venus und dem Nordpole des Äquators darbietet; bezeichnet man in diesem Dreiecke den Winkel an dem Venuscentrum mit C, so wird

$$\left.\begin{aligned} dp &= -\sin C(\delta'-\delta)+\cos m\sin M(D'-D)- \\ &\quad -\cos\delta\cos C(\alpha'-\alpha)+\cos\delta\cos C(A'-A) \\ dq\sec m &= -\cos C(\delta'-\delta)-\cos M(D'-D)+ \\ &\quad +\cos\delta\sin C(\alpha'-\alpha)-\cos D\sin M(A'-A) \end{aligned}\right\}(13)$$

Die differentiellen Größen $(\delta'-\delta)$, $(D'-D)$, $(\alpha'-\alpha)$ und $(A'-A)$ sind die parallaktischen Änderungen der polaren Coordinaten, die sich leicht nach den bekannten Formeln berechnen lassen. Bezeichnet man mit p die Parallaxe der Sonne, mit π die der Venus, ferner mit ρ die Entfernung des Beobachtungsortes vom Erdcentrum in Einheiten des Äquatorhalbmessers und mit φ' die geocentrische Polhöhe, ferner mit θ die Ortssternzeit, so ist

$$\left.\begin{aligned} (\delta'-\delta) &= \pi\sin\delta\cos(\alpha-\theta).\rho\cos\varphi'-\pi\cos\delta.\rho\sin\varphi' \\ (D'-D) &= p\sin D\cos(A-\theta).\rho\cos\varphi'-p\cos D.\rho\sin\varphi' \\ (\alpha'-\alpha) &= \pi\sin(\alpha-\theta)\sec\delta.\rho\cos\varphi' \\ (A'-A) &= p\sin(A-\theta)\sec D.\rho\cos\varphi' \end{aligned}\right\}(14)$$

Um nun die schließliche Auflösung zu erleichtern und doch die Abplattung der Erde auf strenge Weise zu berücksichtigen, werde ich bei diesen Gleichungen von einer schönen Transformation Gebrauch machen, welche Hansen in seiner Theorie der Sonnenfinsternisse zu diesem Zwecke vorgeschlagen hat. Setzt man nämlich, indem mit e die Abplattung der Erde bezeichnet wird

$$\begin{aligned} \rho\cos\varphi' &= \cos\varphi_1 \\ \rho\sin\varphi' &= (1-e)\sin\varphi_1 \end{aligned}$$

wobei sich der Nachweis leicht führen läßt, daß diese Substitution gestattet ist, so wird φ_1, welche Größe etwa die excentrische Polhöhe genannt werden kann, sofort die zwei Variablen ρ und φ' ersetzen und es erscheint in den Gleichungen (14) statt der zwei abhängig Variablen ρ und φ' die unabhängig Variable φ_1.

Wie man sofort sieht, wird durch die Auflösung vorerst stets die Kenntniß des Werthes φ_1 erlangt werden und es wird gut sein, Methoden zu haben, die gestatten, aus φ_1 direct die scheinbare Polhöhe φ zu berechnen. Nun ist aber bekanntlich

$$\operatorname{tg}\varphi' = (1-e)^2 \operatorname{tg}\varphi$$

also

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{1-e} \operatorname{tg}\varphi_1$$

Es wird sich aber der Unterschied zwischen φ_1 und φ recht leicht bestimmen lassen, indem man sich erinnert, daß Ausdrücke von der Form

$$tg\ \varphi = g\ tg\ \varphi_1$$

sich in eine Reihe entwickeln lassen von der folgenden Gestalt

$$\varphi - \varphi_1 = \frac{g-1}{g+1} \sin 2\varphi_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{g-1}{g+1}\right)^2 \sin 4\varphi_1 + \dots$$

wobei man in dem hier gegebenen Falle wohl stets schon mit dem ersten Gliede ausreichen wird, für das man, wenn man für e den Werth $\frac{1}{300}$ einsetzt mit genügender Annäherung schreiben darf

$$\varphi - \varphi_1 = \frac{\sin 2\varphi_1}{\sin 10'}$$

oder auch

$$\varphi_1 - \varphi = -\frac{\sin 2\varphi}{\sin 10'}$$

Es können also geschrieben werden statt den Gleichungen (14) die folgenden Relationen

$$\left.\begin{aligned} \delta' - \delta &= \pi \sin\delta \cos(\alpha-\theta)\cos\varphi_1 - \pi\cos\delta(1-e)\sin\varphi_1 \\ D' - D &= p\sin D\cos(A-\theta)\cos\varphi_1 - p\cos D(1-e)\sin\varphi_1 \\ \alpha' - \alpha &= \pi\sin(\alpha-\theta)\sec\delta.\cos\varphi_1 \\ A' - A &= p\sin(A-\theta)\sec D\cos\varphi_1 \end{aligned}\right\} (15)$$

Es wird sich aber in der Folge zweckmäßig erweisen, alle Rectascensionen von dem Punkte A aus zu zählen und dem entsprechend wird man erhalten, indem man statt $(\alpha-\theta)$ schreibt

$$\alpha - \theta = (\alpha - A) - (\theta - A)$$

$$\left.\begin{aligned} \delta' - \delta &= \pi\sin\delta\cos(\alpha-A)\cos(\theta-A)\cos\varphi_1 + \pi\sin\delta\sin(\alpha-A) \\ &\qquad \sin(\theta-A)\cos\varphi_1 - \pi\cos\delta(1-e)\sin\varphi_1 \\ D' - D &= p\sin D\cos(\theta-A)\cos\varphi_1 - p\cos D(1-e)\sin\varphi_1 \\ \alpha' - \alpha &= \pi\sec\delta\sin(\alpha-A)\cos(\theta-A)\cos\varphi_1 - \pi\sec\delta \\ &\qquad \cos(\alpha-A)\sin(\theta-A)\cos\varphi_1 \\ A' - A &= -p\sec D\sin(\theta-A)\cos\varphi_1 \end{aligned}\right\} (16)$$

Setzt man nun diese Werthe in die Gleichungen (13) ein, so wird gefunden zunächst für dp die Relation

$$dp = \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\pi \sin\delta \cos(\alpha - A) \sin C + p \sin D \cos m \sin M - \pi \sin(\alpha - A) \cos C\} +$$
$$+ \sin(\theta - A) \cos\varphi_1 \{-\pi \sin\delta \sin(\alpha - A) \sin C + \pi \cos(\alpha - A) \cos C - p \frac{\cos\delta}{\cos D} \cos C\} +$$
$$+ (1 - e) \sin\varphi_1 \{\pi \cos\delta \sin C - p \cos D \cos m \sin M$$

und eine weitere Transformation läßt finden

$$\left.\begin{aligned} dp = {} & \cos(\theta - A) \cos\varphi_1 \{-\sin D \sin M(\pi - p\cos m)\} + \\ & + \sin(\theta - A) \cos\varphi_1 \{-\cos M(\pi - p \cos m) - p \sin m \operatorname{tg} D\} + \\ & + (1 - e) \sin\varphi_1 \{\sin M \cos D (\pi - p \cos m)\} \end{aligned}\right\} (17)$$

Nun läßt sich leicht der Nachweis liefern, daß die Werthe der Parallaxe in die zweite Potenz des Bogens m völlig Unmerkliches geben, man kann daher in der Gleichung (17) ohne Merkliches zu übergehen, cos m der Einheit gleich setzen; um aber dieser Gleichung eine elegantere Form zu geben, kann man von folgender Transformation zweckmäßig Gebrauch machen. Setzt man nämlich

$$\left.\begin{aligned} \Gamma \cos B \sin(P + A) &= (\pi - p) \cos M + p \sin m \operatorname{tg} D \\ \Gamma \cos B \cos(P + A) &= -(\pi - p) \sin M \sin D \\ \Gamma \sin B &= (\pi - p)(1 - e) \sin M \cos D \end{aligned}\right\} (18)$$

was eine unter allen Umständen gestattete Relation ist, so wird statt (17) geschrieben werden können

$$dp = \Gamma\{\sin B \sin\varphi_1 + \cos B \cos\varphi_1 \cos(\theta + P)\} \quad (19)$$

Um nun statt der Ortssternzeit θ, die Sternzeit des ersten Meridians L einzuführen, erinnere man sich, daß offenbar ist

$$\theta = L + l$$

wo l die Länge des Beobachtungsortes östlich von diesem Hauptmeridian ist, und da ich in dieser Abhandlung hiefür den Pariser Meridian gewählt, so beziehen sich, wenn nicht das Gegentheil bemerkt ist, alle Zeitangaben und Längen auf diesen Meridian; die

letzteren zähle ich östlich positiv bis 360°. Schreibt man also noch überdieß

$$L + P = Q \qquad (20)$$

so wird die Schlußform, auf welche dp hingeführt werden kann, sein

$$dp = \Gamma\{\sin B \sin \varphi_1 + \cos B \cos \varphi_1 \cos(Q + l)\} \quad (21)$$

Da man aber $\frac{dp}{m}$ in der Folge braucht oder vielmehr $\frac{dp}{\sin m}$, so wird man sofort berechnen die Coefficienten für $\frac{dp}{m \sin 1''}$; setzt man also zu diesem Ende

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Gamma}{m \sin 1''} \sin B &= A \\ \frac{\Gamma}{m \sin 1''} \cos B &= B \end{aligned}\right\} (22)$$

so wird man haben

$$\frac{dp}{m \sin 1''} = A \sin \varphi_1 + B \cos \varphi_1 \cos(Q + l) \quad (23)$$

Die Coefficienten A, B und Q werden mit der Zeit veränderlich sein, sind aber unabhängig von dem Beobachtungsorte.

Ich werde nun ganz ähnliche Transformationen mit dq vornehmen; vorerst aber die Bemerkung vorausschicken, daß man in der zweiten Gleichung in (13) sofort statt dq sec m den Werth dq schreiben darf, da in der That innerhalb der möglichen Grenzen von m diese Vernachläßigung gestattet ist. Führt man ähnliche Reductionen wie früher durch, so wird man zunächst erhalten

$$\left.\begin{aligned} dq = {} & \cos(\theta - A) \cos \varphi_1 \{\cos M \sin D (\pi \cos m - p) + \pi \sin m \cos D\} + \\ & + \sin(\theta - A) \cos \varphi_1 \{-\sin M (\pi \cos m - p)\} + \\ & + (1 - e) \sin \varphi_1 \{-\cos D \cos M (\pi \cos m - p) + \pi \sin m \sin D\}. \end{aligned}\right\} (24)$$

Übergeht man die ebenfalls unmerklichen Glieder dritter Ordnung und setzt vorerst

$$\left.\begin{aligned} (\pi - p) \cos M &= g \sin G \\ \pi\, m \sin 1'' &= g \cos G \end{aligned}\right\} (25)$$

so wird man durch Einführung der drei Hilfsgrößen γ, β und λ leicht die Formel (24) in eine ähnliche Form welche die Gleichung (19) hat, zusammenziehen können. Setzt man nämlich

$$\left.\begin{aligned} \gamma\cos\beta\sin(\lambda+A) &= (\pi-p)\sin M \\ \gamma\cos\beta\cos(\lambda+A) &= g\cos(D-G) \\ \gamma\sin\beta &= (1-e)\,g\sin(D-G) \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

wo jetzt natürlich β und λ keine Breiten und Längen, wie im Abschnitte II darstellen, so wird sich (24) umgestalten in

$$dq = \gamma\sin\beta\sin\varphi_1 + \gamma\cos\beta\cos\varphi_1\cos(\theta+\lambda) \quad (27)$$

Ersetzt man wieder die Ortssternzeit durch die Sternzeit des Hauptmeridians und durch die Länge des Beobachtungsortes, wie dieß oben ebenfalls geschehen ist und setzt überdieß

$$\left.\begin{aligned} L+\lambda &= \Lambda \\ \gamma\sin\beta &= a \\ \gamma\cos\beta &= b \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

so hat man schließlich für dq die Form

$$dq = a\sin\varphi_1 + b\cos\varphi_1\cos(\Lambda+l) \quad (29)$$

Die Coefficienten a, b und Λ sind wieder mit der Zeit veränderlich, aber haben wider die besondere Eigenschaft von den Coordinaten des Beobachtungsortes unabhängig zu sein, welcher Umstand für die folgenden Untersuchungen besondere Vortheile bietet.

Nach diesen allgemeinen Vorbereitungen kann ich nun schreiten an die verschiedenen Beobachtungsmethoden, die man mit Vortheil wird bei einem Venusdurchgange anwenden können und werde dieselben einzeln vornehmen, und die für die einzelnen Methoden besonders günstigen Punkte aufsuchen.

IV.

Heliometermessungen. Alle Orte, welche den Venusdurchgang bei verhältnißmäßig niedrigem Stande der Sonne sehen, sind sehr geeignet, Parallaxenbestimmungen zu erhalten, da sich die zu messende Größe nahezu proportional dem Sinus der Zenithdistanz des Venuscentrums darstellt. Es wird aber ganz wesentlich sein, die

Zenithdistanzen nicht allzu groß zu nehmen, damit die Sicherheit der Beobachtung durch die Unruhe der Bilder und die Genauigkeit der Reduction durch den beträchtlichen Einfluß der Refraction nicht allzusehr leidet. Es wird im Allgemeinen schwierig sein, hierbei die richtige Grenze zu finden, da locale Ursachen ganz wesentlich auf die Feststellung derselben wirken; doch wird man nicht allzu viel fehlen, wenn man die Behauptung aufstellt, daß Höhen von etwa 20 Graden die geeignetsten sind, da in diesem Falle sowohl der Einfluß der unruhigen Bilder und der Refraction schon sehr gering ist, wiewohl nur 6 Procente an der zu messenden Größe verloren sind; allerdings werden auch diese Grenzen durch die klimatischen Verhältnisse wesentlich bedingt sein und im Allgemeinen kann man bei niederen Breiten die Beobachtung in größeren Zenithdistanzen anstellen.

Um nun die Parallaxe in der Höhe zu finden, wird man am geeignetsten die relativen Coordinaten der Centren der Venus und Sonne zu bestimmen suchen und man wird sich hierbei zweier ganz wesentlich verschiedener Methoden bedienen; nämlich man mißt unmittelbar an Ort und Stelle die relative Lage der beiden Himmelskörper, oder man fertigt mit Hilfe der Photographie ein Bild der Erscheinung und spart die Messungen auf spätere Zeit auf; jede dieser Methoden hat ihre Vor- und Nachtheile und ich meine, daß man die Anwendung beider empfehlen muß; nur hat es, so weit die Erfahrung zeigt, eine gewisse Schwierigkeit bei den photographischen Aufnahmen das Bild zu orientiren, welche Orientirung aber mit großer Genauigkeit gefordert werden muß (bis auf Bruchtheile der Bogenminute), wenn man sich nicht in der Auswahl der geeigneten Orte allzusehr beschränken will; ich werde im Abschnitte V, der sich mit der photographischen Aufnahme des Venusdurchganges beschäftigen wird, auf diesen Umstand zurückkommen und im gegenwärtigen Abschnitte nur die Anwendung mikrometrischer Apparate bei der Beobachtung selbst berücksichtigen. Man erreicht durch die Anwendung der mikrometrischen Apparate zunächst den großen Vortheil gegen die ausschließliche Beobachtung der Contactmomente, daß man vorerst die Beobachtung nahezu willkürlich wiederholen kann, daß dieselben ferner unabhängig gemacht werden können von den so störenden optischen Phänomenen, die die Contactmomente der Erfahrung gemäß begleiten, und daß man schließlich in der Auswahl

der Orte einen größeren Spielraum hat; ich meine daher, daß kaum ein Zweifel bestehen kann, daß die Anwendung der mikrometrischen Apparate zur völligen Ausnützung des bevorstehenden Venusdurchganges ein unumgängliches Erforderniß ist. Für diese Anwendung mikrometrischer Apparate empfiehlt sich aber wegen der Größe der zu messenden Winkelabstände wohl am meisten das Heliometer, da überdieß eine beträchtliche Vergrößerung (etwa 200—300 mal) bei der Messung wünschenswerth erscheinen dürfte. Das Heliometer selbst kann aber in zwei wesentlich verschiedenen Beobachtungsmethoden in Anwendung gebracht werden, wovon die eine bereits in Vorschlag gebracht wurde, während die andere, so viel mir bekannt, bisher nicht hinlänglich beachtet worden ist. Die bereits vorgeschlagene Methode ist die der directen Distanzmessung, indem man einerseits die nächsten Ränder der Venus und Sonne und ebenso die entferntesten zur inneren Berührung bringt und durch die Combination der entgegenstehenden Ränder äußere Berührungen herstellt. Der Positionswinkel, in dem die Messungen vorzunehmen sind, wird versuchsweise gefunden, indem man gleichsam während der Beobachtung die Bedingung des Maximums und Minimums der Ränderabstände, sucht; es läßt sich nicht läugnen, daß dieses Verfahren sehr genaue Resultate liefern wird, doch wird dasselbe nicht ganz kurz in Folge der nothwendigen Versuche und führt nicht zur genauen Kenntniß des scheinbaren Positionswinkels, was als ein Nachtheil betrachtet werden muß, indem man sofort wieder dadurch in der Auswahl der Orte sehr beschränkt ist, indem nur solche Orte mit Vortheil in Betracht gezogen werden dürfen, bei denen die parallaktische Wirkung fast ausschließlich in der Distanz stattfindet; außerdem hat die Messung der Positionswinkel auch auf solchen Stationen, wo der letztere keinen Beitrag zur Eruirung der Parallaxe liefert, den großen Vortheil, daß dadurch neue Bedingungsgleichungen eingeführt werden, welche zur Erhöhung des Gewichtes des Schlußresultates ganz wesentlich beitragen werden. Ich möchte daher das Folgende etwas complicirtere Verfahren vorschlagen, welches zur gleichmäßig genauen Kenntniß der Distanz und des Positionswinkels führt, also die relativen Coordinaten der Centren in zwei aufeinander senkrechten Richtungen mit gleicher Genauigkeit finden läßt; allerdings erfordert diese Methode die genaue Ablesung des Positionskreises (bis auf Bruchtheile der Bogenminute) also auch einen sehr genauen Apparat und ferner die

genaue Kenntniß des Indexfehlers dieses Kreises, die übrigens bei einem Heliometer leicht genug in fast völliger Schärfe erlangt werden kann. Man bringe den Schnitt der Objectivhälften nahe in der Richtung der Verbindungslinie der beiden Centren von Venus und Sonne und lese den Positionskreis genähert ab und drehe sofort denselben um 45° und liest, nachdem er in dieser Lage festgeklemmt wird, genau an beiden Loupen den Positionskreis ab. Man könnte sich auch leicht diese geforderte Stellung im Voraus berechnen, indem man zu den berechneten Positionswinkeln, die sich weiter unten in einer ausgedehnten Tafel (Tafel I) vorfinden, 45° hinzugelegt, mit gehöriger Berücksichtigung des Indexfehlers. Jetzt misst man, um den Werth der Schraubenrevolution oder des diesen ersetzenden Scalentheiles des Glasmikrometers stets in Evidenz zu halten den Durchmesser der Sonne, und zwar nach beiden Richtungen, um einerseits sich von der Annahme über den Nullpunkt unabhängig zu machen und anderseits eine Bestimmung desselben zu erhalten; dann bringt man, ohne am Positionskreis zu rühren, das Venusbild mit dem näheren und ferneren Sonnenrande sowohl zur inneren als auch äußeren Berührung (also 4 Messungen) und liest nach Erhalt dieser Beobachtungen den Positionskreis nochmals genau ab; ist dieß geschehen, so drehe man den Positionskreis in der positiven Richtung um nahe 90° und klemmt denselben in dieser Stellung fest und liest neuerdings ab und wiederhole das eben auseinandergesetzte Messungsverfahren. Nach Abschluß dieser Messung wird abermals der Sonnenhalbmesser gemessen. Eine solche Messungsreihe in zwei, um nahe 90° verschiedenen Lagen des Positionskreises will ich eine Beobachtung nennen. Die nächste Beobachtung beginnt, indem man den Positionskreis abermals um nahe 90° im positiven Sinne dreht und festklemmt; hierbei wird man aber auf die Abänderung der Richtung der Centren, die in der Zwischenzeit eingetreten ist, gehörig Rücksicht nehmen; da aber diese Richtungsänderung im Allgemeinen klein sein wird, so wird der Meßapparat für diese zweite Beobachtung nahe um 180° gegen die Messungen der ersten Beobachtung verdreht erscheinen, was ein Vortheil ist für die Genauigkeit des Resultates. Die dritte Beobachtung wird erst begonnen, wenn das Instrument, falls es die Verhältnisse gestatten, umgelegt ist, um gewisse Fehler des Instrumentes nahezu völlig zu eliminiren und die vierte Beobachtung wird sich zur dritten zu verhalten haben, wie die

zweite zur ersten. Die Combination dieser vier Beobachtungen wird ein Resultat liefern, welches als sehr genau betrachtet werden muß und ich will die Summe dieser vier Beobachtungen als einen Satz bezeichnen. Ich meine, daß man bei günstigen Witterungsverhältnissen wohl 3—4 Sätze in einer Stunde erhalten kann, um so mehr, da ich voraussetzen muß, daß sich der Beobachter durch anhaltende Vorübungen eine solche Gewandtheit erworben hat, daß die Handgriffe und Ablesungen fast mechanisch ausgeführt werden und daß ein Gehilfe demselben beigegeben ist, der die gemachten Beobachtungen niederschreibt. Auf die genaue Reduction dieser Beobachtungen will ich vorläufig hier nicht eingehen und werde dieselben einer späteren Abhandlung einverleiben, nur möchte ich hier noch hervorheben, daß es völlig genügt, wenn die Zeitmomente der Messung durch Zuruf an den Gehilfen kenntlich gemacht werden, der dieselben durch Ablesung der Uhr zu fixiren hat, indem eine Genauigkeit dieser Notirungen auf eine halbe Sekunde völlig ausreichend ist, welche Genauigkeit wohl durch dieses Verfahren bei einiger Übung sicher erlangt werden kann; außerdem muß hervorgehoben werden, daß es als ein dringendes Bedürfniß erscheint, daß das Fernrohr durch ein Uhrwerk der täglichen Bewegung der Gestirne folgt und dieß mit möglichster Genauigkeit; ich habe jetzt einen Apparat in Ausführung, der mir einen befriedigenden Erfolg zu versprechen scheint; indem ich, einer Idee von Hipp in Neuchatel folgend, die Schwingungen einer abgestimmten Feder als Regulator benütze.

Die Beobachtungen können nun in der verschiedensten Weise reducirt werden, nur möchte es sich aber empfehlen, dieselben schließlich auf die Angabe der Distanz und des Positionswinkels zurückzuführen, wiewohl dieses Verfahren keineswegs auf die kürzeste Rechnung führt; bei den seltenen und wichtigen Erscheinungen, wie es die Venusdurchgänge sind, wird aber die etwas complicirtere Reduction kein Hinderniß sein können, sondern man wird bestrebt sein müssen die Resultate in möglichst einfache Verbindung mit den möglichen Messungsfehlern zu bringen und dazu empfiehlt sich wohl am meisten, die Messungen auf Distanzen und Positionswinkel zurückzuführen; so wird zum Beispiele, wenn auch der Indexfehler des Kreises völlig fehlerhaft angenommen würde, nur der Positionswinkel fehlerhaft erhalten werden, die Distanz wird frei von diesem Fehler sein.

Um die erlangten Messungsresultate mit der strengen Theorie vergleichen zu können, um schließlich aus dem gefundenen Unterschiede zwischen dieser und den Beobachtungen den wahrscheinlichsten Werth der Sonnenparallaxe zu ermitteln, wird es nöthig sein, eine Ephemeride zu berechnen, die vorerst die geocentrischen Distanzen der Centren der Venus und Sonne (m) und den Positionswinkel am Sonnencentrum (M) angibt. Ich habe diese berechnet nach den Gleichungen (11) des dritten Abschnittes, aber vorerst die rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Ausdrücke nach steigenden Potenzen der Zeit entwickelt und wenn t die seit der Epoche 1874 Dec. 8, 16^h mittl. Pariser Zeit verflossene Zeit in Einheiten der Stunde vorstellt, so fand sich

$$m \sin M = 272\cdot983 - 238\cdot827\,t - 0\cdot0203\,t^2$$
$$m \cos M = 783\cdot064 + 62\cdot698\,t + 0\cdot0750\,t^2$$

und die daraus folgenden Werthe in die weiter unten angesetzte Tafel I aufgenommen, und zwar für jede einzelne Zeitminute des Pariser Meridians.

Ferner sind die Coefficienten A, B, Q, a, b und Λ zu berechnen, die in den Formeln (23) und (29) des dritten Abschnittes auftreten, um auf bequeme Weise den Einfluß der Parallaxe auf die Distanz und den Positionswinkel berechnen zu können; ich habe die ersteren drei in die Tafel II aufgenommen, die letzteren in die Tafel III, welche Tafeln die bezüglichen Coefficienten für jede Zeitminute angeben.

Diese Coefficienten sind für jede achte Minute direct nach den Formeln des dritten Abschnittes mit fünfstelligen Tafeln berechnet worden, und die zwischenliegenden Werthe sind durch Interpolation gefunden; die einzelnen Werthe, die in der Tafel aufgenommen sind, stehen der Zeit nach einander so nahe, daß man stets mit einer linearen Interpolation die zwischenliegenden Werthe wird mit ausreichender Genauigkeit auffinden können.

Aus den Angaben der Tafel II berechnet sich

$$\frac{dp}{\sin m} = A \sin \varphi_1 + B \cos \varphi_1 \cos (Q + l)$$

aus Tafel III

$$dq = a \sin \varphi_1 + b \cos \varphi_1 \cos (\Lambda + l),$$

wobei zu beachten sein wird, daß l die Länge des Ortes östlich von Paris ist, und φ_1 die excentrische Polhöhe vorstellt, die nach der im dritten Abschnitte gegebenen Vorschriften leicht aus der scheinbaren erhalten wird. Beide Größen sowohl $\frac{dp}{\sin m}$ als auch dq werden in Bogensecunden erhalten. Ist einmal $\frac{dp}{\sin m}$ und dq bekannt, dann berechnet sich die parallaktische Änderung des Positionswinkels dM und die der Distanz dm leicht nach

$$dM = \frac{dp}{\sin m} - \frac{dp}{\sin m} \cdot \frac{dq}{m}$$

$$dm = dq + \frac{m}{2} (dM \sin 1'')^2 .$$

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	*m*		*M*	
13h 52m	1016·509		50°19'31"	
53	1014·123	—2·386	50 8 9	—11'22"
54	1011·748	—2·375	49 56 45	—11 24
55	1009·384	—2·364	49 45 18	—11 27
56	1007·031	—2·353	49 33 47	—11 31
57	1004·689	—2·342	49 22 13	—11 34
58	1002·359	—2·330	49 10 36	—11 37
59	1000·040	—2·319	48 58 56	—11 40
14 0	997·732	—2·308	48 47 12	—11 44
1	995·436	—2·296	48 35 25	—11 47
2	993·152	—2·284	48 23 35	—11 50
3	990·880	—2·272	48 11 42	—11 53
4	988·619	—2·261	47 59 45	—11 57
5	986·370	—2·249	47 47 45	—12 0
6	984·134	—2·236	47 35 42	—12 3
7	981·909	—2·225	47 23 36	—12 6
8	979·697	—2·212	47 11 26	—12 10
9	977·497	—2·200	46 59 13	—12 13
10	975·309	—2·188	46 46 56	—12 17
11	973·134	—2·175	46 34 36	—12 20
12	970·972	—2·162	46 22 13	—12 23
13	968·823	—2·149	46 9 47	—12 26
14	966·686	—2·137	45 57 17	—12 30
15	964·562	—2·124	45 44 44	—12 33
16	962·451	—2·111	45 32 8	—12 36
17	960·353	—2·098	45 19 29	—12 39
18	958·267	—2·086	45 6 46	—12 43
19	956·195	—2·072	44 54 0	—12 46
20	954·136	—2·059	44 41 10	—12 50
21	952·090	—2·046	44 28 18	—12 52
22	950·058	—2·032	44 15 22	—12 56
23	948·039	—2·019	44 2 23	—12 59
24	946·033	—2·006	43 49 20	—13 3
25	944·041	—1·992	43 36 14	—13 6
26	942·063	—1·978	43 23 5	—13 9
27	940·099	—1·964	43 9 52	—13 13
28	938·149	—1·950	42 56 36	—13 16
29	936·213	—1·936	42 43 17	—13 19
30	934·291	—1·922	42 29 54	—13 23
31	932·383	—1·908	42 16 28	—13 26
32	930·489	—1·894	42 2 59	—13 29

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	m		M	
14h 32m	930·489	−1·879	42° 2' 59"	−13' 32"
33	928·610	−1·865	41 49 27	−13 36
34	926·745	−1·851	41 35 51	−13 39
35	924·894	−1·836	41 22 12	−13 42
36	923·058	−1·821	41 8 30	−13 45
37	921·237	−1·807	40 54 45	−13 49
38	919·430	−1·792	40 40 56	−13 52
39	917·638	−1·777	40 27 4	−13 55
40	915·861	−1·762	40 13 9	−13 58
41	914·099	−1·746	39 59 11	−14 2
42	912·353	−1·732	39 45 9	−14 5
43	910·621	−1·716	39 31 4	−14 8
44	908·905	−1·700	39 16 56	−14 11
45	907·205	−1·685	39 2 45	−14 15
46	905·520	−1·670	38 48 30	−14 17
47	903·850	−1·654	38 34 13	−14 21
48	902·196	−1·638	38 19 52	−14 24
49	900·558	−1·623	38 5 28	−14 27
50	898·935	−1·607	37 51 1	−14 30
51	897·328	−1·590	37 36 31	−14 33
52	895·738	−1·574	37 21 58	−14 36
53	894·164	−1·558	37 7 22	−14 40
54	892·606	−1·542	36 52 42	−14 43
55	891·064	−1·526	36 37 59	−14 45
56	889·538	−1·509	36 23 14	−14 49
57	888·029	−1·493	36 8 25	−14 51
58	886·536	−1·476	35 53 34	−14 55
14 59	885·060	−1·460	35 38 39	−14 57
15 0	883·600	−1·443	35 23 42	−15 1
1	882·157	−1·426	35 8 41	−15 3
2	880·731	−1·410	34 53 38	−15 6
3	879·321	−1·392	34 38 32	−15 9
4	877·929	−1·375	34 23 23	−15 12
5	876·554	−1·357	34 8 11	−15 15
6	875·197	−1·341	33 52 56	−15 18
7	873·856	−1·324	33 37 38	−15 20
8	872·532	−1·306	33 22 18	−15 24
9	871·226	−1·288	33 6 54	−15 26
10	869·938	−1·271	32 51 28	−15 29
11	868·667	−1·253	32 35 59	−15 31
12	867·414		32 20 28	

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	m		M	
15h 12m	867″414		32°20′28″	
13	866·178	—1″236	32 4 54	—15′34″
14	864·960	—1·218	31 49 17	—15 37
15	863·760	—1·200	31 33 38	—15 39
16	862·578	—1·182	31 17 56	—15 42
17	861·414	—1·164	31 2 12	—15 44
18	860·268	—1·146	30 46 25	—15 47
19	859·140	—1·128	30 30 35	—15 50
20	858·030	—1·110	30 14 43	—15 52
21	856·938	—1·092	29 58 48	—15 55
22	855·865	—1·073	29 42 51	—15 57
23	854·810	—1·055	29 26 52	—15 59
24	853·774	—1·036	29 10 50	—16 2
25	852·757	—1·017	28 54 46	—16 4
26	851·758	—0·999	28 38 40	—16 6
27	850·778	—0·980	28 22 32	—16 8
28	849·816	—0·962	28 6 21	—16 11
29	848·874	—0·942	27 50 8	—16 13
30	847·950	—0·924	27 33 53	—16 15
31	847·045	—0·905	27 17 36	—16 17
32	846·159	—0·886	27 1 17	—16 19
33	845·292	—0·867	26 44 56	—16 21
34	844·445	—0·847	26 28 33	—16 23
35	843·616	—0·829	26 12 8	—16 25
36	842·807	—0·809	25 55 41	—16 27
37	842·017	—0·790	25 39 12	—16 29
38	841·247	—0·770	25 22 42	—16 30
39	840·496	—0·751	25 6 9	—16 33
40	839·764	—0·732	24 49 35	—16 34
41	839·052	—0·712	24 32 59	—16 36
42	838·359	—0·693	23 16 21	—16 38
43	837·686	—0·673	23 59 42	—16 39
44	837·032	—0 654	23 43 1	—16 41
45	836·398	—0·634	23 26 18	—16 43
46	835·784	—0·614	23 9 34	—16 44
47	835·190	—0·594	22 52 49	—16 45
48	834·616	—0·574	22 36 2	—16 47
49	834·062	—0·554	22 19 14	—16 48
50	833·527	—0·535	22 2 24	—16 50
51	833·012	—0·515	21 45 34	—16 50
52	832·517	—0·495	21 28 42	—16 52

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	m		M	
15ʰ 52ᵐ	832″517	—0″475	21°28′42″	—16′53″
53	832·042	—0·455	21 11 49	—16 54
54	831·587	—0·435	20 54 55	—16 55
55	831·152	—0·414	20 38 0	—16 57
56	830·738	—0·394	20 21 3	—16 58
57	830·344	—0·374	20 4 5	—16 58
58	829·970	—0·354	19 47 7	—16 59
15 59	829·616	—0·334	19 30 8	—17 0
16 0	829·282	—0·314	19 13 8	—17 1
1	828·968	—0·293	18 56 7	—17 1
2	828·675	—0·273	18 39 6	—17 2
3	828·402	—0·252	18 22 4	—17 3
4	828·150	—0·232	18 5 1	—17 3
5	827·918	—0·212	17 47 58	—17 4
6	827·706	—0·191	17 30 54	—17 5
7	827·515	—0·171	17 13 49	—17 5
8	827·344	—0·151	16 56 44	—17 5
9	827·193	—0·130	16 39 39	—17 6
10	827·063	—0·110	16 22 33	—17 6
11	826·953	—0·089	16 5 27	—17 7
12	826·864	—0·069	15 48 20	—17 6
13	826·795	—0·049	15 31 14	—17 7
14	826·746	—0·028	15 14 7	—17 6
15	826·718	—0·008	14 57 1	—17 7
16	826·710	+0·012	14 39 54	—17 7
17	826·722	+0·033	14 22 47	—17 6
18	826·755	+0·054	14 5 41	—17 7
19	826·809	+0·075	13 48 34	—17 6
20	826·884	+0·094	13 31 28	—17 7
21	826·978	+0·115	13 14 21	—17 6
22	827·093	+0·135	12 57 15	—17 6
23	827·228	+0·156	12 40 9	—17 5
24	827·384	+0·176	12 23 4	—17 5
25	827·560	+0·197	12 5 59	—17 5
26	827·757	+0·217	11 48 54	—17 4
27	827·974	+0·237	11 31 50	—17 3
28	828·211	+0·257	11 14 47	—17 3
29	828·468	+0·278	10 57 44	—17 2
30	828·746	+0·298	10 40 42	—17 1
31	829·044	+0·319	10 23 41	—17 1
32	829·363		10 6 40	

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	*m*		*M*	
16h 32m	829·363	+0·339	10° 6' 40"	−16' 59"
33	829·702	+0·359	9 49 41	−16 59
34	830·061	+0·379	9 32 42	−16 58
35	830·440	+0·399	9 15 44	−16 57
36	830·839	+0·419	8 58 47	−16 56
37	831·258	+0·439	8 41 51	−16 55
38	831·697	+0·459	8 24 56	−16 54
39	832·156	+0·480	8 8 2	−16 53
40	832·636	+0·499	7 51 9	−16 52
41	833·135	+0·520	7 34 17	−16 50
42	833·655	+0·540	7 17 27	−16 49
43	834·195	+0·559	7 10 38	−16 48
44	834·754	+0·579	6 43 50	−16 46
45	835·333	+0·599	6 27 4	−16 45
46	835·932	+0·619	6 10 19	−16 44
47	836·551	+0·639	5 53 35	−16 42
48	837·190	+0·659	5 36 53	−16 40
49	837·849	+0·678	5 20 13	−16 39
50	838·527	+0·698	5 3 34	−16 37
51	839·225	+0·717	4 46 57	−16 36
52	839·942	+0·737	4 30 21	−16 34
53	840·679	+0·756	4 13 47	−16 32
54	841·435	+0·775	3 57 15	−16 30
55	842·210	+0·795	3 40 45	−16 29
56	843·005	+0·814	3 24 16	−16 26
57	843·819	+0·833	3 7 50	−16 25
58	844·652	+0·852	2 51 25	−16 23
16 59	845·504	+0·872	2 35 2	−16 21
17 0	846·376	+0·890	2 18 41	−16 19
1	847·266	+0·910	2 2 22	−16 16
2	848·176	+0·929	1 46 6	−16 15
3	849·105	+0·947	1 29 51	−16 12
4	850·052	+0·966	1 13 39	−16 10
5	851·018	+0·985	0 57 29	−16 8
6	852·003	+1·003	0 41 21	−16 6
7	853·006	+1·022	0 25 15	−16 3
8	854·028	+1·041	+0 9 12	−16 1
9	855·069	+1·059	−0 6 49	−15 59
10	856·128	+1·077	−0 22 48	−15 56
11	857·205	+1·096	−0 38 44	−15 54
12	858·301		−0 54 38	

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	m		M	
17h 12m	858"301	+1"114	— 0°54'38"	—15'51"
13	859·415	+1·133	— 1 10 29	—15 49
14	860·548	+1·150	— 1 26 18	—15 46
15	861·698	+1·169	— 1 42 4	—15 44
16	862·867		— 1 57 48	
17	864·053	+1·186	— 2 13 29	—15 41
18	865·258	+1·205	— 2 29 8	—15 39
19	866·481	+1·223	— 2 44 44	—15 36
20	867·721	+1·240	— 3 0 18	—15 34
21	868·979	+1·258	— 3 15 49	—15 31
22	870·254	+1·275	— 3 31 17	—15 28
23	871·547	+1·293	— 3 46 42	—15 25
24	872·858	+1·311	— 4 2 5	—15 23
25	874·185	+1·327	— 4 17 25	—15 20
26	875·530	+1·345	— 4 32 42	—15 17
27	876·892	+1·362	— 4 47 56	—15 14
28	878·272	+1·380	— 5 3 7	—15 11
29	879·669	+1·397	— 5 18 15	—15 8
30	881·082	+1·413	— 5 33 21	—15 6
31	882·512	+1·430	— 5 48 24	—15 3
32	883·959	+1·447	— 6 3 24	—15 0
33	885·423	+1·464	— 6 18 21	—14 57
34	886·903	+1·480	— 6 33 15	—14 54
35	888·400	+1·497	— 6 48 5	—14 50
36	889·913	+1·513	— 7 2 53	—14 48
37	891·443	+1·530	— 7 17 38	—14 45
38	892·989	+1·546	— 7 32 20	—14 42
39	894·551	+1·562	— 7 46 59	—14 39
40	896·130	+1·579	— 8 1 34	—14 35
41	897·725	+1·595	— 8 16 6	—14 32
42	899·335	+1·610	— 8 30 36	—14 30
43	900·961	+1·626	— 8 45 2	—14 26
44	902·603	+1·642	— 8 59 25	—14 23
45	904·261	+1·658	— 9 13 45	—14 20
46	905·934	+1·673	— 9 28 1	—14 16
47	907·623	+1·689	— 9 42 15	—14 14
48	909·328	+1·705	— 9 56 25	—14 10
49	911·048	+1·720	—10 10 32	—14 7
50	912·783	+1·735	—10 24 36	—14 4
51	914·533	+1·750	—10 38 37	—14 1
52	916·299	+1·766	—10 52 35	—13 58

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	*m*		*M*	
17ʰ 52ᵐ	916·299	+1·780	−10°52′35″	−13′55″
53	918·079	+1·795	−11 6 30	−13 51
54	919·874	+1·810	−11 20 21	−13 48
55	921·684	+1·825	−11 34 9	−13 44
56	923·509	+1·839	−11 47 53	−13 42
57	925·348	+1·854	−12 1 35	−13 38
58	927·202	+1·869	−12 15 13	−13 35
17 59	929·071	+1·883	−12 28 48	−13 31
18 0	930·954	+1·898	−12 42 19	−13 29
1	932·852	+1·912	−12 55 48	−13 25
2	934·764	+1·926	−13 9 13	−13 22
3	936·690	+1·940	−13 22 35	−13 18
4	938·630	+1·954	−13 35 53	−13 15
5	940·584	+1·968	−13 49 8	−13 12
6	942·552	+1·981	−14 2 20	−13 9
7	944·533	+1·995	−14 15 29	−13 5
8	946·528	+2·009	−14 28 34	−13 2
9	948·537	+2·022	−14 41 36	−12 59
10	950·559	+2·036	−14 54 35	−12 55
11	952·595	+2·049	−15 7 30	−12 52
12	954·644	+2·062	−15 20 22	−12 49
13	956·706	+2·076	−15 33 11	−12 45
14	958·782	+2·089	−15 45 56	−12 42
15	960·871	+2·102	−15 58 38	−12 38
16	962·973	+2·115	−16 11 16	−12 36
17	965·088	+2·128	−16 23 52	−12 32
18	967·216	+2·140	−16 36 24	−12 29
19	969·356	+2·153	−16 48 53	−12 25
20	971·509	+2·166	−17 1 18	−12 22
21	973·675	+2·178	−17 13 40	−12 19
22	975·853	+2·190	−17 25 59	−12 15
23	978·043	+2·203	−17 38 14	−12 12
24	980·246	+2·215	−17 50 26	−12 9
25	982·461	+2·227	−18 2 35	−12 6
26	984·688	+2·239	−18 14 41	−12 3
27	986·927	+2·252	−18 26 44	−11 59
28	989·179	+2·263	−18 38 43	−11 56
29	991·442	+2·275	−18 50 39	−11 53
30	993·717	+2·287	−19 2 32	−11 49
31	996·004	+2·299	−19 14 21	−11 46
32	998·303		−19 26 7	

Tafel I.

Mittl. Pariser Zeit	*m*		*M*	
18h 32m	998″303		−19°26′ 7″	
33	1000·613	+2″310	−19 37 50	−11′43″
34	1002·935	+2·322	−19 49 30	−11 40
35	1005·268	+2·333	−20 1 6	−11 36
36	1007·613	+2·345	−20 12 39	−11 33
37	1009·969	+2·356	−20 24 9	−11 30
38	1012·336	+2·367	−20 35 35	−11 26
39	1014·714	+2·378	−20 46 59	−11 24
40	1017·103	+2·389	−20 58 19	−11 20

Tafel II.

M. Paris. Zt.	*A*		log *B*		*Q*	
13h 52m	+3513·7		3·54384		274°49′48″	
53	+3512·3	−1·4	3·54607	+223	275 13 39	+23′51″
54	+3510·8	−1·5	3·54829	+222	275 37 30	+23 51
55	+3509·1	−1·7	3·55052	+223	276 1 20	+23 50
56	+3507·3	−1·8	3·55274	+222	276 25 9	+23 49
57	+3505·4	−1·9	3·55496	+222	276 48 58	+23 49
58	+3503·3	−2·1	3·55718	+222	277 12 46	+23 48
13 59	+3501·1	−2·2	3·55939	+221	277 36 34	+23 48
14 0	+3498·7	−2·4	3·56160	+221	278 0 21	+23 47
1	+3496·2	−2·5	3·56381	+221	278 24 8	+23 47
2	+3493·6	−2·6	3·56601	+220	278 47 55	+23 47
3	+3490·8	−2·8	3·56821	+220	279 11 41	+23 46
4	+3487·9	−2·9	3·57041	+220	279 35 26	+23 45
5	+3484·9	−3·0	3·57260	+219	279 59 11	+23 45
6	+3481·7	−3·2	3·57479	+219	280 22 55	+23 44
7	+3478·3	−3·4	3·57698	+219	280 46 38	+23 43
8	+3474·8	−3·5	3·57916	+218	281 10 21	+23 43
9	+3471·1	−3·7	3·58134	+218	281 34 3	+23 42
10	+3467·3	−3·8	3·58351	+217	281 57 45	+23 42
11	+3463·3	−4·0	3·58568	+217	282 21 26	+23 41
12	+3459·2	−4·1	3·58785	+217	282 45 7	+23 41
13	+3454·9	−4·3	3·59001	+216	283 8 47	+23 40
14	+3450·4	−4·5	3·59217	+216	283 32 26	+23 39
15	+3445·8	−4·6	3·59432	+215	283 56 5	+23 39
16	+3441·0	−4·8	3·59647	+215	284 19 43	+23 38

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		log B		Q	
14ʰ 16ᵐ	+3441·0		3·59647		284°19'43"	
17	+3436·0	— 5·0	3·59861	+214	284 43 21	+23'38"
18	+3430·8	— 5·2	3·60075	+214	285 6 58	+23 37
19	+3425·5	— 5·3	3·60288	+213	285 30 35	+23 37
20	+3420·0	— 5·5	3·60501	+213	285 54 12	+23 37
21	+3414·3	— 5·7	3·60713	+212	286 17 48	+23 36
22	+3408·5	— 5·8	3·60925	+212	286 41 23	+23 35
23	+3402·5	— 6·0	3·61136	+211	287 4 58	+23 35
24	+3396·3	— 6·2	3·61347	+211	287 28 32	+23 34
25	+3389·9	— 6·4	3·61557	+210	287 52 5	+23 33
26	+3383·4	— 6·5	3·61766	+209	288 15 38	+23 33
27	+3376·6	— 6·8	3·61975	+209	288 39 10	+23 32
28	+3369·7	— 6·9	3·62183	+208	289 2 41	+23 31
29	+3362·6	— 7·1	3·62390	+207	289 26 11	+23 30
30	+3355·3	— 7·3	3·62597	+207	289 49 41	+23 30
31	+3347·8	— 7·5	3·62803	+206	290 13 10	+23 29
32	+3340·2	— 7·6	3·63008	+205	290 36 39	+23 29
33	+3332·3	— 7·9	3·63213	+205	291 0 7	+23 28
34	+3324·2	— 8·1	3·63417	+204	291 23 34	+23 27
35	+3315·9	— 8·3	3·63620	+203	291 47 1	+23 27
36	+3307·5	— 8·4	3·63822	+202	292 10 27	+23 26
37	+3298·9	— 8·6	3·64023	+201	292 33 52	+23 25
38	+3290·0	— 8·9	3·64224	+201	292 57 17	+23 25
39	+3280·9	— 9·1	3·64423	+199	293 20 41	+23 24
40	+3271·6	— 9·3	3·64622	+199	293 44 4	+23 23
41	+3262·1	— 9·5	3·64820	+198	294 7 26	+23 22
42	+3252·4	— 9·7	3·65017	+197	294 30 47	+23 21
43	+3242·5	— 9·9	3·65213	+196	294 54 8	+23 21
44	+3232·4	—10·1	3·65408	+195	295 17 28	+23 20
45	+3222·1	—10·3	3·65602	+194	295 40 47	+23 19
46	+3211·6	—10·5	3·65795	+193	296 4 6	+23 19
47	+3200·9	—10·7	3·65987	+192	296 27 24	+23 18
48	+3189·9	—11·0	3·66179	+192	296 50 41	+23 17
49	+3178·8	—11·1	3·66369	+190	297 13 57	+23 16
50	+3167·4	—11·4	3·66559	+190	297 37 13	+23 16
51	+3155·8	—11·6	3·66748	+189	298 0 28	+23 15
52	+3144·0	—11·8	3·66935	+187	298 23 42	+23 14
53	+3132·0	—12·0	3·67121	+186	298 46 55	+23 13
54	+3119·8	—12·2	3·67306	+185	299 10 8	+23 13
55	+3107·4	—12·4	3·67490	+184	299 33 20	+23 12
56	+3094·7	—12·7	3·67673	+183	299 56 31	+23 11

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		log B		Q	
14h 56m	+3094·7	—12 9	3·67673	+182	299°56'31"	+23'10"
57	+3081·8	—13·1	3·67855	+180	300 19 41	+23 10
58	+3068·7	—13·3	3·68035	+180	300 42 51	+23 9
14 59	+3055·4	—13·6	3·68215	+178	301 6 0	+23 8
15 0	+3041·8	—13·8	3·68393	+177	301 29 8	+23 7
1	+3028·0	—14·0	3·68570	+175	301 52 15	+23 7
2	+3014·0	—14·2	3·68745	+175	302 15 22	+23 5
3	+2999·8	—14·5	3·68920	+173	302 38 27	+23 5
4	+2985·3	—14·7	3·69093	+172	303 1 32	+23 4
5	+2970·6	—14·9	3·69265	+171	303 24 36	+23 3
6	+2955·7	—15·1	3·69436	+169	303 47 39	+23 2
7	+2940·6	—15·3	3·69605	+168	304 10 41	+23 2
8	+2925·3	—15·6	3·69773	+167	304 33 43	+23 1
9	+2909·7	—15·8	3·69940	+165	304 56 44	+23 0
10	+2893·9	—16·0	3·70105	+164	305 19 44	+22 59
11	+2877·9	—16·2	3·70269	+163	305 42 43	+22 58
12	+2861·7	—16·4	3·70432	+161	306 5 41	+22 57
13	+2845·3	—16·7	3·70593	+160	306 28 38	+22 57
14	+2828·6	—16·9	3·70753	+159	306 51 35	+22 56
15	+2811·7	—17·1	3·70912	+157	307 14 31	+22 55
16	+2794·6	—17·3	3·71069	+156	307 37 26	+22 54
17	+2777·3	—17·6	3·71225	+154	308 0 20	+22 54
18	+2759·7	—17·7	3·71379	+153	308 23 14	+22 52
19	+2742·0	—18·0	3·71532	+151	308 46 6	+22 52
20	+2724·0	—18·2	3·71683	+150	309 8 58	+22 51
21	+2705·8	—18·4	3·71833	+148	309 31 49	+22 50
22	+2687·4	—18·6	3·71981	+147	309 54 39	+22 49
23	+2668·8	—18·9	3·72128	+145	310 17 28	+22 49
24	+2649·9	—19·0	3·72273	+144	310 40 17	+22 47
25	+2630·9	—19·3	3·72417	+142	311 3 4	+22 47
26	+2611·6	—19·5	3·72559	+140	311 25 51	+22 46
27	+2592·1	—19·7	3·72699	+139	311 48 37	+22 45
28	+2572·4	—19·9	3·72838	+137	312 11 22	+22 44
29	+2552·5	—20·2	3·72975	+135	312 34 6	+22 43
30	+2532·3	—20·4	3·73110	+133	312 56 49	+22 42
31	+2511·9	—20·5	3·73243	+132	313 19 31	+22 42
32	+2491·4	—20·8	3·73375	+130	313 42 13	+22 40
33	+2470·6	—20·9	3·73505	+128	314 4 53	+22 40
34	+2449·7	—21·2	3·73633	+127	314 27 33	+22 39
35	+2428·5	—21·3	3·73760	+125	314 50 12	+22 38
36	+2407·2		3·73885		315 12 50	

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		log B		Q	
15ʰ36ᵐ	+2407·2	—21·6	3·73885	+123	315°12'50"	+22'38"
37	+2385·6	—21·7	3·74008	+122	315 35 27	+22 37
38	+2363·9	—21·9	3·74130	+120	315 58 3	+22 36
39	+2342·0	—22·1	3·74250	+118	316 20 38	+22 35
40	+2319·9		3·74368		316 43 12	
41	+2297·6	—22·3	3·74484	+116	317 5 45	+22 34
42	+2275·2	—22·4	3·74599	+115	317 28 18	+22 33
43	+2252·5	—22·7	3·74712	+113	317 50 49	+22 31
44	+2229·7	—22·8	3·74823	+111	318 13 20	+22 31
45	+2206·7	—23·0	3·74932	+109	318 35 50	+22 30
46	+2183·5	—23·2	3·75039	+107	318 58 19	+22 29
47	+2160·1	—23·4	3·75144	+105	319 20 47	+22 28
48	+2136·6	—23·5	3·75248	+104	319 43 14	+22 27
49	+2112·9	—23·7	3·75350	+102	320 5 40	+22 26
50	+2089·0	—23·9	3·75449	+ 99	320 28 6	+22 26
51	+2065·0	—24·0	3·75547	+ 98	320 50 30	+22 24
52	+2040·8	—24·2	3·75643	+ 96	321 12 54	+22 24
53	+2016·4	—24·4	3·75737	+ 94	321 35 16	+22 22
54	+1991·9	—24·5	3·75829	+ 92	321 57 38	+22 22
55	+1967·3	—24·6	3·75919	+ 90	322 19 58	+22 20
56	+1942·5	—24·8	3·76007	+ 88	322 42 18	+22 20
57	+1917·6	—24·9	3·76093	+ 86	323 4 37	+22 19
58	+1892·5	—25·1	3·76177	+ 84	323 26 55	+22 18
15 59	+1867·3	—25·2	3·76260	+ 83	323 49 12	+22 17
16 0	+1841·9	—25·4	3·76341	+ 81	324 11 28	+22 16
1	+1816·4	—25·5	3·76420	+ 79	324 33 43	+22 15
2	+1790·8	—25·6	3·76496	+ 76	324 55 58	+22 15
3	+1765·1	—25·7	3·76570	+ 74	325 18 11	+22 13
4	+1739·2	—25·9	3·76643	+ 73	325 40 24	+22 13
5	+1713·2	—26·0	3·76713	+ 70	326 2 36	+22 12
6	+1687·1	—26·1	3·76782	+ 69	326 24 47	+22 11
7	+1660·9	—26·2	3·76849	+ 67	326 46 57	+22 10
8	+1634·6	—26·3	3·76914	+ 65	327 9 6	+22 9
9	+1608·2	—26·4	3·76977	+ 63	327 31 14	+22 8
10	+1581·7	—26·5	3·77037	+ 60	327 53 21	+22 7
11	+1555·1	—26·6	3·77095	+ 58	328 15 27	+22 6
12	+1528·5	—26·6	3·77152	+ 57	328 37 32	+22 5
13	+1501·7	—26·8	3·77206	+ 54	328 59 36	+22 4
14	+1474·9	—26·8	3·77259	+ 53	329 21 40	+22 4
15	+1448·0	—26·9	3·77309	+ 50	329 43 42	+22 2
16	+1421·0	—27·0	3·77358	+ 49	330 5 44	+22 2

Tafel II.

M. Paris. Zt.	*A*		log *B*		*Q*	
16h 16m	+1421·0	−27·1	3·77358	+46	330° 5' 44"	+22' 0"
17	+1393·9	−27·1	3·77404	+45	330 27 44	+22 0
18	+1366·8	−27·2	3·77449	+42	330 49 44	+21 59
19	+1339·6	−27·3	3·77491	+41	331 11 43	+21 58
20	+1312·8		3·77532		331 33 41	
21	+1285·0	−27·3	3·77570	+38	331 55 38	+21 57
22	+1257·6	−27·4	3·77606	+36	332 17 34	+21 56
23	+1230·2	−27·4	3·77640	+34	332 39 29	+21 55
24	+1202·8	−27·4	3·77673	+33	333 1 23	+21 54
25	+1175·3	−27·5	3·77703	+30	333 23 16	+21 53
26	+1147·8	−27·5	3·77732	+29	333 45 8	+21 52
27	+1120·3	−27·5	3·77758	+26	334 6 59	+21 51
28	+1092·7	−27·6	3·77783	+25	334 28 50	+21 51
29	+1065·1	−27·6	3·77805	+22	334 50 39	+21 49
30	+1037·5	−27·6	3·77826	+21	335 12 28	+21 49
31	+1009·9	−27·6	3·77844	+18	335 34 16	+21 48
32	+ 982·2	−27·7	3·77860	+16	335 56 3	+21 47
33	+ 954·5	−27·7	3·77874	+14	336 17 48	+21 46
34	+ 926·9	−27·6	3·77886	+12	336 39 33	+21 45
35	+ 899·3	−27·6	3·77896	+10	337 1 17	+21 44
36	+ 871·7	−27·6	3·77904	+ 8	337 23 0	+21 43
37	+ 844·1	−27·6	3·77910	+ 6	337 44 42	+21 42
38	+ 816·5	−27·6	3·77914	+ 4	338 6 23	+21 41
39	+ 788·9	−27·6	3·77916	+ 2	338 28 3	+21 40
40	+ 761·4	−27·5	3·77917	+ 1	338 49 43	+21 40
41	+ 733·9	−27·5	3·77915	− 2	339 11 21	+21 38
42	+ 706·4	−27·5	3·77912	− 3	339 32 59	+21 38
43	+ 678·9	−27·5	3·77906	− 6	339 54 35	+21 36
44	+ 651·5	−27·4	3·77899	− 7	340 16 11	+21 36
45	+ 624·1	−27·4	3·77890	− 9	340 37 45	+21 34
46	+ 596·8	−27·3	3·77879	−11	340 59 19	+21 34
47	+ 569·5	−27·3	3·77866	−13	341 20 52	+21 33
48	+ 542·3	−27·2	3·77851	−15	341 42 24	+21 32
49	+ 515·1	−27·2	3·77834	−17	342 3 55	+21 31
50	+ 488·0	−27·1	3·77815	−19	342 25 25	+21 30
51	+ 461·0	−27·0	3·77794	−21	342 46 54	+21 29
52	+ 434·0	−27·0	3·77772	−22	343 8 22	+21 28
53	+ 407·1	−26·9	3·77747	−25	343 29 49	+21 27
54	+ 380·3	−26·8	3·77721	−26	343 51 16	+21 27
55	+ 353·6	−26·7	3·77692	−29	344 12 41	+21 25
56	+ 326·9	−26·7	3·77662	−30	344 34 6	+21 25

Tafel II.

M. Paris. Zt.	A		$\log B$		Q	
16h 56m	+326·9	−26·6	3·77662	−32	344° 34′ 6″	+21′ 24″
57	+300·3	−26·5	3·77630	−34	344 55 30	+21 23
58	+273·8	−26·4	3·77596	−36	345 16 53	+21 22
59	+247·4	−26·3	3·77560	−37	345 38 15	+21 21
17 0	+221·1		3·77523		345 59 36	
1	+194·9	−26·2	3·77483	−40	346 20 56	+21 20
2	+168·8	−26·1	3·77442	−41	346 42 16	+21 20
3	+142·8	−26·0	3·77399	−43	347 3 34	+21 18
4	+116·9	−25·9	3·77355	−44	347 24 52	+21 18
5	+ 91·1	−25·8	3·77309	−46	347 46 8	+21 16
6	+ 65·5	−25·6	3·77261	−48	348 7 24	+21 16
7	+ 39·9	−25·6	3·77212	−49	348 28 38	+21 14
8	+ 14·5	−25·4	3·77161	−51	348 49 52	+21 14
9	— 10·8	−25·3	3·77108	−53	349 11 4	+21 12
10	— 36·0	−25·2	3·77054	−54	349 32 16	+21 12
11	— 61·0	−25·0	3·76998	−56	349 53 27	+21 11
12	— 85·9	−24·9	3·76941	−57	350 14 37	+21 10
13	−110·7	−24·8	3·76881	−60	350 35 46	+21 9
14	−135·3	−24·6	3·76820	−61	350 56 54	+21 8
15	−159·8	−24·5	3·76757	−63	351 18 1	+21 7
16	−184·2	−24·4	3·76693	−64	351 39 7	+21 6
17	−208·4	−24·2	3·76627	−66	352 0 12	+21 5
18	−232·5	−24·1	3·76560	−67	352 21 17	+21 5
19	−256·5	−24·0	3·76491	−69	352 42 20	+21 3
20	−280·3	−23·8	3·76420	−71	353 3 23	+21 3
21	−304·0	−23·7	3·76348	−72	353 24 25	+21 2
22	−327·5	−23·5	3·76274	−74	353 45 26	+21 1
23	−350·8	−23·3	3·76199	−75	354 6 26	+21 0
24	−374·0	−23·2	3·76123	−76	354 27 25	+20 59
25	−397·0	−23·0	3·76045	−78	354 48 23	+20 58
26	−419·9	−22·9	3·75965	−80	355 9 21	+20 58
27	−442·6	−22·7	3·75884	−81	355 30 18	+20 57
28	−465·2	−22·6	3·75802	−82	355 51 14	+20 56
29	−487·6	−22·4	3·75718	−84	356 12 9	+20 55
30	−509·8	−22·2	3·75633	−85	356 33 3	+20 54
31	−531·9	−22·1	3·75547	−86	356 53 56	+20 53
32	−553·8	−21·9	3·75459	−88	357 14 48	+20 52
33	−575·5	−21·7	3·75370	−89	357 35 39	+20 51
34	−597·1	−21·6	3·75279	−91	357 56 30	+20 51
35	−618·5	−21·4	3·75187	−92	358 17 19	+20 49
36	−639·7	−21·2	3·75094	−93	358 38 8	+20 49

Tafel III.

M. Paris. Zt.	A		log B		Q	
17h 36m	— 639·7		3·75094		358°38′ 8″	
37	— 660·7	—21·0	3·75000	— 94	358 58 56	+20′48″
38	— 681·6	—20·9	3·74904	— 96	359 19 43	+20 47
39	— 702·3	—20·7	3·74807	— 97	359 40 29	+20 46
40	— 722·9	—20·6	3·74708	— 99	0 1 14	+20 45
41	— 743·3	—20·4	3·74609	— 99	0 21 58	+20 44
42	— 763·5	—20·2	3·74508	—101	0 42 42	+20 44
43	— 783·5	—20·0	3·74406	—102	1 3 25	+20 43
44	— 803·3	—19·8	3·74302	—104	1 24 7	+20 42
45	— 822·9	—19·6	3·74197	—105	1 44 48	+20 41
46	— 842·4	—19·5	3·74092	—105	2 5 28	+20 40
47	— 861·7	—19·3	3·73986	—106	2 26 7	+20 39
48	— 880·8	—19·1	3·73878	—108	2 46 45	+20 38
49	— 899·7	—18·9	3·73769	—109	3 7 22	+20 37
50	— 918·5	—18·8	3·73659	—110	3 27 59	+20 37
51	— 937·0	—18·5	3·73548	—111	3 48 34	+20 35
52	— 955·4	—18·4	3·73436	—112	4 9 9	+20 35
53	— 973·6	—18·2	3·73323	—113	4 29 43	+20 34
54	— 991·7	—18·1	3·73209	—114	4 50 17	+20 34
55	—1009·5	—17·8	3·73094	—115	5 10 49	+20 32
56	—1027·2	—17·7	3·72977	—117	5 31 21	+20 32
57	—1044·7	—17·5	3·72859	—118	5 51 51	+20 30
58	—1062·0	17·3	3·72741	—118	6 12 21	+20 30
17 59	—1079·1	—17·1	3·72622	—119	6 32 50	+20 29
18 0	—1096·1	—17·0	3·72502	—120	6 53 19	+20 29
1	—1112·9	—16·8	3·72381	—121	7 13 46	+20 27
2	—1129·5	—16·6	3·72259	—122	7 34 13	+20 27
3	—1145·9	—16·4	3·72136	—123	7 54 38	+20 25
4	—1162·1	—16·2	3·72012	—124	8 15 3	+20 25
5	—1178·1	—16·0	3·71887	—125	8 35 27	+20 24
6	—1194·0	—15·9	3·71762	—125	8 55 50	+20 23
7	—1209·7	—15·7	3·71635	—127	9 16 12	+20 22
8	—1225·3	—15·6	3·71508	—127	9 36 34	+20 22
9	—1240·6	—15·3	3·71380	—128	9 56 55	+20 21
10	—1255·8	—15·2	3·71251	—129	10 17 15	+20 20
11	—1270·8	—15·0	3·71121	—130	10 37 34	+20 19
12	—1285·7	—14·9	3·70990	—131	10 57 52	+20 18
13	—1300·3	—14·6	3·70858	—132	11 18 9	+20 17
14	—1314·8	—14·5	3·70726	—132	11 38 26	+20 17
15	—1329·1	—14·3	3·70593	—133	11 58 41	+20 15
16	—1343·3	—14·2	3·70460	—133	12 18 56	+20 15

Tafel II.

M. Paris. Zt.	*A*		log *B*		*Q*	
18h 16m	—1343·3	—13·9	3·70460	—134	12°18'56"	+20'14"
17	—1357·2	13·8	3·70326	—135	12 39 10	+20 13
18	—1371·0	—13·6	3·70191	—136	12 59 23	+20 12
19	—1384·6	—13·5	3·70055	—136	13 19 35	+20 12
20	—1398·1	—13·3	3·69919	—137	13 39 47	+20 11
21	—1411·4	—13·1	3·69782	—138	13 59 58	+20 10
22	—1424·5	—12·9	3·69644	—138	14 20 8	+20 9
23	— 1437·4	—12·8	3·69506	—139	14 40 17	+20 9
24	—1450·2	—12·6	3·69367	—140	15 0 26	+20 8
25	—1462·8	—12·4	3·69227	—140	15 20 34	+20 7
26	—1475·2	—12·3	3·69087	—141	15 40 41	+20 6
27	—1487·5	—12·1	3·68946	—141	16 0 47	+20 5
28	—1499·6	—12·0	3·68805	—142	16 20 52	+20 5
29	—1511·6	—11·8	3·68663	—143	16 40 57	+20 4
30	—1523·4	—11·7	3·68520	—143	17 1 1	+20 3
31	—1535·1	—11·4	3·68377	—144	17 21 4	+20 2
32	—1546·5	—11·3	3·68233	—145	17 41 6	+20 1
33	—1557·8	—11·2	3·68088	—145	18 1 7	+20 1
34	—1569·0	—11·0	3·67943	—145	18 21 8	+20 0
35	—1580·0	—10·8	3·67798	—146	18 41 8	+19 59
36	—1590·8	—10·7	3·67652	—146	19 1 7	+19 58
37	—1601·5	—10·5	3·67506	—147	19 21 5	+19 58
38	—1612·0	—10·4	3·67359	—147	19 41 3	+19 57
39	—1622·4	—10·3	3·67212	—148	20 1 0	+19 56
40	— 1632·7		3·67064		20 20 56	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
13h 52m	1_n15915	+171	1·29561	—93	317°18'40"	+21'46"
53	1_n16086	+171	1·29468	—93	317 40 26	+21 49
54	1_n16257	+171	1·29375	—95	318 2 15	+21 53
55	1_n16428	+170	1·29280	—95	318 24 8	+21 57
56	1_n16598	+170	1·29185	—97	318 46 5	+22 1
57	1_n16768	+169	1·29088	—97	319 8 6	+22 4
58	1_n16937	+169	1·28991	—98	319 30 10	+22 9
13 59	1_n17106	+169	1·28893	—99	319 52 19	+22 12
14 0	1_n17275		1·28794		320 14 31	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log a		log b		A	
14ʰ 0ᵐ	1,17275		1·28794		320°14'31"	
1	1,17443	+168	1·28694	—100	320 36 47	+22'16"
2	1,17611	+168	1·28593	—101	320 59 7	+22 20
3	1,17778	+167	1·28491	—102	321 21 31	+22 24
4	1,17945	+167	1·28387	—104	321 44 0	+22 29
5	1,18112	+167	1·28283	—104	322 6 33	+22 33
6	1,18278	+166	1·28177	—106	322 29 10	+22 37
7	1,18444	+166	1·28070	—107	322 51 51	+22 41
8	1,18609	+165	1·27963	—107	323 14 36	+22 45
9	1,18774	+165	1·27854	—109	323 37 26	+22 50
10	1,18938	+164	1·27745	—109	324 0 20	+22 54
11	1,19102	+164	1·27634	—111	324 23 18	+22 58
12	1,19266	+164	1·27522	—112	324 46 21	+23 3
13	1,19429	+163	1·27409	—113	325 9 29	+23 8
14	1,19592	+163	1·27295	—114	325 32 41	+23 12
15	1,19754	+162	1·27180	—115	325 55 58	+23 17
16	1,19916	+162	1·27063	—117	326 19 20	+23 22
17	1,20077	+161	1·26945	—118	326 42 47	+23 27
18	1,20238	+161	1·26826	—119	327 6 19	+23 32
19	1,20399	+161	1·26706	—120	327 29 56	+23 37
20	1,20559	+160	1·26585	—121	327 53 38	+23 42
21	1,20719	+160	1·26463	—122	328 17 25	+23 47
22	1,20878	+159	1·26339	—124	328 41 18	+23 53
23	1,21036	+158	1·26215	—124	329 5 15	+23 57
24	1,21194	+158	1·26089	—126	329 29 18	+24 3
25	1,21351	+157	1·25962	—127	329 53 26	+24 8
26	1,21508	+157	1·25833	—129	330 17 40	+24 14
27	1,21664	+156	1·25704	—129	330 41 59	+24 19
28	1,21820	+156	1·25573	—131	331 6 24	+24 25
29	1,21975	+155	1·25441	—132	331 30 55	+24 31
30	1,22130	+155	1·25307	—134	331 55 32	+24 37
31	1,22284	+154	1·25172	—135	332 20 15	+24 43
32	1,22437	+153	1·25036	—136	332 45 4	+24 49
33	1,22590	+153	1·24899	—137	333 9 59	+24 55
34	1,22742	+152	1·24760	—139	333 34 59	+25 0
35	1,22893	+151	1·24620	—140	334 0 6	+25 7
36	1,23044	+151	1·24478	—142	334 25 19	+25 13
37	1,23194	+150	1·24335	—143	334 50 39	+25 20
38	1,23344	+150	1·24191	—144	335 16 5	+25 26
39	1,23493	+149	1·24046	—145	335 41 38	+25 33
40	1,23642	+149	1·23899	—147	336 7 17	+25 39

Tafel III

M. Paris. Zt.	log a		log b		A'	
14h 40m	1,23642		1·23899		336° 7' 17"	
41	1,23790	+148	1·23751	−148	336 33 3	+25' 46"
42	1,23937	+147	1·23601	−150	336 58 56	+25 53
43	1,24083	+146	1·23450	−151	337 24 56	+26 0
44	1,24229	+146	1·23298	−152	337 51 4	+26 8
45	1,24374	+145	1·23144	−154	338 17 18	+26 14
46	1,24519	+145	1·22989	−155	338 43 40	+26 22
47	1,24663	+144	1·22833	−156	339 10 9	+26 29
48	1,24806	+143	1·22675	−158	339 36 46	+26 37
49	1,24948	+142	1·22516	−159	340 3 30	+26 44
50	1,25090	+142	1·22355	−161	340 30 22	+26 52
51	1,25231	+141	1·22193	−162	340 57 21	+26 59
52	1,25372	+141	1·22030	−163	341 24 29	+27 8
53	1,25511	+139	1·21865	−165	341 51 44	+27 15
54	1,25650	+139	1·21698	−167	342 19 8	+27 24
55	1,25788	+138	1·21530	−168	342 46 41	+27 33
56	1,25926	+138	1·21361	−169	343 14 22	+27 41
57	1,26062	+136	1·21190	−171	343 42 13	+27 51
58	1,26198	+136	1·21018	−172	344 10 12	+27 59
14 59	1,26333	+135	1·20844	−174	344 38 20	+28 8
15 0	1,26467	+134	1·20669	−175	345 6 36	+28 16
1	1,26600	+133	1·20492	−177	345 35 0	+28 24
2	1,26733	+133	1·20314	−178	346 3 33	+28 33
3	1,26865	+132	1·20134	−180	346 32 15	+28 42
4	1,26996	+131	1·19953	−181	347 1 6	+28 51
5	1,27126	+130	1·19770	−183	347 30 8	+29 2
6	1,27256	+130	1·19586	−184	347 59 20	+29 12
7	1,27384	+128	1·19400	−186	348 28 42	+29 22
8	1,27512	+128	1·19213	−187	348 58 13	+29 31
9	1,27639	+127	1·19024	−189	349 27 54	+29 41
10	1,27765	+126	1·18834	−190	349 57 46	+29 52
11	1,27890	+125	1·18643	−191	350 27 49	+30 3
12	1,28015	+125	1·18450	−193	350 58 2	+30 13
13	1,28138	+123	1·18256	−194	351 28 26	+30 24
14	1,28260	+122	1·18060	−196	351 59 1	+30 35
15	1,28381	+121	1·17863	−197	352 29 47	+30 46
16	1,28502	+121	1·17664	−199	353 0 45	+30 58
17	1,28622	+120	1·17464	−200	353 31 54	+31 9
18	1,28741	+119	1·17262	−202	354 3 14	+31 20
19	1,28859	+118	1·17059	−203	354 34 46	+31 32
20	1,28976	+117	1·16855	−204	355 6 30	+31 44

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log a		log b		λ	
15ʰ20ᵐ	1ₙ28976	+116	1·16855	—205	355° 6′30″	+31′56″
21	1ₙ29092	+115	1·16650	—207	355 38 26	+32 8
22	1ₙ29207	+114	1·16443	—208	356 10 34	+32 20
23	1ₙ29321	+114	1·16235	—210	356 42 54	+32 33
24	1ₙ29435	+112	1·16025	—211	357 15 27	+32 46
25	1ₙ29547	+111	1·15814	—212	357 48 13	+32 59
26	1ₙ29658	+110	1·15602	—214	358 21 12	+33 12
27	1ₙ29768	+110	1·15388	—215	358 54 24	+33 25
28	1ₙ29878	+108	1·15173	—216	359 27 49	+33 39
29	1ₙ29986	+108	1·14957	—218	0 1 28	+33 52
30	1ₙ30094	+106	1·14739	—219	0 35 20	+34 6
31	1ₙ30200	+106	1·14520	—220	1 9 26	+34 21
32	1ₙ30306	+104	1·14300	—221	1 43 47	+34 35
33	1ₙ30410	+104	1·14079	—222	2 18 22	+34 49
34	1ₙ30514	+102	1·13857	—223	2 53 11	+35 4
35	1ₙ30616	+101	1·13634	—225	3 28 15	+35 18
36	1ₙ30717	+100	1·13409	—225	4 3 33	+35 33
37	1ₙ30817	+ 99	1·13184	—227	4 39 6	+35 49
38	1ₙ30916	+ 98	1·12957	—228	5 14 55	+36 4
39	1ₙ31014	+ 97	1·12729	—229	5 50 59	+36 19
40	1ₙ31111	+ 96	1·12500	—230	6 27 18	+36 35
41	1ₙ31207	+ 95	1·12270	—230	7 3 53	+36 50
42	1ₙ31302	+ 94	1·12040	—231	7 40 43	+37 7
43	1ₙ31396	+ 93	1·11809	—232	8 17 50	+37 23
44	1ₙ31489	+ 92	1·11577	—233	8 55 13	+37 39
45	1ₙ31581	+ 91	1·11344	—234	9 32 52	+37 56
46	1ₙ31672	+ 90	1·11110	—234	10 10 48	+38 13
47	1ₙ31762	+ 88	1·10876	—235	10 49 1	+38 30
48	1ₙ31850	+ 88	1·10641	—236	11 27 31	+38 47
49	1ₙ31938	+ 86	1·10405	—236	12 6 18	+39 4
50	1ₙ32024	+ 85	1·10169	—236	12 45 22	+39 22
51	1ₙ32109	+ 84	1·09933	—237	13 24 44	+39 40
52	1ₙ32193	+ 83	1·09696	—237	14 4 24	+39 58
53	1ₙ32276	+ 82	1·09459	—238	14 44 22	+40 16
54	1ₙ32358	+ 81	1·09221	—238	15 24 38	+40 35
55	1ₙ32439	+ 79	1·08983	—238	16 5 13	+40 53
56	1ₙ32518	+ 78	1·08745	—238	16 46 6	+41 11
57	1ₙ32596	+ 78	1·08507	—238	17 27 17	+41 30
58	1ₙ32674	+ 77	1·08269	—238	18 8 47	+41 49
15 59	1ₙ32751	+ 75	1·08031	—238	18 50 36	+42 8
16 0	1ₙ32826		1·07793		19 32 44	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		Λ	
16ʰ 0ᵐ	1_n32826		1·07793		19°32'44"	
1	1_n32900	+74	1·07555	—238	20 15 11	+42'27"
2	1_n32973	+73	1·07318	—237	20 57 58	+42 47
3	1_n33045	+72	1·07081	—237	21 41 4	+43 6
4	1_n33116	+71	1·06843	—238	22 24 29	+43 25
5	1_n33186	+70	1·06607	—236	23 8 14	+43 45
6	1_n33254	+68	1·06371	—236	23 52 18	+44 4
7	1_n33321	+67	1·06136	—235	24 36 42	+44 24
8	1_n33387	+66	1·05901	—235	25 21 27	+44 45
9	1_n33452	+65	1·05668	—233	26 6 31	+45 4
10	1_n33516	+64	1·05435	—233	26 51 55	+45 24
11	1_n33579	+63	1·05203	—232	27 37 39	+45 44
12	1_n33640	+61	1·04973	—230	28 23 44	+46 5
13	1_n33701	+61	1·04744	—229	29 10 8	+46 24
14	1_n33760	+59	1·04516	—228	29 56 53	+46 45
15	1_n33818	+58	1·04290	—226	30 43 58	+47 5
16	1_n33875	+57	1·04065	—225	31 31 23	+47 25
17	1_n33931	+56	1·03842	—223	32 19 9	+47 46
18	1_n33985	+54	1·03620	—222	33 7 14	+48 5
19	1_n34038	+53	1·03400	—220	33 55 39	+48 25
20	1_n34091	+53	1·03182	—218	34 44 24	+48 45
21	1_n34143	+52	1·02966	—216	35 33 29	+49 5
22	1_n34193	+50	1·02753	—213	36 22 53	+49 24
23	1_n34242	+49	1·02542	—211	37 12 37	+49 44
24	1_n34289	+47	1·02333	—209	38 2 41	+50 4
25	1_n34336	+47	1·02127	—206	38 53 4	+50 23
26	1_n34382	+46	1·01924	—203	39 43 47	+50 43
27	1_n34427	+45	1·01724	—200	40 34 49	+51 2
28	1_n34470	+43	1·01526	—198	41 26 9	+51 20
29	1_n34512	+42	1·01331	—195	42 17 48	+51 39
30	1_n34553	+41	1·01140	—191	43 9 45	+51 57
31	1_n34593	+40	1·00952	—188	44 2 0	+52 15
32	1_n34632	+39	1·00767	—185	44 54 32	+52 32
33	1_n34670	+38	1·00586	—181	45 47 21	+52 49
34	1_n34706	+36	1·00408	—178	46 40 27	+53 6
35	1_n34742	+36	1·00234	—174	47 33 49	+53 22
36	1_n34776	+34	1·00063	—171	48 27 27	+53 38
37	1_n34809	+33	0·99897	—166	49 21 21	+53 54
38	1_n34841	+32	0·99735	—162	50 15 30	+54 9
39	1_n34872	+31	0·99577	—158	51 9 53	+54 23
40	1_n34902	+30	0·99424	—153	52 4 31	+54 38

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log a		log b		A	
16h 40m	1,34902	+29	0·99424	−149	52° 4'31"	+54'52"
41	1,34931	+28	0·99275	−145	52 59 23	+55 5
42	1,34959	+27	0·99130	−140	53 54 28	+55 18
43	1,34986	+25	0·98990	−135	54 49 46	+55 31
44	1,35011	+25	0·98855	−131	55 46 17	+55 42
45	1,35036	+23	0·98724	−126	56 40 59	+55 53
46	1,35059	+22	0·98598	−121	57 36 52	+56 3
47	1,35081	+21	0·98477	−116	58 32 55	+56 14
48	1,35102	+20	0·98361	−111	59 29 9	+56 22
49	1,35122	+19	0·98250	−105	60 25 31	+56 31
50	1,35141	+18	0·98145	−100	61 22 2	+56 38
51	1,35159	+17	0·98045	− 95	62 18 40	+56 45
52	1,35176	+16	0·97950	− 90	63 15 25	+56 51
53	1,35192	+15	0·97860	− 84	64 12 16	+56 57
54	1,35207	+14	0·97776	− 79	65 9 13	+57 2
55	1,35221	+13	0·97697	− 73	66 6 15	+57 6
56	1,35234	+12	0·97624	− 68	67 3 21	+57 9
57	1,35246	+11	0·97556	− 62	68 0 30	+57 13
58	1,35257	+10	0·97494	− 57	68 57 43	+57 14
16 59	1,35267	+ 9	0·97437	− 51	69 54 57	+57 15
17 0	1,35276	+ 8	0·97386	− 46	70 52 12	+57 16
1	1,35284	+ 7	0·97340	− 40	71 49 28	+57 15
2	1,35291	+ 6	0·97300	− 35	72 46 43	+57 14
3	1,35297	+ 5	0·97265	− 29	73 43 57	+57 12
4	1,35302	+ 4	0·97236	− 23	74 41 9	+57 9
5	1,35306	+ 3	0·97213	− 18	75 38 18	+57 6
6	1,35309	+ 2	0·97195	− 12	76 35 24	+57 2
7	1,35311	+ 1	0·97183	− 6	77 32 26	+56 57
8	1,35312	0	0·97177	− 1	78 29 23	+56 51
9	1,35312	− 1	0·97176	+ 4	79 26 14	+56 45
10	1,35311	− 2	0·97180	+ 10	80 22 59	+56 37
11	1,35309	− 2	0·97190	+ 15	81 19 36	+56 30
12	1,35307	− 4	0·97205	+ 20	82 16 6	+56 21
13	1,35303	− 4	0·97225	+ 26	83 12 27	+56 12
14	1,35299	− 6	0·97251	+ 31	84 8 39	+56 3
15	1,35293	− 6	0·97282	+ 36	85 4 42	+55 53
16	1,35287	− 7	0·97318	+ 41	86 0 35	+55 41
17	1,35280	− 8	0·97359	+ 46	86 56 16	+55 29
18	1,35272	− 9	0·97405	+ 51	87 51 45	+55 17
19	1,35263	−10	0·97456	+ 56	88 47 2	+55 5
20	1,35253		0·97512		89 42 7	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		A	
17h 20m	1_n35253	—11	0·97512	+ 61	89°42' 7"	+54'51"
21	1_n35242	—11	0·97573	+ 65	90 36 58	+54 37
22	1_n35231	—12	0·97638	+ 70	91 31 35	+54 23
23	1_n35219	—13	0·97708	+ 74	92 25 58	+54 9
24	1_n35206	—14	0·97782	+ 78	93 20 7	+53 53
25	1_n35192	—14	0·97860	+ 83	94 14 0	+53 37
26	1_n35178	—16	0·97943	+ 87	95 7 37	+53 22
27	1_n35162	—16	0·98030	+ 91	96 0 59	+53 5
28	1_n35146	—17	0·98121	+ 95	96 54 4	+52 48
29	1_n35129	—18	0·98216	+ 98	97 46 52	+52 32
30	1_n35111	—19	0·98314	+102	98 39 24	+52 14
31	1_n35092	—19	0·98416	+106	99 31 38	+51 57
32	1_n35073	—20	0·98522	+109	100 23 35	+51 37
33	1_n35053	—21	0·98631	+113	101 15 12	+51 19
34	1_n35032	—22	0·98744	+116	102 6 31	+50 59
35	1_n35010	—22	0·98860	+119	102 57 30	+50 41
36	1_n34988	—23	0·98979	+122	103 48 11	+50 22
37	1_n34965	—24	0·99101	+125	104 38 33	+50 4
38	1_n34941	—25	0·99226	+128	105 28 37	+49 44
39	1_n34916	—25	0·99354	+131	106 18 21	+49 24
40	1_n34891	—26	0·99485	+134	107 7 45	+49 4
41	1_n34865	—27	0·99619	+136	107 56 49	+48 43
42	1_n34838	—28	0·99755	+138	108 45 32	+48 24
43	1_n34810	—28	0·99893	+141	109 33 56	+48 4
44	1_n34782	—29	1·00034	+143	110 22 0	+47 44
45	1_n34753	—29	1·00177	+145	111 9 44	+47 24
46	1_n34724	—30	1·00322	+147	111 57 8	+47 4
47	1_n34694	—31	1·00469	+150	112 44 12	+46 43
48	1_n34663	—32	1·00619	+151	113 30 55	+46 23
49	1_n34631	—32	1·00770	+153	114 17 18	+46 4
50	1_n34599	—33	1·00923	+154	115 3 22	+45 43
51	1_n34566	—33	1·01077	+156	115 49 5	+45 24
52	1_n34533	—34	1·01233	+157	116 34 29	+45 3
53	1_n34499	—34	1·01390	+159	117 19 32	+44 44
54	1_n34465	—35	1·01549	+159	118 4 16	+44 24
55	1_n34430	—36	1·01708	+161	118 48 40	+44 4
56	1_n34394	—36	1·01869	+162	119 32 44	+43 44
57	1_n34358	—37	1·02031	+163	120 16 28	+43 25
58	1_n34321	—37	1·02194	+164	120 59 53	+43 5
17 59	1_n34284	—38	1·02358	+165	121 42 58	+42 45
18 0	1_n34246		1·02523		122 25 43	

Tafel III.

M. Paris. Zt.	log *a*		log *b*		A	
18ʰ 0ᵐ	1,34246		1·02523		122°25'43"	
1	1,34208	—38	1·02689	+166	123 8 9	+42'26"
2	1,34169	—39	1·02855	+166	123 50 15	+42 6
3	1,34129	—40	1·03023	+168	124 32 3	+41 48
4	1,34089	—40	1·03191	+168	125 13 32	+41 29
5	1,34048	—41	1·03359	+168	125 54 42	+41 10
6	1,34007	—41	1·03528	+169	126 35 34	+40 52
7	1,33966	—41	1·03697	+169	127 16 8	+40 34
8	1,33924	—42	1·03867	+170	127 56 23	+40 15
9	1,33881	—43	1·04037	+170	128 36 20	+39 57
10	1,33838	—43	1·04207	+170	129 15 59	+39 39
11	1,33795	—43	1·04377	+170	129 55 20	+39 21
12	1,33751	—44	1·04547	+170	130 34 24	+39 4
13	1,33707	—44	1·04717	+170	131 13 11	+38 47
14	1,33662	—45	1·04888	+171	131 51 40	+38 29
15	1,33617	—45	1·05058	+170	132 29 52	+38 12
16	1,33571	—46	1·05229	+171	133 7 48	+37 56
17	1,33525	—46	1·05400	+171	133 45 26	+37 38
18	1,33479	—46	1·05570	+170	134 22 48	+37 22
19	1,33432	—47	1·05740	+170	134 59 54	+37 6
20	1,33385	—47	1·05910	+170	135 36 43	+36 49
21	1,33337	—48	1·06080	+170	136 13 16	+36 33
22	1,33289	—48	1·06249	+169	136 49 34	+36 18
23	1,33241	—48	1·06418	+169	137 25 37	+36 3
24	1,33192	—49	1·06587	+169	138 1 24	+35 47
25	1,33143	—49	1·06755	+168	138 36 56	+35 32
26	1,33093	—50	1·06923	+168	139 12 13	+35 17
27	1,33043	—50	1·07090	+167	139 47 16	+35 3
28	1,32992	—51	1·07257	+167	140 22 4	+34 48
29	1,32941	—51	1·07423	+166	140 56 38	+34 34
30	1,32890	—51	1·07589	+166	141 30 57	+34 19
31	1,32839	—51	1·07754	+165	142 5 2	+34 5
32	1,32787	—52	1·07918	+164	142 38 54	+33 52
33	1,32735	—52	1·08082	+164	143 12 32	+33 38
34	1,32682	—53	1·08245	+163	143 45 56	+33 24
35	1,32629	—53	1·08408	+163	144 19 8	+33 12
36	1,32576	—53	1·08570	+162	144 52 6	+32 58
37	1,32523	—53	1·08731	+161	145 24 52	+32 46
38	1,32469	—54	1·08892	+161	145 57 25	+32 33
39	1,32415	—54	1·09052	+160	146 29 46	+32 21
40	1,32361	—54	1·09211	+159	147 1 55	+32 9

Für die Reduction der Heliometermessungen wird aber die Kenntniß der scheinbaren Halbmesser der Sonne und Venus wünschenswerth sein, die, wenigstens der erstere, nicht identisch mit dem geocentrischen angenommen werden dürfen; die folgende Betrachtung wird leicht die nöthigen Formeln finden lassen. Ist H der Halbmesser der Sonne in derselben Einheit, mit welcher die geocentrische Entfernung (E) der Sonne gemessen wird, sind h und e die analogen Größen für die Venus, so hat man zur Berechnung der Halbmesser die Formeln:

$$\sin R = \frac{H}{E}, \quad \sin r = \frac{h}{e}$$

wo dann R und r die geocentrischen scheinbaren Halbmesser der Sonne und Venus sind; die Änderung von R und r mit der Änderung der Distanz wird aber mit ausreichender Genauigkeit gefunden durch

$$dR = -\frac{H}{E^2}dE = -\frac{R}{E}dE, \quad dr = -\frac{h}{e^2}de = -\frac{r}{e}de$$

Für dE und de findet sich aber mit Rücksicht auf die ersten Potenzen der Parallaxe sofort, wenn mit Π die mittlere Horizontal-Äquatoreal-Parallaxe der Sonne, mit φ' die geocentrische Polhöhe und mit ρ die Entfernung des Beobachtungsortes vom Erdcentrum in Einheiten des Äquatorhalbmessers und schließlich mit θ die Ortssternzeit bezeichnet wird nach den bekannten Formeln

$$dE = -\Pi\,\{\cos D \cos(A-\theta)\,\rho\cos\varphi' + \sin D \,.\, \rho\sin\varphi'\}$$
$$de = -\Pi\,\{\cos\delta \cos(\alpha-\theta)\,\rho\cos\varphi' + \sin\delta \,.\, \rho\sin\varphi'\}$$

Bezeichnet man wie oben die momentan stattfindende Äquatoreal-horizontalparallaxe der Sonne mit p, der Venus mit π und führt sofort statt der geocentrischen Polhöhe die excentrische ein, so wird zunächst

$$p = \frac{\Pi}{E} \text{ und } \pi = \frac{\Pi}{e}$$

und daher

$$dR = Rp \sin 1''\,\{\sin D(1-e)\sin\varphi_1 + \cos D\cos(A-\theta)\cos\varphi_1\}.$$
$$dr = r\pi \sin 1''\,\{\sin\delta(1-e)\sin\varphi_1 + \cos\delta\cos(\alpha-\theta)\cos\varphi_1\}.$$

wobei die zu berechnenden Coefficienten für den ganzen Venusdurchgang constant angenommen werden können und die stets positiven Correctionen von R und r in Einheiten der Bogensecunde erhalten werden. Man findet so, wenn man die logarithmischen Coefficienten in eckige Klammern einschließt, für den vorliegenden Venusdurchgang die folgenden numerischen Werthe

$$dR = [8_n 215] \sin\varphi_1 + [8 \cdot 597] \cos\varphi_1 \cos(255^\circ 8 - \theta)$$
$$dr = [7_n 28] \sin\varphi_1 + [7 \cdot 67] \cos\varphi_1 \cos(255^\circ 9 - \theta)$$

Die Correctionen, die aus dr entstehen wird man ohne merklichen Fehler völlig übergehen können, indem der daraus entstehende Fehler im Maximum kaum 0"005 überschreiten kann, und wenn derselbe eintritt, die Stellung der Sonne für eine Bestimmung der Parallaxe höchst ungünstig wird (im Zenith).

Für die Beurtheilung der zu erlangenden Beobachtungen ist auch die Kenntniß der beiläufigen Zenithdistanz des Venuscentrums wünschenswerth, man findet diese Zenithdistanz (z) leicht nach

$$\cos z = [9_n 585] \sin\varphi + [9 \cdot 965] \cos\varphi \cos(255^\circ 9 - \theta)$$

Es sollen nun diejenigen Punkte aufgesucht werden, welche sich ganz besonders für die Anstellung der Heliometerbeobachtungen eignen und hierbei wird es aber ganz wesentlich sein zu entscheiden, ob man die Messungen nach der von mir vorgeschlagenen Methode vornehmen will oder sich auf Distanzmessungen allein beschränken will; ich werde zuerst die erstere Methode als in Anwendung kommend betrachten. Es ist für die erfolgreiche Anwendung dieser Methode nur nöthig, daß die Sonnenhöhe gering ist; man wird zweckmäßig demnach eine Reihe von Orten auswählen für die Heliometerbeobachtungen, bei denen die Sonne zur Zeit der größten Phase (etwa 16^h 16^m mittl. Paris Zeit) nahe dem Horizonte steht, und ich werde die Orte aufsuchen, welche in diesem Momente das Venuscentrum 20° über dem Horizonte stehend sehen und hierbei die Erde als kugelförmig betrachten; alle Orte die in der Nähe der diese Orte verbindenden Curve (Kreis) stehen, sind günstig zur Bestimmung und je zwei Orte, die an den entgegengesetzten Seiten dieses Kreises stehen, sind, in Verbindung gebracht, besonders günstig für die Auswerthung der Sonnenparallaxe. Es wird allerdings je nach der Breite und dem Abstande vom Meridian die Sonne rascher oder langsamer die Höhen

um diese Zeit ändern und je langsamer diese Höhenänderung ist, um so günstiger ist dies für die Beobachtung, da mehr Zeit vorhanden ist zur Erlangung der geeigneten Messungen. Es werden daher im Allgemeinen die höheren Breiten gleichsam im Vortheil sein, doch wird dieser Vortheil theilweise dadurch compensirt, daß man in niederen Breiten in der Regel die Beobachtungen viel näher dem Horizonte ausführen kann, als in höheren Breiten.

Ich werde nun die Methode angeben, nach der ich die weiter unten folgenden Curvenpunkte ermittelt habe. Die Sonne steht zur Zeit der Beobachtung im Zenithe eines Ortes, dessen Länge 114°2 Ost von Paris, dessen Breite aber — 22°6 ist. Bezeichnet man nun mit φ und l die zu suchende Polhöhe und Länge der Orte, die 70° von diesem Orte gezählt im größten Kreise entfernt sind und führt man den willkürlichen Winkel A ein, so wird man die folgenden Gleichungen haben, in denen die in eckigen Klammern stehenden Coefficienten logarithmisch angesetzt sind

$$\cos\varphi \sin(l - 114°2) = [9\cdot973] \sin A$$
$$\cos\varphi \cos(l - 114°2) = + 0\cdot316 + [9\cdot558] \cos A$$
$$\sin\varphi = - 0\cdot131 + [9\cdot938] \cos A.$$

Indem ich nun die Peripherie von 0 Grad ausgehend in zwölf Theile theilte und dem entsprechend für A die Werthe von 0° angefangen von 30° zu 30° vorschreitend in die oben angesetzten Formeln substituirte, erhielt ich die folgenden Curvenpunkte

A	l	φ
0°	114°	+47°
30	77	+38
60	56	+18
90	43	— 7
120	34	—34
150	24	—62
180	294	—87
210	204	—62
240	195	—34
270	186	— 7
300	173	+18
330	151	+38.

Ich habe nun diese Punkte, um die geeigneten Orte leicht auswählen zu können, auf ein Planiglob eingetragen und die einzelnen

Punkte durch einen Kreis verbunden, welche Karte ich aber dieser Abhandlung nicht beigegeben habe, da sich Jeder leicht eine solche Zeichnung entwerfen kann. Verfolgt man den Curvenzug, so sieht man sofort ein, welchen großen Vortheil man durch die von mir vorgeschlagene Messungsmethode erlangt, indem man an den verschiedensten Orten der Erde mit Vortheil Beobachtungen anstellen kann, also von den localen Witterungsverhältnissen viel unabhängiger wird; ich werde später zeigen, daß für die Distanzmessungen allein die Verhältnisse wenig günstig sind und jedenfalls die Auswahl der Orte sehr beschränken.

Die Orte, die ich für Heliometermessungen nach der obigen Vorschrift vorschlagen möchte, sind:

1. Prinz Edwards-Inseln (südöstlich vom Cap).
2. Mayotta (französische Besitzung auf den Comoren).
3. Aden.
4. Maskat.
5. Eine Station im Altaigebirge.
6. Hokadadi oder das bessere Wetter versprechende Yokahama.
7. Gaspar Rico ($\varphi = + 16^\circ 37'$, $l = 167^\circ 20'$ Ost von Paris).
8. Samoa, östlich von den Viti-Inseln.
9. Nimrod-Inseln ($\varphi = - 56^\circ 30'$ $l = 199^\circ 10'$ Ost von Paris), oder falls diese Inselgruppe nicht vorhanden ist, die Inseln südöstlich von Neuseeland.

Die Erreichung der drei letzteren Stationen wird große Opfer von Seite der Regierungen, als auch von Seite der Beobachter verlangen, doch halte ich dieselben für sehr wichtig und mindestens sind Nr. 7 und Nr. 9 schwer zu entbehren; außerdem hat Nr. 9 einen hohen Werth bei der Beobachtung der Contactmomente, wie dies später gezeigt werden soll; für 8 könnte vielleicht Tahiti oder Neu-Caledonien theilweise Ersatz liefern. Zu Nr. 9 wäre zu bemerken, daß die Lage dieser Inseln und die Kenntniß über dieselben sehr unvollkommen sind, und es wünschenswerth wäre durch eine Vorexpedition die Verhältnisse dieser Inseln zu studieren, wie dies von österreichischer Seite für die Mac Donald's Inseln durch Neumayer im kommenden Jahre geschehen soll.

Viel ungünstiger gestalten sich die Verhältnisse, wenn man sich auf die Messungen der Distanz allein beschränkt, da nur eine Aus-

wahl in diesem Falle für die nördliche Hemisphäre möglich wird, während für die Südhalbkugel, die das nöthige Gegengewicht abgeben muß, eine Auswahl geeigneter Orte fast unthunlich erscheint. Sucht man nämlich mit Hilfe der in Tafel III enthaltenen Werthe von a, b und Λ diejenigen Orte auf welche ein Maximum der parallaktischen Wirkung in der Distanz zeigen, so wird man diese finden, wenn man berechnet

$$l = 360 - \Lambda, \ \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{a}{b}$$

und

$$l = 180 - \Lambda, \ \operatorname{tg} \varphi_1 = -\frac{a}{b}$$

Die so bestimmten Orte haben die Erscheinung im Horizonte, sind daher für die Beobachtung nicht geeignet und man wird mit jeder Curve nach Innen rücken müssen, um entsprechende Sonnenhöhen zu erlangen; ich habe nun nach der obigen Vorschrift für 30^m zu 30^m Zeitintervall die Punkte der größten Günstigkeit berechnet und finde so

Mittl. Pariser Zeit		Nordcurve		Südcurve	
14^h	0^m	$l = 220°$	$\varphi = +37°$	$l = 40°$	$\varphi = -37°$
14	30	208	+43	28	−43
15	0	195	+49	15	−49
15	30	179	+55	359	−55
16	0	160	+61	340	−61
16	30	147	+65	317	−65
17	0	109	+67	289	−67
17	30	81	+67	261	−67
18	0	58	+64	238	−64
18	30	38	+62	218	−62

Wie man sieht ist die Südcurve sehr ungünstig gelegen und besonders in der für Heliometermessungen so wichtigen Zeit der größten Phase; die Orte, die allenfalls besetzt werden könnten (Prinz Edwards Inseln) sind ohnedieß in den früher angegebenen Stationen enthalten. Ich bin daher geneigt anzunehmen, daß die heliometrische Distanzmessung allein für den nächsten Venusdurchgang keine völlige Garantie für die Lösung der gestellten Aufgabe gewährt, indem leicht durch locale ungünstige Witterungsverhältnisse wichtige Gruppen von Beobachtungsorten verloren gehen können und ich kann

daher nur dringend empfehlen, die Positionswinkel ebenfalls in die zu messenden Werthe mit aufzunehmen; in der That sind die Verhältnisse für die Messungen der Positionswinkel sehr günstig; bestimmt man nämlich wieder die Curven die ein Maximum der parallaktischen Wirkung im Positionswinkel zeigen, so findet man aus der obigen Tafel II, indem man bestimmt

$$l = \begin{Bmatrix} 360^\circ \\ 180^\circ \end{Bmatrix} - Q \text{ und } \operatorname{tg} \varphi_1 = \pm \frac{A}{B}$$

die folgenden Curvenpunkte

Mittl. Pariser Zeit		Westcurve		Ostcurve	
14^h	0^m	$l = 82^\circ$	$\varphi = +44^\circ$	$l = 262^\circ$	$\varphi = -44^\circ$
14	30	70	+38	250	−38
15	0	59	+32	239	−32
15	30	47	+25	227	−25
16	0	36	+18	216	−18
16	30	25	+10	205	−10
17	0	14	+ 3	194	− 3
17	30	3	− 5	183	+ 5
18	0	353	−12	173	+12
18	30	343	−17	163	+17

Beide Curven gehen durch relativ leicht erreichbare Gegenden und ich bin aus dem Zuge derselben geneigt zu schließen, daß das oben angegebene Messungsverfahren für den nächsten Venusdurchgang den besten Erfolg verspricht und wenn eine Vermehrung der oben angegebenen Heliometerstationen gewünscht werden sollte, eine Vermehrung hauptsächlich in dem Sinne der beiden letzteren Curven als wünschenswerth bezeichnet werden müßte.

V.

Photographische Aufnahme. In Bezug auf die Auswahl der Orte für die photographischen Stationen gilt nahezu Alles was für die Heliometermessungen beigebracht wurde, nur wird, wie dieß schon oben hervorgehoben wurde, die Orientirung der Bilder eine große Schwierigkeit haben, da in der That im Positionswinkel eine große Genauigkeit erforderlich ist. Wollte man nur Orte wählen, wo die Parallaxe ausschließlich in der Distanz wirkt, so würde die Kenntniß des Positionswinkels nicht mehr erforderlich sein; die Auf-

nahme dieser Bilder würde dadurch ganz wesentlich erleichtert werden, und in der That gestalten sich die Verhältnisse für die photographische Aufnahme nicht so ungünstig wie für die Heliometermessungen, da man keineswegs auf die Zeit der größten Phase beschränkt zu sein braucht, indem die photographischen Bilder in sehr kurzer Zeit erhalten werden können, während die heliometrische Messung einen relativ langen Zeitraum beansprucht und dieß halte ich für einen der wesentlichsten Vortheile, den die photographische Aufnahme bietet. In Folge dessen ist die oben im Abschnitte IV berechnete Nord und Südcurve für die photographische Aufnahme nicht in dem Maaße ungünstig als dieselbe es ist für das Heliometer. Ich glaube daß man nur von den photographischen Aufnahmen sich Erfolg versprechen kann, wenn man ausschließlich auf Distanzmessungen zurückgeht.

Die Orte nun, die sich nach den obigen Curven für den Anfang und das Ende derselben ergeben, fallen mit den Orten zusammen an denen die Beobachtung der Contactmomente den größten Erfolg verspricht und es werden daher die photographischen Stationen leicht mit den Stationen, die für die Contactmomente die geeignetsten sind, verbunden werden können; für diese letzteren empfehlen sich aber:

1. Mac Donald, Kerguelen, Crozet und Edwards-Inseln.
2. Die Zone zwischen dem Schwarzen Meere und dem Baikal-See.
3. Die Gruppe der Sandwich-Inseln.
4. Nimrod-Gruppe und die südöstlich von Neuseeland liegende Inseln (Macquarie J.).

Außerdem lassen sich aber auch andere Stationen angeben; die Stationen in der Nähe der Südpoles sind deßhalb zu Heliometermessungen nicht geeignet, weil dieselben einen längeren Aufenthalt und ausgedehntere Vorbereitungen bedürfen, die wenigstens in dem Maaße für die photographischen Stationen nicht erforderlich sind. Ich meine deßhalb, daß man mit Vortheil eine photographische Expedition in jene antarktischen Gegenden absenden kann, um so mehr, wenn man bei der Auswahl derselben bedacht sein wird, sich von der genauen Kenntniß der geographischen Lage besonders der Länge möglichst unabhängig zu machen, indem die Bestimmung der Länge wieder einen längeren Aufenthalt in jenen Regionen verlangen

würde, was wohl nicht leicht gefordert werden kann. Man wird aber von der Länge (absoluten Zeit) so gut wie unabhängig sein, wenn die photographische Aufnahme zur Zeit der größten Phase angestellt wird (ich setze hiebei voraus, daß nur die parallaktische Wirkung in der Distanz in Betracht gezogen wird); für diese Zeit ($16^h\ 16^m$) finden sich die Coefficienten von dq, welches hier identisch mit dm angenommen werden kann, ohne bei einer solchen Überschlagsrechnung allzuviel zu fehlen nach der Tafel III.

$$dm = [1_n 339] \sin\varphi_1 + [1\cdot 041] \cos\varphi_1 \cos(31^\circ 5 + l)$$

Die theoretisch günstigsten Punkte sind daher

$$l = 328^\circ 5 \qquad l = 148^\circ 5$$
$$\varphi = -63^\circ 8 \qquad \varphi = +63^\circ 8$$

welche Orte jedoch ohne praktische Bedeutung sind, weil sich das Phänomen im Horizonte zeigt; es sollen nun diejenigen Punkte gesucht werden, welche nächst diesen Punkten sich als günstig erweisen und es ist klar, daß sich für die Orte gleicher Günstigkeit eine Curve wird angeben lassen (nahezu ein Kreis); in jeder dieser Curven wird aber ein Punkt sich vorfinden, welcher das Phänomen in der größten Höhe sieht und dieser Punkt wird daher in der gegebenen Curve für die Beobachtung im Allgemeinen der geeignetste sein. Um nun diese Curven angeben zu können, werde ich an die Lösung des vorgelegten Problems schreiten, dasselbe aber ausführlicher, als es gerade in diesem Abschnitte nöthig wäre, behandeln, da von dieser Lösung im folgenden VI. Abschnitte wieder Gebrauch gemacht werden wird.

Es wird im Allgemeinen genügend sein, die Orte aufzusuchen, die ein gleiches dq zeigen, da in der That der Unterschied gegen dm kein sehr merkbarer ist und für so allgemeine Untersuchungen über die Günstigkeitsverhältnisse diese Annahme sich als hinreichend richtig erweist. Es war aber zur Bestimmung von dq im III. Abschnitte die Form gefunden worden

$$dq = a \sin\varphi_1 + b \cos\varphi_1 \cos(l + \Lambda)$$

welche Gleichung wohl auch in der Weise gelöst werden könnte, daß man, wenn über den Werth von dq gewisse Annahmen gemacht werden, bestimmte Annahmen über l oder φ_1 macht und dann zu diesem die entsprechenden Werthe von φ_1 oder l sucht, ein Verfahren aber

welches nicht ganz einfach und oft ziemlich unsicher ist. Zweckmäßiger kann man in der folgenden Weise verfahren. Sei der Werth den dq annehmen soll durch c bestimmt, so wird man der Gleichung zu genügen haben

$$c = a \sin\varphi_1 + b \cos\varphi_1 \cos(l + \Lambda)$$

Sei nun der Maximalwerth den dq annehmen kann durch μ bestimmt (μ wird hierbei in der Folge positiv vorausgesetzt werden), so bestimmt sich μ nach

$$\mu^2 = a^2 + b^2$$

und es liegt in der Natur der Sache, daß $c \gtrless \pm \mu$ sein muß; man kann deßhalb setzen

$$\cos\zeta = \frac{c}{\mu}$$

und erhält so die Gleichung

$$\cos\zeta = \frac{a}{\mu} \sin\varphi_1 + \frac{b}{\mu} \cos\varphi_1 \cos(l + \Lambda) \quad (1)$$

wobei nothwendig $\frac{a}{\mu}$ und $\frac{b}{\mu}$ kleiner als die Einheit sein müssen; man wird also setzen dürfen

$$\left.\begin{aligned} \sin\varphi_1 &= \frac{a}{\mu} \cos\zeta + \frac{b}{\mu} \sin\zeta \cos F \\ \cos\varphi_1 \cos(l + \Lambda) &= \frac{b}{\mu} \cos\zeta - \frac{a}{\mu} \sin\zeta \cos F \end{aligned}\right\} (2)$$

wobei F ein ganz willkürlicher Winkel sein wird, denn setzt man aus (2) die Werthe in (1) ein, so erhält man die Identität $\cos\zeta = \cos\zeta$. Man hat so die beiden abhängig Variablen φ_1 und l durch die eine willkürlich Variable F ersetzt. Um aber stets l und φ_1 mit Sicherheit bestimmen zu können, bedarf man der Relation $\cos\varphi_1 \sin(l + \Lambda)$, die man leicht aus den Gleichungen (2) ableiten kann. Quadrirt man beide und addirt dieselben, so ist zunächst

$$1 - \cos\varphi_1{}^2 \sin(l + \Lambda)^2 = \frac{\cos\zeta^2}{\mu^2}(a^2 + b^2) + \frac{\sin\zeta^2 \cos F^2}{\mu^2}(a^2 + b^2)$$

Bedenkt man, daß aber ist

$$\frac{a^2+b^2}{\mu^2}=1$$

so wird man leicht finden

$$\cos\varphi_1 \sin(l+\Lambda) = \sin\zeta \sin F \quad (3).$$

Um also alle Orte aufzufinden, die ein gleiches dq zeigen, muß eine Bestimmung über die angenommene Größe von dq getroffen sein, dann bestimmt man sich ζ nach

$$\cos\zeta = \frac{dq}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{dq}{\mu}$$

oder, was vielleicht den Vorzug verdient, indem man sofort eine bestimmte Annahme über ζ macht, aus $\mu \cos\zeta = dq$ sich den Werth von dq berechnet.

Dann finden sich mit Hilfe der gegebenen Coefficienten a, b und Λ die zusammengehörigen Werthe von φ_1 und l durch

$$\left.\begin{aligned}\cos\varphi_1 \sin(l+\Lambda) &= (\sin\zeta)\sin F\\ \cos\varphi_1 \cos(l+\Lambda) &= \left(\frac{b}{\mu}\cos\zeta\right)-\left(\frac{a}{\mu}\sin\zeta\right)\cos F\\ \sin\varphi_1 &= \left(\frac{a}{\mu}\cos\zeta\right)+\left(\frac{b}{\mu}\sin\zeta\right)\cos F\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

wobei die in eine runde Klammer gesetzten Coefficienten für eine bestimmte Curve constant sind und F ein völlig willkürlicher Winkel ist und für gleichmäßig auf der Peripherie vertheilte Intervalle berechnet werden kann; doch wird man auch auf Orte hingeführt werden, die das Phänomen unter dem Horizonte wahrnehmen würden; es muß daher eine Bestimmung der Grenzen von F vorgenommen werden, innerhalb deren jedwede Annahme über F nur auf Orte hinführt, für die sich das Phänomen über dem Horizonte darstellt; diese Grenzwerthe aber mit der größten Genauigkeit zu bestimmen, scheint deßhalb nicht nöthig, da ohnedies diese Endpunkte für die Beobachtung praktisch unbrauchbar sind. Man kann nun genäherte Grenzwerthe durch eine einfach geometrische Betrachtung erlangen, wenn man auf die Bedeutung des Winkels F zurückgeht; ich will aber diese

Bestimmung der Grenzen mit Hilfe der Gleichungen (4) analytisch finden. Es soll als Grenzwerth für F der Punkt gelten, für den das Sonnencentrum (mit Außerachtlassung der Parallaxe) im Horizonte steht. Es wird aber sein für alle Orte, die dieses Centrum über dem Horizonte sehen mit Beibehaltung der in den vorausgehenden Abschnitten gebrauchten Bezeichnung indem man von der bekannten Gleichung für $\sin h$ ausgeht:

$$o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(T + l)$$

wo $T = L - A$ gesetzt ist. Schreibt man aber

$$T + l = l + \Lambda + T - \Lambda$$

und bedenkt, daß ist

$$T - \Lambda = -(A + \lambda)$$

so wird sofort erhalten

$$\left.\begin{aligned} o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(l + \Lambda) \cos(A + \lambda) + \\ + \cos\varphi \cos D \sin(l + \Lambda) \sin(A + l) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Es war aber früher gesetzt worden, wenn man die kleinen Größen übergeht, die das Product der Parallaxe in $\sin m$ und in die Abplattung der Erde veranlaßt,

$$\begin{aligned} \gamma \cos\beta \sin(\lambda + A) &= (\pi - p) \sin M \\ \gamma \cos\beta \cos(\lambda + A) &= (\pi - p) \cos M \sin D \\ \gamma \sin\beta &= -(\pi - p) \cos M \cos D \end{aligned}$$

aus welchen Gleichungen man leicht ableitet, daß ist

$$\gamma = (\pi - p)$$

und man erhält so

$$\begin{aligned} \cos\beta \sin(\lambda + A) &= \sin M \\ \cos\beta \cos(\lambda + A) &= \cos M \sin D \\ \sin\beta &= -\cos M \cos D \end{aligned}$$

Außerdem wird man in den Gleichungen (4) nun schreiben dürfen

$$\frac{b}{\mu} = \cos\beta, \quad \frac{a}{\mu} = \sin\beta$$

und erhält, wenn man die excentrische Polhöhe identisch mit der scheinbaren (Erde kugelförmig) annimmt durch Substitution der Werthe in (5) zunächst

$$o < \begin{cases} \cos\zeta\{\cos D\cos(A+\lambda)\cos\beta + \sin D\sin\beta\} + \\ + \cos F\sin\zeta\{\sin D\cos\beta - \cos D\cos(A+\lambda)\sin\beta\} + \\ + \sin F\sin\zeta\cos D\sin(A+\lambda) \end{cases} \quad (6)$$

Der mit $\cos\zeta$ multiplicirte Coefficient ist aber mit Rücksicht auf die obigen näherungsweise richtigen Relationen der Null gleich; da $\sin\zeta$ eine positive Größe sein muß, weil stets $\zeta < 180^\circ$ angenommen ist, so wird man sofort schreiben dürfen, wenn man die Coefficienten von $\cos F$ und $\sin F$ einer einfachen Transformation unterzieht, nachdem man rechts und links vom Ungleichheitszeichen mit der ebenfalls stets positiven Größe $\frac{\cos\beta}{\cos D}$ multiplicirt hat, statt der Gleichung (6)

$$o < \operatorname{tg} D\cos F + \sin M\sin F \quad (7)$$

welche Relation die Grenzbestimmung von F enthält; um diese auf eine einfache Regel zurückzuführen setze man

$$\operatorname{tg} D = s\sin S$$
$$\sin M = s\cos S$$

und bestimmt S so, daß s positiv erhalten wird, so wird man auch schreiben dürfen statt der Gleichung (7)

$$o < \sin(F+S)$$

es ist also F eingeschlossen innerhalb der Grenzen $F = -S$ und $F = 180 - S$. Faßt man die vorstehenden Entwicklungen zusammen, so wird sich das folgende Verfahren zur Bestimmung der Grenzen von F empfehlen; bestimmt man Φ nach

$$\operatorname{tg}\Phi = \frac{\sin M}{\operatorname{tg} D} \quad (8)$$

wobei der Quadrant in dem Φ gewählt werden muß, dadurch bestimmt erscheint, daß $\sin\Phi$ das Zeichen von $\sin M$ oder auch $\cos\Phi$ das Zeichen von $\operatorname{tg} D$ erhält, so sind die Grenzen, innerhalb deren es gestattet F zu nehmen, bestimmt durch

$$\Phi \pm 90^\circ \quad (9).$$

Um schließlich die Höhe des Sonnencentrums zu berechnen, kehre ich zur Ungleichung (6) zurück, nachdem links vom Ungleichheitszeichen der Werth sin h gesetzt wurde, um die Gleichheit herzustellen und der Factor, mit dem $\cos\zeta$ multiplicirt erscheint, der Null gleich gesetzt wurde. Es fand sich dann

$$\sin h = \sin\zeta \left\{ \frac{\sin D}{\cos\beta} \cos F + \sin M \frac{\cos D}{\cos\beta} \sin F \right\}. \quad (10)$$

Setzt man nun

$$\psi \sin\Phi = \cos D \sin M \sec\beta$$
$$\psi \cos\Phi = \sin D \sec\beta$$

so sieht man sofort, daß dieses Φ mit dem nach (8) bestimmten identisch ist; weiter findet sich

$$\psi^2 = (\cos D^2 \sin M^2 + \sin D^2) \sec^2\beta$$

nun ist aber nach den obigen Näherungsrelationen

$$\cos\beta^2 = \sin M^2 + \cos M^2 \sin D^2$$

woraus man leicht erschließt, daß ist

$$\psi = 1$$

und man erhält demnach statt der Gleichung (10) die Relation

$$\sin h = \sin\zeta \cos(F - \Phi) \quad (11)$$

welche die Höhe des Sonnencentrums auf einfache Weise finden läßt; für $F - \Phi = 0$ wird die Sonnenhöhe ein Maximum für die gegebene Curve.

Ich habe nun einige Curven berechnet, welche die Orte gleicher parallaktischer Wirkung zur Zeit der größten Phase verbinden und finde so, daß sich für die südliche Halbkugel ganz besonders Enderby- und Kempland empfiehlt, während von der nördlichen Hemisphäre wieder sich Hokadadi oder Yokahama als besonders günstig empfiehlt. Es wären also den obigen 4 Gruppen von Orten, die sich für die photographische Aufnahme besonders eignen, noch hinzuzufügen:

5. Die nördlichen japanesischen Inseln.
6. Enderby- und Kempland.

Schließlich muß ich hier noch erwähnen, daß mir die Benützung der Collodiumschichte für die Genauigkeit der Bilder gefährlich erscheint, trotz der gegentheiligen Versicherung von Warren de la Rue. Gelänge es, die Bilder unmittelbar auf Metallplatten zu fixiren, so würde mir dieß als ein Fortschritt der Photographie für diesen Zweck erscheinen, da Abzüge gar nicht gemacht zu werden brauchen.

VI.

Beobachtung der Rectascensionsdifferenzen. Die Beobachtung der Rectascensionsdifferenzen des Sonnen- und Venuscentrum kann mit großer Genauigkeit erlangt werden, besonders bei Benützung chronographischer Apparate [1]), und ich möchte daher den Vorschlag machen, daß auch derartige Messungsreihen in den Beobachtungsplan aufgenommen werden; um so mehr, da die Construction des hiezu erforderlichen Apparates mit großer Genauigkeit hergestellt werden kann, ohne daß dadurch allzugroße Kosten verursacht werden. Es können schon vorhandene Instrumente leicht für diesen Zweck adaptirt werden, welchen Umstand ich als besonders vortheilhaft deßhalb halte, weil sich dadurch die Aussicht eröffnet, daß eine größere Anzahl von Beobachtern sich an der Erhaltung so wichtiger Beobachtungen betheiligen kann. Ich möchte hier gleich hervorheben, daß die einer Glas- oder Glimmerplatte eingeritzten Striche zu Beobachtungen der Antritte vor der Anwendung der Spinnefäden mir den Vorzug zu verdienen scheinen; doch will ich hier nicht länger bei der Ausrüstung des Apparates verweilen, sondern sofort, der Idee dieses Aufsatzes entsprechend, nur auf die zur Beobachtung geeigneten Orte hinweisen.

Die Parallaxendifferenz in der Rectascension zwischen Venus- und Sonnencentrum, welche Differenz ich mit $d\Omega$ bezeichnen will,

---

[1]) Allerdings ist diese Beobachtungsmethode unverhältnißmäßig weniger genau als die Heliometermessungen wie dieß die Untersuchung von Auwers über die Parallaxe des Sternes 34 Groombridge dargethan haben; doch werden hier die Umstände wesentlich günstiger, hauptsächlich deßhalb, daß die nachtheilige Einwirkung der Sonnenwärme auf die Meßapparate bei der hier in Vorschlag gebrachten Methode voraussichtlich weniger wirksam ist.



findet sich, reducirt auf den größten Kreis, mit ausreichender Genauigkeit nach

$$d\Omega = (\alpha' - \alpha)\cos\delta - (A' - A)\cos D \quad (1)$$

Hiebei hat man aber zu beachten, daß $(\alpha' - \alpha)$ und $(A' - A)$ nicht gleichzeitig stattfindende parallaktische Änderungen sind, sondern da das Instrument während der Beobachtung unverrückt stehen geblieben ist, sich der Zeit nach (Sternzeit) um die Größe $(\alpha - A)$ von einander unterscheiden. Ist θ die Ortssternzeit, in welcher die Antritte des Sonnencentrums beobachtet wurden, so wird die Sternzeitpassage des Venuscentrums mit genügender Genauigkeit gefunden, wenn man zu dieser Sternzeit die zu dieser Zeit stattfindende Rectascensionsdifferenz $(\alpha - A)$ hinzulegt.

Es ist aber dann

$$\left.\begin{array}{l} \alpha' - \alpha = \pi \sin(\alpha - [\theta + \alpha - A]) \sec\delta \cos\varphi_1 = \pi \sin(A - \theta) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \sec\delta\cos\varphi_1 \\ A' - A = p \sin(A - \theta) \sec D \cos\varphi_1 \end{array}\right\} \quad (2)$$

oder die Werthe aus (2) in (1) eingesetzt, ergeben

$$d\Omega = -(\pi - p)\sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \quad (3)$$

Setzt man wieder

$$\theta = L + l \text{ und weiter } 90^\circ + (L - A) = W,$$

so wird

$$d\Omega = (\pi - p)\cos\varphi_1 \cos(W + l) \quad (4)$$

aus welcher Relation man sofort die Bemerkung ableitet, daß alle Orte der Tropenzone, welche im Verlaufe des Venusdurchganges die Sonne bei niedrigem Stande sehen, zur Beobachtung nach dieser Methode in hohem Grade geeignet sind. Um aber die Orte gleicher Günstigkeit mit größerer Sicherheit zu bestimmen, wird man bemerken, daß alle Orte den gleichen Werth für $d\Omega$ ergeben werden, für welche das Product $\cos\varphi_1 \cos(W + l)$ ein Constantes ist; um nun diese Orte zusammenzufinden, kann man von der im V. Abschnitte vorgetragenen Methode Gebrauch machen, die sich aber dadurch noch wesentlich vereinfacht, daß der Coefficient von $\sin\varphi_1$ in dem vorliegenden Falle der Null gleich ist. Setzt man das Verhältniß der ge-

forderten Größe von $d\Omega$ zur Maximalgröße $(\pi - p)$ durch $\cos\zeta$ fest, so wird sein

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi_1 \sin(W+l) &= \sin\zeta \sin F \\ \cos\varphi_1 \cos(W+l) &= \cos\zeta \\ \sin\varphi_1 &= \sin\zeta \cos F \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

wo wieder F ein völlig willkürlicher Winkel ist, der aber auch auf Orte hinführen kann, bei denen sich das Phänomen unter dem Horizonte vollzieht; um diese Orte sofort auszuschließen, wird man blos eine geeignete Grenzbestimmung von F vorzunehmen brauchen; es wird aber sein müssen (vergl. pag. 569).

$$o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(L - A + l)$$

oder auch

$$o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(L - A - W) \cos(W + l) - \\ - \cos\varphi \cos D \sin(W + l) \sin(L - A - W)$$

nun ist aber nach der vorstehenden Entwickelung $L - A - W = 90^\circ$, und setzt man die excentrische Polhöhe gleichwerthig der scheinbaren, so findet sich sofort die Relation

$$o < \sin(D + F) \quad (6)$$

woraus sich sofort die Grenzbestimmung von F ergibt, nämlich es muß zwischen den Grenzen $-D$ und $180^\circ - D$ liegen. Die Höhe, in der sich das Phänomen zeigt, berechnet sich aber einfach genug nach

$$\sin h = \sin\zeta \sin(D + F) \quad (7).$$

Ich werde nun die Orte aufsuchen, die zur Zeit der größten Phase, bei der $W = -24^\circ 2$ wird, eine Günstigkeit zeigen, die sich zur Maximalgünstigkeit verhält wie der cos 20° zur Einheit und ebenso die Orte, bei denen das Verhältniß wie cos 30° zur Einheit ist; setzt man im ersten Falle $\zeta = 20^\circ$ und bedenkt, daß die Grenzen von F sind : $22^\circ 8$ und $202^\circ 8$ und rechnet F für jeden dreißigsten Grad innerhalb dieser Grenze, ferner $\zeta = 30^\circ$ und dann um die analogen Punkte der entgegengesetzten Wirkung zu erhalten $\zeta = 160^\circ$ und 150°, so erhält man nach den Formeln (5) und (7) die folgenden Zahlen

	$\zeta = 20°$			$\zeta = 30°$		
F	l	φ_1	h	l	φ_1	h
22°8	32°	+18°	0°	36°	+28°	0°
52·8	40	+12	10	49	+18	14
82·8	44	+ 3	17	54	+ 4	26
112·8	43	− 8	20	52	−11	30
142·8	37	−16	17	43	−23	26
172·8	27	−20	10	28	−30	14
202·8	16	−18	0	12	−27	0

	$\zeta = 160°$			$\zeta = 150°$		
F	l	φ_1	h	l	φ_1	h
22°8	196°	+18°	0°	192°	+28°	0°
52·8	188	+12	10	179	+18	14
82·8	184	+ 3	17	174	+ 4	26
112·8	186	− 8	20	176	−11	30
142·8	191	−16	17	185	−23	26
172·8	202	−20	10	200	−30	14
202·8	212	−18	0	217	−27	0.

Es empfehlen sich daher einerseits ganz besonders die Inselgruppen der Amiranden und Seychellen, andererseits Samoa und die Vitigruppe für die Anstellung der in diesem Abschnitte vorgeschlagenen Beobachtungen.

VII.

Beobachtung der Contactmomente nach Delisle's Methode. Berührt die Venusscheibe die Sonnenscheibe, so ist im Momente der Berührung die Entfernung der Centren gleich der Summe oder Differenz der scheinbaren Halbmesser der beiden Gestirne, je nachdem eine äußere oder innere Berührung stattfindet und man macht gleichsam durch diese Beobachtung eine Distanzmessung, und die Beobachtung wird eine um so günstigere sein, je größer die parallaktische Wirkung in der Distanz ist; nur diese letztere Größe allein entscheidet und es muß als ein Irrthum bezeichnet werden, wenn man allein die Zeit der Verzögerung oder Beschleunigung der Contactmomente als Maßstab für die Sicherheit der Bestimmung annehmen möchte, indem bei den verschiedenen Venusdurchgängen diese Zeitdifferenzen sehr verschieden sein können bei

gleicher Günstigkeit der Umstände und ebenso wird bei Halley's Methode der Beobachtung der Verweilungen keineswegs die Größe des Zeitunterschiedes in der Verweilung allein maßgebend sein, sondern die Summe der parallaktischen Wirkung in der Distanz beim Ein- und Austritt; für ein und denselben Venusdurchgang jedoch kann man zur Abwägung der relativen Günstigkeit wohl die Zeit der Verzögerung und Beschleunigung einerseits und anderseits die Differenz in der Verweilung als Maßstab gelten lassen, wiewohl auch diese Voraussetzung weit davon entfernt ist, streng giltig zu sein.

Ich werde in dieser Abhandlung keineswegs auf die complicirten optischen Phänomene, die die Sicherheit dieser Beobachtungsart sehr in Frage stellen, eingehen, sondern möchte blos hier erwähnen, daß ich mich in Bezug auf die Beobachtung dieser Erscheinungen ganz den Ansichten und Vorschlägen Stone's anschließen möchte.

Sollen nur Contactmomente beobachtet werden, so stellt sich die Aufgabe, diejenigen Orte auf der Erdoberfläche zu bestimmen, für welche die Umstände gleich günstig sind und für jede dieser Gruppen das Maß der Günstigkeit festzustellen. Es werden Ränderberührungen beobachtet, also gleichsam die Distanz der Centren zu einer gegebenen Zeit gemessen; hierbei wird vorausgesetzt, daß die Venus und Sonne vollkommen kugelförmige Körper sind, was nur in so weit gerechtfertigt ist, als die bisherigen Meßapparate keine verbürgte Abweichung von dieser Kugelgestalt haben erkennen lassen; es ist aber wahrscheinlich, daß dennoch Abweichungen vorhanden sind (elliptische Gestalt) die an der Grenze der Meßbarkeit stehen, die demnach die Theorie der Contactmomente theilweise in Frage stellen. Beobachtet man nur die Contactmomente, so kann man auch nur die parallaktische Wirkung in der Distanz verwerthen und die Orte, welche zur Zeit der Ränderberührungen gleiche parallaktische Änderungen in der Distanz zeigen, werden gleichwerthig sein und um so günstiger erscheinen je größer diese Änderung ist. Bezeichnet man mit R' und r' die scheinbaren Radien der Sonne und Venus und behält sonst die in den vorausgehenden Abschnitten gewählte Bezeichnungsweise bei, so wird im Momente der Ränderberührung sein müssen

$$m + dm = (R' \pm r') \quad (1)$$

wo das obere Zeichen für die äußere, das untere Zeichen für die innere Berechnung gilt; führt man nun ein

$$R' = R + dR$$
$$r' = r + dr$$

wo die Größen dR und dr bereits im IV. Abschnitte entwickelt wurden so wird man auch die Relation (1) umsetzen können in

$$(R \pm r) - m = dm - (dR' \pm dr') \quad (2)$$

Für dm wird man aber stets mit ausreichender Genauigkeit setzen dürfen, da $2m$ immer sehr nahe dem Sonnendurchmesser gleich sein muß

$$dm = dq + \frac{(dp)^2}{2m} \quad (3)$$

welche Relation sich sofort aus der Gleichung (9) des II. Abschnittes ergibt; in demselben Abschnitte ist aber die Berechnung von dq und dp gezeigt worden. Das quadratische Glied in der Gleichung (3) wird im Allgemeinen wenig Merkbares geben und sofort verschwinden, wenn die Wirkung der Parallaxe ausschließlich in der Distanz stattfindet; für die erste Annäherung könnte man allenfalls $dm = dq$ setzen. eine Voraussetzung, die dem eben Gesagten entsprechend für die Orte der größten Beschleunigung und Verzögerung völlig zutrifft. Man wird demnach die Gleichung (2) in die Form überführen können

$$(R \pm r) - m = \alpha' \sin \varphi_1 + \beta' \cos \varphi_1 \cos (E + l) + \frac{(dp)^2}{2m} \quad (4)$$

da sich für dq, dR und dr ganz ähnliche Formen gefunden haben. R und r sind mit der Zeit veränderlich, aber so wenig, daß man, von dem Zeitmomente der geocentrischen Berührung ausgehend, (keine Verzögerung oder Beschleunigung beträgt mehr als 13 Minuten bei dem bevorstehenden Venusdurchgang) diese für die Zeitdauer der Berührungsphase constant ansehen könnte, da aber die Änderung ganz ohne Mühe berücksichtigt werden kann, so werde ich auch diese ganz irrelevanten Correctionen mitnehmen.

Geht man von dem Momente der geocentrischen Berührung aus mit der Zählung der Zeit (in mittleren Zeitsekunden), so wird man ganz

ohne Schwierigkeit mit Hilfe einiger specieller Werthe von m, die man aus der Tafel I leicht interpoliren kann, oder wie ich es vorgezogen habe, direct für die gegebenen Zeitmomente aus den Werthen von $m \sin M$ und $m \cos M$ ableitet, die Entwicklungsform für $(R \pm r) - m$ erhalten können in der folgenden Gestalt

$$(R \pm r) - m = \mathrm{I}\,t + \mathrm{II}\,t^2 + \mathrm{III}\,t^3 + \mathrm{IV}\,t^4 \ldots$$

wobei es im Allgemeinen bei zweckmäßiger Wahl des Intervalles nicht nöthig sein wird über die Glieder dritter Ordnung hinauszugehen; dann ist die Zeit der Beschleunigung oder Verzögerung (t) bestimmt durch

$$\left.\begin{array}{l} t = \dfrac{\alpha'}{\mathrm{I} + \mathrm{II}\,t + \mathrm{III}\,t^2} \sin\varphi_1 + \dfrac{\beta'}{\mathrm{I} + \mathrm{II}\,t + \mathrm{III}\,t^2} \cos\varphi_1 \cos(E + l) + \\ \qquad \dfrac{dp^2}{2m(\mathrm{I} + \mathrm{II}\,t + \mathrm{III}\,t^2)} \end{array}\right\} \quad (5)$$

Da die Coefficienten α', β', m, ohnedieß mit der Zeit veränderlich sind, so wird sich sofort dann die schließliche Form für t finden

$$t = \alpha \sin\varphi_1 + \beta \cos\varphi_1 \cos(E + l) + \varkappa\,(dp)^2 \quad (6)$$

wo $\alpha, \beta, \gamma, \varkappa$ und die in dp enthaltenen Coefficienten mit der Zeit veränderliche Größen sind, deren Entwickelung nach dem Vorausgehenden kaum einer wesentlichen Schwierigkeit unterliegt. Will man also für einen gegebenen Erdort die Zeit des Contactes bestimmen, so wird man ein indirectes, aber rasch convergirendes Verfahren einleiten können, falls, wie ich dieß voraussetze, eine Tafel vorliegt, welche die in der Gleichung (6) auftretenden Coefficienten enthält mit dem Argumente: Zeit. Man wird, wenn sonst keine Näherung bekannt ist, mit den Coefficienten, die für die Zeit der geocentrischen Berührungen gelten, einen genäherten Werth von t ermitteln, mit dessen Hilfe man sofort die verbesserten Coefficienten aus den weiter unten folgenden Tafeln entlehnen wird. Bei der ersten Annäherung wird man das Glied $\varkappa\,(dp)^2$ ganz unberücksichtigt lassen und erst bei der zweiten Annäherung desselben in Betracht ziehen; die zweite Annäherung wird gewöhnlich ein hinreichend genaues Resultat liefern, welches, falls die extremste Genauigkeit gewünscht wird, zur Bildung der dritten und letzten Annäherung verwendet werden kann; in der ersten Annäherung kann man dreistellig die Rechnung durch-

führen, die zweite vierstellig und in der dritten Annäherung wird man fünfstellige Tafeln anwenden können, das Glied $x\,(dp)^2$ wird aber stets sehr klein bleiben, da dasselbe nur die Distanz um wenige Zehntheile der Bogensecunde beeinflussen kann, und die Zeit der Berührung im Maximum um etwa 10^s abändern kann; es wird für die Berechnung dieses Gliedes eine dreistellige Rechnung daher ausreichend sein.

Anders wird sich aber die Aufgabe gestalten, sobald sich die Frage zur Beantwortung darbietet, welche Orte die gleiche Verzögerung in Bezug auf den Ein- und Austritt zeigen; dann sind die Coefficienten α, β, γ und x sofort gegebene Größen und es müssen die Werthe von φ, und l gesucht werden, die der geforderten Zeitdifferenz genügen; die strenge Lösung wird ebenfalls auf indirecte Weise geschehen müssen, wegen des Gliedes $(dp)^2$, doch wird man sich in diesem Falle mit einer näherungsweisen aber directen Lösung begnügen dürfen, da derartige Rechnungen wohl nur zu dem Zwecke einer allgemeinen Übersicht geführt werden, also eine strenge Lösung ganz überflüssig wird; ich werde deßhalb auf diese letztere nicht eingehen und erwähne bloß hier, daß die directe fast strenge Lösung ganz nach der im V. Abschnitte (pag. 54) vorgetragenen Methode durchgeführt werden kann.

Es wird sich nun die Aufgabe stellen, die oben angezeigten analytischen Operationen zur Erlangung der Coefficienten der Gleichung (6) durchzuführen. Es ist

$$(R \pm r) - m = dq - dR \mp dr + \frac{dp^2}{2m} \Bigg\} \quad (7)$$

Es war aber im III. und IV. Abschnitte gefunden worden

$$\begin{aligned}
dq = {} & \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{\cos M \sin D\,(\pi\cos m - p) + \pi\sin m\cos D\} - \\
& - \sin(\theta - A)\cos\varphi_1 \{\sin M(\pi\cos m - p)\} \\
& + (1 - e)\sin\varphi_1 \{-\cos D\cos M(\pi\cos m - p) + \pi\sin m\sin D\} \\
-dR = {} & -\cos(\theta - A)\cos\varphi_1\cos D.\ Rp\sin 1'' - (1 - e)\sin\varphi_1\sin D. \\
& \qquad Rp\sin 1'' \\
\mp dr = {} & \mp\cos(\theta - \alpha)\cos\varphi_1\cos\delta.\ r\pi\sin 1'' \mp (1 - e)\sin\varphi_1\sin\delta. \\
& \qquad r\pi\sin 1''
\end{aligned}$$

Vereinigt man durch Addition diese Glieder und setzt dieselben nach einigen augenfälligen Transformationen in die Gleichung (7) ein, so findet sich sofort

$$\begin{aligned}(R \pm r) - m = {} & \cos(\theta - A)\cos\varphi_1 \{-\sin D\cos M(p - \pi\cos m \mp \\ & \mp r\pi\sin m\sin 1'') + \cos D(\pi\sin m - Rp\sin 1'' \mp r\pi\cos m\sin 1'')\} + \\ & + \sin(\theta - A)\cos\varphi_1\{\sin M(p - \pi\cos m \mp r\pi\sin m\sin 1'')\} \\ & + (1-e)\sin\varphi_1 \{+\cos D\cos M(p - \pi\cos m \mp r\pi\sin m\sin 1'') + \\ & + \sin D(\pi\sin m - Rp\sin 1'' \mp r\pi\cos m\sin 1'')\} + \frac{(dp)^2}{2m}\end{aligned}$$

Es würde aber nicht ganz zweckmäßig sein von diesen Formeln Gebrauch zu machen, da bei dem Eintreten eines Venusdurchganges m nothwendig eine kleine Größe ist und im Maximum etwa den Werth von 17′ gleich kommt; das Product dieses Werthes in die Parallaxe darf zwar noch nicht vernachlässigt werden, wohl aber die zweiten Potenzen dieser Größen in die Parallaxe und das dieser zweiten Potenz gleichwerthige Product von m in den Halbmesser der Venus; man wird daher setzen dürfen

$$\left.\begin{aligned}(R \pm r) - m = {} & \cos(\theta - A)\cos\varphi_1\{\sin D\cos M(\pi - p) + \\ & + \cos D(\pi\sin m - [Rp \pm r\pi]\sin 1'')\} \\ & + \sin(\theta - A)\cos\varphi_1\{-\sin M(\pi - p)\} + \\ & + (1-e)\sin\varphi_1\{-\cos D\cos M(\pi - p) + \\ & + \sin D(\pi\sin m - [Rp \pm r\pi]\sin 1'')\} + \frac{(dp)^2}{2m}\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Setzt man, um etwas zusammenziehen zu können

$$\left.\begin{aligned}(\pi - p)\cos M &= g\sin G \\ \pi\sin m - (Rp \pm r\pi)\sin 1'' &= g\cos G\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

und überdieß

$$\left.\begin{aligned}\gamma\cos\beta\sin(\lambda + A) &= (\pi - p)\sin M \\ \gamma\cos\beta\cos(\lambda + A) &= g\cos(D - G) \\ \gamma\sin\beta &= (1-e)g\sin(D - G)\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

so wird sich (8) verwandeln lassen in

$$(R \pm r) - m = \gamma\{\sin\beta\sin\varphi_1 + \cos\beta\cos\varphi_1\cos(\theta + \lambda)\} + \frac{(dp)^2}{2m}$$

oder ähnlich weiter vorgehend wie im III. Abschnitte, wird man setzen

$$\left.\begin{array}{l}\theta = L + l,\ L + \lambda = E\\ \alpha' = \gamma \sin\beta\ \ \beta' = \gamma\cos\beta\end{array}\right\} \quad (11)$$

und es wird dann die Form (4) erhalten werden, nämlich

$$(R \pm r) - m = \alpha' \sin\varphi_1 + \beta' \cos\varphi_1 \cos(l + E) + \frac{(dp)^2}{2m}$$

Die Entwicklung der Coefficienten zur Berechnung von dp ist schon oben im III. Abschnitte enthalten, und die daselbst gefundene Form ist

$$dp = \Gamma\,\{\sin B \sin\varphi_1 + \cos B \cos\varphi_1 \cos(Q + l)\}$$

Um sich aber die Berechnung von $\frac{(dp)^2}{2m}$ sofort zu erleichtern, wird man im vorliegenden Falle sofort berechnen

$$\frac{dp}{\sqrt{2m}} = \frac{\Gamma}{\sqrt{2m}}\,\{\sin B \sin\varphi_1 + \cos B \cos\varphi_1 \cos(Q + l)\} \ (12)$$

Um nun Alles auf die oben aufgestellte Form (6) zurückzuführen, wird die Bestimmung der Coefficienten I, II und III erforderlich, die sich, wie schon oben erwähnt wurde, leicht genug aus einigen speciellen Werthen von $(R \pm r) - m$ ableiten lassen, wobei man sich zu erinnern hat, daß das obere Zeichen bei der äußeren, das untere Zeichen bei der inneren Berührung Geltung hat; ich berechne zu diesem Ende fünf Werthe dieser Function, indem ich vom Momente der geocentrischen Berechnung ausgehe, in Intervallen von je 8 Zeitminuten, und zwar zwei Intervalle vor und zwei Intervalle nach der oben erwähnten Ausgangsepoche, eine Annahme, die für die beiden nächsten Venusdurchgänge sich ganz zweckentsprechend erweist; ich werde sogleich weiter unten zeigen, wie man sich sofort vor Beginn der Rechnung von Fall zu Fall orientiren kann, ob die gesteckten Grenzen der Rechnung ausreichend sind, die Gesammtzeit der Berührungsphase zu umfassen. Es sei das gewählte Intervall in Zeitsecunden angesetzt durch J bezeichnet (es wurde also J in der vorliegenden Bearbeitung $= 480^s$ angenommen) und die 5 berechneten Werthe der Function $(R \pm r) - m$ seien: P_{-2}, P_{-1}, P_0, P_{+1}, und

P_{+2}, wo der Index von P sofort auf das Intervall hinweist und nothwendig die Relation stattfinden muß

$$P_0 = 0.$$

Bildet man nun für diese fünf Werthe auf die gewöhnliche Weise die ersten, zweiten, dritten und höheren Differenzen und führt für diese die bekannte Gauß'sche Bezeichnung ein, indem man vorerst für die Hauptfunctionen schreibt

$$f(a-2) = P_{-2},\ f(a-1) = P_{-1},\ f(a) = P_0 = 0,\ f(a+1) = P_{-1},\ f(a+2) = P_{+2}$$

so wird sich finden

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{I} &= \frac{1}{2J}\left\{f'(a-\tfrac{1}{2})+f'(a+\tfrac{1}{2})-\tfrac{1}{8}[f''(a-\tfrac{1}{2})+f''(a+\tfrac{1}{2})]\right\} \\ \mathrm{II} &= \frac{1}{2J^2}\left\{f''(a)-\tfrac{1}{12}f^{IV}(a)\right\} \\ \mathrm{III} &= \frac{1}{12J^3}\left\{f'''(a-\tfrac{1}{2})+f'''(a+\tfrac{1}{2})\right\} \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

worauf die Berechnung der für die verschiedenen Intervalle anderswerthigen Coefficienten $(\mathrm{I}+\mathrm{II}t+\mathrm{III}t^2)$, die zur Berechnung der Coefficienten der Gleichung (6) dieses Abschnittes dienen, ohne Schwierigkeit vorgenommen werden kann; ich werde den Werth dieses Coefficienten der Kürze halber mit N bezeichnen und sofort auch eine andere Methode angeben zur Berechnung derselben, die fast kürzer ist, und jedenfalls eine geeignete Controlle für die Rechnung abgibt. Bezeichnet man den für die verschiedenen Intervalle geltenden Werth von N durch Indices analog denen, welche für P gewählt wurden, so ist auch, wie dieß eine einfache Überlegung zeigt

$$N_{-2} = -\frac{P_{-2}}{2J},\ N_{-1} = -\frac{P_{-1}}{J},\ N_{+1} = \frac{P_{+1}}{J},\ N_{+2} = \frac{P_{+2}}{2J}\Bigg\} \quad (14)$$

und weiter findet sich N_0 nach

$$N_0 = \frac{1}{2J}\{(P_{+1}-P_{-1})+\tfrac{1}{6}[2(P_{+1}-P_{-1})+(P_{-2}-P_{+2})]\} \quad (15)$$

Man wird sich leicht überzeugen, daß die Werthe von N für den Eintritt positiv werden, für den Austritt negativ. Man berechnet daher weiter

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \frac{\alpha'}{N}, \ \eta = \frac{\Gamma \sin B}{\sqrt{\pm 2m . N}} \\ \beta = \frac{\beta'}{N}, \ \iota = \frac{\Gamma \cos B}{\sqrt{\pm 2m . N}} \end{array}\right\} \quad (16)$$

wobei unter dem Wurzelzeichen dem oben Gesagten zu Folge für den Eintritt das obere, für den Austritt das untere Zeichen zu wählen sein wird. Man hat dann schließlich zur Berechnung des Zeitunterschiedes zwischen der parallaktisch veränderten und der geocentrischen Berührung den Ausdruck

$$\begin{array}{r} t = \alpha \sin \varphi_1 + \beta \cos \varphi_1 \cos (E + l) \pm \{\eta \sin \varphi_1 + \\ + \iota \cos \varphi_1 \cos (Q + l)\}^2 \end{array} \quad (17)$$

wozu bemerkt werden muß, daß das kleine quadratische Glied das obere Zeichen für den Eintritt, das untere Zeichen für den Austritt zu erhalten hat.

Es kann schließlich die Frage noch aufgeworfen werden, innerhalb welchen Zeitgrenzen man die Berechnung der in der Gleichung (17) enthaltenen Coefficienten auszuführen hat, damit man die Rechnung weder in allzuweiten noch zu engen Grenzen durchführt; die Zeiten der geocentrischen Berührungen könnten leicht genug durch Auflösung einer quadratischen Gleichung erhalten werden, indem man innerhalb enger Grenzen die relative Bewegung der Venus und Sonne als linear ansehen kann; noch einfacher aber erhält man diese Zeitmomente aus den bereits ausgeführten Rechnungen. Man geht zu dem Ende in die Columne m der Tafel I (IV. Abschnitt) und sucht durch Interpolation mit Rücksicht auf zweite Differenzen die Zeiten, zu welchen $m = (R \pm r)$ wird. Um nun die Zeitgrenzen zu finden, erinnere man sich, daß im Maximum dm die Größe $\pm (\pi - p)$ erreichen kann; man wird also aus der Tafel I die Zeitgrenzen (ganz beiläufig nur durchzuführen) leicht entnehmen, wenn man für die äußeren Berührungen die Momente aufsucht, in denen $m = (R + r) + (\pi - p)$ und $m = (R + r) - (\pi - p)$ werden und für die inneren Berührungen die Momente des Stattfindens der Relationen $m = (R - r) + (\pi - p)$ und $m = (R - r) - (\pi - p)$ — Diese Grenzbe-

stimmung wird eine geeignete Illustration zu der von mir im Eingange dieses Abschnittes gemachten Bemerkung abgeben, daß die Zeitänderungen der Berührungen durch die Parallaxe ein völlig richtiges Urtheil über die Günstigkeit des Ortes zur Parallaxenbestimmung nicht abzugeben vermögen und außerdem darthun, daß jeder Venusdurchgang, bei dem die Scheibe derselben ganz in die Sonnenscheibe eintritt, bei geeigneter Wahl der Beobachtungsmethoden stets brauchbare Resultate für die Bestimmung der Sonnenparallaxen abgeben muß, was zwar a priori einleuchtend ist, wohl aber nach einigen über diesen Gegenstand zu verschiedenen Zeiten gemachten Äußerungen nicht allgemein anerkannt ist.

Würde man die Zeitgrenzen dem oben Auseinandergesetzten zu Folge mit Hilfe der Tafel I bestimmen, so würde sich finden, daß die Zeitgrenzen $\pm$ 13^m von der geocentrischen Berührung ausgehend, in allen Fällen ausreichen, doch habe ich dieselben wegen der Bequemlichkeit in den vorzunehmenden Interpolationen durchaus auf $\pm$ 16^m ausgedehnt:

Mit Hilfe der Tafel I fand ich nun die folgenden Momente der geocentrischen Berührung.

Eintritt,	äußere	Berührung	13^h	56^m	16^{s}98	mittlere	Pariser	Zeit.
„	innere	„	14	25	15·43	„	„	„
Austritt,	innere	„	18	6	30·21	„	„	„
„	äußere	„	18	35	28·69	„	„	„

und indem ich die voranstehenden Entwicklungen benützte, erhielt ich die folgenden numerischen Werthe, die ich in die vier folgenden Tafeln aufgenommen habe; und zwar:

Tafel IV.

Eintritt. Äussere Berührung.

Geocentrisch $13^h56^m16^s98$ mittl. Pariser Zeit.

t	$\log\alpha$	$\log\beta$	E	$\log\eta$	$\log\iota$	Q
-13^m	$2_n 53864$	2·69866	314°18'30"	0·2873	0·2650	271°22'
−12	$2_n 54134$	2·69878	314 39 47	0·2872	0·2672	271 46
−11	$2_n 54405$	2·69890	315 1 7	0·2871	0·2694	272 10
−10	$2_n 54676$	2·69901	315 22 31	0·2870	0·2716	272 34
− 9	$2_n 54947$	2·69912	315 43 58	0·2869	0·2738	272 58
− 8	$2_n 55219$	2·69923	316 5 28	0·2868	0·2760	273 21
− 7	$2_n 55491$	2·69934	316 27 2	0·2867	0·2782	273 45
− 6	$2_n 55764$	2·69944	316 48 39	0·2865	0·2804	274 9
− 5	$2_n 56037$	2·69954	317 10 20	0·2864	0·2826	274 33
− 4	$2_n 56310$	2·69964	317 32 4	0·2862	0·2849	274 57
− 3	$2_n 56584$	2·69974	317 53 52	0·2860	0·2871	275 21
− 2	$2_n 56858$	2·69983	318 15 43	0·2858	0·2894	275 45
− 1	$2_n 57132$	2·69993	318 37 38	0·2856	0·2916	276 9
0	$2_n 57407$	2·70002	318 59 37	0·2854	0·2939	276 32
+ 1	$2_n 57682$	2·70011	319 21 40	0·2852	0·2961	276 56
+ 2	$2_n 57958$	2·70020	319 43 46	0·2849	0·2983	277 20
+ 3	$2_n 58234$	2·70029	320 5 57	0·2847	0·3006	277 44
+ 4	$2_n 58510$	2·70037	320 28 11	0·2844	0·3028	278 7
+ 5	$2_n 58786$	2·70045	320 50 29	0·2842	0·3051	278 31
+ 6	$2_n 59063$	2·70053	321 12 51	0·2839	0·3073	278 55
+ 7	$2_n 59340$	2·70061	321 35 17	0·2836	0·3095	279 19
+ 8	$2_n 59618$	2·70068	321 57 48	0·2833	0·3118	279 42
+ 9	$2_n 59896$	2·70075	322 20 23	0·2830	0·3140	280 6
+10	$2_n 60174$	2·70081	322 43 2	0·2826	0·3163	280 30
+11	$2_n 60453$	2·70088	323 5 45	0·2823	0·3185	280 54
+12	$2_n 60732$	2·70094	323 28 32	0·2819	0·3208	281 17
+13	$2_n 61012$	2·70100	323 51 23	0·2815	0·3230	281 41

$$t = \alpha\sin\varphi_1 + \beta\cos\varphi_1\cos(E+l) + \{\eta\sin\varphi_1 + \iota\cos\varphi_1\cos(Q+l)\}^2$$

Größte Beschleunigung	Größte Verzögerung
$t = -10^m11^s$	$t = +10^m43^s$
$l = 224°7$	$l = 37°0$
$\varphi = +35°2$	$\varphi = -38°8$

Tafel V.

Eintritt. Innere Berührung.

Geocentrisch $14^h 25^m 15^s 43$ mittl. Pariser Zeit.

t	$\log\alpha$	$\log\beta$	E	$\log\eta$	$\log\iota$	Q
-13^m	2_n65519	2·73773	324°58'13"	0·2987	0·3482	282°52'
-12	2_n65820	2·73797	325 21 22	0·2984	0·3506	283 15
-11	2_n66121	2·73821	325 44 36	0·2980	0·3529	283 39
-10	2_n66423	2·73845	326 7 54	0·2976	0·3553	284 2
-9	2_n66725	2·73868	326 31 17	0·2972	0·3577	284 26
-8	2_n67028	2·73892	326 54 45	0·2968	0·3601	284 49
-7	2_n67331	2·73915	327 18 19	0·2964	0·3624	285 13
-6	2_n67635	2·73938	327 41 58	0·2959	0·3648	285 37
-5	2_n67939	2·73961	328 5 42	0·2955	0·3672	286 0
-4	2_n68244	2·73984	328 29 31	0·2950	0·3696	286 24
-3	2_n68550	2·74007	328 53 25	0·2945	0·3719	286 47
-2	2_n68856	2·74030	329 17 25	0·2940	0·3743	287 11
-1	2_n69163	2·74053	329 41 30	0·2935	0·3767	287 34
0	2_n69470	2·74076	330 5 41	0·2930	0·3791	287 58
$+1$	2_n69778	2·74099	330 29 57	0·2925	0·3815	288 21
$+2$	2_n70087	2·74122	330 54 19	0·2919	0·3839	288 45
$+3$	2_n70397	2·74144	331 18 46	0·2913	0·3863	289 9
$+4$	2_n70707	2·74167	331 43 19	0·2907	0·3887	289 32
$+5$	2_n71018	2·74190	332 7 58	0·2901	0·3911	289 56
$+6$	2_n71329	2·74213	332 32 43	0·2894	0·3935	290 19
$+7$	2_n71641	2·74235	332 57 34	0·2888	0·3959	290 43
$+8$	2_n71953	2·74258	333 22 31	0·2881	0·3983	291 6
$+9$	2_n72266	2·74280	333 47 34	0·2874	0·4007	291 30
$+10$	2_n72580	2·74302	334 12 44	0·2867	0·4031	291 53
$+11$	2_n72894	2·74324	334 37 59	0·2860	0·4055	292 17
$+12$	2_n73209	2·74346	335 3 21	0·2852	0·4079	292 40
$+13$	2_n73525	2·74368	335 28 50	0·2844	0·4103	293 4

$$t = \alpha \sin\varphi_1 + \beta \cos\varphi_1 \cos(E+l) + \{\eta \sin\varphi_1 + \iota \cos\varphi_1 \cos(Q+l)\}^2$$

Größte Beschleunigung	Größte Verzögerung
$t = -11^m 52^s$	$t = +12^m 56^s$
$l = 214°6$	$l = 24°5$
$\varphi = +39°9$	$\varphi = -44°5$

Tafel VI.

Austritt. Innere Berührung.

Geocentrisch $18^h 6^m 30^s 21$ mittl. Pariser Zeit.

t	$\log\alpha$	$\log\beta$	E	$\log\eta$	$\log\iota$	Q
-13^m	2·84632	2_n51774	117°36′53″	9_n7599	0·5003	4°41′
-12	2·84430	2_n51765	118 21 22	9_n7674	0·4987	5 1
-11	2·84230	2_n51760	119 5 31	9_n7747	0·4972	5 22
-10	2·84030	2_n51757	119 49 21	9_n7817	0·4956	5 42
-9	2·83831	2_n51757	120 32 51	9_n7886	0·4941	6 3
-8	2·83633	2_n51758	121 16 2	9_n7953	0·4925	6 23
-7	2·83436	2_n51762	121 58 53	9_n8018	0·4909	6 44
-6	2·83239	2_n51768	122 41 25	9_n8082	0·4894	7 4
-5	2·83044	2_n51776	123 23 38	9_n8144	0·4878	7 25
-4	2·82849	2_n51787	124 5 32	9_n8204	0·4863	7 45
-3	2·82655	2_n51799	124 47 7	9_n8263	0·4847	8 5
-2	2·82462	2_n51813	125 28 24	9_n8320	0·4831	8 26
-1	2·82269	2_n51829	126 9 22	9_n8376	0·4816	8 46
0	2·82077	2_n51846	126 50 1	9_n8430	0·4800	9 6
$+1$	2·81885	2_n51865	127 30 22	9_n8483	0·4785	9 27
$+2$	2·81694	2_n51885	128 10 25	9_n8535	0·4769	9 47
$+3$	2·81504	2_n51906	128 50 10	9_n8586	0·4753	10 8
$+4$	2·81314	2_n51929	129 29 38	9_n8635	0·4738	10 28
$+5$	2·81125	2_n51953	130 8 48	9_n8683	0·4722	10 48
$+6$	2·80936	2_n51978	130 47 41	9_n8730	0·4706	11 9
$+7$	2·80748	2_n52004	131 26 17	9_n8776	0·4691	11 29
$+8$	2·80560	2_n52031	132 4 35	9_n8821	0·4675	11 49
$+9$	2·80373	2_n52059	132 42 36	9_n8865	0·4660	12 10
$+10$	2·80187	2_n52088	133 20 21	9_n8908	0·4644	12 30
$+11$	2·80002	2_n52118	133 57 50	9_n8950	0·4628	12 50
$+12$	2·79817	2_n52149	134 35 2	9_n8991	0·4613	13 10
$+13$	2·79632	2_n52181	135 11 57	9_n9031	0·4597	13 30

$$t = \alpha \sin\varphi_1 + \beta\cos\varphi_1 \cos(E+l) - \{\eta\sin\varphi_1 + \iota\cos\varphi_1\cos(Q+l)\}^2$$

Größte Beschleunigung	Größte Verzögerung
$t = -12^m 55^s$	$t = +11^m 51^s$
$l = 242°3$	$l = 45°5$
$\varphi = -64°9$	$\varphi = +62°2$

Tafel VII.

Austritt. Äussere Berührung.

Geocentrisch 18h35m28s·69 mittl. Pariser Zeit.

t	log α	log β	E	log η	log ι	Q
−13m	2·75471	2n48700	136°58′32″	9n8967	0·4370	14°30′
−12	2·75308	2n48753	137 34 26	9n9005	0·4355	14 50
−11	2·75145	2n48807	138 10 5	9n9042	0·4341	15 10
−10	2·74983	2n48861	138 45 29	9n9079	0·4326	15 30
− 9	2·74821	2n48915	139 20 38	9n9115	0·4311	15 50
− 8	2·74660	2n48970	139 55 33	9n9150	0·4296	16 10
− 7	2·74499	2n49025	140 30 13	9n9184	0·4282	16 31
− 6	2·74338	2n49080	141 4 39	9n9218	0·4267	16 51
− 5	2·74178	2n49135	141 38 50	9n9251	0·4252	17 11
− 4	2·74018	2n49191	142 12 48	9n9283	0·4237	17 31
− 3	2·73859	2n49247	142 46 32	9n9315	0·4223	17 51
− 2	2·73700	2n49303	143 20 3	9n9346	0·4208	18 11
− 1	2·73541	2n49359	143 53 20	9n9376	0·4193	18 31
0	2·73383	2n49415	144 26 24	9n9406	0·4178	18 51
+ 1	2·73225	2n49471	144 59 15	9n9435	0·4164	19 11
+ 2	2·73068	2n49527	145 31 53	9n9464	0·4149	19 31
+ 3	2·72911	2n49583	146 4 18	9n9492	0·4134	19 51
+ 4	2·72754	2n49639	146 36 30	9n9520	0·4119	20 11
+ 5	2·72598	2n49695	147 8 30	9n9547	0·4105	20 30
+ 6	2·72442	2n49751	147 40 19	9n9573	0·4090	20 50
+ 7	2·72286	2n49807	148 11 55	9n9599	0·4075	21 10
+ 8	2·72131	2n49863	148 43 20	9n9625	0·4060	21 30
+ 9	2·71976	2n49919	149 14 33	9n9650	0·4046	21 50
+10	2·71822	2n49974	149 45 34	9n9674	0·4031	22 10
+11	2·71668	2n50030	150 16 25	9n9698	0·4016	22 30
+12	2·71514	2n50085	150 47 5	9n9722	0·4001	22 50
+13	2·71361	2n50140	151 17 34	9n9745	0·3987	23 9

$$t = \alpha \sin\varphi_1 + \beta\cos\varphi_1\cos(E+l) - \{\eta\sin\varphi_1 + \iota\cos\varphi_1\cos(Q+l)\}^2$$

Größte Beschleunigung	Größte Verzögerung
$t = -10^m 42^s$	$t = +10^m 10^s$
$l = 221°7$	$l = 30°2$
$\varphi = -61°4$	$\varphi = 58°9$

Ich habe nun eine große Reihe von Curven berechnet, welche für die Zeiten der inneren Berührungen die Orte gleicher Günstigkeit verbinden und dieselben in eine Karte eingetragen; da aber derartige Curven und Karten nur den Zweck haben können eine allgemeine Übersicht zu erhalten, so habe ich es unterlassen, dieselben dieser ohnehin schon umfangreich gewordenen Abhandlung noch beizuschließen, da durch die werthvollen Arbeiten von Airy, Hansen, C. F. W. Peters und Proctor in dieser Rücksicht mehr als genügt wird.

Als besonders geeignet empfehlen sich vier Gruppen von Beobachtungsstationen

I. Mac Donald-Inseln, Kerguelen-Inseln und Crozet-Inseln nebstdem wohl auch die Inseln Amsterdam und St. Paul.

II. Die Zone zwischen dem Schwarzen Meere und dem Baikal-See. Ein größter Kreis vom nordöstlichen Ende des Aralsees nach dem Cap Comorin (Südspitze Vorderindiens) gibt die Punkte an, die das Maximum der Sonnenhöhe für die verschiedenen Günstigkeitsgrade verbinden.

III. Die Gruppe der Sandwich-Inseln, die kleinen westlich von dieser Gruppe gelegenen kleinen Inseln und Riffe (Gardener, Necker, Lisiansky, Bunker) sind besonders günstig, doch würden auch Cornwallis-Inseln, Washington-Inseln und Christmas-Inseln ebenfalls sehr werthvolle Stationen abgeben.

IV. Nimrodgruppe und die südöstlich von Neuseeland gelegenen Inseln und zwar insbesondere die Macquarie-Inseln, Campell-Inseln, Auckland-Inseln; weniger zu empfehlen wegen niedrigerem Stande der Sonne die Chatam-Inseln.

VIII.

Beobachtung der Contactmomente nach Halley's Methode. Bei Halley's Methode wird im Allgemeinen die Länge des Beobachtungsortes nur ganz beiläufig bekannt zu sein brauchen, um die Werthe der Parallaxe aus der Zeit der Verweilung zu bestimmen, und dieß war besonders für das 18. Jahrhundert als ein großer Vortheil anzusehen, da die genaue Längenbestimmung damals

ein fast unlösbares Problem war; bei der jetzigen so vollkommenen Kenntniß der Bewegung des Mondes wird es jedoch keine allzugroße Schwierigkeit haben, genügende Längenbestimmungen zu erhalten, wenn man auf die Bestimmung derselben einige Zeit verwenden kann. Halley's Methode wird daher für jetzt nur dann einen besonderen Vortheil in der Anwendung geben, wenn man durch die Verhältnisse verhindert ist, längere Zeit an der Beobachtungsstation zu verweilen und es wird deßhalb diese Methode dann immerhin ihren Werth behalten bei einiger Unsicherheit in der Länge des Ortes. Ist letztere aber sicher bestimmt, so wird es für die Sicherheit des Resultates vortheilhafter sein, die Beobachtungen nciht als Verweilungen zu benützen, sondern gleichsam wie nach Delisle's Methode angestellt zu behandeln.

Für die Änderung der Zeit der Berührungen durch die Parallaxe wurde im vorausgehendem VII. Abschnitte die folgende Form gefunden, wenn man das kleine quadratische Glied übergeht:

$$t = \alpha \sin \varphi_1 + \beta \cos \varphi_1 \cos (E + l)$$

Bezeichnet man nun die Coefficienten, die für den Eintritt gehören mit dem Index e, die für den Austritt gelten aber mit dem Index a, so wird zunächst sein

$$t_e = \alpha_e \sin \varphi_1 + \beta_e \cos \varphi_1 \cos (E_e + l)$$
$$t_a = \alpha_a \sin \varphi_1 + \beta_a \cos \varphi_1 \cos (E_a + l)$$

und diejenigen Orte werden für Halley's Methode nahe gleich günstig sein, welche die Differenz

$$t_a - t_e = dT$$

zu einer gleichen Größe anwachsen machen. Es wird dT positiv werden bei einer Verlängerung, negativ bei einer Verkürzung der Verweilungszeit. Es soll nun, da es sich doch nur um eine beiläufige Übersicht der Verhältnisse handelt, die Abhängigkeit der Coefficienten von der Zeit außer Acht gelassen werden, also treten die Werthe α_e, β_e, α_a, β_a, E_e und E_a als Constante in das Problem; wollte man die Veränderung der Verweilungszeit für einen gegebenen Ort völlig scharf berechnen, so würde dieß mit Hilfe der Tafeln V und VI oder IV und VII, je nachdem man die inneren oder die äußeren Berührungen combinirt, mit völliger Genauigkeit geschehen können.

Setzt man also

$$\left.\begin{aligned} \alpha_a - \alpha_e &= h \\ \beta_a \cos E_a - \beta_e \cos E_e &= f \cos\psi \\ \beta_a \sin E_a - \beta_e \sin E_e &= f \sin\psi \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

so erhält man die Form

$$dT = h \sin\varphi_1 + f \cos\varphi_1 \cos(\psi + l) \quad (2)$$

welche zunächst sofort zeigt, daß die Orte gleicher Günstigkeit nach Halley's Methode nahezu in Kreisen auf der Erdoberfläche liegen; man wird aus dieser Gleichung auf zwei Maximalwerthe, nämlich einen positiven und negativen, hingeführt werden, von denen jedoch der eine stets eine nur analytische Bedeutung haben wird, da nämlich für diesen einen Ort sowohl der Eintritt als auch der Austritt unter dem Horizonte stattfindet, auf welchen Umstand ich später ausführlich zurückkommen werde.

Um nun wieder alle Orte auffinden zu können, die eine gleiche Günstigkeit (gleiche Änderung der Verweilungszeit) hervorbringen, wird man, ganz ähnlich wie dieß im V. Abschnitte geschehen ist, vorgehen können. Man wird zunächst berechnen

$$v^2 = h^2 + f^2 \quad (3)$$

und hiebei v stets positiv annehmen und dann haben, wenn durch $\cos\zeta$ das Verhältniß der geforderten Abänderung in der Verweilung zur maximalen ausgedrückt erscheint.

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi_1 \sin(\psi + l) &= (\sin\zeta) \sin F \\ \cos\varphi_1 \cos(\psi + l) &= \left(\frac{f}{v}\cos\zeta\right) - \left(\frac{h}{v}\sin\zeta\right)\cos F \\ \sin\varphi_1 &= \left(\frac{h}{v}\cos\zeta\right) + \left(\frac{f}{v}\sin\zeta\right)\cos F \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wo wieder der Winkel F ein völlig willkürlicher ist; die Substitution von gleichmäßig auf der Peripherie vertheilten Werthen wird die Curvenpunkte finden lassen, welche vereinigt durch eine Linie die Orte gleicher Günstigkeit verbinden, doch wird für einen großen Theil dieser Punkte das Phänomen nicht sichtbar sein, weil sich dasselbe unter dem Horizonte ereignet; es werden sich aber Grenzwerthe für F angeben lassen, die die praktisch brauchbaren Orte auffinden

lassen. Setzt man die Sternzeit des geocentrischen Eintrittes gleich L_e, des Austrittes L_a, und bezeichnet man mit A und D die Rectascension und Declination der Sonne, welche Größen man im Verlaufe des Phänomens für die vorliegende Untersuchung als constant ansehen kann, und schreibt überdieß

$$\left.\begin{array}{l} L_e - A = T_e \\ L_a - A = T_a \end{array}\right\} \quad (5)$$

so werden T_e und T_a die wahren Pariser Zeiten des Ein- und Austrittes sein, und die Bedingungen, daß das Sonnencentrum sowohl zur Zeit des Eintrittes als auch zur Zeit des Austrittes sich über den Horizont befindet, dargestellt durch

$$\left.\begin{array}{l} o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(T_e + l) \\ o < \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos(T_a + l) \end{array}\right\} \quad (6)$$

Schreibt man nun in den Gleichungen (6)

$$\begin{array}{l} T_e + l = (T_e - \psi) + (\psi + l) \\ T_a + l = (T_a - \psi) + (\psi + l) \end{array}$$

und löst die Cosinus dieser Functionen auf und substituirt, indem man die excentrische Polhöhe mit der scheinbaren identificirt, die Werthe aus (4) in die so aufgelösten Ungleichungen ein, so findet sich leicht die geforderte Bedingung für den Eintritt

$$o < \mathrm{I}_e \cos\zeta + \mathrm{II}_e \cos F \sin\zeta + \mathrm{III}_e \sin F \sin\zeta \quad (7)$$

für den Austritt

$$o < \mathrm{I}_a \cos\zeta + \mathrm{II}_a \cos F \sin\zeta + \mathrm{III}_a \sin F \sin\zeta \quad (8)$$

in welchen beiden Formeln zur Abkürzung gesetzt wurden

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{I}_e = \frac{h}{v} \sin D + \frac{f}{v} \cos D \cos(T_e - \psi) \\ \mathrm{II}_e = \frac{f}{v} \sin D - \frac{h}{v} \cos D \cos(T_e - \psi) \\ \mathrm{III}_e = -\cos D \sin(T_e - \psi) \\ \mathrm{I}_a = \frac{h}{v} \sin D + \frac{f}{v} \cos D \cos(T_a - \psi) \\ \mathrm{II}_a = \frac{f}{v} \sin D - \frac{h}{v} \cos D \cos(T_a - \psi) \\ \mathrm{III}_a = -\cos D \sin(T_a - \psi) \end{array}\right\} \quad (9)$$

Setzt man nun weiter

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{II}_e = k_e \sin K_e, \ \mathrm{II}_a = k_a \sin K_a \\ \mathrm{III}_e = k_e \cos K_e, \ \mathrm{III}_a = k_a \cos K_a \end{array}\right\} \quad (10)$$

in welchen Formeln K_e und K_a so zu bestimmen sein werden, daß sowohl k_e als auch k_a positiv erscheinen, so erhält man für (7) und (8) die beiden Ungleichungen

$$\left.\begin{array}{l} o < \mathrm{I}_e \cos\zeta + k_e \sin(K_e + F) \sin\zeta \\ o < \mathrm{I}_a \cos\zeta + k_a \sin(K_a + F) \sin\zeta \end{array}\right\} \quad (11)$$

Diese Formeln (11) zeigen, daß die Bestimmung von ζ nun nicht mehr ganz willkürlich ist; da ζ stets kleiner als $180°$ angenommen werden kann, so wird $\sin\zeta$ stets positiv sein müssen und k_e und k_a sind es der obigen Bestimmung gemäß, man wird daher aus (11) auch ableiten können

$$\left.\begin{array}{l} o < \dfrac{\mathrm{I}_e}{k_e} \operatorname{cotg}\zeta + \sin(K_e + F) \\[2ex] o < \dfrac{\mathrm{I}_a}{k_a} \operatorname{cotg}\zeta + \sin(K_a + F) \end{array}\right\} \quad (12)$$

und die Grenzbestimmung von ζ wird daher ganz wesentlich von den Factor $\frac{\mathrm{I}}{k}$ abhängig sein. Ist derselbe positiv, so wird dieser Ungleichheit stets durch einen Werth von F genügt werden können, so lange ζ kleiner als $90°$ angenommen wird (ist $\zeta < 90°$, so tritt eine Verlängerung der Verweilungsdauer ein), wenn auch die Grenzen von F unter Umständen sich sehr beschränken können; wird aber $\zeta > 90°$ angenommen (ist $\zeta > 90°$, so tritt eine Verkürzung in der Verweilungsdauer ein), so wird man Werthe von ζ angeben können, die veranlassen, daß ist $-\frac{\mathrm{I}}{k} \operatorname{cotg}\zeta > 1$ (oder $\operatorname{tg}\zeta > -\frac{\mathrm{I}}{k}$), wo sich dann für F keine mögliche Bestimmung ergibt, da sein müßte

$$\sin(K + F) > 1$$

was eine Unmöglichkeit ist.

Würde $\frac{\mathrm{I}}{k}$ negativ (wie es bei dem nächsten Venusdurchgange der Fall ist), so wird eine analoge Betrachtung gelten, nur daß jetzt

die Beschränkung für den Fall wo $\zeta < 90^\circ$ ist, eintreten würde. Es wird also jedweder Werth von ζ innerhalb der Grenzen 90° und 180° angenommen werden dürfen, innerhalb der Grenzen 0° und 90° jedoch, nur diejenigen Werthe, für welche

$$\operatorname{tg}\zeta > -\frac{1}{k}$$

wird. Da zwei Ungleichungen bestehen, so wird man für die ζ zwei Grenzwerthe erhalten, jedoch wird nur derjenige Grenzwerth angenommen werden dürfen, der die Grenzen enger steckt.

Hat man sich die Grenzen für ζ bestimmt, und macht man dann innerhalb der erlaubten Grenzen für ζ bestimmte Annahmen, so werden die Ungleichungen (12) sofort die Grenzwerthe von F bestimmen lassen; hierbei wird man sowohl aus der ersten Ungleichung zwei Grenzwerthe von F erhalten und ebenso aus der zweiten, und für F werden schließlich jene Werthe angenommen werden dürfen, welche diesen beiden Grenzbestimmungen gemeinsam sind.

Will man auch die Höhen kennen, in denen der Eintritt und Austritt stattfindet, so hat man hiezu einfach genug

$$\left.\begin{aligned}\sin h_e &= l_e \cos\zeta + k_e \sin\zeta \sin(K_e + F)\\ \sin h_a &= l_a \cos\zeta + k_a \sin\zeta \sin(K_a + F)\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Ich werde nun die vorstehenden Entwicklungen ihrer praktischen Verwerthung für den Venusdurchgang 1874 zuführen. Es wurde oben die Voraussetzung gemacht, die Coefficienten constant anzunehmen und ich finde, indem ich auf die inneren Berührungen allein Rücksicht nehme, nach der Tafel V und VI die folgenden numerischen Relationen

$$\begin{aligned}t_e &= [2_n 695] \sin\varphi_1 + [2\cdot 741] \cos\varphi_1 \cos(330^\circ 1 + l)\\ t_a &= [2\cdot 821] \sin\varphi_1 + [2_n 518] \cos\varphi_1 \cos(126^\circ 8 + l)\end{aligned}$$

wobei die in eckigen Klammern eingeschlossenen Coefficienten logarithmisch angesetzt sind. Daraus leite ich nach (1) ab

$$dT = [3\cdot 063] \sin\varphi_1 + [2\cdot 446] \cos(177^\circ 8 + l)$$

und nach (3)

$$\log v = 3\cdot 075.$$

Die Orte des positiven ($l = 360 - \psi$, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{h}{f}$) und negativen Maximalwerthes ($l = 180 - \psi$, $\operatorname{tg} \varphi = -\frac{h}{f}$) sind

$$l = 182^\circ 2 \qquad l = 2^\circ 2$$
$$\varphi = 76^\circ 4 \qquad \varphi = -76^\circ 4$$

von denen der erstere Ort nur eine analytische Bedeutung hat. Indem ich $T_e = 218^\circ 2$ und $T_a = 273^\circ 5$ finde, berechnet sich nach (9)

$$\log \mathrm{I}_e = 9_n 325 \qquad \log \mathrm{I}_a = 9_n 600$$
$$\log \mathrm{II}_e = 9_n 888 \qquad \log \mathrm{II}_a = 7_n 255$$
$$\log \mathrm{III}_e = 9_n 777 \qquad \log \mathrm{III}_a = 9_n 963$$

und nach (10)

$$\log k_e = 9 \cdot 990 \qquad \log k_a = 9 \cdot 963$$
$$K_e = 232^\circ 3 \qquad K_a = 180^\circ 1.$$

Es ist $\frac{\mathrm{I}}{k}$ eine negative Größe, daraus schließe ich sofort, daß ζ nicht gleich der Null angenommen werden darf, wohl aber die Grenze 180° erreichen kann; der positive Maximalwerth hat demnach, wie schon oben bemerkt, eine rein analytische Bedeutung, während der negative praktisch verwerthbar ist. Aus der Relation $\operatorname{tg} \zeta > -\frac{\mathrm{I}}{k}$ finde ich für den

$$\text{Eintritt } \zeta > 12^\circ 2$$
$$\text{Austritt } \zeta > 23^\circ 4$$

es ist also für ζ die folgende Grenzbestimmung gewonnen, nämlich

$$23^\circ 4 < \zeta < 180^\circ.$$

Um nun die Orte auf der nördlichen Hemisphäre zu finden, die sich zur Anstellung der Beobachtungen nach Halley's Methode praktisch brauchbar erweisen, habe ich, um sofort allzuniedrige Höhen auszuschließen, die zwei Curven berechnet, die für $\zeta = 35^\circ$ und $\zeta = 45^\circ$ gelten, und findet vorerst für $\zeta = 35^\circ$ nach (12) die Ungleichungen

$$[9\cdot490] \leqq \log\sin(232^\circ3 + F)$$
$$[9\cdot792] \leqq \log\sin(180^\circ1 + F)$$

woraus sich ergibt einerseits

$$289^\circ7 > F > 145^\circ7$$

anderseits

$$321^\circ6 > F > 218^\circ2$$

daher die Grenzen für F

$$289^\circ7 > F > 218^\circ2$$

Ich nehme daher als Mittelwerth $F = 254^\circ$ an, und rechne vier weitere Punkte, die von diesem Mittelwerthe $\pm 18^\circ$ und $\pm 36^\circ$ abstehen und finde so nach den Gleichungen (4) und (13) die folgenden Curvenpunkte und Höhen

$\zeta = 35^\circ$,			$\cos\zeta = 0\cdot82$	
F	l	φ	$h_\circ$	$h_\circ$
218°	153°	+43°	23°	0°
236	139	+48	21	7
254	124	+50	16	10
272	109	+53	9	12
290	92	+57	0	10

und die Annahme $\zeta = 45^\circ$ ergab mir zunächst als Grenzbestimmung für F die Relation $295^\circ2 > F > 205^\circ5$ und vom Werthe $F = 250^\circ$ ausgehend, berechnete ich für vier weitere Werthe von F die geforderten Größen, indem ich Werthe annahm, die von diesen um die Größen $\pm 22^\circ$ und $\pm 44^\circ$ abstanden.

Es fand sich

$\zeta = 45^\circ$,			$\cos\zeta = 0\cdot71$	
F	l	φ	$h_\circ$	$h_\circ$
206°	161°	+32°	33°	0°
228	142	+35	32	12
250	123	+39	26	19
272	104	+44	15	22
294	82	+49	1	18

Es wird sich daher besonders empfehlen für diese Beobachtungsgattung Blagowischtschensk (niedrige Sonnenhöhen) in Sibirien und das für die Beobachtung günstiger gelegene (größere Sonnen-

höhen) Niutschhuan im Norden des Golf von Liaotong, eine den Ausländern eröffnete chinesische Stadt.

Der günstigste Punkt auf der Südhemisphäre ist wohl kaum erreichbar und um daher die Punkte von der nächst größten Günstigkeit zu finden habe ich die Curve für $\zeta = 160°$ berechnet. Es findet sich zunächst die Bedingung $344°2 > F > 91°2$ und die Curvenpunkte

$\zeta = 160°$		$\cos\zeta = 0 \cdot 94$
$F = 92°$	$l = 304°$	$\varphi = -66°$
134	270	−76
176	194	−83
218	103	−78
260	66	−68
302	38	−60
344	12	−57

Es empfiehlt sich also Kemp- und Enderbyland ebenfalls, wie für die photographische Aufnahme und es bedarf daher ebenfalls keiner genauen Längenbestimmung. Falls man daher schon Mitte November durch das Eis nach Kemp- und Enderbyland vordringen kann, so wird jedenfalls die Station nur dringend empfohlen werden können. Die Sonnenhöhen sind für Enderby- und Kempland zur Zeit des Ein- und Austrittes beträchtlich, nämlich beziehungsweise über 20° und über 40°.

IX.

Positionswinkel des Ein- und Austrittes. Während des Zeitraumes zwischen den äußeren und inneren Berührungen des Venus- und Sonnenrandes möchte ich vorschlagen fortwährend die Positionswinkel dieses Eintrittes zu messen; ich behalte mir vor für eine spätere Abhandlung auf diese Messungsmethode zurückzukommen, da ich vorläufig noch keine praktischen Versuche mit derselben vorgenommen habe und ich binnen Kurzem dieselbe einer eingehenden Prüfung unterziehen werde.

X.

Schluß. Ich werde nun zum Schlusse eine kurze Übersicht über die Stationen geben, welche ich für die Beobachtung des Venusdurchganges für besonders geeignet halte. Es ist klar, daß aber, wenn

es gelingt, jede Station mehrfach zu besetzen, es vorzuziehen ist, falls die Möglichkeit vorliegt, nicht einen Punkt mehrfach zu besetzen, sondern sich auf benachbarte, wenn auch etwas weniger günstig gelegene Orte zu vertheilen, um von localen Trübungen der Atmosphäre möglichst unabhängig zu werden. Es wird aber jede Beobachtung auch an den für die Bestimmung der Parallaxe völlig ungünstig gelegenen Orten dadurch einen beträchtlichen Werth erhalten, indem dieselbe neue das Gewicht des Resultates verstärkende Bedingungsgleichungen einführt; es kann daher den Sternwarten am Cap der guten Hoffnung, in Madras, Batavia und Melbourne nur dringend jedwede Beobachtungsmethode, die zur genauen Kenntniß die relativen Coordinaten der Venus und Sonne führt, auf das Beste empfohlen werden.

Ich werde nun, von den südwestlich gelegenen Stationen ausgehend, dieselben aufzählen:

I. Enderby- und Kempland. Geeignet für photographische Aufnahmen und zu Halley's Methode. Genaue Länge nicht erforderlich.

II. Macdonald-, Crozet- und Kerguelen-Inseln. Geeignet als photographische, heliometrische und Contact-Stationen; auch Halley's Methode wird, falls die eine oder andere Länge unsicher bliebe, brauchbare Resultate liefern.

III. Prinz Edwards-Inseln. Heliometerstation.

IV. Mayotta. Heliometerstation und geeignet für die Bestimmung der Rectascensionsunterschiede.

V. Amiranden und Seychellen. Rectascensionsunterschiede, auch für heliometrische Messungen geeignet.

VI. Aden. Heliometer- und Rectascensionsunterschiede.

VII. Maskat. Heliometer- und Rectascensionsunterschiede.

VIII. Stationen so zahlreich als möglich zwischen dem schwarzen Meer und Baikal-See, sind geeignet für die Contactmomente und photographische Aufnahmen und Heliometermessungen.

IX. Altaigebirge. Heliometer- und Contactstation.

X. Niutschhuan. Halley's Methode und photographische Aufnahme (genaue Längenbestimmung ist nicht nöthig).

XI. Blagowischtschensk (wie X).

XII. Hokadadi oder Yokahama und überhaupt die nördlichen Japanesischen Inseln. Heliometerstation.

XIII. Gaspar Rico. Heliometerstation und Rectascensionsunterschiede.

XIV. Sandwich-Inseln für Contactmomente und photographische Aufnahme und Heliometermessungen.

XV. Somoa und die Viti-Inseln. Heliometerstation und Rectascensionsunterschiede.

XVI. Die Inselgruppen südöstlich von Neuseeland (Macquarie-Inseln!) für Contactmomente, heliometrische Messungen und photographische Aufnahmen.

XVII. Die Nimrod-Inseln (wie XVI.)

Zahlreiche Stationen sind zu besetzen und es ist nur ein allseitig befriedigender Erfolg zu erwarten, wenn eine einträchtige Mitwirkung aller gebildeten Nationen stattfindet; eine gemeinsame Vereinbarung aber ist in dieser Hinsicht durchaus nöthig und habe ich in dieser Richtung durch diese Abhandlung nur in Etwas angeregt, so würde mir dies eine hohe Befriedigung gewähren, und eine um so größere, wenn die von mir vorgeschlagenen Messungsmethoden adoptirt werden und seiner Zeit, wie ich mit Sicherheit erwarte, das vorgestreckte Ziel erreichen lassen.

Zur Vervollständigung der Involutionen höherer Ordnung.

Von Dr. Emil Weyr in Prag.

(Mit 2 Holzschnitten.)

1. Alle Curven dritter Ordnung, welche durch acht feste Punkte gehen, schneiden sich auch noch in einem neunten festen Punkte, und bilden ein Curvenbüschel dritter Ordnung. Das Tangentenbüschel der Curven in einem der neun Grundpunkte ist projectivisch zu dem Curvenbüschel selbst.

Ebenso bildet ein System von Curven dritter Ordnung, welche durch fünf feste Punkte gehen und in einem sechsten festen Punkte einen Doppelpunkt besitzen, ein Curvenbüschel. Doch haben zwei Curven des Büschels außer den aufgezählten Punkten keinen weiteren gemeinsam, da der Doppelpunkt für vier Schnittpunkte gilt.

Sei o der Doppelpunkt der Curven des Büschels und zugleich der Anfangspunkt eines Coordinatensystems, dann stellt sich die Gleichung einer Curve des Büschels dar durch

$$U_3 + U_2 = o$$

wobei U_3 und U_2 ganze homogene Functionen der Coordinaten, respective vom dritten und zweiten Grade sind. Wenn in derselben Weise

$$V_3 + V_2 = o$$

die Gleichung einer zweiten Curve des Büschels ist, so stellt

$$(U_3 + \lambda V_3) + (U_2 + \lambda V_2) = o$$

irgend eine Curve des Büschels vor, wobei λ ein veränderlicher Parameter ist, welcher alle Werthe von $-\infty$ bis $+\infty$ annehmen kann.

Die Gleichung

$$U_2 + \lambda V_2 = o$$

stellt das Tangentenpaar der Curve im Doppelpunkte o vor, und aus der Form der Gleichung erkennt man sofort, daß die Tangentenpaare der sämmtlichen Curven des Büschels im Doppelpunkte eine quadratische Strahleninvolution bilden.

„**Die Doppelpunktstangentenpaare aller Curven dritter Ordnung, welche einen gemeinschaftlichen Doppelpunkt besitzen und durch fünf feste Punkte gehen, bilden eine quadratische Involution**".

Einen rein synthetischen Beweis dieses Satzes findet man im 42. Artikel des II. Theiles der „Theorie mehrdeutiger geometrischer Elementargebilde etc".

2. Die Doppelstrahlen der erwähnten Involution werden zwei solchen Curven des Büschels angehören, für welche der Doppelpunkt o ein Rückkehrpunkt wird. Es existiren somit unter den Curven eines Büschels dritter Ordnung mit gemeinschaftlichem Doppelpunkt zwei, für welche der letztere eine Spitze wird.

3. Der ausgesprochene Satz über die Involution der Doppelpunktstangenten läßt eine specielle Fassung zu, auf welche aufmerksam zu machen der Zweck dieses Artikels ist.

Betrachtet man nämlich die Curven dritter Ordnung, welche in einem festen Punkte o einen Doppelpunkt besitzen und durch weitere fünf Punkte 1, 2, 3, 4, 5 hindurchgehen, so bilden sie so ein Curvenbüschel, auf welches sich der ausgesprochene Satz bezieht. Unter den Curven dieses Büschels befinden sich fünf Grenzfälle, auf welche wir besonders unser Augenmerk richten wollen.

Legt man nämlich durch o und durch vier von den übrigen Punkten, etwa durch 2, 3, 4, 5 einen Kegelschnitt S_1 und zieht überdieß von o nach dem fünften Punkte 1 die Gerade G_1, so stellen die beiden Linien S_1 und G_1 zusammen eine Curve dritter Ordnung dar, welche in o einen Doppelpunkt besitzt. Die beiden Tangenten des Doppelpunktes sind: erstlich die Gerade G_1 und zweitens die Tangente T_1 des Kegelschnittes S_1 im Punkte o.

In derselben Weise erhält man vier weitere Gerade G_2, G_3, G_4, G_5 und vier weitere diesen entsprechende Kegelschnitte S_2, S_3, S_4, S_5, welche in O von vier Geraden T_2, T_3, T_4, T_5 respective tangirt werden.

Nach dem Satze des ersten Artikels müssen nun die fünf Strahlenpaare: $G_1\ T_1$; $G_2\ T_2$; $G_3\ T_3$; $G_4\ T_4$; $G_5\ T_5$ in Involution sein.

Das Ergebniß läßt sich folgendermaßen ausdrücken:

„Legt man durch einen festen Punkt und je vier Ecken eines Fünfeckes einen Kegelschnitt und an diesen in dem festen Punkte die Tangente, während man diesen festen Punkt auch mit der fünften Ecke durch eine Gerade verbindet, so erhält man fünf Strahlenpaare einer quadratischen Involution.“

4. Die Curven eines Büschels bestimmen auf einer Transversalen eine Involution von Punkten, deren Ordnung gleich ist jener der Curven des Büschels. Behält man in dem von uns betrachteten Curvenbüschel nur die fünf Grenzfälle bei, so werden diese auf einer beliebigen Transversalen eine kubische Involution von fünf Punktetripeln bestimmen.

„Die durch einen festen Punkt nach den fünf Ecken eines Fünfeckes gehenden fünf Strahlen, und die durch den festen Punkt und je vier Ecken des Fünfeckes gehenden fünf Kegelschnitte bestimmen auf jeder Transversalen fünf Punktetripel in kubischer Involution.“

Bei diesem so wie bei dem vorhergehenden Satze wird stillschweigend vorausgesetzt, daß das Fünfeck mit dem festen Punkte nicht ein Paskal'sches Sechseck bilde.

Durch specielle Annahme der fünf Ecken des Fünfeckes oder des Punktes o kann man theils zu bekannten Sätzen über quadratische Involutionen, theils auch zu neuen Sätzen gelangen. Wir wollen nur einer derartigen Sonderannahme Erwähnung thun, aus welcher sich eine bemerkenswerthe Vervollständigungsmethode der kubischen Involutionen ableiten läßt.

Wir wollen nämlich festsetzen, daß die fünf Ecken des in dem Satze besprochenen Fünfeckes einem vollständigen Vierseit angehören. Seien also (Fig. 1) 1, 2, 3, 4, 5 die fünf festen Punkte, welche so gelegen sind, daß sich die Geraden $\overline{12}$ und $\overline{34}$ im Punkte 5 schneiden; ferner sei o der willkürlich in der Ebene angenommene feste Punkt, welcher als Doppelpunkt der Curven des Büschels auftrat.

Dann repräsentirt das von o nach dem Punktepaar 1, 2 gehende Strahlenpaar $0\overline{1}$, $0\overline{2}$ in Verbindung mit der Geraden $\overline{345}$ eine Curve

des Büschels, deren Schnittpunkte mit einer beliebigen Transversalen *T a, a, a* heißen mögen. Ebenso stellt das Geradenpaar $0\overline{3}$, $0\overline{4}$ in

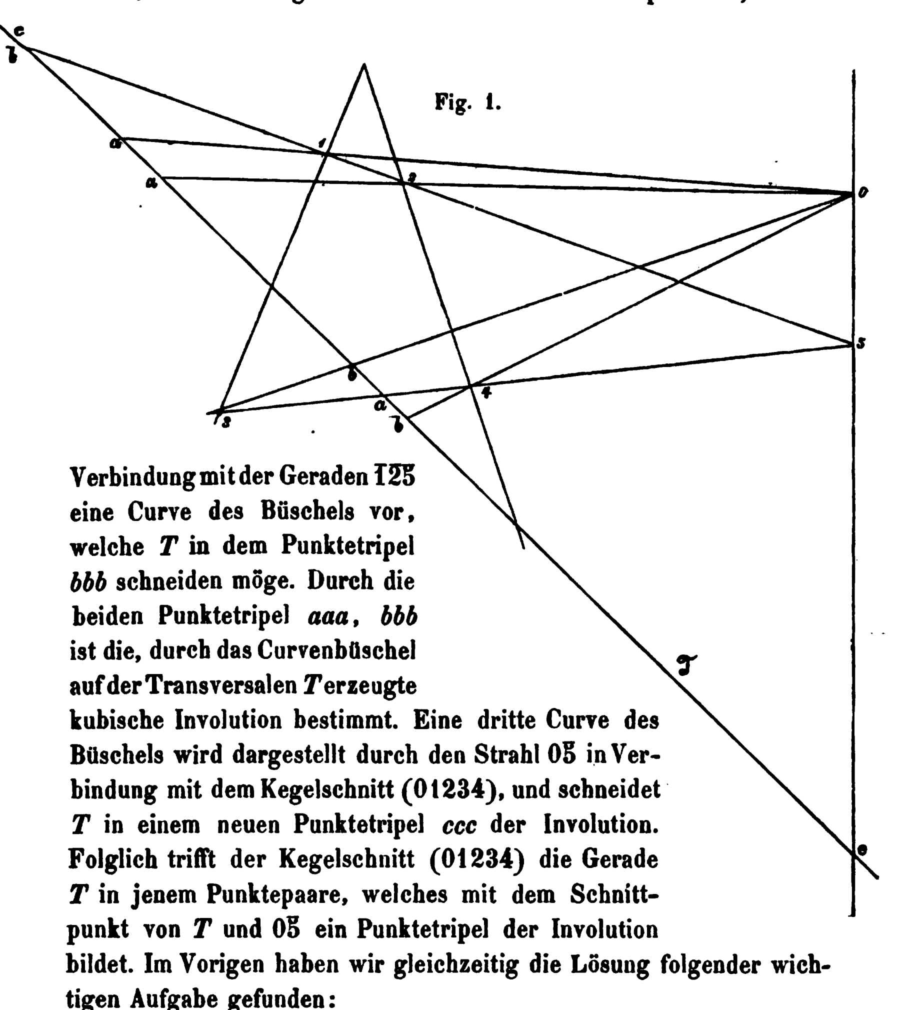


Fig. 1.

Verbindung mit der Geraden $\overline{125}$ eine Curve des Büschels vor, welche *T* in dem Punktetripel *bbb* schneiden möge. Durch die beiden Punktetripel *aaa*, *bbb* ist die, durch das Curvenbüschel auf der Transversalen *T* erzeugte kubische Involution bestimmt. Eine dritte Curve des Büschels wird dargestellt durch den Strahl $0\overline{5}$ in Verbindung mit dem Kegelschnitt (01234), und schneidet *T* in einem neuen Punktetripel *ccc* der Involution. Folglich trifft der Kegelschnitt (01234) die Gerade *T* in jenem Punktepaare, welches mit dem Schnittpunkt von *T* und $0\overline{5}$ ein Punktetripel der Involution bildet. Im Vorigen haben wir gleichzeitig die Lösung folgender wichtigen Aufgabe gefunden:

„Eine kubische Involution ist durch zwei Elemententripel gegeben, man soll sie vervollständigen", d. h. man soll zu irgend einem Elemente das mit ihm zur selben Gruppe gehörige Elementenpaar construiren.

Es genügt, sich auf Punktinvolutionen zu beschränken.

Seien also (in derselben Figur) auf der Geraden *T* zwei Punktgruppen *aaa*, *bbb* willkürlich, als einer kubischen Involution angehörig gegeben.

Hiedurch ist bekanntlich die Involution bestimmt. Um nun zu einem beliebigen Punkte c das entsprechende Punktepaar cc zu erhalten, gehe man folgendermaßen zu Werke.

Einen beliebigen Punkt o verbinde man mit zwei Punkten der Gruppe (a) und mit zwei Punkten der Gruppe (b) und schließlich auch mit dem angenommenen Punkte der Gruppe (c).

Durch einen beliebigen Punkt s der letzten Verbindungslinie ziehe man je eine Gerade nach dem mit o nicht verbundenen Punkte der Gruppe (a) und jenem der Gruppe (b). Die erste dieser beiden Verbindungsgeraden trifft die beiden Geraden (ob) in einem Punktepaar 3, 4 und die letztere trifft die beiden Geraden (oa) in einem Punktepaare 1, 2; dann schneidet der Kegelschnitt $(o\ 1\ 2\ 3\ 4)$ den Träger T in dem Punktepaare der Gruppe (c), nach welchem wir gefragt haben.

Dieses Schnittpunktepaar kann man für alle möglichen Lagen des angenommenen Punktes der Gruppe (c) mittelst eines ein für allemal gezeichneten, durch o gehenden Kreises in bekannter Weise construiren, wodurch die gestellte Aufgabe gelöst erscheint.

Man kann sich die Construction dadurch noch vereinfachen, daß man den Punkt 5 auf einer der beiden Geraden $b12$ oder $a34$ fortrücken läßt.

5. Man kann den für Curven dritter Ordnung bewiesenen Satz leicht auf Curven beliebiger Ordnung ausdehnen und dann auf eine ähnliche Weise zur Vervollständigung der Involutionen höherer Grade anwenden.

Eine Curve $n$ter Ordnung mit einem $(n-1)$fachen Punkte o ist bestimmt, sobald man diesen und weitere $2n$-Punkte der Curve kennt. Es bilden somit alle Curven $n$ter Ordnung, welche in einem festen Punkte o einen $(n-1)$fachen Punkt besitzen und überdieß durch weitere $(2n-1)$ feste Punkte gehen, ein Curvenbüschel $n$ter Ordnung.

Wenn man also den Punkt o zum Anfangspunkt eines Coordinatensystems nimmt, so stellt sich, unter λ einen veränderlichen Parameter verstanden, die Gleichung irgend einer Curve des Büschels durch

$$(U_n + \lambda V_n) + (U_{n-1} + \lambda V_{n-1}) = o$$

dar. Hierbei sind U_n und V_n zwei ganze homogene Functionen der

Coordinaten vom $n$ten Grade und U_{n-1}, V_{n-1} zwei eben solche Functionen vom (n—1)ten Grade.

Die (n—1) Tangenten der Curve im Punkte o werden dargestellt durch

$$U_{n-1} + \lambda V_{n-1} = o,$$

woraus sofort der Satz fließt:

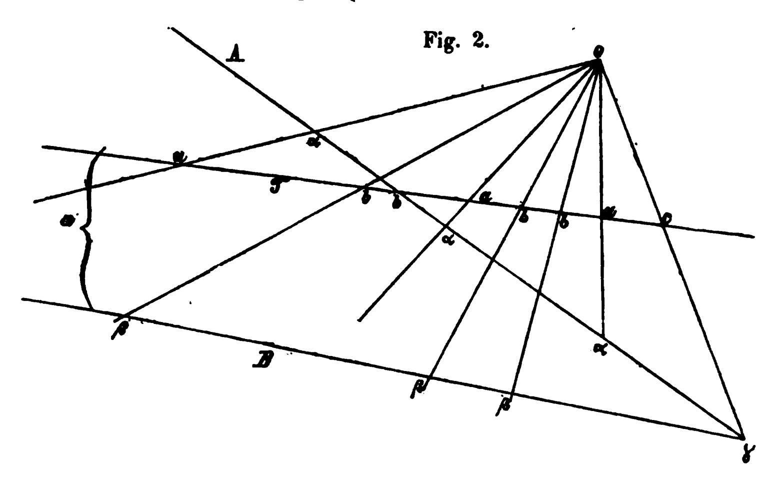
„Die Tangentengruppen der Curven eines Büschels $n$ter Ordnung, welche einen gemeinschaftlichen (n—1) fachen Punkt besitzen, bilden in diesem eine Strahleninvolution (n—1)ter Ordnung."

6. Die Curven eines solchen Büschels bestimmen auf irgend einer Transversalen T ihrer Ebene eine Punktinvolution $n$ter Ordnung.

Wir wollen die (2n—1)fachen Punkte, durch welche die Curven des Büschels gehen, so annehmen, daß auf zwei durch einen von ihnen gehenden Geraden je (n—1) derselben liegen.

Sei o (Fig. 2) der (n—1)fache Punkt des Büschels, ferner γ ein einfacher Punkt, durch welchen zwei Gerade A, B hindurchgehen; auf der ersten mögen (n—1)-Punkte α und auf der zweiten

Fig. 2.



(n—1)-Punkte β liegen, und es seien die Punkte (α), (β) und γ die (2n—1)-Scheitel des Büschels. Die (n—1) von o nach den Punkten (α) gehenden Strahlen stellen in Verbindung mit der Geraden B eine Curve des Büschels vor, welche eine beliebige Transversale T in einer n-punktigen Gruppe (a) schneidet. Ebenso repräsentiren die

$(n-1)$ von o nach den $(n-1)$ Punkten (β) gehenden Strahlen mit der Geraden A eine zweite Curve des Büschels, welche T in der n-punktigen Gruppe (b) schneiden möge. Schließlich wird durch die Gerade $o\gamma$ in Gemeinschaft mit der durch die 2 $(n-1)$-Punkte (α), (β) gehenden Curve $(n-1)$ter Ordnung, welche in o einen $(n-2)$fachen Punkt besitzt, eine dritte Curve des Büschels dargestellt. Die erwähnte Curve $(n-1)$ter Ordnung wird dann die Transversale T in $(n-1)$ Punkten schneiden, welche mit dem Schnitte c von T und $o\gamma$ eine dritte Gruppe von Punkten der Involution $n$ter Ordnung bilden, in welcher das Curvenbüschel die Transversale T schneidet.

Umgekehrt bietet uns diese Betrachtung ein Mittel zur Lösung der folgenden Aufgabe:

„Von einer Punktinvolution $n$ten Grades auf einer Transversale sind zwei Punktgruppen gegeben, man soll die Involution vervollständigen", d. h. zu irgend einem Punkte jene $(n-1)$-Punkte construiren, welche mit ihm eine Gruppe der Involution bilden.

Sei T (dieselbe Figur) die Transversale und (a) und (b) die beiden n-punktigen Gruppen. Man verbinde $(n-1)$-Punkte der ersten und ebenso viele der zweiten Gruppe mit einem beliebig gewählten Punkte o durch zwei $(n-1)$strahlige Gruppen (oa), (ob) und die beiden übrig gebliebenen Punkte a, b verbinde man mit einem beliebigen Punkte γ des von o nach jenem Punkte e gehenden Strahles, zu welchem man die $(n-1)$ mit ihm eine Gruppe bildenden Punkte construiren will. Seien, resp. B und A, diese beiden Verbindungslinien. Die Gerade A schneidet die $(n-1)$strahlige Gruppe (oa) in einer $(n-1)$-punktigen Gruppe (α), und die Gerade B schneidet die $(n-1)$-Strahlen (ob) in $(n-1)$-Punkten (β). Legt man nun durch die 2 $(n-1)$-Punkte (α) und (β) eine Curve $(n-1)$ter Ordnung, welche in o einen $(n-2)$fachen Punkt besitzt, so schneidet diese die Transversale T in $(n-1)$-Punkten, welche mit c eine Gruppe der fraglichen Involution bilden.

Construction eines Kegelschnittes, wenn derselbe durch imaginäre Punkte und Tangenten bestimmt wird.

Von **Rudolf Staudigl**,

Adjunct der Lehrkanzel für darstellende und Docent für neuere Geometrie am k. k. polytechnischen Institute in Wien.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 21. April 1870.)

Wie bekannt ist ein Kegelschnitt durch fünf Punkte oder fünf Tangenten auch dann vollkommen bestimmt, wenn zwei oder vier dieser Bestimmungsstücke imaginär sind. Die Aufgaben einen Kegelschnitt in diesen Fällen zu construiren, wurden bereits von Seydewitz, Staudt und Paulus unter der Voraussetzung gelöst, daß die imaginären Bestimmungsstücke als Doppelelemente involutorischer Grundgebilde gegeben erscheinen [1]).

Wir wollen nun zunächst zeigen, wie man die in Rede stehenden Constructionen durchführen kann, wenn die imaginären Bestimmungsstücke des Kegelschnittes nicht als Doppelelemente involutorischer Gebilde, sondern allgemein aufgefaßt, als Doppelelemente projectivischer Grundgebilde gegeben sind und werden dann auch jene Aufgaben lösen, bei welchen der Kegelschnitt nicht bloß durch Punkte oder bloß durch Tangenten, sondern durch reelle und imaginäre Punkte und Tangenten zugleich bestimmt wird. Dabei machen wir von der Analysis keinen Gebrauch und benützen zur Ausführung unserer Constructionen keine andere Curve zweiter Ordnung als den Kreis. Von den Aufgaben, welche sich reciprok gegenüberstehen, wird immer jene, die wir zur linken Seite stellen, gelöst; die Auflösung der rechts befindlichen ist mit Hilfe der Reciprocitätsgesetze leicht zu finden.

---

1) Seydewitz: Grunerts Archiv für Mathematik, 5. Band, Seite 331. Staudt: „Geometrie der Lage", Seite 185. Paulus: „Grundlinien der neueren ebenen Geometrie", Seite 335.

1. Gegeben: Drei reelle und zwei imaginäre Punkte. | Drei reelle und zwei imaginäre Tangenten.

Die drei reellen Punkte nennen wir M, N, O (Fig. 1), die zwei imaginären Punkte seien Doppelpunkte von zwei auf derselben Geraden g befindlichen projectivischen Punktreihen R und R_1, welche durch die drei Paare sich entsprechender Punkte AA_1, BB_1, CC_1 gegeben erscheinen. Die Schnittpunkte der Geraden OM und ON mit g bezeichnen wir beziehungsweise durch D, E und jene Punkte von R_1, welche den Punkten D, E von R entsprechen, seien D_1 und E_1. Der Schnittpunkt P der Geraden MD_1 und NE_1 ist diesen Voraussetzungen zufolge ein Punkt des verlangten Kegelschnittes K. Denn verbindet man alle Punkte von R mit O und alle Punkte von R_1 mit P, so erhält man zwei projectivische Strahlenbüschel S und S_1 mit den Mittelpunkten O und P, welche Büschel einen Kegelschnitt erzeugen, der durch die Punkte M, N, O, P geht, und welchem auch die Doppelpunkte der conjectivischen Reihen R und R_1 angehören.

Betrachtet man D und E als Punkte von R_1, bestimmt die ihnen entsprechenden Punkte in R und verfährt im übrigen, wie eben angegeben wurde, so erhält man einen durch M, N und O gehenden Kegelschnitt, der mit K identisch ist. Selbstverständlich ergibt sich dann statt des Punktes P im allgemeinen ein anderer Mittelpunkt des einen der zwei erzeugenden Strahlenbüschel.

Bilden R und R_1 eine Involution, so kann die Aufgabe in derselben Weise gelöst werden. Die eben erklärte Construction wird dadurch nicht wesentlich vereinfacht. Bei den folgenden Aufgaben jedoch erfährt die Construction meist eine bedeutende Vereinfachung, wenn statt conjectivischer Punktreihen, durch welche die imaginären Punkte bestimmt werden, involutorisch liegende gegeben sind. Daher wollen wir nun zeigen, wie man statt conjectivischer Reihen involutorisch liegende substituiren kann, deren reelle oder imaginäre Doppelpunkte dieselben sind, wie jene der ersteren.

R und R_1 seien irgend zwei conjectivische Punktreihen und D, D' ihre Doppelpunkte. Durch M, N bezeichnen wir jene Punkte in R, welche gleiche Abstände vom Gegenpunkte G dieser Reihe haben und solchen Punkten M_1, N_1 in R_1 entsprechen, deren Abstände vom Gegenpunkte G' der Reihe R_1 eben so groß ist, als die Entfernung der Punkte M und G oder, was dasselbe ist, der Punkte N und G. Wir setzen also voraus, daß die Gleichungen bestehen

$MG = NG = M_1G' = N_1G'$. Zwei solcher Paare sich entsprechender Punkte MM_1, NN_1, aber auch nicht mehr, sind bekanntlich in conjectivischen Reihen immer vorhanden und lassen sich durch eine einfache Construction ermitteln. — Nachdem das Doppelverhältniß von beliebigen vier Punkten der Reihe R gleich dem Doppelverhältnisse der diesen Punkten entsprechenden in R_1 ist, so besteht die Gleichung:

$$(DD'MN) = (DD'M_1N_1),$$

oder

$$\frac{DM}{D'M} : \frac{DN}{D'N} = \frac{DM_1}{D'M_1} : \frac{DN_1}{D'N_1}.$$

Da nun $DG = D'G'$ ist, so muß bei einstimmig verlaufenden Reihen $DM = -D'M_1$, $D'M = -DM_1$, $DN = -D'N_1$ und $D'N = -DN_1$ sein, woraus mit Rücksicht auf obige Gleichung folgt:

$$\left(\frac{DM}{D'M}\right)^2 : \left(\frac{DN}{D'N}\right)^2 = 1,$$

$$\frac{DM}{D'M} : \frac{DN}{D'N} = -1.$$

Von den beiden Zeichen, welche der Quadratwurzel zukommen, gilt im Allgemeinen nur das negative, denn wäre

$$\frac{DM}{D'M} = \frac{DN}{D'N},$$

so müßten entweder M und N, oder D und D' zusammenfallen. Betrachtet man nämlich D und D' als Fixpunkte, so wird durch den Werth des Verhältnisses

$$\frac{DM}{D'M}$$

die Lage des Punktes M vollkommen bestimmt, wäre also dieser Werth gleich

$$\frac{DN}{D'N},$$

so müßten M und N coincidiren. Nimmt man M und N als Fixpunkte an, so ist leicht einzusehen, daß unter der Voraussetzung

$$\frac{DM}{DN} \text{ sei gleich } \frac{D'M}{D'N}$$

die Punkte D und D' zusammenfallen müßten. Wir sind also berechtigt anzunehmen, das obige Doppelverhältniß habe im Allgemeinen den Werth -1, woraus man schließen kann, daß bei einstimmig verlaufenden Reihen die Punkte M und N, sowie auch M_1 und N_1 durch die Doppelpunkte D und D' harmonisch getrennt werden. M_1 und N_1 werden nämlich durch D und D' ebenfalls harmonisch getrennt, nachdem die Gleichung besteht:

$$\frac{DM_1}{D'M_1} : \frac{DN_1}{D'N_1} = -1.$$

Die Punkte M und N sowohl, als auch M_1 und N_1 bilden daher sich entsprechende Elemente einer involutorischen Punktreihe, deren Doppelpunkte D, D' mit jenen der einstimmig verlaufenden conjectivischen Reihen R und R_1 coincidiren.

Will man also R und R_1 durch eine involutorische Reihe, welche dieselben imaginären Doppelpunkte hat, ersetzen, so braucht man nur in R und R_1 die Punkte M, N und M_1, N_1 zu ermitteln. Jene involutorische Reihe, welche durch die zwei Paare sich entsprechender Punkte MN, M_1N_1 bestimmt wird, ist dann die gesuchte. — Bekanntlich besteht die Gleichung

$$MG \,.\, M_1G' = MG^2 = AG \,.\, A_1G'.$$

Es ist also

$$MG = \sqrt{AG \,.\, A_1G'},$$

welcher Werth sich leicht durch Construction ermitteln läßt.

Wie man zwei concentrisch liegende projectivische Strahlenbüschel S und S_1 durch einen involutorischen Büschel ersetzen kann, dessen imaginäre Doppelstrahlen mit jenen von S und S_1 zusammenfallen, bedarf nun keiner besonderen Erklärung mehr. Man schneidet S und S_1 durch irgend eine Gerade, wodurch sich zwei conjectivische Punktreihen ergeben, welche auf die angegebene Art durch eine involutorische Reihe R ersetzt werden können, und verbindet den gemeinschaftlichen Mittelpunkt von S und S_1 mit den Punkten der Reihe R. Die so erhaltenen Verbindungslinien bilden dann den verlangten involutorischen Strahlenbüschel.

Bei den folgenden Aufgaben setzen wir der größeren Einfachheit wegen stets voraus, die imaginären Elemente seien durch involutorische Grundgebilde gegeben. Wären diese Elemente durch Gebilde bestimmt, welche nicht involutorisch liegen, so kann man ja immer, wie wir eben gezeigt haben, diese Gebilde durch involutorische ersetzen.

2. Gegeben: Ein reeller Punkt und vier imaginäre Punkte.	Eine reelle Tangente und vier imaginäre Tangenten[1]).

Der gegebene reelle Punkt sei M, die Träger der zwei involutorischen Reihen R und R', welche die vier imaginären Punkte bestimmen, nennen wir beziehungsweise g und g', der Schnittpunkt von g und g' heiße A, und die Punkte in R und R', welche dem Punkte A entsprechen, seien beziehungsweise A_1 und a_1. Verbindet man M mit allen Punkten von R, sowie auch mit allen Punkten von R', so erhält man zwei involutorische, concentrisch liegende Strahlenbüschel, welche im Allgemeinen nicht projectivisch verwandt sind. Jeder dieser Büschel verläuft entgegengesetzt, nachdem jeder ein Schein einer involutorischen Punktreihe ist, welche keine reellen Doppelpunkte besitzt, daher gibt es in diesen zwei Büscheln zwei reelle Strahlen x und x_1, die sich entsprechen, ob man sie als Elemente des einen oder des anderen Büschels betrachtet[2]). Die Schnittpunkte von x und x_1 mit der Geraden $A_1\, a_1$ nennen wir P und Q. Werden diese Punkte mit sämmtlichen Punkten von R (oder R') verbunden, so erhält man zwei projectivische Strahlenbüschel, welche, wie leicht einzusehen, den verlangten Kegelschnitt erzeugen, vorausgesetzt, daß je zwei Strahlen derselben als entsprechende betrachtet werden, die durch entsprechende Punkte von R (oder R') gehen.

3. Gegeben: Zwei reelle, zwei imaginäre Punkte und eine reelle Tangente.	Zwei reelle, zwei imaginäre Tangenten und ein reeller Punkt.

Die gegebenen zwei reellen Punkte nennen wir A, B (Fig. 2), die involutorische Reihe, durch welche die zwei imaginären Punkte

[1]) Diese Aufgaben führen wir nur der Vollständigkeit wegen an. Die Auflösung derselben rührt von Seydewitz her.

[2]) Siehe Schröter: „Theorie der Kegelschnitte", Seite 59.

bestimmt werden, sei R, ihr Träger g, die gegebene reelle Tangente bezeichnen wir durch t, die Schnittpunkte von AB mit g und t seien beziehungsweise P und M, endlich heiße N der Schnittpunkt von g und t.

Alle Kegelschnitte, welche durch A, B und die imaginären Doppelpunkte von R gehen, bilden einen Kegelschnittbüschel, welcher von t in einer involutorischen Punktreihe geschnitten wird. Jeder von den zwei Doppelpunkten T und T' dieser Reihe ist ein Berührungspunkt eines die Bedingungen der Aufgabe erfüllenden Kegelschnittes. Sind T und T' imaginär, so gibt es keinen reellen Kegelschnitt, der den gestellten Anforderungen Genüge leistet; sind aber T und T' reell, so gibt es zwei Auflösungen der Aufgabe.

Verbindet man sowohl A, als auch B mit den Punkten von R, so erhält man zwei projectivische Strahlenbüschel S und S_1, in welchen wir je zwei Strahlen als entsprechende betrachten wollen, die durch entsprechende Punkte von R gehen. Diese beiden Büschel erzeugen einen Kegelschnitt K, welcher dem eben erwähnten Kegelschnittbüschel angehört. Die Schnittpunkte von K mit der Geraden t sind die Doppelpunkte D, D' jener zwei auf der Geraden t befindlichen Reihen, welche sich als Schnitte von t mit S und S_1 ergeben. Demselben Kegelschnittbüschel gehören auch die Geraden g und AB an, folglich sind M, N und D, D' zwei Paare sich entsprechender Punkte der involutorischen Reihe, in der die Gerade t den Kegelschnittbüschel schneidet. Sind D und D' reell, so hat man nur in der durch M, N und D, D' bestimmten involutorischen Reihe die Doppelpunkte zu ermitteln. Diese Punkte sind T und T'. Werden D und D' imaginär, so substituirt man statt der auf t befindlichen conjectivischen Reihen eine involutorische Reihe r, in welcher D und D' Doppelpunkte sind, und ermittelt dann die zwei Punkte, welche einander sowohl in r, als auch in jener involutorischen Reihe entsprechen, deren Doppelpunkte M und N bilden. Dass die so erhaltenen zwei Punkte mit T, T' identisch sein müssen, ist leicht einzusehen, wenn man berücksichtigt, daß sie sowohl M und N, als auch D und D' harmonisch trennen.

Ist der Berührungspunkt T bestimmt, so ergibt sich eine zweite Tangente des gesuchten Kegelschnittes k wie folgt: Man bestimmt zunächst den Punkt P_1, welcher dem Punkte P entspricht und verbindet P_1 durch eine Gerade d mit jenem Punkte O, der von P durch

A und B harmonisch getrennt wird. Der Schnittpunkt Q der Geraden p und t wird dann mit P verbunden und jene durch Q gehende Gerade QC bestimmt, welche von t durch die Geraden QP und p harmonisch getrennt wird. QC ist eine zweite Tangente von k; ihr Berührungspunkt C befindet sich in der Geraden PT. — Um dies einzusehen, hat man nur zu berücksichtigen, daß p die Polare des Punktes P in Bezug auf den Kegelschnitt k ist und daß QP und p einander in Bezug auf k conjugirt sind.

Hat man den Berührungspunkt T und die zweite Tangente mit ihrem Berührungspunkte C ermittelt, so läßt sich die verlangte Curve mit Benützung des Pascal'schen Satzes in bekannter Weise construiren.

Wenn einer der gegebenen reellen Punkte in der Tangente t liegt, so hat die Aufgabe nur eine Auflösung, denn dieser Punkt bildet den Berührungspunkt (T oder T') von t. Die Construction von k für diesen speciellen Fall ist dieselbe, welche man in dem allgemeinen Falle durchzuführen hat, wenn einmal T und T' bestimmt sind.

4. Gegeben: Vier imaginäre Punkte und eine reelle Tangente.	Vier imaginäre Tangenten und ein reeller Punkt.

g und g' (Fig. 3) seien die Träger der zwei involutorischen Reihen R und R', durch welche die vier imaginären Punkte bestimmt werden, t nennen wir die gegebene reelle Tangente, P den Durchschnittspunkt von g und g' und M, N seien die Schnittpunkte der Geraden t beziehungsweise mit g und g'.

Bestimmt man sowohl in R, als auch in R' den Punkt, welcher dem Schnittpunkte P entspricht, und verbindet die sich ergebenden zwei Punkte durch eine Gerade p, so ist p die Polare von P in Bezug auf den verlangten Kegelschnitt k, nachdem p durch zwei dem Punkte P in Bezug auf k conjugirte Punkte geht.

Sind r' und r_1' die zwei projectivischen Punktreihen, welche die involutorische Reihe R' bilden, und verbindet man irgend einen Punkt A der Reihe R mit den Punkten von r', sowie auch den Punkt A_1, welcher dem Punkte A entspricht, mit den Elementen von r_1', so ergeben sich zwei projectivische Strahlenbüschel S und S_1 mit den Mittelpunkten A und A_1. Diese Büschel werden von p in zwei con-

jectivischen Punktreihen geschnitten, welche entgegengesetzt verlaufen, also reelle Doppelpunkte DD' haben; denn r' und r_1' verlaufen einstimmig, nachdem ihre Doppelpunkte imaginär sind, und A, A_1 liegen zu verschiedenen Seiten der Geraden p, weil R ebenfalls einstimmig verläuft, woraus folgt, daß A und A_1 durch P und p getrennt werden. — Verbindet man D mit allen Punkten von R, so erhält man einen involutorischen Strahlenbüschel s, welcher mit jenem s_1 identisch ist, der aus den Verbindungslinien des Punktes D mit sämmtlichen Punkten von R' besteht. Denn s und s_1 haben die zwei Paare sich entsprechender Strahlen DP, p und DA, DA_1 gemein. Dasselbe gilt bezüglich der zwei Strahlenbüschel, welche aus den Verbindungslinien des Punktes D' mit den Elementen von R und R' bestehen. Im Punkte D sowohl, als auch in D' schneiden sich somit zwei imaginäre Verbindungslinien der imaginären Doppelpunkte von R und R'. Man kann also D als Durchschnittspunkt zweier gegenüberliegender Seiten und D' als Schnittpunkt der Diagonalen jenes dem Kegelschnitte k eingeschriebenen Viereckes betrachten, dessen Eckpunkte die imaginären Doppelpunkte von R und R_1 sind.

Nach dem Satze von Desargues bilden die Schnittpunkte der Tangente t mit den Seiten dieses Viereckes eine Involution, deren entsprechende Elemente sich in den gegenüberliegenden Viereckseiten befinden und welche einen ihrer Doppelpunkte im Berührungspunkte von t hat. Der Berührungspunkt T von t ergibt sich daher wie folgt: Man bestimmt (durch zwei Paare entsprechender Punkte) die involutorische Reihe ρ, in welcher s von der Tangente t geschnitten wird, und ermittelt die zwei Punkte T und T', welche sich sowohl in ρ, als auch in jener involutorischen Reihe entsprechen, deren Doppelpunkte M und N sind. Jeder der Punkte T und T' kann als Berührungspunkt von t' betrachtet werden; es gibt somit zwei Auflösungen der Aufgabe, und zwar sind diese Auflösungen immer reell, nachdem T und T' den Bedingungen der Aufgabe zufolge stets reell sein müssen.

Die Bestimmung einer zweiten Tangente QC des Kegelschnittes k und des Berührungspunktes C dieser Tangente kann in derselben Weise geschehen, wie im Falle 3.

Hat man T und T' ermittelt, so ist die Aufgabe auf den Fall 2 zurückgeführt.

5. Gegeben: Zwei imaginäre Punkte, ein reeller Punkt und zwei reelle Tangenten. | Zwei imaginäre Tangenten, eine reelle Tangente und zwei reelle Punkte.

In Fig. 4 sei A der gegebene reelle Punkt, R sei jene involutorische Punktreihe, deren imaginäre Doppelpunkte dem verlangten Kegelschnitte k angehören sollen, g heiße der Träger von R, t und t' nennen wir die zwei gegebenen reellen Tangenten und M den Schnittpunkt derselben.

Wird M mit den Punkten von R verbunden, so erhält man einen involutorischen Strahlenbüschel, welchen wir durch S bezeichnen wollen. Der involutorische Büschel, dessen Doppelstrahlen t und t' bilden, heiße S'. In S und S' bestimmen wir jene zwei Strahlen p und p_1, welche sich sowohl in S, als auch in S_1 entsprechen, und nennen die Schnittpunkte von p und p_1 mit g beziehungsweise P und P_1. — Um unsere Aufgabe zu lösen, wenden wir nun eine Specialität des Satzes von Desargues an: „Wenn ein Winkel einem Kegelschnitte umschrieben ist, so bilden die Durchschnittspunkte irgend einer in der Ebene des Kegelschnittes gelegenen Geraden mit den Schenkeln des Winkels, mit der Verbindungslinie der Berührungspunkte der Schenkel und mit dem Kegelschnitte eine involutorische Punktreihe. Entsprechende Punkte der letzteren sind die Schnittpunkte mit der Curve und die in den Schenkeln gelegenen, während der Durchschnitt mit der erwähnten Verbindungslinie einen Doppelpunkt bildet [1]."

Heißen die Berührungspunkte der gegebenen Tangenten T und T', so muß der Punkt P diesem Satze zufolge für eine Auflösung der Aufgabe in der Verbindungslinie der Punkte T und T' liegen. Nachdem TT' die Polare von M ist und P in TT' liegt, so fällt die Polare von P in Bezug auf einen Kegelschnitt, welcher die Bedingungen der Aufgabe erfüllt, mit p zusammen. — Verbindet man A mit P und sucht jenen Punkt B, welcher durch P und p von A harmonisch getrennt wird, so ergibt sich ein zweiter Punkt B des Kegelschnittes. Die Aufgabe ist dann auf den Fall 3 zurückgeführt.

---

[1] Siehe Chasles: „Traité des sections coniques", Seite 41.

Betrachtet man P_1 als einen Punkt der Berührungssehne TT', so bildet p_1 die Polare von P_1 und es kann auf die eben erklärte Weise gleichfalls ein zweiter reeller Punkt des verlangten Kegelschnittes bestimmt werden.

Nimmt man an, P liege in TT', so ergeben sich zwei Auflösungen (s. Fall 3) und ebenso wenn P_1 als ein Punkt von TT' betrachtet wird. Es gibt also im Allgemeinen vier Auflösungen. In dem speciellen Falle, wenn A in t oder t' gelegen ist, sind jedoch nur zwei Auflösungen möglich, wie man sich leicht überzeugen kann.

6. Gegeben: Drei reelle Punkte und zwei imaginäre Tangenten.	Drei reelle Tangenten und zwei imaginäre Punkte.

Die drei gegebenen reellen Punkte nennen wir A, B, C (Fig. 5), der involutorische Strahlenbüschel, dessen imaginäre Doppelstrahlen den verlangten Kegelschnitt tangiren sollen, heiße S und der Mittelpunkt von S sei M. Die Gerade BC schneidet S in einer involutorischen Reihe, welche wir R nennen, während jene involutorische Reihe, deren Doppelpunkte B und C sind, durch R' bezeichnet werden soll.

Auf der Geraden BC gibt es unter den gemachten Voraussetzungen immer zwei reelle Punkte P, P_1, welche sich sowohl in R, als auch in R' entsprechen. Heißt k irgend ein Kegelschnitt, der die Bedingungen der Aufgabe erfüllt, so sind P und P_1 in Bezug auf k conjugirte Punkte und die Geraden MP, MP_1, welche wir der Kürze wegen beziehungsweise durch p und p_1 bezeichnen, müssen einander ebenfalls in Bezug auf k conjugirt sein.

Dem oben citirten Satze zufolge, geht die Verbindungslinie der Berührungspunkte der gegebenen imaginären Tangenten, nämlich die Polare von M entweder durch P oder durch P_1. Nimmt man an, die Polare von M gehe durch P, so ist p die Polare von P, nachdem P dieser Annahme zufolge sowohl dem Punkte P_1 als auch dem Punkte M conjugirt ist. Betrachtet man P_1 als Schnittpunkt der Polaren von M mit BC, so ist, wie leicht einzusehen, p_1 die Polare von P_1. Wir nehmen vorläufig an, die Polare von M gehe durch P.

Ein vierter Punkt D des zu construirenden Kegelschnittes k wird dann erhalten, indem man A mit P verbindet und in AP jenen

Punkt D bestimmt, welcher von A durch P und p harmonisch getrennt wird.

Um die Polare des Punktes M zu erhalten, bestimmen wir noch einen in AB gelegenen Punkt derselben. Dieß geschieht, indem man in jener involutorischen Punktreihe r, welche sich als Schnitt von AB mit dem Büschel S ergibt und in der involutorischen Reihe r', deren Doppelpunkte A und B sind, die zwei Punkte Q, Q' ermittelt, welche sich sowohl in r, als auch in r' entsprechen. Jeder dieser Punkte kann als ein Punkt der Polaren von M betrachtet werden. Für den Fall, als die in Rede stehende Polare durch P geht, gibt es nämlich zwei Auflösungen der Aufgabe. Bei der einen Auflösung ist PQ, bei der andern PQ' die gesuchte Polare. Daß entweder Q oder Q' in der Polaren von M liegen muß, folgt aus dem Umstande, daß diese beiden Punkte die Doppelpunkte jener involutorischen Reihe bilden, welche nach dem Satze von Desargues durch A, B und die imaginären Schnittpunkte von AB mit den Doppelstrahlen des Büschels S bestimmt wird.

Hat man Q ermittelt und PQ, nämlich die Polare m des Punktes M gezogen, so läßt sich in jedem der vier Punkte A, B, C und D leicht die Tangente des verlangten Kegelschnittes construiren. Um z. B. die Tangente in A zu erhalten, zieht man den Strahl a_1 des Büschels S, welcher durch A geht, bestimmt in S den Strahl a, welchem a_1 entspricht und verbindet den Schnittpunkt E der Geraden m und a mit dem Punkte A. Diese Verbindungslinie tangirt den Kegelschnitt k in A, denn E ist der Pol von a_1, nachdem E den Schnittpunkt der Geraden m und a bildet, welche beide der Geraden a_1 conjugirt sind.

Kennt man A, B, C, D und die Tangente in einem dieser Punkte, so läßt sich der Kegelschnitt k mit Hilfe des Pascal'schen Satzes construiren.

Da man sowohl für den Fall als die Polare von M durch P, als auch dann, wenn sie durch P_1 geht, im Allgemeinen zwei Auflösungen erhält, so gibt es vier Auflösungen der Aufgabe, welche immer reell sind.

Auf eine andere Art die Aufgabe zu lösen, machen wir bei der Untersuchung des folgenden Falles aufmerksam:

7. Gegeben: Zwei imaginäre Punkte, ein reeller Punkt und zwei imaginäre Tangenten. | Zwei imaginäre Tangenten, eine reelle Tangente und zwei imaginäre Punkte[1].

Der gegebene reelle Punkt heiße A (Fig. 6), die involutorische Reihe, deren imaginäre Doppelpunkte dem verlangten Kegelschnitte k angehören sollen, nennen wir R und ihren Träger g. Die imaginären Tangenten von k seien ferner die Doppelstrahlen eines involutorischen Strahlenbüschels S und der Mittelpunkt von S befinde sich in M.

Die Gerade g schneidet den Büschel S in einer involutorischen Punktreihe, welche wir durch R' bezeichnen wollen, P und P_1 seien jene Punkte, die einander sowohl in R, als auch in R' entsprechen. Dann sind P und P_1 conjugirte Punkte und MP, MP_1 conjugirte Gerade in Bezug auf k. — Letztere zwei Geraden nennen wir p und p_1. — Sowie im Falle 6 muß die Polare von M entweder durch P oder P_1 gehen. Wenn sie durch P geht, so ist p die Polare von P, geht sie durch P_1, so ist p_1 die Polare von P_1. Wir betrachten zunächst den Fall, in welchem p die Polare von P ist. Ein zweiter Punkt B des verlangten Kegelschnittes wird in diesem Falle erhalten, indem man A mit P verbindet und jenen Punkt B bestimmt, welcher von A durch P und p harmonisch getrennt wird.

Unter allen Kegelschnitten, welche durch A, B und die imaginären Doppelpunkte der Reihe R gehen, gibt es einige, die von den imaginären Doppelstrahlen des Büschels S berührt werden, also den Bedingungen der Aufgabe vollständig entsprechen.

Alle diese Kegelschnitte bilden einen Kegelschnittbüschel. Um eine Curve des letzteren zu erhalten, welche die Forderungen der Aufgabe erfüllt, ziehen wir den Strahl a_1 des Büschels S, der durch A geht, und bestimmen jenen Strahl a von S, welchem a_1 entspricht. Die Pole der Geraden a_1 in Bezug auf sämmtliche Curven des Kegelschnittbüschels liegen bekanntlich auf einem Kegelschnitte, den wir K nennen wollen. Heißen die Punkte, in welchen a von K

---

[1]) Auf anderen Principien beruhende, minder einfache Lösungen der Aufgaben 3—7 finden sich in dem bereits erwähnten Werke von Chasles (Seite 47, 226, 236). Eine Lösung der Aufgabe 6 hat auch Staudt bekannt gegeben („Geometrie der Lage", Seite 187).

geschnitten wird, Q und Q', so kann sowohl die Gerade PQ als auch PQ' die Polare des Punktes M in Bezug auf den verlangten Kegelschnitt k sein. Daß z. B. PQ unter den gemachten Voraussetzungen die Polare von M ist, ergibt sich aus Folgendem: Der Pol von a_1 in Bezug auf k liegt in a, weil a und a_1 einander conjugirt sind; der Pol von a_1 in Bezug auf k muß aber auch in K liegen, daher ist Q dieser Pol. Nachdem nun P der Pol von p und Q der Pol von a_1 ist, so muß die Gerade PQ, welche wir m nennen wollen, die Polare des Schnittpunktes M von p und a_1 sein.

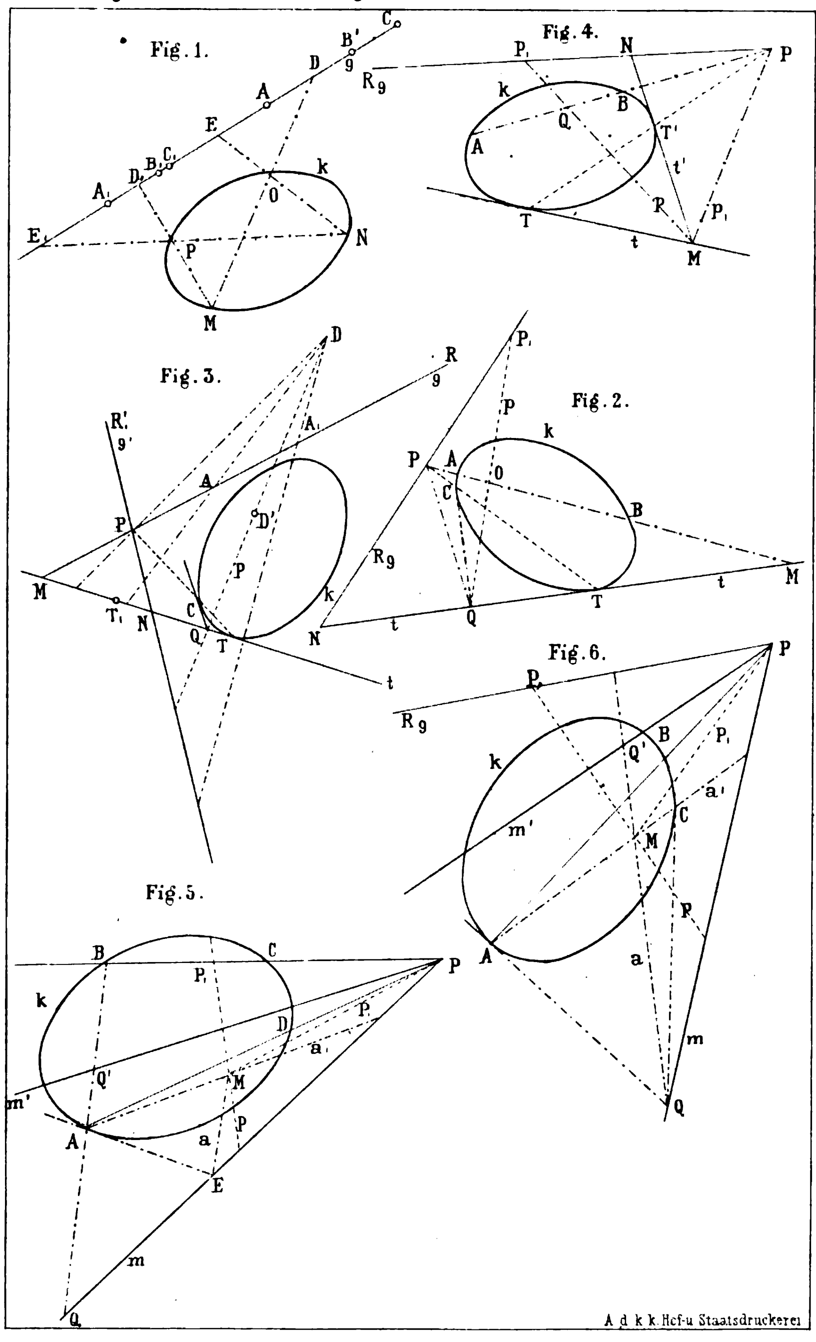
Die Gerade AQ ist die Tangente der Curve k im Punkte A. Eine zweite durch Q gehende Tangente wird erhalten, indem man jene Gerade bestimmt, welche von AQ durch a und m harmonisch getrennt wird. Diese Tangente schneidet a_1 in ihrem Berührungspunkte C. — Man kennt nun drei Punkte A, B, C und die Tangenten in A und C; es läßt sich also der verlangte Kegelschnitt mit Benützung des Pascal'schen Satzes construiren.

Setzt man voraus, die Polare von M gehe durch P, so erhält man zwei Auflösungen und ebenso viele, wenn man annimmt, diese Polare gehe durch P_1; daher gibt es im Allgemeinen vier Auflösungen der in Rede stehenden Aufgabe.

Es erübrigt noch zu erklären, wie man die Punkte Q und Q' ermitteln kann. Wie erwähnt, sind sie die Schnittpunkte der Geraden a mit jenem Kegelschnitte K, in welchem die Pole von a_1 in Bezug auf sämmtliche Curven des durch A, B und die Doppelpunkte von R gehenden Kegelschnittbüschels liegen. Diese Schnittpunkte können bestimmt werden, ohne daß man die Curve K zu construiren braucht. Bekanntlich ist K identisch mit jenem Kegelschnitte, welcher sämmtliche Punkte enthält, die den Punkten von a_1 in Bezug auf irgend zwei Curven des Büschels zugleich conjugirt sind. Heißen k_1 und k_2 zwei solche Curven, so ergibt sich K, indem man a_1 als Träger einer Punktreihe r betrachtet, zu allen Punkten von r die Polaren in Bezug auf k_1 und ebenso in Bezug auf k_2 bestimmt. Diese Polaren bilden zwei Strahlenbüschel s und s_1, welche projectivisch verwandt sein müssen, nachdem sie beide der Reihe r projectivisch sind. Die Mittelpunkte von s und s_1 werden von den Polen der Geraden a_1 in Bezug auf k_1 und k_2 gebildet. Als Kegelschnitt k_1 kann man das System der zwei Geraden AB und g betrachten; der Pol von a_1 in Bezug auf k_1 ist dann P und die Polare irgend eines Punk-

tes X von r ist jene durch P gehende Gerade, welche von X durch AB und g harmonisch getrennt wird. Alle diese Polaren bilden den Strahlenbüschel s. Als Curve k_2 kann das Erzeugniß der zwei Strahlenbüschel angesehen werden, deren Mittelpunkte sich in A und B befinden und welche Scheine jener projectivischen Punktreihen sind, aus denen die involutorische Reihe R besteht. Wie man den Pol von a_1 in Bezug auf diese Curve k_2, sowie auch die den Strahlenbüschel s_1 bildenden Polaren der Punkte von r bestimmt, ohne k_2 selbst zu construiren, bedarf wohl keiner weiteren Erklärung. Die Punkte Q und Q' ergeben sich schließlich als Doppelpunkte der zwei projectivischen Punktreihen, in welchen die Strahlenbüschel s und s_1 von der Geraden a geschnitten werden. Selbstverständlich braucht man zur Bestimmung von Q und Q' nur drei Paare sich entsprechender Strahlen der Büschel s und s_1, also nur drei conjugirte Gerade von a in Bezug auf k_1 und ebenso viele in Bezug auf k_2 zu construiren.

In derselben Weise wie die Aufgabe 7 kann auch die vorhergehende gelöst werden. Es vereinfacht sich jedoch die Construction für den unter 6 angeführten Fall, wenn man annimmt, der Kegelschnitt k_2 bestehe aus den Geraden AB und CD (Fig. 5).


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
A d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei

Ein Project für die Vorarbeiten betreffs des Venusdurchganges von 1874.

Von Dr. G. Neumayer.

(Mit 1 Karte.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 10. März 1870.)

Eine möglichst vollständige und allseitige Beobachtung der beiden kommenden Venusdurchgänge ist ein unleugbares Postulat der Astronomie. In richtiger Würdigung dieser Thatsache hat der Astronomer Royal G. B. Airy [1]) schon in drei Abhandlungen, von denen die erste bereits im Jahre 1857 erschien, die Aufmerksamkeit der gelehrten Welt auf diese Phänomene gelenkt und nicht nur die Astronomen, sondern auch die Regierungen wiederholt aufgefordert, mit den Vorbereitungen zur möglichst erfolgreichen Ausnützung derselben ja nicht zu zögern, um nicht eine Gelegenheit zur Feststellung der Länge des Grundmaßes der gesammten Astronomie, wie sie so günstig im Laufe dieses und des kommenden Jahrhunderts [2]) nicht mehr wiederkehren wird, durch Läßigkeit wenigstens theilweise zu verlieren. Die von ihm geführten Rechnungen haben seither Hind [3]) Puiseux [4]), Proctor [5]), C. F. W. Peters [6]) und Hansen [7]) in vielen Beziehungen erweitert und ergänzt, so daß uns bereits ein klares

---

1) Monthly Not. XVII, p. 208—221; XXIV, p. 173—177; XXIX, p. 33—43; p. 210 und 211.

2) Die nächsten Venusdurchgänge sind: 8. December 1874; 6. December 1882; 7. Juni 2004; 5. Juni 2012; 10. December 2117; 8. December 2125 etc. etc.

3) Compt. rend. LIII, p. 131 und 132; Monthly Not. XXIX, pag. 305 und 306.

4) Compt. rend. LXVIII. Februarheft.

5) Monthly Not. XXIX, pag. 211—222; pag. 249 u. 250; pag. 306—317; pag. 332 und 333.

6) Astron. N. B. LXXV, pag. 65—70.

7) Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge vor der Sonnenscheibe.

Bild vom ganzen Verlaufe beider Erscheinungen vorliegt. Allein damit, die Angelegenheit in wissenschaftlichen Kreisen angeregt zu haben, begnügten sich diese Männer nicht, sondern sie ließen auch ihren Aufruf um Unterstützung an die Regierungen von England und Frankreich gelangen, und nicht erfolglos. Vor Kurzem haben auch Rußland und der Norddeutsche Bund die Bewilligung der nöthigen Geldmittel zur Ausrüstung betreffender Expeditionen zugesagt. Unter diesen Umständen könnte es scheinen, daß ohnedies hinreichend für die Beobachtung der nächsten Venusdurchgänge geschehen sei und die Ausrüstung einer weiteren Expedition von Österreich aus überflüssig wäre, indem die Astronomen der obgenannten Länder auch ohne Cooperation von Seite ihrer österreichischen Collegen die Aufgabe lösen würden. Allein es läßt sich leicht nachweisen, daß bisher bei weitem nicht genügend Vorsorge getroffen ist, das Anstellen von Beobachtungen an allen wichtigen Punkten zu sichern. Zu diesem Zwecke wollen wir vorerst etwas näher auf die Verhältnisse bei dem nächsten Venusdurchgange im Jahre 1874 (8. December) eingehen.

Wir beschäftigen uns mit diesem Venusdurchgange hier allein, da derselbe, obgleich ein selbstständiges Resultat liefernd, füglich als eine wichtige Vorarbeit für den zweiten Durchgang im J. 1882 (6. December) angesehen werden darf und ein näheres Eingehen auf die Verhältnisse bei dem letzteren vorerst nicht geboten erscheint.

Die Beobachtungen bei Venusdurchgängen überhaupt können bekanntlich auf zweierlei Weise zur Bestimmung der Sonnenentfernung benützt werden, wenn wir zunächst absehen von den Heliometrischen Messungen und den photographischen Aufnahmen, die gerade bei dieser Veranlassung mit Erfolg angewendet werden müssen:

1. Nach der Methode von Halley durch Beobachten der Dauer des Durchganges des Planeten. Diese Methode hat den Vortheil, daß sie weder eine genauere Kenntniß der geographischen Lage, noch auch genaue Ortszeit des Beobachtungsortes bedarf. Sie verlangt jedoch die Combination mit einer gleichen, an einem zweiten passend gewählten Orte angestellten Beobachtung.

2. Nach der Methode von Delisle durch Beobachtung absoluter Ein- und Austrittszeiten. Bei dieser Methode genügt jede Beobachtung für sich allein zur Herleitung eines Resultates, d. h. jedes der Phänomen erscheint als selbstständiger Gegenstand der Beob-

achtung und darauf gegründeter Bestimmung des Resultates. Allein es ist bei ihr eine genaue Kenntniß der Ortszeit und geographischen Lage der Beobachtungsstation erforderlich.

Jede dieser beiden Methoden hat, wie man aus diesen wenigen Worten unschwer erkennt, ihre Vorzüge, aber auch Nachtheile; um das sicherste Resultat zu erhalten, wird man daher trachten müssen, wo möglich beide zu combiniren. Die Principien zu erörtern, nach denen die für die Anwendung jeder einzelnen Methode günstigst gelegenen Orte ausgewählt werden müssen, würde hier zu weit führen: wir wollen uns daher darauf beschränken, aus den oben angezogenen Abhandlungen diese Orte herzusetzen.

A. Halley'sche Methode.

Nach oberflächlicher Beurtheilung der beim Venusdurchgange vom Jahre 1874 eintretenden Verhältnisse hielt Airy sie für die Anwendung dieser Methode nicht günstig; allein die genauere Discussion, die Puiseux und vorzüglich Proctor anstellten, ergab im Gegentheile, daß gerade bei diesem Durchgange Halley's Methode mit mehr Vortheil werde angewendet werden können, als im Jahre 1882. Beide Beobachter kommen zu dem Schlusse, daß die sichersten Resultate sich würden ziehen lassen durch eine Combination von Beobachtungen aus dem Südosten von Sibirien (aus der Umgegend von Nertschinsk) mit solchen vom antarctischen Continente (vielleicht richtiger gesagt: von der antarctischen Inselgruppe), südlich von der Gruppe der Kerguelen- und Macdonald's-Inseln, etwa zwischen Enderby's Land und Repulse-Bay.

B. Delisle's Methode.

Die für die Beobachtungen nach dieser Methode am geeignetsten situirten Orte liegen nach Airy in zwei Doppellinien. Die erste derselben beginnt beim antarctischen Continente in der Gegend der Repulse-Bay und zieht einerseits über den Südosten von Australien nach Neuseeland; andererseits über die Macdonald's- und Kerguelen-Inseln nach Mauritius und Rodriquez; die zweite geht vom nordöstlichen Theile Sibiriens aus und streicht nach der einen Richtung über die Aleuten zu den Sandwich's- und Marquesas-Inseln, nach der anderen durch ganz Asien nach der Türkei und Ägypten. Der letzt-

genannten Linie liegt Britisch-Indien noch so nahe, daß es viele noch immer sehr werthvolle Stationen enthält.

Überblickt man diese Stationen, so sieht man, daß, soll die bei weitem vorzuziehende Halley'sche Methode angewendet werden, die antarctischen Inselgruppen, südlich von den Macdonald's-Inseln aufgesucht werden müssen, und daß dieselben auch bei der Anwendung von Delisle's Methode für Beobachtung des Venusdurchganges vom Jahre 1874 schwer entbehrt werden können [1]).

Außerdem sind bei unserem Venusdurchgange noch Beobachtungen nach allen zwei Methoden in Sibirien, nach der letzteren allein auf den Marquesas- und Sandwichs-Inseln, so wie in Vorder-Indien, Australien, auf Mauritius und Bourbon anzustellen.

Was nun die Stationen in Sibirien betrifft, so werden sie von der russischen Regierung aus in hinreichender Vollständigkeit besetzt werden, da dem Vernehmen nach nicht weniger als 26 Orte zur Anstellung von Beobachtungen ins Auge gefaßt sind. Eben so kann man es als eine Art von Verpflichtung der Engländer und Franzosen ansehen, die günstigsten Punkte ihrer transatlantischen Colonien mit Beobachtern zu versehen, eine Verpflichtung, die besonders bei ersterer Nation wegen der großen Zahl der zu besetzenden Localitäten alle verfügbaren Kräfte vollauf in Anspruch nehmen wird. In Beziehung auf die Regionen innerhalb oder in der Nähe des südlichen Polarkreises kann man nicht mit derselben Zuversicht sprechen, da es sich hier, wenn ich mich so ausdrücken darf, um Arbeiten handelt, die auf internationalem Gebiete ausgeführt werden müssen. Die englische Regierung hat zwar, durch den Astronomer Royal angeregt, eine Expedition nach den Südpolar-Regionen zur Zeit des Venusdurchganges (1874) ins Auge gefaßt, so viel darüber verlautet. Allein der von Airy zuerst gegebene und von hydrographischen Autoritäten unterstützte Rath: eine Voruntersuchung der fraglichen Gebiete vornehmen zu lassen, blieb unberücksichtigt oder es ist wenigstens für eine solche Voruntersuchung der Zeitpunkt bis kurz vor das Eintreten des astronomischen Ereignisses hinausgerückt worden.

Durch diese meine gegenwärtige Arbeit, welche der hohen kaiserlichen Akademie vorzulegen ich die Ehre habe, beabsichtige ich,

---

[1]) Ein Gleiches ließe sich unschwer nachweisen für den Venusdurchgang vom J. 1882.



nachdem ich schon bei verschiedenen Gelegenheiten [1]) eine solche Voruntersuchung als zum Sichern des Gelingens der Beobachtungen selbst durchaus unerläßlich besprochen habe, auf's Neue die Sache anzuregen und deren Bedeutung im vollen Umfange darzulegen.

Zum vollen Verständnisse aber dieser Bedeutung muß ich nochmals an das anknüpfen, was bereits im Allgemeinen über die Beobachtungsstationen gesagt wurde, und im Besonderen auf die Wichtigkeit der Stationen des indischen Oceans zurückkommen. Zu diesem Zwecke ist es erforderlich, einen Blick auf die beigegebene Karte zu werfen. Wir erkennen hier zunächst das Gebiet, innerhalb welches die Sonne für die ganze Dauer der Erscheinung über dem Horizonte verweilen wird, während zu gleicher Zeit auch jene Gebiete angedeutet sind, wo nur der Eintritt oder Austritt sichtbar sein wird, und zwar nur für die Gegenden unserer Erde vom Süd-Pole bis zu 30° südl. Breite (an einer Stelle bis zu 20° südl. Breite). Wir sehen daher alsobald, daß der südliche Theil des indischen Oceans ganz besonders günstig situirt ist in Bezug auf unseren Venusdurchgang. Eine eingehende Prüfung der Verhältnisse vom astronomischen Standpunkte aus, welche Herr Dr. Oppolzer in der jüngsten Zeit unternommen und deren Resultate er die Güte hatte, mir mitzutheilen, wirft in mancher Hinsicht ein neues Licht auf die Frage. Es ergibt sich daraus, daß die Curve der günstigsten Verhältnisse, Höhe und Parallaxe in Betracht gezogen [2]), für den Eintritt die große australische Bucht durchschneidet, sodann über die Macdonald's-Gruppe nach einem Punkte I (44° 33′ s. Br. und 26° 52′ O. [3]) zieht, die Prince Edward's-Inseln wenige Grade zu Süden passirend; ferner, daß die Curve der günstigsten Verhältnisse, Höhe und Parallaxe in Betracht gezogen, für den Austritt [4]) von einem Punkte in 20° südl. Br. und 87·5° O. nach einem zweiten in 79·3° s. Br. und 180° L. und von da nach einem Punkte I im südlichen stillen Ocean (64° 55·5′ s. Br. und 244° 38·9′ O.) zieht, ohne außerhalb des Polarkreises irgend welches auf der Karte niedergelegtes Land zu berühren, wenn man ab-

[1]) In Melbourne im Jahre 1862, in Frankfurt a/M. 1865 und in Innsbruck 1869.

[2]) Haupthöhencurve für den Eintritt und den Venusmittelpunkt nach Hansen

[3]) Sämmtliche vorkommenden Längen sind von Greenwich gerechnet.

[4]) Haupthöhencurve für den Austritt und den Venusmittelpunkt nach Hansen.

sieht von dem unter 110° Ost gelegenen Stücke des antarctischen Continentes. Beide Curven schneiden sich in 48·8° s. Br. und 99·3° ö. Länge, wo bei dem Eintritte der Factor der Parallaxe 0·67 und die Höhe 48°0 bei dem Austritte beziehungsweise 0·47 und 62°5 ist. Dieser Punkt liegt unter allen festen Standorten dem von Wilke's entdeckten, übrigens aber noch völlig unbekannten Terminations-Lande am nächsten. Nur wenig weiter davon als dieses liegen die Macdonald's-Inseln, welche noch den besonderen Vortheil bieten, daß, wie schon bemerkt, der Eintritt unter den günstigsten Verhältnissen beobachtet werden kann.

Auf diese Weise wird uns die Stelle, die vom astronomischen Standpunkte aus als die günstigste für die Beobachtungen des Venusdurchganges vom Jahre 1874 bezeichnet werden muß, genau angedeutet, und es frägt sich nur zunächst, wie die physikalischen, insbesondere aber die meteorologischen Verhältnisse gestaltet sind, die etwa auf die Beobachtungen einen Einfluß äußern könnten. Zum Zwecke der Beantwortung dieser Frage ist es vor Allem nothwendig, die physikalischen Verhältnisse des südlichen indischen Oceans und insbesondere in der Nähe der Macdonald's-Inseln einer eingehenden Prüfung zu unterwerfen.

Nach dieser Einleitung über die Bedeutung des Venusdurchganges vom Jahre 1874 im Allgemeinen zur Bestimmung der Entfernung der Sonne, ja für jede exacte Forschung, in welcher dieses Element eine Rolle spielt, sei es mir gestattet, auf die schon erwähnte Vorexpedition etwas näher einzugehen.

So wichtig es nun auch sein würde, die ganze Südpolar-Region zu durchforschen, um etwas mehr Licht über die Gestaltung und Vertheilung der Ländermassen in jenen Gegenden zu verbreiten und Aufschlüsse zu erhalten über die wichtigsten Fragen der terrestrischen Physik, so darf doch hier von vornherein nicht außer Acht gelassen werden, daß es sich um eine ganz feste begrenzte Region der Erde handelt, welche der Voruntersuchung zu unterwerfen ist: nämlich die Polarregion zwischen dem Meridiane 180° und etwa 50° Ost, wenn wir zunächst absehen von den durch einige Astronomen vorgeschlagenen Orten im Süden des amerikanischen Continentes: Trinity- und Graham's-Land [1]). Diese letzteren Gegenden sind im Ganzen schon

[1]) C. F. W. Peters in —64° 48′ und 63° 20·3′ West.

genauer bekannt in ihren physikalischen Verhältnissen, wenn auch für jetzt mit Beziehung auf genaue Ortsbestimmung zu astronomischen Zwecken noch vieles zu wünschen übrig sein dürfte. Der Robbenfang, der längere Zeit hindurch in diesen Gegenden mit größtem Eifer betrieben wurde, bot schon vielfach Veranlassung zur gründlichen Untersuchung der klimatischen Verhältnisse. Anders verhält es sich in Bezug auf die oben angedeuteten Regionen; denn mit Ausnahme der Expeditionen von Ross, Wilkes, Moore und anderen sind dieselben nur wenig oder gar nie untersucht worden, so daß man über die physikalischen Verhältnisse derselben nur sehr wenig mit Bestimmtheit sagen kann. Allein bei den Vorbereitungen für die Beobachtung der Venusdurchgänge ist es vor Allem auch dringend geboten, diese Gesichtspunkte ins Auge zu fassen.

Es wurde in den einleitenden Bemerkungen schon angegeben, welche Gebiete des südlichen indischen Oceans und der antarctischen Region von besonderem Gewichte sind für die Ermöglichung der Beobachtung nach beiden bezeichneten Methoden. Es ist demgemäß die Frage der Praktikabilität der zu wählenden Stationen auf ein vergleichsweise enges Terrain eingeschränkt. Offenbar ist von ganz besonderer Wichtigkeit für den Venusdurchgang vom J. 1874 der meridionale Streifen, welcher einerseits durch den Meridian von Mauritius und andererseits durch jenen des Cap Leeuwin (115° Ost) begrenzt wird.

Es würde sich vor Allem darum handeln, innerhalb dieses Gebietes, soweit als möglich, nach Süden vorzudringen, und zwar hauptsächlich aus dem Grunde, weil nach Allem, was wir darüber wissen, die für die Möglichkeit der Beobachtung maßgebenden Verhältnisse sich in höheren Breiten günstiger gestalten, während des Monates December. Mit Bezug auf den letzteren Punkt muß man bedenken, daß jene Gegenden der südlichen Hemisphäre, wo der herabsteigende Passat die Erdoberfläche trifft, durch beinahe beständige Niederschläge, Nebel und dichte Bewölkung gekennzeichnet sind. Es wäre dies in einem Gürtel zwischen 42° und etwa 52° südl. Breite, wo die Schichte der Bewölkung keilförmig nach den Polargegenden zulaufend gedacht werden muß, so daß sie also nach Süden hin weniger mächtig erscheint, eine Thatsache, die auch durch sämmtliche Reisenden, welche diese Gegenden besucht haben, bestätiget wird. Cook, Ross und Andere erwähnen ausdrücklich,

daß man oft nur auf die oberen Raaen zu steigen habe, um in den höheren Breiten aus der auf dem Ocean ruhenden Nebelschichte herauszukommen und einen Blick in die Ferne thun zu können. Ein Gleiches beweist die Häufigkeit, mit welcher, sobald man den fünfzigsten Breitegrad überschritten, die Wolken- und Nebelschichten von Luftströmen zerrissen werden, so daß man dort häufiger heitere Tage hat als in den unmittelbar daran grenzenden niedrigeren Breitegraden. Es dürfte daher wohl keinem Zweifel unterliegen, daß man in der That in dieser Beziehung für die Beobachtung der in Rede stehenden Venusdurchgänge günstigere Stationen in höheren Breiten aufzusuchen habe.

Alles, was sich auf Zeit, Höhen und Parallaxen für den Ein- und Austritt bezieht, ist in den verschiedenen, oben angezogenen Abhandlungen enthalten und bedarf hier keiner besonderen Erörterung mehr; nur so viel sollte angeführt werden, daß wir besonders die Verhältnisse ins Auge zu fassen haben, welche von etwa 7 Uhr Morgens bis kurz vor 12 Uhr die Beobachtung beeinflußen können, wenn man bedenkt, daß die Erscheinung in den ersten Tagen des Monates December eintreten wird (9. December locale Zeit).

Wie schon erwähnt, ist in den Breiten, um die es sich hier handelt, der Ocean während der Sommerzeit mit Nebel bedeckt. Diese Nebelschichte wird häufig unter Land, sobald die Temperatur zunimmt, durch hereinbrechende kalte Luftströmungen, die plötzlich einsetzen, durchbrochen und bleibt häufig so für den Rest des Tages. Dies wird nun für den Durchgang von 1874 nicht so sehr maßgebend sein, da derselbe am frühen Morgen beginnt und höchstens die Beobachtung des Austrittes dadurch beeinflußt werden dürfte. Allein es ist insoferne interessant, als es für die Richtigkeit dessen spricht, was ich oben mit Bezug auf die geringe Mächtigkeit der Nebelschichte sagte.

Ich werde im weiteren Verlaufe dieser Abhandlung noch auf die meteorologischen Verhältnisse zurückkommen und erwähne nur daß die Klarheit des Himmels allerdings im Süden häufig durch Schnee- oder Graupelnfall beeinträchtigt wird, da die Temperatur auch in den heißesten Tagen des Sommers eine vergleichsweise geringe bleibt, was begreiflicherweise dem vorwaltend oceanischen Charakter der antarctischen Region zuzuschreiben ist.

Unter diesen klimatischen Verhältnissen ist es in jeder Beziehung angedeutet, die Beobachtungsstation auf einer Insel zu nehmen und nicht an den Ufern continentaler Massen, was um so leichter ausführbar erscheint, als innerhalb und zunächst außerhalb der antarctischen Zone Inseln genug sind, die für diesen Zweck anwendbar wären.

Überdies ist es nach dem, was ich bereits gesagt habe, von Wichtigkeit, eine Station nicht im Meeres-Niveau, sondern einige hundert Fuß hoch an den Abhängen der Berge zu errichten, was ebenfalls auf keinerlei Schwierigkeiten stoßen kann, da die Erhebungen der meisten dieser vulcanischen Inseln sehr beträchtlich sind. Zum Mindesten ist es gerathen, sich nicht auf eine Station am Meeres-Niveau allein zu verlassen, sondern noch eine zweite in größerer Erhebung in zum Beobachten geeigneter Ordnung zu erhalten.

Lassen wir die Inseln Paul und Amsterdam, als hinlänglich bekannt und vorzüglich beschrieben, hier außer Acht, so sind die Inseln, welche in diesen Gegenden vorzüglich in Betracht zu ziehen wären, etwa folgende, wenn wir von niederen Breiten nach dem Pole zu fortschreitend sie aufzählen:

I. Die Crozet-Inseln [1]),

welche am 24. Jänner 1772 durch Marion du Frezne und Crozet entdeckt wurden; hier wäre es wohl die Possessions-Insel, die sich besonders dazu eignen würde.

In der Amerika-, Lively- und Segel-Bay bietet sie guten Ankergrund und Schutz gegen die beinahe beständig wehenden Winde aus Westen. Die Lage jenes nördlichsten Punktes der Insel ist nach nicht sehr vorzüglichen Beobachtungen von Sir. J. Ross [2]) bestimmt worden.

Der nördlichste Punkt liegt in: 46° 19′ Süd und 51° 53′ Ost; der südlichste Punkt wird angegeben: 46° 28′ Süd und 51° 56′ Ost.

Lage der Segelbay: 46° 26′ 18″ Süd, 51° 50′ 19″ Ost.

Die Variation des Compasses ist für 1840 zu 35° 13′ West bestimmt worden.

---

[1]) Auch die Edward's Inseln ziehe ich hier nicht in Betracht, da die Sonne beim Eintritt dort sehr nieder steht (5°5).

[2]) Wie er sie uns selbst beschreibt (28. April 1840).

In Beziehung auf diesen letzten Punkt ist zu bemerken, daß nach den Isogonischen Linien die Declination nur etwa 32° sein dürfte (was mit den Bestimmungen an Bord zu 33° 16', schon besser stimmt), woraus sich der Einfluß der Basaltmassen, aus welchen die Insel besteht, deutlich zu erkennen gibt. Die Inclination wird zu 67° 10' Süd angegeben, während die Total-Intensität nach englischem Maße —10·26 ist.

Das Leben auf irgend einer der Crozet-Inseln, sei es der Possessions- oder Schwein-Insel, ist nicht gerade beschwerlich, wenn auch das Abgeschlossensein von aller Welt als unangenehm bezeichnet werden dürfte. Es finden sich wohl heute noch Ziegen und Schweine, wie sie einst Ross gefunden hatte, die von den rauhen Gräsern der ärmlichen Vegetation leben. Außerdem finden sich hier Pinguine, Enten, Albatrosse in großer Zahl, deren Eier für die Mannschaft eines Expeditions-Corps eine reichliche und erwünschte Nahrung bieten werden. Sollte man überdies noch Gemüse und Kräuter pflanzen, die zweifelsohne in dem nicht rauhen Klima gedeihen würden, so vermag man mit Sicherheit vorher zu sagen, daß hier eine Beobachtungsstation ohne Schwierigkeit unterhalten werden könne. Ross schätzt die Erhebungen dieser Inseln bis zu 4000 Fuß.

Die Bay, die in früheren Jahren durch Wallfischfänger und Robbenschläger besucht wurde, bietet guten Ankergrund und Schutz gegen die Nordwest-Stürme, während bei Ost und Südost allerdings einige Gefahr des Strandens besteht.

II. Kerguelen Insel.

Bestimmungen der geographischen Lage sind in Beziehung auf die von allen Seiten tief eingebuchtete, ziemlich große Insel mit einiger Genauigkeit ausgeführt worden. Entdeckt wurde dieselbe am 13. Jänner 1772 von M. de Kerguelen, der mit zwei Schiffen von Mauritius nach Süden gesegelt war, um das große Südland zu entdecken. Bei Gelegenheit dieses Besuches, so wie bei dem zweiten im December 1773 wurde wenig zur Feststellung der geographischen Lage gethan. Erst 1774 am 6. Jänner verweilte M. de Rosnevet hier in einem Hafen, den er Baie de L'Oiseau nannte, der später aber von Cook Christmas-Hafen getauft wurde. Cook sah die Küste von Kerguelen, zu deren Untersuchung er zum Theile ausgesendet worden

war, am 24. December 1776. Der Eindruck, den dieses Land auf ihn machte, war ein so ungünstiger, daß er dasselbe Desolation-Eiland nannte.

Seine Bestimmungen der Hauptpunkte ergaben:
Cape Bligh 48° 29′ Süd und 68° 40′ Ost;
Christmas-Harbour 49° 30′ Süd und 69° 10′ Ost;
Palliser Harbour 49° 3′ Süd und 70° 34′ Ost;
Cape Digby 49° 23′ Süd und 70° 34′ Ost;
Cape George 49° 54′ Süd und 70° 13′ Ost.

So gut auch die hydrographischen Bestimmungen Cook's während seines flüchtigen Besuches ausgeführt sein mögen, so bleiben sie doch erklärlicher Weise weit hinter den Bestimmungen des Capt. Rhodes, der im Jahre 1799 acht Monate lang hier verweilte und hinter jenen des Sir J. Ross an Genauigkeit zurück.

Sir J. Ross hielt sich hier auf vom 12. Mai bis 20. Juli 1840 und hatte Gelegenheit viele und wichtige Factoren der Klimatologie und Hydrographie festzustellen. Es wurde ein astronomisches und magnetisches Observatorium errichtet, in welchem vorzügliche Arbeiten ausgeführt wurden. Die Lage des Observatoriums war:
48° 41′ Süd und 69° 3′ 35″ Ost;
die mittlere Declination 30° 33′ 50″ West;
die mittlere Inclination 69° 59′ 4″ Süd;
die mittlere Total-Intensität — 11·32

Die Hafenzeit wurde zu 2 Uhr bestimmt; es betrug die Fluth zur Springzeit nur zwei Fuß.

Aus der dem Werke von Sir J. Ross beigegebenen Skizze dieses Hafens ersehen wir, daß derselbe von Bergen, die sich bis zur Höhe von 1351 Fuß über den Meeresspiegel erheben, umschlossen und daß der Ankergrund durchweg ein günstiger zu nennen ist. Für die Erhaltung eines Observatoriums während längerer Zeit ist hier insoferne eine Möglichkeit geboten, als frisches Wasser überall gefunden werden kann und Vögel zur Nahrung in großer Menge vorhanden sind. Das Pflanzenreich bietet wenig. Kein Baum, ja keine Staude gewährt genügendes Brennmaterial, und nur eine kohlartige Pflanze (*Pringlea antiscorbutica*) ist durch ihre antiskorbutische Wirkung ein willkommenes Nahrungsmittel. Es ließe sich aber sicher bei dem zwar rauhen, aber keineswegs großen Extremen

unterworfenen Klima vieles erzielen, was als Pflanzennahrung von großem Werthe wäre. Für Thiere scheint hier reichliche Grasnahrung vorhanden zu sein; denn Ross erzählt ausdrücklich, daß dieselben fett werden und im Allgemeinen vorzüglich gedeihen, indem er von den Schafen, Ziegen etc. spricht, welche hier während seines Aufenthaltes an das Land gesetzt wurden. Trotzdem leben hier keine vierfüßigen Thiere am Lande, dagegen beleben See-Elephanten *(Morunga Elephantica)*, Seelöwen *(Otaria jubata)*, Seebären *(Otaria ursina)* und Wallfische das umgebende Meer. Unter letzteren wird von Ross ausdrücklich des Cachelot *(Physeter macrocephalus)* und der Nahrung desselben *(Sepia octopus)* aus der Classe der Cephalopoden Erwähnung gethan.

Wie überall in der Nähe der Inseln des südlichen Oceans sind auch hier Vögel in ungeheurer Menge vorhanden, darunter Sturmvögel *(Procellaria capensis* und *P. glacialis)*, Albatrosse *(Diomedea exulans* und *D. fuliginosa)*, alle Arten von Pinguinen *(Aptenodytes Forsteri* etc.*)* und eine Ente *(Anas crecca)*.

Die geologische Formation ist auch in diesem Falle vorherrschend basaltisch oder Trapgestein, hie und da kommt geschichtetes Gestein und selbst einige Zoll mächtige Kohlenschichten an verschiedenen Stellen zu Tage. Letzteres wäre von Bedeutung für eine daselbst befindliche Beobachtungsstation, falls sich die Schichte als von größerer Mächtigkeit erweisen sollte; ja es wäre diese Thatsache zum Zwecke künftiger Südpolarreisen als außerordentlich wichtig ins Auge zu fassen. Jedoch ist die größere Mächtigkeit wenigstens soweit man nach den im Ross'schen Werke niedergelegten geologischen Verhältnissen schließen kann, nicht gerade wahrscheinlich.

Was in der Einleitung im Allgemeinen von den klimatologischen Verhältnissen gesagt wurde, gilt auch hier im Besonderen für die Kerguelen-Inseln und mag dasselbe hier nur des Weiteren ausgeführt werden.

Die ganze Natur der Inseln, die schneebedeckten Berge, welche bis zum Meeresufer herabreichen, vollständig unabhängig von der Jahreszeit, die Spärlichkeit der Vegetation, Alles dieses bezeichnet schon zur Genüge den Charakter der meteorologischen Erscheinungen. Das Wärmemittel für den Monat Februar und für den Christmas-Hafen ist nur etwa $+3{\cdot}9^\circ$ Réaumur, dagegen aber auch für den

Monat August +0·6° Réaumur. Nur das angrenzende Meer mit einer Temperatur, welche niemals unter Null sinkt, gestattet eine üppige Meeresvegetation und so kommt denn hier der Riesentang *(Fucus giganteus)* in großen Massen um die Meeresküste vor. Während der geringe Unterschied in den Temperaturextremen bei solchem Jahresmittel bedingt, daß das Land in Schnee und Eis gehüllt ist, herrscht im Meere ein reiches Leben.

Über die Winde läßt sich hier nur so viel sagen, als man im Allgemeinen von diesem Theile des Oceans mit Bezug darauf sagen kann. Nehmen wir das in meinen Arbeiten [1]) über diesen Theil des Oceans Gegebene zur Norm zwischen 45° und 50° südlicher Breite und 60° und 100° östlicher Länge, so kann man über diesen für die Schifffahrt so wichtigen Gegenstand etwa Folgendes als festgestellt betrachten.

1. November und December: Nordwest-Winde, die anhaltend und kräftig wehen, sind in diesen Monaten vorherrschend mit Schwankungen der Windesrichtung nach Nord-Ost auf der einen bis West-Süd-West auf der anderen Seite. Von Ost, Nord-Ost durch Süd bis Süd-West sind Luftströmungen nur selten und vereinzelt.

2. Jänner und Februar: Winde von West und West-Nord-West vorherrschend, und zwar häufig sehr stürmisches Wetter. Auch nördliche Stürme (Nord, Nord-Ost und Nord-Nord-Ost) sind häufig, während Ost-Winde, Süd- und Süd-West-Winde wieder zu den Seltenheiten gehören und meist leicht sind.

3. März. Es herrschen Nord-Nord-Ost-Winde vor und zwar mit ziemlicher Heftigkeit, welche hin und wieder durch leichte Winde, zwischen Nord und West umspringend, unterbrochen werden.

4. April und October: Heftige Winde von Nord sind in diesen Monaten die Regel, die dann nach beiden Seiten der Windrose an Heftigkeit abnehmen. Süd- und Süd-Süd-Ost sind nicht beobachtet worden; dagegen ist dies die Zeit des Jahres, innerhalb welcher, wenn auch selten, Windstillen vorkommen.

5. In den Monaten Mai bis September (in den Wintermonaten) herrschen West-Nord-West- und West-Winde vor, mit Schwankungen bis Nord-Ost auf der einen und Süd auf der anderen Seite. In letzterem Falle hat man es meist mit schweren Stürmen zu thun.

---

[1]) Meteorological and Nautical Observations by Dr. N. Melbourne 1864.

Weiter nach Süden zu sind die Windverhältnisse dieselben, nur daß im Sommer, besonders im Jänner, Stürme von Süden häufig werden.

Im Allgemeinen ist der Charakter des Windes der eines stetigen kräftigen Luftstromes, der übrigens in Boeen bis zum Sturme auffrischt. Besonders zu beobachten hat man das plötzliche Umspringen des Windes von Nord-Ost nach Nord-West und West-Nord-West, was zumeist in den Stunden unmittelbar vor oder nach Mitternacht eintritt und gekennzeichnet ist durch ein plötzliches Anwachsen des Sturmes. Nachdem der Umsprung stattgehabt, steigt das Barometer rasch, oft um einige Linien innerhalb weniger Minuten.

Diese Daten genügen, um ein Bild zu geben von den Windverhältnissen auf offener See; es erübrigt nur noch, Einiges hinzuzufügen über die Winde in der unmittelbaren Nähe der Inseln. Es ist schon erwähnt worden, daß die meisten Inseln dieser Gegenden des indischen Oceans eine beträchtliche Erhebung über die Meeresfläche haben, einige sogar bis zu 4000 oder 5000 Fuß. Dadurch scheint eine locale Winderscheinung veranlaßt zu werden in unmittelbarer Nähe der Küste. In boraähnlicher Weise brechen hier Windstöße von der Höhe herab nach der Meeresfläche, Alles vor sich niederwerfend. Es ist dann eine schwierige Sache für die Schiffe, in den Buchten ihren Ankergrund zu halten, weßhalb dieselben gerade für solche Fälle mit besonders schweren Ankern versehen sein sollen. Was hier gesagt ist, gilt, soferne es zu ermitteln war, von sämmtlichen Inselgruppen, die hier in Betracht kommen, und zu allen Zeiten des Jahres und insbesondere für den Sommer.

Auch der Niederschlag ist in diesen Gegenden von besonderem Interesse, insoferne er uns gestattet, auf die Reinheit des Himmels einen Schluß ziehen zu können.

Es wurde schon erwähnt, daß die Meeresfläche im Sommer und Winter zumeist mit Nebel bedeckt ist, der in fein vertheiltem Dunstregen herabfällt. Die so eben beschriebenen Windstöße verursachen in der Nähe der Inseln zumeist um die Mittagszeit ein Durchbrechen der Nebelschichten, wodurch der Himmel dann auf einige Stunden klar wird. In größerer Erhebung und weiter nach Süden zu gestalten sich die Verhältnisse, wie schon oben erwähnt, günstiger, und zwar gilt dies insbesondere für die Sommerjahreszeit. Das Nebeneinanderliegen der beiden Ströme, Polar- und Äquatorialstrom,

verursacht durch Wechselwirkung Regen und Niederschlag in allen Jahreszeiten.

III. Die M'Donald's Inseln.

Diese Inselgruppe wurde zuerst gesehen und ihre Lage annähernd bestimmt durch Capitain Heard vom „Oriental" am 25. November 1853. Ich selbst sah auf meiner Reise von Hamburg nach Melbourne am 10. Jänner 1857 diese Inseln und machte, so viel es die außerordentlich ungünstigen Verhältnisse gestatteten, einige Positionsbestimmungen. Leider war mir entgangen, daß Capitain Maury in den Sailing Directions VII. Auflage in „A last word" pag. 862 der weiteren Besuche dieser Inseln erwähnte, bei welchen Gelegenheiten Beobachtungen über die Lage derselben ausgeführt wurden. Unter diesen Besuchen der Inseln war der von Capitain M'Donald von der Samarang der erste und nach ihm ist sonach auch die Inselgruppe genannt. Dr. Petermann hat in einer eingehenden Abhandlung über die Inseln des südlichen indischen Oceans die Resultate der verschiedenen Beobachtungen in anschaulicher Weise auseinander gesetzt.

Wenn man die einzelnen Beobachtungen, soferne die Punkte genau zu identificiren sind, vergleicht, und solche, die offenbar die Lage dieser Inseln zu weit nach Osten setzen, außer Acht läßt, so würden sich etwa folgende Positionen ergeben:

Kleine Insel, dem Zuckerhutfelsen gegenüber } 53° 4′ Süd; 72° 40′ Ost;

Größere Insel, Nord-West-Ende } 53° 5·5′ Süd und 73° 17·2′ Ost.

Meine eigenen Beobachtungen sind bei Herleitung dieser Mittelwerthe in Erwägung gezogen worden, jedoch muß ich bemerken, daß dieselben bei genauer Prüfung nicht so zuverläßlich erscheinen, als ich es ursprünglich dachte. Denn obgleich die Chronometer in vorzüglicher Controle gehalten wurden, so war doch die zweite Reihe von Sonnenhöhen, worauf sowohl Breite- als Längenbestimmungen beruhen, indem auch die erste Reihe von Sonnenhöhen außer Mittag genommen werden mußte, unter solch' ungünstigen Verhältnissen beobachtet, daß man kaum vollkommen sichere Resultate erwarten durfte. Es wehte während der Beobachtung dermaßen,

daß es mir kaum möglich war, mich auf den Füßen zu erhalten; der Ocean war eine Schaummasse, so daß der Horizont nur schwer erkannt werden konnte. Daraus erklärt sich denn auch noch, weßhalb nach meinen Bestimmungen die Inseln sich weiter nach Süden erstrecken, als nach den Bestimmungen der anderen Seefahrer. Übrigens aber können alle diese Positionen nur als approximativ richtig betrachtet werden. Es ist mir nicht bekannt, ob neuere Bestimmungen über die Lage dieser Inseln gemacht wurden. So lange ich in Melbourne am Observatorium war, wurden sie noch zweimal als neuentdeckt gemeldet; jedoch genauere Bestimmungen kamen mir weiter keine zu.

Die Variation des Compasses wurde auf zwei verschiedenen Schiffen zwischen 42° und 43° West beobachtet, während dieselbe nach den neuesten Karten nur 37° West sein sollte, und zwar für das Jahr 1858. Die Inclination ist etwa 72° südlich; die Totalintensität — 11·9.

Die Inseln sind vulcanischer Natur und dürften daher auf die magnetischen Verhältnisse einen Einfluß ausüben.

Von einzelnen Reisenden wird die größere Insel zu 5000 Fuß Höhe angegeben, während ich dieselbe für beträchtlich niedriger schätzte. Eine Messung konnte nicht ausgeführt werden. Es war die Insel, eben so wie wir dies bei den Kerguelen geschildert haben, bis zum Meeresufer herab mit Schnee und Eis bedeckt. Bruchstücke des letzteren, unzweifelhaft durch den wärmeren Ocean abgelöst, trieben in der die Inseln trennenden Straße. In mitten der letzteren ist auf der größeren Insel eine Bucht bemerkbar, die gegen westliche Winde nicht sonderlich geschützt sein kann; nach Findlay's Directory for the Indian Ocean aber einen guten Ankergrund darbietet. (S. p. 299.) Allein es ließe sich vielleicht an der noch durchaus unerforschten Küste ein günstigerer Ankerplatz für ein Schiff und eine gute Stätte für ein Observatorium finden.

Die genaue hydrographische Aufnahme dieser Inseln, deren Anzahl noch nicht festgestellt ist, müßte eine der Vorarbeiten für die Expedition zur Beobachtung der Venusdurchgänge bilden.

Weitere Inseln sind in dem angegebenen Areale nicht mehr zu finden, außer die im Sommer 1833/34 von Kemp entdeckten Kemp-Inseln, deren Lage (östliches Ende) in 67° Süd und 60° Ost angenommen wird. Es dürfen dieselben nicht verwechselt werden

mit der von Proctor in seiner Abhandlung über den Venusdurchgang vom Jahre 1874 besprochenen Insel gleichen Namens, welche, wie mir scheint, irrthümlicher Weise in etwa 60° Süd und 75° Ost verzeichnet ist wo, so viel mir bekannt, kein Land bisher gefunden wurde.

Wenn man den von verschiedenen Seiten angezweifelten Untersuchungen Morrel's im Jahre 1823 Glauben schenken wollte, so wäre auch das von Biscoc im Jahre 1821 entdeckte Enderby-Land eine Insel, deren Mitte in etwa 67° südlicher Breite und 50·5° östlicher Länge läge.

Wilke's Terminationsland in 64° Süd und 95° Ost mag ebenfalls hieher gerechnet werden, da es möglich ist, daß Repulse-Bay in der That sich bei näherer Untersuchung als eine Straße zwischen Inseln ergeben dürfte; denn die Beweise welche Wilkes anführt, gegen die Inselform dieses Theiles des sogenannten antarctischen Continentes, so wie für die meisten anderen, sind keinesfalls als endgiltig entscheidend anzunehmen. Er leitet dieselben aus dem Mangel an Seeströmungen ab, was, wie mir scheint, bei der Unzuverläßlichkeit, welche nothwendiger Weise in höheren Breitegraden mit solchen Untersuchungen verknüpft sein muß, nicht ganz zulässig ist. Überdies wollen Andere, darunter der Capitän des Porpoise, indem sie der Küste des antarctischen Continentes folgten, wirklich auch Ströme gefunden haben.

Bezüglich der in höheren Breiten herrschenden Winde gibt uns Wilkes ungefähr Folgendes an: Im Allgemeinen war während seiner antarctischen Reise das Wetter nicht schön zu nennen; wenn es sich aber so gestaltete, so geschah dieses in der Regel bei östlichen Winden, die sich, sobald man den sechzigsten Breitegrad zurückgelegt hatte, einstellten. Es kommen in diesen Gegenden die schwersten Stürme aus Süd-Ost, und zwar stellen sich dieselben ganz plötzlich ein. Der Wind war unmittelbar vorher zumeist zu Norden von Osten mit fallendem Barometer und steigender Temperatur. In Bezug auf den Barometerstand muß hier bemerkt werden, daß nach unserer Autorität derselbe im Mittel 29·04″ betrug; die Bewegungen des Quecksilbers sind rasch, da häufig eine große Veränderung innerhalb einer Stunde vorgeht. Der Wind nimmt mit dem Steigen des Quecksilbers zu und weht dann so für einige Stunden fort, nachdem das Quecksilber stationär geworden ist. Es gelten diese Regeln zunächst nur für die Sommerszeit; für die Winterszeit

sind noch keinerlei Beobachtungen angestellt worden, woraus sich mit Sicherheit Schlüsse ziehen ließen.

Damit wäre denn die Reihe der in dem bezeichneten Areale angegebenen Inseln erschöpft. Ob aber nicht noch andere weitere Inselgruppen zwischen den Macdonalds-Inseln und dem Polarkreise liegen, läßt sich bei der ungenügenden bisherigen Untersuchung dieser Gewässer kaum entscheiden, zumal wenn man bedenkt, wie in dieser Region des Nebels leicht von einem oder dem anderen Entdeckungsreisenden solche Gruppen passirt worden sein können, ohne daß man sie wahrgenommen hätte. Ich erinnere nur daran, daß Cook im Jahre 1773 auf seinem Curse „nach dem Eis-Barrier in der Nähe von Terminationsland" ganz nahe bei den Macdonalds-Inseln vorübergekommen sein muß, ohne sie gesehen zu haben. Freilich erwähnt er in seinem Journal in jenen Gegenden häufige Anzeichen von Land, so daß wir mit Sicherheit annehmen können, es habe ihn nur der dicke Nebel verhindert, diese Inselgruppe schon damals zu entdecken.

Es fügt sich nun so, daß gerade dieser Theil des indischen Oceans, während er auf der einen Seite zur Beobachtung des Venusdurchganges höchst geeignet ist, auch gleichzeitig als jene Stelle bezeichnet werden muß, an welcher, wie ich dies zu zeigen hoffe, mit der größten Aussicht auf Erfolg nach Süden vorgedrungen werden kann.

Durch den Verkehr mit Australien, welcher in den letzten zwanzig Jahren seinen Weg durch den südlichen Theil des indischen Oceans nahm und zugleich als eine wesentliche Bedingung für den Erfolg das Führen tüchtiger Journale auf's Eifrigste unterstützte, ist eine reiche Fülle tüchtigen Materials, das sich auf die physikalischen Verhältnisse dieser Gegenden bezieht, gesammelt worden, welches uns gestattet, über Strom- und Windverhältnisse eine klare Ansicht zu gewinnen. Da wir über die letzteren bereits des Weiteren uns ausgelassen haben, so möge nur noch Einiges über die herrschenden Stromverhältnisse gesagt werden. Die Temperaturverhältnisse und die Äquatorialgrenze des Treibeises geben uns darüber einige Aufschlüsse und sind im Übrigen für die Beantwortung der vorliegenden Frage von ganz besonderer Bedeutung.

Legen wir unseren Untersuchungen zunächst die für den indischen Ocean von dem niederländischen Institute für Meteorologie in

Utrecht veröffentlichten Temperaturtafeln zu Grunde, so finden wir, daß sich die Fortsetzung des Agulhas-Stromes bis zu den Gegenden der Kerguelen-Insel für alle Monate des Jahres bemerkbar macht [1]). (Siehe die Karte.) Es läßt sich dies nur bis zu jener Insel mit Zuversicht behaupten, weil für weiter südlich gelegene Gegenden die näheren Daten fehlen. Vereinigen wir aber die für alle Monate erhaltene Richtung der warmen Strömung zu einem Mittelresultate, so erhalten wir als Kreuzungspunkte für das ganze Jahr etwa folgende Werthe:

	Süd-Breite		Ost-Länge
In	33° Süd-Breite	und	33° Ost-Länge.
„	35 „	„	35 „
„	37 „	„	40 „
„	38 „	„	43 „
„	39 „	„	47 „
„	40 „	„	50 „
„	41 „	„	55 „
„	42 „	„	60 „
„	43 „	„	63 „
„	44 „	„	65 „
„	46 „	„	67 „
„	47 „	„	68 „
„	48 „	„	70 „
„	49 „	„	71 „
„	50 „	„	73 „
„	51 „	„	74 „
„	52 „	„	74·5 „
„	53 „	„	75 „

Wir sehen aus der letzten Position, daß sogar, wenn auch mit weniger Bestimmtheit, der warme Strom bis zu den M'Donalds-Inseln verfolgt werden kann, was sich auch aus den Isothermen, wie dieselben für August und Februar sich gestalten und auf unserer Karte eingetragen sind, ergeben dürfte.

In dem angeführten Werke des meteorologischen Institutes ist mit Bestimmtheit constatirt, daß der Agulhas-Strom nicht um das Cap der guten Hoffnung, wie ursprünglich angenommen, seinen

[1]) Onderzoekingen mit den Seethermometer 1861, pag. 53—64.

weiteren Verlauf nimmt, sondern sich bei der Süd-Spitze des afrikanischen Continents nach Süd-Ost wendet, zum Theile der allgemeinen Strömung von Osten nach Westen folgend [1]). Natürlich zeigt die Strömung, ähnlich wie der Golfstrom oder der Kuro-Siwo Streifen kalten Wassers, wie dieses auch aus den oben angeführten Tabellen bei gründlicher Prüfung deutlich zu erkennen ist.

Im December und Jänner 1856/57 bin ich selbst auf 53° südlicher Breite gesegelt und habe bei dieser Gelegenheit, so wie meine stündlichen Aufzeichnungen dies nachweisen, den Einfluß einer warmen Strömung zwischen 62° und 72° Ost-Länge noch zu erkennen vermocht. Es ist bei einer flüchtigen Reise wohl nicht möglich, solche Verhältnisse mit gleich klarer Evidenz zu erweisen, wie dies soeben geschehen, da die stete Ortsveränderung solches erschwert. Allein ich habe mich zwischen den vierzigsten und fünfzigsten Längengraden in derselben Breite (52° Süd) gehalten und es ist mit dem Zunehmen der Länge deutlich in der Temperaturcurve des Wassers ein Steigen zu erkennen, selbst im Vergleiche zur Curve beim zwanzigsten Grade der Länge, obgleich wir uns in jenen Gegenden volle 3° nördlich befanden. Vom fünfzigsten Grade der Länge sinkt die Temperatur um Weniges bis zum sechzigsten oder zweiundsechzigsten Grade, was der Veränderung der Breite zugeschrieben werden dürfte; erhebt sich aber alsbald wieder, obgleich nun auf 54° südlicher Breite. Zwischen 72° und 80° sinkt die Temperatur auf's Neue.

Genaue Messungen der Temperatur des Wassers haben mir auch auf meiner Heimreise (Juni 1864) den Strom warmen Wassers, der Neu-Seeland umschließt, zu erkennen gegeben, allein es kann hier nicht als nöthig erscheinen, diesen Nachweis weiter zu verfolgen. Es genüge, darauf hingewiesen zu haben, da ich alsbald auf eine andere Analogie der beiden Strömungen zurückzukommen haben werde.

Es sei mir nur noch gestattet, zu erwähnen, daß ich bei der Durchsegelung der Larochellestraße, welche die M'Donalds-Inseln trennt, einen beträchtlichen Strom nach S. 15° W. zu beobachten glaubte. Die Temperaturmessungen waren hier von geringerem Werthe, da das Wasser mit Eistrümmern angefüllt war, welche

[1]) Onderzoekingen etc. pag. 65.

offenbar von den bis zum Meeresufer herabreichenden Eisschichten losgerissen worden waren.

Ich darf nicht fürchten, mich in allzukühne Conjecturen zu ergehen, wenn ich die Vermuthung ausspreche, daß der erwähnte Strom, wenn auch mit veränderter Richtung und zur einfachen Trift herabgesunken, bis zum Terminationsland oder der Kemp-Insel sich fortsetzt. Was dieser Annahme entgegensteht, ist die Thatsache, daß von den verschiedenen Reisenden, die jene Gegenden um den Polarkreis besucht haben, keinerlei Strömung beobachtet wurde (Wilkes' Expedition). Allein wenn man bedenkt, daß eine solche Strömung in höheren Breiten nur triftartig sein kann, und überhaupt Ströme bei dem häufig wechselndem Curse der Entdeckungsschiffe schwer nachweisbar sein müssen, so legt man darauf wohl nicht allzuviel Gewicht. Man ist in der That um so eher geneigt, an die Existenz warmer Strömungen bis zu höheren Breitegraden zu glauben, wenn erwiesenermaßen das Vorhandensein des warmen Gewässer folgenden Cachelot (Physeter macrocephalus) auch gerade in jenen Gegenden der Küste des sogenannten antarctischen Continentes häufig erwähnt wird und wir früher ja schon gesehen haben, daß ein Gleiches von den Kerguelen- oder Macdonalds-Inseln gesagt werden kann.

Wenn man die nördliche Grenze des antarctischen Treibeises näher untersucht, so wie dieselbe jetzt allgemein angenommen wird, und zwar vor Allem durch Dr. Petermann's Arbeiten festgestellt wurde, so findet man eine auffallende Abflachung dieser Curve an zwei Stellen des Circum-Polarbeckens; nämlich zwischen 160° und 170° Ost und zwischen 70° und 90° Ost. Allein prüfen wir diese Stellen etwas näher, so finden wir, daß es sich hier nicht sowohl um Abflachungen, als vielmehr um Lücken in der Treibeisgrenze handelt, die erst wieder in höheren Breiten geschlossen werden. Man muß hiebei natürlich auch die Häufigkeit des Treibeises in Erwägung ziehen und vereinzelnten Erscheinungen von Eisbergen, die durch westliche Winde in das sonst eisfreie Gebiet getrieben worden sein können, nicht allzuviel Gewicht beilegen.

In Erwägung dieses Umstandes finden wir, daß in sämmtlichen Treibeisregistern älteren und neueren Datums an jenen Stellen kein Eis angezeigt wird oder doch erst jenseits des sechzigsten Breitegrades. Ähnliche Stellen finden sich meines Wissens auch um den

Pol herum keine weiteren mehr und es sind dieselben gewissermaßen als die Eingangsthore zu den unwirthlichen Gegenden der antarctischen Zone zu betrachten. Denn wenn es auch seine Richtigkeit haben mag, was Wilkes sagt, daß man zum Vordringen nach Süden am besten die mit Treibeis bedeckten Regionen wählt, so gilt dies doch nur für höhere Breiten und in Beziehung auf das Packeis, nicht aber in Bezug auf jene Stellen, welche eine Expedition als ihre Ausgangspunkte wählen sollte. Sir J. Roß war von ähnlichen Ansichten geleitet und erreichte, dem Neuseeland-Strome folgend, eine zuvor niemals erreichte Breite und entdeckte in der Nähe des Südpoles das South-Victoria-Land. Eben dasselbe gilt von Balleny, der im Jahre 1839 jene Inseln, die seinen Namen tragen, auffand. (Siehe die Karte.) Es ist weiter in Bezug auf die Stelle im indischen Ocean, mit der wir es zunächst zu thun haben, zu bemerken, daß die meisten der Entdeckungsreisenden dieselbe in der Nähe des Polarkreises senkrecht durchschnitten haben, ohne sich länger daselbst mit Untersuchungen aufzuhalten. Nur Kemp im Jahre 1833/34 machte den Versuch, nach Süden vorzudringen. Es gelang ihm auch den Polarkreis zu erreichen, und zwar vom Eise wenig behelligt, und Land zu entdecken; weßhalb er übrigens nicht weiter nach Osten zusteuerte, wodurch er nahezu in die Mitte des von uns angezeigten Warmwassergebietes eingedrungen wäre, ist mir nicht bekannt, da ich die Einzelnheiten seiner Reise nicht vor mir habe.

Cook dagegen nahm vom Kerguelen-Land aus auf seiner Reise im Februar 1773 einen südöstlichen Curs, der ihn gerade zu Osten von Wilkes' Termination Land bringen mußte, wo eine Möglichkeit zu weiterem Vordringen kaum gegeben war.

Nach Allem diesem ist es wohl klar, daß zwischen den bezeichneten Meridianen im südlichen indischen Ocean der Compensationsstrom aus diesem Seebassin nach Süden zieht, eben so wie der Neuseelandsstrom die warmen Gewässer des stillen Oceans dem Victoria-Land zuführt.

Wie wichtig sind aber solche Betrachtungen für die erfolgreiche Bearbeitung der Vorfragen, die sich auf die Venusdurchgänge beziehen!

Es ist beinahe mit Sicherheit anzunehmen, daß ein Schiff, besonders wenn dasselbe mit Auxiliar-Dampfkraft versehen ist, zwischen dem siebzigsten und neunzigsten Längengrade weiter nach Süden

vordringen kann, als an irgend einer anderen Stelle des indischen Oceans. Dann aber ließe sich für beide Venusdurchgänge eine Station finden, wie man sie kaum vortrefflicher erwarten darf. Deßhalb sollte auch die Lösung dieser Frage nach meinem Dafürhalten vor allem andern in Angriff genommen werden, damit der endlosen Unsicherheit, die über diesen Punkt noch immer existirt, ein Ende gemacht würde durch das Beschaffen von Daten, auf die man alle weiteren Bestimmungen und Anordnungen zu gründen vermöchte.

Wie aus den einleitenden Bemerkungen zu ersehen ist, lege ich, und ich glaube mit mir die meisten Gelehrten, die dieser Frage einige Aufmerksamkeit widmeten, einen Werth darauf, daß für die Ermöglichung der Anwendung beider Beobachtungsmethoden entsprechende Vorsorge getroffen werde. Es müßte sonach Bedacht genommen werden, daß eine absolute Längenbestimmung in den von mir bezeichneten Gegenden ausgeführt würde, damit auch die Delisle'sche Methode angewendet werden könnte. Alle Bestimmungen der Länge, die bis heute in jenen Gewässern gemacht wurden, genügen wohl den Anforderungen der Schifffahrt (und selbst dies, wie wir gesehen haben, nicht alle gleich gut); allein für Zwecke der angedeuteten Art sind sie auch annähernd nicht genügend. Deßhalb sollte eine Station gewählt werden, an welcher solche Beobachtungen ausgeführt werden könnten, die in einem Zeitraume von drei bis vier Monaten das gewünschte Resultat ergeben würden. Dieselbe sollte, so weit als möglich, nach Süden zu gewählt werden, damit auch durch Chronometerreisen später Längenbestimmungen anderer in der Nähe liegender Stationen möglich werden. Wenn ich hier sagte, daß eine solche Station so weit als möglich nach Süden zu liegen solle, so will ich damit nicht gesagt haben, daß man zu ihrer Erreichung gezwungen sein müßte, den Packeisgürtel zu durchdringen. Für einen solchen Zweck müßten weiter reichende Mittel, als ich hier vorzuschlagen gesonnen bin, zur Verfügung gestellt werden.

Es müßte ferner an einer solchen Station ein Beobachtungssystem eingerichtet werden während der Monate November, December, Jänner und Februar, welches die Bearbeitung und Lösung aller Hauptfragen der Physik der Erde und Meteorologie, so ferne sich dieselben auf unsere Zwecke beziehen, in sich schlöße. In Bezug auf das Letztere wäre es besonders wichtig, außer der

Hauptstation, die wohl nahe dem Meeresniveau zu wählen wäre, eine zweite in etwa 600 oder 800 Fuß über demselben zu errichten, mittelst welcher sodann die Frage entschieden werden könnte, ob in Bezug auf die Reinheit des Himmels die höhere Lage anzuempfehlen sei. Es wäre wünschenswerth, daß beide Stationen zum Zwecke correspondirender Beobachtung durch eine telegraphische Leitung verbunden wären.

Während die Arbeiten an der so errichteten Station im Gange sich befinden, sollte eine kleine Recognoscirungsfahrt ausgeführt werden, und zwar müßte hiebei besonders darauf Bedacht genommen werden, das Meer in der Richtung von Kemp's-Insel- oder Enderby-Land zu erreichen oder auch die Gegenden nach dem Terminationslande gründlicher zu untersuchen, damit auch die spätere Erreichung jener Punkte angebahnt würde. Das Durchbrechen des Packeisgürtels ist hiefür zunächst nicht unmittelbar nothwendig, da es sich nur um die Feststellung der Stromverhältnisse und die Auffindung etwaiger Inselgruppen in höheren südlichen Breiten, aber außerhalb des Packeisgürtels, handelt.

Gegen Ende der günstigen Jahreszeit, etwa Mitte März, hätte sich die Recognoscirungs-Expedition auf die Station zurückzuziehen, dieselbe abzubrechen und wieder einzuschiffen nebst dem dazu gehörigen Personale. Es müßten jedoch vorher alle zur Kennzeichnung und Wiederauffindung der einzelnen wichtigen Punkte nöthigen Signale zurückgelassen und gut versichert werden. Die kleine Expedition hätte sich sodann nach den australischen Colonien zu wenden, um daselbst in Melbourne einen Anknüpfungspunkt zu finden, auf welchen die im Süden gewonnenen Resultate zurückgeführt werden könnten. Während der ganzen Reise hätte man den meteorologischen und allgemein physikalischen Verhältnissen die gründlichste Beachtung zuzuwenden, insbesondere aber sollte es eine Hauptaufgabe sein, die Strömungs- und Temperaturverhältnisse des Oceans auf das Gründlichste zu untersuchen.

Es mögen diese Andeutungen über den Zweck und Umfang der vorgeschlagenen Voruntersuchung genügen, um das Gewicht derselben in das volle Licht zu stellen; eine Entwicklung des Operationsplanes kann nicht in der Absicht dieser vorläufigen Bemerkungen liegen. So viel läßt sich übrigens hier schon bemerken, daß die Resultate einer solchen Expedition für das Gelingen der eigent-

lichen Beobachtungen im Jahre 1874 vom größten Gewichte sein müssen, indem einmal die nöthigen Normen dadurch bestimmt werden, während zum andern das zur Beobachtung nöthige Gebiet der gründlichen Durchforschung erschlossen werden wird.

Um nun die Erstrebungen der bezeichneten Zwecke mit Erfolg anzubahnen, erlaube ich mir, folgende Vorschläge zu machen.

Zu Ende des kommenden Monates August oder auch im Beginne Septembers sollte von Mauritius aus eine kleine wissenschaftliche Expedition nach Süden abgehen, so daß dieselbe im October mit der Errichtung eines temporären Observatoriums auf den M'Donalds-Inseln beschäftigt sein könnte. Diese Expedition sollte aus sechs wissenschaftlichen Männern bestehen, welche für den eigentlichen Zweck am passendsten dem Seefache angehören würden. Denselben sollten mindestens acht gewöhnliche Seeleute beigegeben werden, welche in den praktischen Arbeiten, besonders im Bootdienste zu Vermessungszwecken verwendet werden könnten.

Diese 14 Mitglieder der eigentlichen Expedition würden genügen, die wissenschaftlichen Arbeiten auszuführen, die sich zunächst und vor Allem auf die Beantwortung der astronomischen und physikalischen Fragen beschränken würden. Allein, da es doch wünschenswerth ist, daß unter den sechs wissenschaftlichen Mitgliedern ein Arzt sich befinde, so ließe sich bei gehöriger Umsicht in der Wahl desselben auf die Interessen der Botanik, Zoologie und Geologie Rücksicht nehmen. Übrigens kann die Berücksichtigung dieser Zweige der Naturwissenschaften nur in zweiter Linie hervorgehoben werden, und auch hier vor Allem in so ferne, als sie sich auf die Hilfsquellen, welche sich für eine zukünftige Expedition für die Beobachtung der Venusdurchgänge in höheren Breiten darbieten, beziehen.

Das Schiff, welches zum Transporte und der Recognoscirungsfahrt dienen sollte, müßte aber stark und aus Holz construirt sein und würde ein Gehalt von etwa 200 Tonnen vollkommen genügen. Es sollte dasselbe in Mauritius oder eventuell am Cap der guten Hoffnung für den Zweck gechartert werden. Wie schon erwähnt, wäre es wünschenswerth, daß dieses Schiff für die Untersuchungen im Süden mit einer Auxiliar-Schraube versehen sei; allein unbedingte Nothwendigkeit kann ich darin nicht erblicken. Dagegen glaube ich, daß sowohl wegen der größeren Stärke, als auch wegen

der magnetischen und indirect wegen der Strombeobachtungen, die auf der See auszuführen sind, Gewicht auf die Construction aus Holz gelegt werden muß.

In diesem Falle wäre ein ähnliches Verhältniß anzustreben, als bei der Expedition vom Moore und Clarke im Jahre 1845, die bekanntlich im Auftrage der englischen Regierung die „Pagoda“ am Cap der guten Hoffnung für ihre wissenschaftlichen Zwecke in den antarctischen Gegenden mietheten. Die englische Regierung zog diese Weise dem Verwenden eines ihrer Kriegsschiffe vor. Es wurden dadurch die Kosten bedeutend vermindert, während in keiner Weise der Tüchtigkeit des Unternehmens Eintrag gethan wurde.

Es ist nicht Zweck dieser Abhandlung, auf Einzelnheiten der Ausrüstung einzugehen, da dieses vollständig überflüssig sein würde im gegenwärtigen Stadium des Vorschlages und überdies in Beziehung auf die wissenschaftlichen Theile die Ansichten von Fachgelehrten zu ermitteln und zu verwerthen wären. Nur so viel möge gesagt werden, daß Alles aufgeboten werden sollte, um tüchtige Instrumente für das Observatorium auf dem Lande und die hydrographischen Arbeiten beschaffen zu können, damit nichts versäumt würde, was den Werth des Unternehmens, als einer Reihe von Vorarbeiten für die eigentliche Beobachtung der Venusdurchgänge, erhöhen könnte.

Nachdem das Observatorium auf den Macdonalds-Inseln, welche ich vorläufig für diesen Zweck als vorzüglich geeignet erachte, in voller Arbeit begriffen, für den Unterhalt der Beobachter und deren Begleiter vollständige Sorge getragen und ferner eine vollständige Aufnahme der Inselgruppe ausgeführt worden wäre, erst dann hätte sich das Expeditionscorps auf die Recognoscirungsfahrt zu begeben. Hiezu wäre wohl Anfang December am geeignetsten. In diesem Falle wären vollständige drei Monate übrig gelassen, in welchen die auf der Karte bezeichneten Regionen des südlichen indischen Oceans zu durchforschen wären. Es mag hier Gewicht darauf gelegt werden, daß bei den Beobachtungen über Strom- und Temperaturverhältnisse vor Allem dem Gürtel, dessen Existenz durch die neueren Arbeiten von Carpenter allerdings in Frage gezogen werden muß, wo die Grundschicht des Seewassers mit einer Temperatur von 3·3° R. an die Oberfläche tritt, Aufmerksamkeit geschenkt werde; Tieflothungen und Wärmemessungen wären zu diesem Ende natürlicherweise ge-

wissenhaft auszuführen. Wünschenswerth würde es auch sein, wenn man wenigstens die Grenze des Packeises ermitteln könnte, jedoch muß hiebei immer im Auge behalten werden, daß der Hauptzweck der Recognoscirung der ist, für die fraglichen Beobachtungeu passende Stationen zu finden, während die Erweiterung geographischer Kenntnisse im Allgemeinen nur in zweiter Linie zu erscheinen hätte.

Es läßt sich nicht verkennen, daß durch diese Operationsweise ein reiches Material zusammengetragen würde, das, wenn unmittelbar verarbeitet, zum Besten der Beobachtung der Venusdurchgänge von 1874 und 1882 verwerthet werden könnte, während die Kenntnisse der Physik unserer Erde dadurch wesentlich gefördert werden müßten. Zur selbigen Zeit würde aber auch der Erforschung der antarctischen Region ein neuer Impuls gegeben, und zwar in einer Gegend, wo bisher ein ernstlicher Versuch, nach Süden vorzudringen, nicht gemacht wurde und ein günstiger Erfolg, wie ich gezeigt zu haben glaube, viele Wahrscheinlichkeit bietet. Während diese Expedition, wenn ausgeführt in der vorgeschlagenen Weise, für den beabsichtigten Zweck von großer Bedeutung sich erweisen würde, müßte sie auch vom allgemein geographischen Standpunkte aus sich als außerordentlich werthvoll herausstellen. Gerade das Beschränktsein der Aufgabe und des Erforschungsgebietes würde in diesem Falle, dessen bin ich gewiß, die besten Früchte tragen.

Aus Allem diesem ist zu ersehen, daß es sich nicht um eine in großartigem Maßstabe organisirte und ausgerüstete Expedition handelt, deren Kosten und Gefahren bei gründlicher Würdigung der zu erwartenden Resultate die Räthlichkeit des Unternehmens noch in Frage stellen könnten. Es läßt sich im Gegentheile mit Bestimmtheit vorhersagen, daß dasselbe unter nur einiger Maßen günstigen Constellationen und mit mäßigen Mitteln zu einem Erfolge führen könnte, welcher es unter den Vorarbeiten für die Beobachtung der Venusdurchgänge in erster Linie erscheinen lassen würde. Eine Nation, welche in diesem Sinne vorgehen würde, könnte sich daher nur den Dank der wissenschaftlichen Welt erringen, und es würde ihr auch in Zukunft sicher die Zuerkennung des vorzüglichsten Verdienstes beim Gelingen der eigentlichen Beobachtungen nicht vorenthalten werden können.

Aus diesen Gründen würde ich es für ein großes Glück erachten, wenn es mir gelungen wäre, die hohe kaiserliche Akademie von der Wichtigkeit meines Vorschlages überzeugt zu haben, auf daß sich dieselbe bewogen fühlen würde, ihren schwer wiegenden Einfluß zu Gunsten desselben bei der k. k. Regierung in Geltung zu bringen.

ANHANG.

Kostenvoranschlag für eine solche Expedition.

Unter der Voraussetzung, daß die k. k. Regierung dreien Officieren und Einem Arzte der k. k. Marine nebst zehn Mann Matrosen, die wohl als Volontaire für das Unternehmen ausgewählt werden müßten, den nöthigen Urlaub zur Theilnahme und den nothwendigen Gehalt bewilligen würde, dürfte der ganze Betrag der Ausgaben ungefähr in folgender Weise festgestellt werden:

Für die Miethe eines Schiffes von circa 200 Tonnen während sieben Monaten	13.725	fl.	ö.	W.
Reise der Expeditionsmitglieder bis Mauritius, nebst dem Aufenthalte daselbst und der Rückreise	8.800	„	„	„
Für die Ausgaben des Leiters für die Reise in Europa und nach Mauritius	1.400	„	„	„
Proviant und Kohlen der Expedition während der Monate vom September bis März . . .	3.980	„	„	„
Extra-Kleidungsstücke etc.	950	„	„	„
Instrumente etc.	3.950	„	„	„
Zwei tragbare Observatorien, Zelte . . .	775	„	„	„
Einen Assistenten für die astronomischen Beobachtungen	1.450	„	„	„
Total-Summa .	35.000	fl.	ö.	W.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXI. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

5.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

XIII. SITZUNG VOM 12. MAI 1870.

Das k. k. Handelsministerium übermittelt mit Note vom 2. Mai die Einladung zu dem im Monat August d. J. in Antwerpen stattfindenden internationalen Congreß zur Beförderung der geographischen, kosmographischen und commerciellen Wissenschaften.

Die k. k. Direction der Staatstelegraphen theilt mit Note vom 28. April l. J. mit, daß das von ihr an die Vereinstelegraphen-Verwaltungen zu Berlin, München, Stuttgart und Carlsruhe gerichtete Ersuchschreiben in Betreff der gebührenfreien Beförderung der von der k. Akademie der Wissenschaften aufgegebenen Depeschen über Entdeckung teleskopischer Kometen, von Berlin und München zustimmend, von Stuttgart und Carlsruhe hingegen ablehnend beantwortet wurde.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Ichthyologische Notizen". (X.) Schluß, vom Herrn Dr. F. Steindachner.

„Über elektromagnetische Tragkraft" vom Herrn Prof. Dr. A. v. Waltenhofen in Prag.

„Bombyx Yama-Maï" vom Herrn Dr. E. Verson, Adjuncten an der k. k. Seidenbauversuchsstation in Görz.

„Geometrische Mittheilungen" I, vom Herrn Dr. Emil Weyr in Prag.

Herr Prof. Dr. H. Hlasiwetz legt eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn J. Habermann ausgeführte Abhandlung vor, betitelt: „Zur Kenntniß einiger Zuckerarten (Glucose, Rohrzucker, Levulose, Sorbin, Phloroglucin)".

Derselbe übergibt ferner eine Abhandlung: „Gesteinsanalysen", vom Herrn Prof. Dr. A. Bauer.

Herr Dr. Th. v. Oppolzer überreicht eine Abhandlung: „Definitive Bahnbestimmung des Planeten (59) „Elpis".

Herr Prof. Dr. J. Loschmidt übergibt die Fortsetzung seiner „Experimentaluntersuchungen über die Diffusion der Gase ohne poröse Schneidewände".

Herr Dr. E. Klein, Privatdocent für Histologie, legt eine Abhandlung: „Beiträge zur Kenntniß der Nerven des Froschlarvenschwanzes" vor.

Herr *Stud. med.* A. v. Winiwarter überreicht eine Abhandlung: „Untersuchungen über die Gehörsschnecke der Säugethiere".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Januar und Februar 1870. Berlin; 8°.

Annalen der Chemie & Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXXVII, Heft 3, und VII. Supplementband, 3. Heft. Leipzig & Heidelberg, 1870; 8°.

Annales des mines. VI[e] Serie. Tome XVII, 1[re] Livraison de 1870. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrgang, Nr. 9. Wien, 1870; 8°.

Barrande, Joachim. Sytême silurien du centre de la Bohême. I[re] Partie. Vol. II, 4[e] Série. (Pl. 351 à 460.) Prague & Paris; 1870; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXVII, Nrs. 146—147. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1870; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nrs. 16—17. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIX[e] Année. 3[e] Série. Tome VI, 18[e]—19[e] Livraisons. Paris, 1870; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. V. Band, Nr. 9. Wien, 1870; 8°.

— Anthropologische, in Wien: Mittheilungen. I. Band, Nr. 1—2. Wien, 1870; 8°.

— geographische, in Wien: Mittheilungen. N. F. 3, Nr. 6—7. Wien, 1870; 8°.

Gesellschaft, k. sächs., der Wissenschaften zu Leipzig: Abhandlungen. IX. Band, 1—3. Heft. Leipzig. 1869; 4°. — Berichte der math.-phys. Classe. 1867, 4—5. Heft; 1868, 1—3. Heft; 1869. 1. Heft. Leipzig; 8°.

— Fürstl. Jablonowskische, zu Leipzig: Gekrönte Preisschriften. XIV—XVI. Leipzig, 1869—1870; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrg. Nr. 18—19. Wien, 1870; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie & verwandte Fächer, von F. Vorwerk. Band XXXIII, Heft 2. Speyer, 1870; 8°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie. Für 1868. 1. Heft. Gießen, 1870; 8°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Bd. I, 4. & 5. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

Landbote, Der steirische: 3. Jahrgang, Nr. 9. Graz, 1870; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 16. Wien; 8°.

Ludwig, C., Arbeiten aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. IV. Jahrgang: 1869. Leipzig, 1870; 8°.

Magazijn voor Landbouw en Kruidkunde. N.R. VIII. Deel. 10—12. Aflev. Utrecht, 1869; 8°.

Mittheilungen über Gegenstände des Artillerie- & Genie-Wesens. Jahrgang 1870, 3. Heft. Wien; 8°.

Moniteur scientifique. Tome XIIe, Année 1870. 321e Livraison. Paris; 4°.

Museum of Geology, Calcutta: Memoirs (in 8°). Vol. VI, Part 3; *Palaeontologia Indica.* Series V. Parts 5—10. Calcutta, 1868; 4°. — Annual Report 1867. Calcutta, 1868; 8°. — Records. Vol. I, Parts 1—3. (1868); Vol. II, Part 1. (1869), kl. 4°.

Nature. Vol. I, Nr. 26; Vol. II, Nr. 27. London, 1870; 4°.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XX. Band. Jahrgang 1870, Jänner-Heft. Wien; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VIIe Année, Nrs. 22—23. Paris & Bruxelles, 1870; 4°.

Scientific Opinion. Part XVIII, Vol. III. London, 1870; 4°.

Société géologique de France: Bulletin. 2e série. T. XXVI, Nr. 4. Paris, 1869; 8°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal. Part II, Nr. 4. 1869. Calcutta; 8°.

Verein, Entomologischer, in Berlin: Berliner Entomologische Zeitschrift. XIV. Jahrgang (1870) 1. & 2. Heft. Berlin; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 25—26. Wien, 1870; 4°.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig & Hübner. XIII. Jahrgang. N. F. VI. Band, 7. Heft. Leipzig, 1870; 8°.

Definitive Bahnbestimmung des Planeten (59) „Elpis".

Von dem c. M. Dr. **Theodor Ritter v. Oppolzer.**

Die Vorherbestimmung des Laufes der kleinen Planeten ist in Folge der zahlreichen Entdeckungen von Jahr zu Jahr zu einer höchst umfassenden und mühevollen Arbeit herangewachsen und es wird immer schwieriger dem einzelnen dieser Planeten eine größere Aufmerksamkeit zu schenken. Nach meiner Ansicht ist es aber für die Wissenschaft förderlicher, wenige Planeten einer genaueren Bearbeitung zu unterziehen, als durch allzu große Zersplitterung der Kräfte zwar alle kleinen Planeten, aber keinen, einer gründlicheren Untersuchung in Bezug auf seine Bahn zu unterwerfen. Ich habe deßhalb die von mir zur Berechnung übernommenen drei Planeten, nämlich (58) Concordia, (59) Elpis und (64) Angelina, so genau in Bezug auf ihre Bahnelemente untersucht, als mir es für die nächsten Zwecke wünschenswerth erschien und habe meine Untersuchungen über Concordia und Angelina in den Sitzungsberichten veröffentlicht, und zwar finden sich die dießbezüglichen Abhandlungen im LVII. Bde. und LX. Bde. dieser Schriften; über die von mir für Elpis gewonnenen Resultate berichten die folgenden Blätter.

Schon seit einer Reihe von Jahren habe ich die Berechnung des Planeten (59) Elpis für das Berliner Jahrbuch durchgeführt und mich bemüht durch Anschluß an die jeweilig bekannten Beobachtungen möglichst genaue Elemente für die Vorausberechnung zu erhalten; die letzte Verbesserung habe ich im Jahre 1866 durchgeführt und über dieselbe in Nr. 1605 der astronomischen Nachrichten Bericht abgestattet; diese Elemente schließen sich an fünf bis dahin beobachtete Oppositionen an und haben sich bei der Vorausberechnung für die seitdem eingetretenen drei weiteren Oppositionen recht gut bewährt, doch war der Unterschied zwischen Beobachtung und

Rechnung in der Opposition des Jahres 1869 auf nahe neun Bogensekunden angewachsen; dieser Fehler der Elemente ist zwar sehr gering und kann für die Wiederauffindung in den kommenden Oppositionen, wenn er auch noch weiter etwas zugenommen hätte, nicht im mindesten hinderlich sein; mir schien es aber immerhin einer Untersuchung werth, ob sich dieser Fehler durch Variation der Elemente wegbringen läßt. In der That zeigt die folgende Untersuchung, daß die Darstellung der bislang beobachteten acht Oppositionen mit Rücksicht auf die Störungen durch Jupiter und Saturn eine völlig befriedigende ist, so daß die Annahmen über die Maßen der störenden Planeten und das Übergehen des Einflusses der übrigen Planeten hinreichend gerechtfertigt sind, und daß vorläufig kein Grund vorliegt, den bei der Untersuchung der Bahn dieses Planeten verfolgten Weg abzuändern oder zu verlassen. Der größte übrig bleibende Fehler in der vierten Opposition (1864) erreicht den Werth von 2·7 Bogensekunden; bedenkt man, daß innerhalb des Zeitraumes von 9 Jahren wohl auch in unseren Sonnentafeln Fehler vorkommen, die gewiß den Werth einer Bogensekunde überschreiten, so kann man sich in der That mit dem gewonnenen Resultate begnügen. Die Bemerkung, die ich über die Unsicherheit der Sonnenorte eingeschaltet habe, findet eine Stütze in dem Umstande, daß die nach den neueren Sonnentafeln von Le Verrier einerseits und Hansen und Olufsen andererseits berechneten Orte innerhalb eines Jahres nahe bis zwei Bogensekunden gegen einander schwanken.

Es muß aber bemerkt werden, daß die oben citirten letzten Elemente mit einer kleinen Abänderung der folgenden Rechnung zu Grunde gelegt wurden, die sich mir aus einer genaueren Berechnung der Jupiterstörungen ergeben hatte, und die eine ganz unbeträchtliche Verbesserung in dem Werthe von μ nach sich zog, sonst war an diesen Elementen Nichts verändert worden; die vorliegende Untersuchung läßt in der That nur ganz unerhebliche Correctionen für die bisherigen Annahmen finden; ich schalte hier die Bemerkung ein, daß mir die oben erwähnten Elemente, die ich sogleich weiter unten mittheilen werde, als Grundlage gedient haben für meine bisherigen Untersuchungen über die allgemeinen Störungen, die schon einiger Maßen vorgeschritten sind; der kaum merkbar hervortretende Unterschied dieser Elemente gegen die definitiven zeigt, daß für die Genauigkeit der zu ermittelnden Störungsglieder aus diesem Umstande

nicht die mindeste Gefahr entstehen kann; die Elemente, die für diese Rechnungen als maßgebend angenommen und die für die folgende Untersuchung als Ausgangspunkt gewählt wurden, sind:

(59) Elpis.

Epoche, Oscul und mittl. Äq. 1865. Januar 7·0
m. Berliner Zeit.

$$L = 352°37'39''89$$
$$M = 334\ 18\ 53\cdot 23$$
$$\pi = 18\ 18\ 46\cdot 66$$
$$\Omega = 170\ 20\ 28\cdot 62$$
$$i = 8\ 37\ 13\cdot 94$$
$$\varphi = 6\ 44\ 3\cdot 01$$
$$\mu = 793''97750$$
$$\log a = 0\cdot 4334656$$

Diese Elemente benützte ich nun, um in Verbindung mit den am Schlusse dieser Abhandlung mitgetheilten Störungswerthen für die acht beobachteten Erscheinungen genaue Ephemeriden zu berechnen; hiebei wäre hervorzuheben, daß für die Jahre 1867, 1868 und 1869 die mitgetheilten Ortsangaben ungeändert meinen Vorausberechnungen entnommen wurden. Die im Anhange mitgetheilten Störungswerthe ergaben sich aus der Integration der sogleich mitzutheilenden Differentialquotienten der Störungen. Von den störenden Planeten wurde Jupiter und Saturn berücksichtigt, und es wurden angenommen für dieselben die folgenden Maßen

$$♃ = \frac{1}{1049\cdot 0}, \qquad ♄ = \frac{1}{3501\cdot 6}.$$

Die bei der Ermittlung der Störungen angewandte Methode war die der Variation der Constanten, und die Differentialquotienten waren mit Hilfe von Elementen gefunden worden, die mit den definitiven fast identisch sind; jedenfalls waren die Unterschiede von den letzteren hinreichend klein, um auf die Genauigkeit der Störungsrechnung ganz ohne erheblichen Einfluß zu sein. Das Intervall zwischen den einzelnen Differentialquotienten wurde auf 20 Tage festgesetzt, um die mechanische Quadratur mit voller Sicherheit anwenden zu können; um den Nachtheil, den die eingeschlagene Methode besitzt, nämlich das rasche Anwachsen der Glieder zweiter Ordnung in Bezug auf die störenden Maße möglichst unschädlich zu machen, habe ich in

der Regel nach hundert Tagen (5 Intervallen) die Elemente den Störungen gemäß abgeändert, und ich meine, daß diese Vorsicht in der Zeit der Jupiternähe gebothen schien um nicht allzu merkbares zu übergehen. Bis zum Anfange des Jahres 1865 galt mir als Fundamentalebene die mittlere Ekliptik 1860,0, nach diesem Zeitpunkte wurde Alles auf das mittlere Äquinoctium 1870,0 bezogen; die Wahl dieser Äquinoctien war getroffen worden, um von den Erleichterungen, die dann durch die Benützung des Berliner Jahrbuches entstehen, den vollständigsten Gebrauch zu machen. Die Osculationsepoche habe ich auf den 7·0 Januar 1865 mittlere Berliner Zeit verlegt; die Jupiter- und Saturnstörungen wurden gesondert ermittelt, und ich theile vorerst die durch den Jupiter veranlaßten Störungen mit, und zwar die Differentialquotienten derselben.

$$♃ = \frac{1}{1049}$$

mittl. Ekliptik 1860·0.

	20 $di : dt$	20 $d\Omega : dt$	20 $d\varphi : dt$	20 $d\pi : dt$	400 $d\mu : dt$	20 $dL : dt$
1860 Aug. 31.	+0"226	+0"211	—3"555	+ 2"62	+0"4550	—1"358
Sept. 20.	+0·209	+0·335	—3·596	+ 1·62	+0·4631	—1·006
Oct. 10.	+0·190	+0·439	—3·604	+ 0·57	+0·4663	—0·644
„ 30.	+0·170	+0·521	—3·577	— 0·47	+0·4643	—0·274
Nov. 19.	+0·149	+0·580	—3·512	— 1·42	+0·4566	+0·101
Dec. 9.	+0·127	+0·616	—3·410	— 2·22	+0·4431	+0·479
„ 29.	+0·106	+0·628	—3·272	— 2·79	+0·4235	+0·855
1861 Jan. 18.	+0·086	+0·616	—3·102	— 3·07	+0·3977	+1·228
Febr. 7.	+0·067	+0·582	—2·904	— 2·99	+0·3657	+1·593
„ 27.	+0·049	+0·527	—2·684	— 2·49	+0·3274	+1·946
März 19.	+0·034	+0·452	—2·451	— 1·51	+0·2829	+2·284
April 8.	+0·021	+0·360	—2·209	— 0·01	+0·2324	+2·601
„ 28.	+0·011	+0·253	—1·972	+ 2·03	+0·1759	+2·894
Mai 18.	+0·004	+0·135	—1·746	+ 4·63	+0·1136	+3·157
Juni 7.	0·000	+0·007	—1·542	+ 7·80	+0·0458	+3·385
„ 27.	0·000	—0·125	—1·368	+11·53	—0·0274	+3·571
Juli 17.	+0·003	—0·258	—1·232	+15·82	—0·1059	+3·710
Aug. 6.	+0·010	—0·389	—1·145	+20·61	—0·1891	+3·794
„ 26.	+0·019	—0·513	—1·113	+25·90	—0·2770	+3·816
Sept. 15.	+0·032	—0·626	—1·143	+31·63	—0·3693	+3·767
Oct. 5.	+0·047	—0·724	—1·239	+37·75	—0·4655	+3·640
„ 25.	+0·064	—0·804	—1·408	+44·20	—0·5655	+3·423
Nov. 14.	+0·082	—0·861	—1·651	+50·94	—0·6686	+3·107
Dec. 4.	+0·100	—0·893	— 1.962	+57·93	—0·7745	+2·678

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1861 Dec. 24.	+0"117	— 0"897	—2"356	+1' 5"01	—0"8821	+ 2"126
1862 Jan. 13.	+0·132	— 0·871	—2·823	+1 12·14	—0·9908	+ 1·437
Febr. 2.	+0·142	— 0·815	—3·358	+1 19·25	—1·0995	+ 0·597
„ 22.	+0·147	— 0·729	—3·953	+1 26·23	—1·2067	— 0·407
März 14.	+0·145	— 0·615	—4·597	+1 33·00	—1·3107	— 1·589
April 3.	+0·132	— 0·479	—5·275	+1 39·47	—1·4093	— 2·963
„ 23.	+0·107	— 0·327	—5·934	+1 45·79	—1·5002	— 4·538
Mai 13.	+0·067	— 0·170	—6·614	+1 51·37	—1·5799	— 6·320
Juni 2.	+0·010	— 0·020	—7·253	+1 56·34	—1·6449	— 8·309
„ 22.	—0·066	+ 0·105	—7·819	+2 0·64	—1·6913	—10·500
Juli 12.	—0·163	+ 0·185	—8·271	+2 4·19	—1·7143	—12·872
Aug. 1.	—0·282	+ 0·196	—8·569	+2 6·95	—1·7094	—15·397
„ 21.	—0·421	+ 0·113	—8·670	+2 8·93	—1·6724	—18·029
Sept. 10.	—0·580	— 0·088	—8·474	+2 10·80	—1·5988	—20·705
„ 30.	—0·755	— 0·431	—8·070	+2 11·32	—1·4850	—23·339
Oct. 20.	—0·941	— 0·932	—7·377	+2 11·27	—1·3301	—25·848
Nov. 9.	—1·130	— 1·601	—6·392	+2 10·80	—1·1345	—28·117
„ 29.	—1·313	— 2·434	—5·131	+2 10·08	—0·9014	—30·040
Dec. 19.	—1·482	— 3·412	—3·634	+2 9·30	—0·6365	—31·516
1863 Jan. 8.	—1·626	— 4·504	—1·962	+2 8·62	—0·3485	—32·463
„ 28.	—1·737	— 5·670	—0·120	+2 8·46	—0·0498	—32·839
Febr. 17.	—1·809	— 6·848	+1·661	+2 8·19	+0·2521	—32·597
März 9.	—1·837	— 7·984	+3·365	+2 8·17	+0·5434	—31·764
„ 29.	—1·821	— 9·023	+4·911	+2 8·37	+0·8134	—30·393
April 18.	—1·763	— 9·916	+6·236	+2 8·61	+1·0535	—28·560
Mai 8.	—1·669	—10·629	+7·294	+2 8·77	+1·2575	—26·369
„ 28.	—1·545	—11·140	+8·066	+2 8·65	+1·4218	—23·922
Juni 17.	—1·399	—11·455	+8·619	+2 7·60	+1·5450	—21·323
Juli 7.	—1·238	—11·548	+8·831	+2 6·50	+1·6292	—18·673
„ 27.	—1·070	—11·445	+8·798	+2 4·77	+1·6765	—16·050
Aug. 16.	—0·902	—11·173	+8·561	+2 2·35	+1·6914	—13·519
Sept. 5.	—0·739	—10·756	+8·159	+1 59·21	+1·6779	—11·127
„ 25.	—0·584	—10·218	+7·631	+1 55·39	+1·6404	— 8·909
Oct. 15.	—0·442	— 9·587	+7·017	+1 50·88	+1·5835	— 6·876
Nov. 4.	—0·315	— 8·896	+6·402	+1 45·29	+1·5111	— 5·050
„ 24.	—0·203	— 8·154	+5·713	+1 39·75	+1·4270	— 3·431
Dec. 14.	—0·107	— 7·389	+5·027	+1 33·78	+1·3340	— 2·009
1864 Jan. 3.	—0·027	— 6·619	+4·367	+1 27·47	+1·2352	— 0·775
„ 23.	+0·038	— 5·856	+3·747	+1 20·90	+1·1323	+ 0·280
Febr. 12.	+0·088	— 5·115	+3·181	+1 14·15	+1·0273	+ 1·171

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1864 März 3.	+0"125	−4"406	+2"677	+1' 7·32	+0"9216	+1"911
„ 23.	+0·150	−3·736	+2·270	+1 0·38	+0·8163	+2·504
April 12.	+0·163	−3·111	+1·906	+ 53·64	+0·7123	+2·981
Mai 2.	+0·167	−2·536	+1·616	+ 47·04	+0·6104	+3·344
„ 22.	+0·162	−2·014	+1·401	+ 40·65	+0·5112	+3·606
Juni 11.	+0·149	−1·549	+1·257	+ 34·53	+0·4151	+3·775
Juli 1.	+0·130	−1·140	+1·183	+ 28·74	+0·3226	+3·862
„ 21.	+0·107	−0·789	+1·174	+ 23·34	+0·2340	+3·876
Aug. 10.	+0·079	−0·495	+1·223	+ 18·38	+0·1496	+3·824
„ 30.	+0·049	−0·257	+1·325	+ 13·90	+0·0696	+3·715
Sept. 19.	+0·017	−0·074	+1·470	+ 9·92	−0·0056	+3·556
Oct. 9.	−0·016	+0·057	+1·653	+ 6·48	−0·0758	+3·351
„ 29.	−0·049	+0·138	+1·862	+ 3·59	−0·1408	+3·109
Nov. 18.	−0·080	+0·172	+2·091	+ 1·25	−0·2004	+2·833
Dec. 8.	−0·111	+0·163	+2·328	− 0·55	−0·2544	+2·529
„ 28.	−0·138	+0·115	+2·566	− 1·82	−0·3026	+2·203

mittl. Ekliptik 1870·0.

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1865 Jan. 17.	−0"163	+0"032	+2"795	− 2"61	−0"3449	+1"857
Febr. 6.	−0·185	−0·082	+3·008	− 2·93	−0·3811	+1·498
„ 26.	−0·202	−0·222	+3·198	− 2·86	−0·4111	+1·128
März 18.	−0·216	−0·384	+3·359	− 2·45	−0·4351	+0·752
April 7.	−0·225	−0·562	+3·487	− 1·77	−0·4530	+0·372
„ 27.	−0·229	−0·752	+3·578	− 0·89	−0·4650	−0·008
Mai 17.	−0·230	−0·949	+3·633	+ 0·12	−0·4713	−0·385
Juni 6.	−0·225	−1·148	+3·651	+ 1·20	−0·4722	−0·756
„ 26.	−0·216	−1·345	+3·634	+ 2·27	−0·4679	−1·120
Juli 16.	−0·203	−1·536	+3·586	+ 3·27	−0·4588	−1·473
Aug. 5.	−0·187	−1·718	+3·510	+ 4·16	−0·4453	−1·813
„ 25.	−0·166	−1·887	+3·412	+ 4·91	−0·4280	−2·140
Sept. 14.	−0·143	−2·040	+3·298	+ 5·48	−0·4071	−2·451
Oct. 4.	−0·117	−2·175	+3·172	+ 5·85	−0·3832	−2·746
„ 24.	−0·088	−2·290	+3·041	+ 6·01	−0·3568	−3·023
Nov. 13.	−0·058	−2·384	+2·911	+ 5·97	−0·3283	−3·281
Dec. 3.	−0·026	−2·456	+2·786	+ 5·75	−0·2981	−3·520
„ 23.	+0·006	−2·504	+2·670	+ 5·35	−0·2666	−3·739
1866 Jan. 12.	+0·039	−2·530	+2·568	+ 4·80	−0·2342	−3·938
Febr. 1.	+0·072	−2·532	+2·482	+ 4·13	−0·2012	−4·118

	20 $di:dt$	20 $d\Omega:dt$	20 $d\varphi:dt$	20 $d\pi:dt$	400 $d\mu:dt$	20 $dL:dt$
1866 Febr. 21.	+0″105	−2″512	+2″415	+ 3″36	−0″1678	−4″277
März 13.	+0·137	−2·471	+2·367	+ 2·52	−0·1344	−4·417
April 2.	+0·167	−2·409	+2·340	+ 1·65	−0·1011	−4·536
„ 22.	+0·196	−2·328	+2·334	+ 0·77	−0·0681	−4·637
Mai 12.	+0·224	−2·229	+2·349	− 0·09	−0·0356	−4·718
Juni 1.	+0·249	−2·115	+2·384	− 0·91	−0·0038	−4·781
„ 21.	+0·272	−1·986	+2·437	− 1·66	+0·0274	−4·825
Juli 11.	+0·293	−1·845	+2·507	− 2·33	+0·0578	−4·852
„ 31.	+0·311	−1·693	+2·593	− 2·89	+0·0874	−4·862
Aug. 20.	+0·327	−1·534	+2·693	− 3·33	+0·1161	−4·855
Sept. 9.	+0·339	−1·367	+2·804	− 3·65	+0·1439	−4·832
„ 29.	+0·349	−1·196	+2·925	− 3·83	+0·1708	−4·794
Oct. 19.	+0·356	−1·023	+3·053	− 3·86	+0·1968	−4·741
Nov. 8.	+0·360	−0·850	+3·186	− 3·75	+0·2218	−4·672
„ 28.	+0·362	−0·667	+3·322	− 3·48	+0·2458	−4·590
Dec. 18.	+0·361	−0·508	+3·459	− 3·06	+0·2689	−4·494
1867 Jan. 7.	+0·357	−0·344	+3·594	− 2·49	+0·2911	−4·385
„ 27.	+0·351	−0·186	+3·727	− 1·78	+0·3124	−4·263
Febr. 16.	+0·342	−0·036	+3·856	− 0·93	+0·3327	−4·129
März 8.	+0·332	+0·104	+3·977	+ 0·05	+0·3521	−3·983
„ 28.	+0·319	+0·234	+4·090	+ 1·16	+0·3706	−3·825
April 17.	+0·305	+0·353	+4·193	+ 2·39	+0·3881	−3·655
Mai 7.	+0·289	+0·459	+4·285	+ 3·73	+0·4048	−3·475
„ 27.	+0·272	+0·551	+4·364	+ 5·16	+0·4204	−3·284
Juni 16.	+0·253	+0·629	+4·430	+ 6·68	+0·4352	−3.082
Juli 6.	+0·234	+0·693	+4·480	+ 8·25	+0·4489	−2·870
„ 26.	+0·214	+0·742	+4·515	+ 9·89	+0·4616	−2·649
Aug. 15.	+0·194	+0·776	+4·534	+11·57	+0·4733	−2·417
Sept. 4.	+0·174	+0·795	+4·534	+13·28	+0·4838	−2·177
„ 24.	+0·154	+0·800	+4·518	+14·99	+0·4932	−1·927
Oct. 14.	+0·134	+0·791	+4·483	+16·67	+0·5014	−1·669
Nov. 3.	+0·115	+0·769	+4·430	+18·35	+0·5083	−1·403
„ 23.	+0·097	+0·734	+4·358	+19·98	+0·5138	−1·128
Dec. 13.	+0·080	+0·687	+4·268	+21·54	+0·5179	−0·846
1868 Jan. 2.	+0·064	+0·631	+4·161	+23·01	+0·5203	−0·557
„ 22.	+0·050	+0·565	+4·040	+24·33	+0·5210	−0·263
Febr. 11.	+0·038	+0·492	+3·900	+25·55	+0·5198	+0·039
März 2.	+0·027	+0·413	+3·746	+26·62	+0·5165	+0·345
„ 22.	+0·018	+0·331	+3·580	+27·51	+0·5110	+0·655
April 11.	+0·010	+0·247	+3·403	+28·19	+0·5029	+0·969

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1868 Mai 1.	+0"005	+ 0"163	+ 3"221	+ 28"60	+0"4922	+ 1"285
„ 21.	+0·002	+ 0·082	+ 3·031	+ 28·81	+0·4784	+ 1·602
Juni 10.	0·000	+ 0·005	+ 2·840	+ 28·73	+0·4614	+ 1·918
„ 30.	0·000	— 0·064	+ 2·652	+ 28·35	+0·4407	+ 2·232
Juli 20.	+0·001	— 0·124	+ 2·471	+ 27·66	+0·4161	+ 2·543
Aug. 9.	+0·004	— 0·174	+ 2·306	+ 26·60	+0·3870	+ 2·846
„ 29.	+0·007	— 0·211	+ 2·157	+ 25·21	+0·3531	+ 3·140
Sept. 18.	+0·010	— 0·232	+ 2·033	+ 23·45	+0·3139	+ 3·422
Oct. 8.	+0·014	— 0·236	+ 1·943	+ 21·32	+0·2688	+ 3·687
„ 28.	+0·016	— 0·224	+ 1·894	+ 18·82	+0·2173	+ 3·932
Nov. 17.	+0·016	— 0·193	+ 1·897	+ 15·93	+0·1589	+ 4·151
Dec. 7.	+0·015	— 0·144	+ 1·957	+ 12·70	+0·0929	+ 4·338
„ 27.	+0·010	— 0·079	+ 2·087	+ 9·14	+0·0188	+ 4·486
1869 Jan. 16.	0·000	+ 0·001	+ 2·295	+ 5·29	—0·0640	+ 4·587
Febr. 5.	—0·016	+ 0·092	+ 2·593	+ 1·21	—0·1561	+ 4·630
„ 25.	—0·038	+ 0·188	+ 2·989	+ 3·06	—0·2578	+ 4·605
März 17.	—0·069	+ 0·282	+ 3·488	— 7·42	—0·3694	+ 4·497
April 6.	—0·110	+ 0·364	+ 4·100	— 11·78	—0·4909	+ 4·291
„ 26.	—0·163	+ 0·421	+ 4·824	— 16·03	—0·6219	+ 3·968
Mai 16.	—0·228	+ 0·435	+ 5·660	— 20·06	—0·7616	+ 3·508
Juni 5.	—0·309	+ 0·385	+ 6·600	— 23·72	—0·9085	+ 2·887
„ 25.	—0·404	+ 0·248	+ 7·626	— 26·97	—1·0598	+ 2·080
Juli 15.	—0·516	— 0·017	+ 8·714	— 29·68	—1·2119	+ 1·060
Aug. 4.	—0·643	— 0·436	+ 9·827	— 31·78	—1·3595	— 0·198
„ 24.	—0·785	— 1·053	+10·914	— 33·30	—1·4955	— 1·716
Sept. 13.	—0·936	— 1·907	+11·917	— 34·22	—1·6109	— 3·507
Oct. 3.	—1·093	— 3·035	+12·749	— 34·96	—1·6944	— 5·567
„ 23.	—1·246	— 4·463	+13·332	— 35·75	—1·7336	— 7·872
Nov. 12.	—1·383	— 6·194	+13·582	— 37·02	—1·7153	—10·362
Dec. 2.	—1·491	— 8·202	+13·429	— 39·31	—1·6278	—12·941
„ 22.	—1·556	—10·423	+12·839	— 42·95	—1·4634	—15·473
1870 Jan. 11.	—1·564	—12·743	+11·804	— 48·77	—1·2204	—17·793
„ 31.	—1·505	—15·007	+10·383	— 56·73	—0·9054	—19·704
Febr. 20.	—1·377	—17·046	+ 8·692	—1' 6·70	—0·5354	—21·051
März 12.	—1·185	—18·696	+ 6·882	—1 18·12	—0·1348	—21·711
April 1.	—0·940	—19·829	+ 5·116	—1 29·86	+0·2672	—21·622
„ 21.	—0·665	—20·360	+ 3·540	—1 41·43	+0·6439	—20·824
Mai 11.	—0·379	—20·296	+ 2·240	—1 51·55	+0·9723	—19·408
„ 31.	—0·104	—19·690	+ 1·271	—1 59·51	+1·2372	—17·526
Juni 20.	+0·146	—18·644	+ 0·635	—2 4·85	+1·4328	—15·343

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1870 Juli 10.	+0"362	—17"283	+0"331	—2' 7"35	+1"5602	—13"019
„ 30.	+0·534	—15·707	+0·220	—2 7·27	+1·6263	—10·670
Aug. 19.	+0·664	—14·037	+0·277	—2 4·89	+1·6410	— 8·408
Sept. 8.	+0·755	—12·356	+0·440	—2 0·65	+1·6148	— 6·300
„ 28.	+0·810	—10·725	+0·656	—1 54·94	+1·5575	— 4·382
Oct. 18.	+0·836	— 9·191	+0·922	—1 48·18	+1·4784	— 2·673
Nov. 7.	+0·836	— 7·776	+1·131	—1 40·83	+1·3848	— 1·173
„ 27.	+0·816	— 6·494	+1·303	—1 33·14	+1·2821	+ 0·125
Dec. 17.	+0·780	— 5·352	+1·429	—1 25·37	+1·1752	+ 1·234
1871 Jan. 6.	+0·733	— 4·348	+1·502	—1 17·74	+1·0674	+ 2·171
„ 26.	+0·679	— 3·475	+1·541	—1 10·31	+0·9610	+ 2·953
Febr. 15.	+0·619	— 2·728	+1·509	—1 3·34	+0·8578	+ 3·596
März 7.	+0·555	— 2·096	+1·431	— 56·82	+0·7588	+ 4·119
„ 27.	+0·490	— 1·567	+1·312	— 50·79	+0·6644	+ 4·534
April 16.	+0·426	— 1·133	+1·158	— 45·27	+0·5752	+ 4·856
Mai 6.	+0·363	— 0·783	+0·982	— 40·29	+0·4912	+ 5·096
„ 26.	+0·303	— 0·509	+0·776	— 35·86	+0·4126	+ 5·266
Juni 15.	+0·245	— 0·301	+0·551	— 31·93	+0·3388	+ 5·372
Juli 5.	+0·190	— 0·150	+0·314	— 28·51	+0·2701	+ 5·425
„ 25.	+0·140	— 0·050	+0·070	— 25·57	+0·2061	+ 5·428
Aug. 14.	+0·094	+ 0·006	—0·173	— 23·09	+0·1467	+ 5·394
Sept. 3.	+0·051	+ 0·025	—0·420	— 21·02	+0·0913	+ 5·322
„ 23.	+0·013	+ 0·012	—0·664	— 19·36	+0·0398	+ 5·217
Oct. 13.	—0·020	— 0·027	—0·900	— 18·06	—0·0081	+ 5·085
Nov. 2.	—0·049	— 0·087	—1·127	— 17·10	—0·0525	+ 4·928
„ 22.	—0·074	— 0·164	—1·340	— 16·46	—0·0937	+ 4·750
Dec. 12.	—0·095	— 0·254	—1·540	— 16·09	—0·1318	+ 4·552
1872 Jan. 1.	—0·112	— 0·353	—1·725	— 15·98	—0·1670	+ 4·338
„ 21.	—0·125	— 0·459	—1·892	— 16·10	—0·1996	+ 4·110
Febr. 10.	—0·135	— 0·569	—2·040	— 16·43	—0·2296	+ 3·869
März 1.	—0·141	— 0·678	—2·169	— 16·92	—0·2573	+ 3·617
„ 21.	—0·144	— 0·784	—2·278	— 17·57	—0·2826	+ 3·355
April 10.	—0·144	— 0·888	—2·365	— 18·33	—0·3056	+ 3·086
„ 30.	—0·141	— 0·985	—2·431	— 19·20	—0·3266	+ 2·809
Mai 20.	—0·136	— 1·076	—2·477	— 20·15	—0·3456	+ 2·526
Juni 9.	—0·128	— 1·158	—2·500	— 21·19	—0·3628	+ 2·238
„ 29.	—0·119	— 1·230	—2·503	— 22·22	—0·3779	+ 1·947
Juli 19.	—0·109	— 1·291	—2·485	— 23·26	—0·3911	+ 1·653
Aug. 8.	—0·096	— 1·341	—2·448	— 24·29	—0·4025	+ 1·357
„ 28.	—0·083	— 1·379	—2·391	— 25·28	—0·4119	+ 1·060

	20 $di:dt$	20 $d\Omega:dt$	20 $d\varphi:dt$	20 $d\pi:dt$	400 $d\mu:dt$	20 $dL:dt$
1872 Sept. 17.	—0"069	—1"404	—2"317	—26"22	—0"4195	+0"763
Oct. 7.	—0·054	—1·417	—2·226	—27·08	—0·4253	+0·467
„ 27.	—0·039	—1·417	—2·119	—27·85	—0·4291	+0·173
Nov. 16.	—0·024	—1·405	—1·999	—28·52	—0·4309	—0·118
Dec. 6.	—0·009	—1·381	—1·868	—29·06	—0·4306	—0·405
„ 26.	+0·005	—1·346	—1·722	—29·51	—0·4286	—0·688
1873 Jan. 15.	+0·019	—1·299	—1·574	—29·76	—0·4244	—0·964
Febr. 4.	+0·032	—1·243	—1·422	—29·84	—0·4179	—1·233
„ 24.	+0·043	—1·177	—1·269	—29·76	—0·4093	—1·494
März 16.	+0·054	—1·104	—1·117	—29·50	—0·3985	—1·746
April 5.	+0·064	—1·024	—0·970	—29·07	—0·3853	—1·987
„ 25.	+0·072	—0·939	—0·832	—28·48	—0·3698	—2·217
Mai 15.	+0·078	—0·849	—0·705	—27·72	—0·3518	—2·433
Juni 4.	+0·083	—0·757	—0·593	—26·81	—0·3314	—2·636
„ 24.	+0·086	—0·663	—0·499	—25·76	—0·3085	—2·823
Juli 14.	+0·088	—0·570	—0·422	—24·63	—0·2832	—2·994
Aug. 3.	+0·088	—0·479	—0·372	—23·38	—0·2555	—3·146
„ 23.	+0·086	—0·392	—0·348	—22·08	—0·2255	—3·280
Sept. 12.	+0·082	—0·310	—0·351	—20·76	—0·1933	—3·393
Oct. 2.	+0·078	—0·234	—0·381	—19·46	—0·1590	—3·484
„ 22.	+0·072	—0·165	—0·438	—18·21	—0·1228	—3·554
Nov. 11.	+0·065	—0·105	—0·521	—17·06	—0·0851	—3·600
Dec. 1.	+0·057	—0·055	—0·628	—16·05	—0·0460	—3·622
„ 21.	+0·049	—0·016	—0·756	—15·20	—0·0060	—3·619
1874 Jan. 10.	+0·040	+0·013	—0·900	—14·56	+0·0347	—3·591

$$\hbar = \frac{1}{3501\cdot 6}$$

mittlere Ekliptik 1860·0.

	20 $di:dt$	20 $d\Omega:dt$	20 $d\varphi:dt$	20 $d\pi:dt$	400 $d\mu:dt$	20 $dL:dt$
1860 Aug. 31.	+0"013	+0"012	—0"197	—0"423	+0"0230	—0"193
Sept. 20.	+0·012	+0·019	—0·209	—0·429	+0·0255	—0·169
Oct. 10.	+0·011	+0·025	—0·218	—0·450	+0·0275	—0·143
„ 30.	+0·010	+0·030	—0·225	—0·481	+0·0290	—0·114
Nov. 19.	+0·009	+0·035	—0·228	—0·516	+0·0300	—0·085
Dec. 9.	+0·008	+0·037	—0·227	—0·550	+0·0304	—0·054
„ 29.	+0·007	+0·039	—0·224	—0·575	+0·0301	—0·022
1861 Jan. 18.	+0·005	+0·039	—0·216	—0·584	+0·0293	+0·010

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1861 Febr. 7.	+0"004	+0"038	−0"205	−0"571	+0"0278	+0"041
„ 27.	+0·003	+0·035	−0·191	−0·530	+0·0256	+0·072
März 19.	+0·002	+0·031	−0·176	−0·456	+0·0229	+0·101
April 8.	+0·002	+0·026	−0·158	−0·344	+0·0195	+0·127
„ 28.	+0·001	+0·020	−0·139	−0·193	+0·0156	+0·151
Mai 18.	0·000	+0·013	−0·121	−0·001	+0·0111	+0·172
Juni 7.	0·000	+0·006	−0·103	+0·231	+0·0062	+0·188
„ 27.	0·000	−0·002	−0·087	+0·500	+0·0009	+0·200
Juli 17.	0·000	−0·011	−0·073	+0·803	−0·0047	+0·206
Aug. 6.	0·000	−0·020	−0·062	+1·134	−0·0105	+0·206
„ 26.	+0·001	−0·029	−0·054	+1·488	−0·0164	+0·200
Sept. 15.	+0·002	−0·037	−0·049	+1·856	−0·0224	+0·187
Oct. 5.	+0·003	−0·046	−0·048	+2·231	−0·0284	+0·165
„ 25.	+0·004	−0·053	−0·050	+2·603	−0·0341	+0·137
Nov. 14.	+0·006	−0·060	−0·056	+2·964	−0·0395	+0·100
Dec. 4.	+0·007	−0·065	−0·063	+3·308	−0·0445	+0·055
„ 24.	+0·009	−0·069	−0·073	+3·620	−0·0490	+0·002
1862 Jan. 13.	+0·011	−0·072	−0·084	+3·896	−0·0527	−0·059
Febr. 2.	+0·013	−0·073	−0·094	+4·129	−0·0557	−0·126
„ 22.	+0·015	−0·072	−0·104	+4·312	−0·0578	−0·200
März 14.	+0·016	−0·070	−0·111	+4·444	−0·0588	−0·278
April 3.	+0·018	−0·066	−0·114	+4·521	−0·0587	−0·360
„ 23.	+0·020	−0·060	−0·112	+4·551	−0·0574	−0·444
Mai 13.	+0·021	−0·053	−0·105	+4·522	−0·0549	−0·527
Juni 2.	+0·022	−0·045	−0·091	+4·446	−0·0511	−0·608
„ 22.	+0·022	−0·036	−0·071	+4·328	−0·0462	−0·684
Juli 12.	+0·023	−0·026	−0·043	+4·180	−0·0401	−0·752
Aug. 1.	+0·023	−0·016	−0·009	+4·010	−0·0331	−0·811
„ 21.	+0·022	−0·006	+0·031	+3·826	−0·0253	−0·859
Sept. 10.	+0·021	+0·003	+0·077	+3·648	−0·0169	−0·894
„ 30.	+0·020	+0·012	+0·126	+3·469	−0·0081	−0·914
Oct. 20.	+0·019	+0·019	+0·176	+3·304	+0·0009	−0·920
Nov. 9.	+0·017	+0·025	+0·226	+3·162	+0·0098	−0·911
„ 29.	+0·016	+0·029	+0·275	+3·045	+0·0183	−0·887
Dec. 19.	+0·014	+0·032	+0·320	+2·955	+0·0263	−0·850
1863 Jan. 8.	+0·012	+0·033	+0·360	+2·889	+0·0335	−0·800
„ 28.	+0·010	+0·032	+0·396	+2·836	+0·0398	−0·741
Febr. 17.	+0·008	+0·031	+0·423	+2·811	+0·0451	−0·673
März 9.	+0·007	+0·028	+0·442	+2·796	+0·0494	−0·600
„ 29.	+0·005	+0·025	+0·454	+2·789	+0·0526	−0·522

	20 $di:dt$	20 $d\Omega:dt$	20 $d\varphi:dt$	20 $d\pi:dt$	400 $d\mu:dt$	20 $dL:dt$
1863 April 18,	+0″004	+0″021	+0″457	+2″780	+0″0546	—0″443
Mai 8.	+0·003	+0·017	+0·454	+2·763	+0·0557	—0·363
„ 28.	+0·002	+0·012	+0·443	+2·735	+0·0557	—0·286
Juni 17.	+0·001	+0·008	+0·429	+2·665	+0·0548	—0·211
Juli 7.	0·000	+0·004	+0·408	+2·598	+0·0531	—0·141
„ 27.	0·000	0·000	+0·383	+2·505	+0·0507	—0·076
Aug. 16.	0·000	—0·003	+0·356	+2·389	+0·0477	—0·017
Sept. 5.	0·000	—0·006	+0·327	+2·245	+0·0441	+0·036
„ 25.	0·000	—0·008	+0·297	+2·075	+0·0401	+0·082
Oct. 15.	0·000	—0·009	+0·267	+1·882	+0·0357	+0·121
Nov. 4.	0·000	—0·010	+0·238	+1·653	+0·0311	+0·153
„ 24.	0·000	—0·010	+0·211	+1·423	+0·0264	+0·179
Dec. 14.	0·000	—0·009	+0·185	+1·178	+0·0216	+0·198
1864 Jan. 3.	0·000	—0·008	+0·162	+0·922	+0·0167	+0·211
„ 23.	0·000	—0·007	+0·142	+0·661	+0·0119	+0·218
Febr. 12.	0·000	—0·005	+0·125	+0·398	+0·0072	+0·219
März 3.	0·000	—0·003	+0·112	+0·137	+0·0027	+0·216
„ 23.	0·000	—0·001	+0·102	—0·115	—0·0016	+0·208
April 12.	0·000	+0·002	+0·095	—0·356	—0·0058	+0·196
Mai 2.	0·000	+0·004	+0·091	—0·579	—0·0096	+0·180
„ 22.	0·000	+0·006	+0·090	—0·784	—0·0131	+0·162
Juni 11.	—0·001	+0·008	+0·092	—0·966	—0·0163	+0·140
Juli 1.	—0·001	+0·010	+0·095	—1·123	—0·0190	+0·116
„ 21.	—0·002	+0·011	+0·100	—1·252	—0·0214	+0·091
Aug. 10.	—0·002	+0·012	+0·106	—1·353	—0·0234	+0·064
„ 30.	—0·002	+0·013	+0·112	—1·425	—0·0248	+0·036
Sept. 19.	—0·003	+0·013	+0·118	—1·468	—0·0259	+0·008
Oct. 9.	—0·003	+0·012	+0·123	—1·485	—0·0264	—0·020
„ 29.	—0·004	+0·011	+0·127	—1·477	—0·0264	—0·047
Nov. 18.	—0·004	+0·009	+0·129	—1·449	—0·0260	—0·074
Dec. 8.	—0·005	+0·007	+0·129	—1·404	—0·0251	—0·100
„ 28.	—0·005	+0·004	+0·126	—1·346	—0·0238	—0·124

mittlere Ekliptik 1870·0.

	20 $di:dt$	20 $d\Omega:dt$	20 $d\varphi:dt$	20 $d\pi:dt$	400 $d\mu:dt$	20 $dL:dt$
1865 Jan. 17.	—0·006	+0·001	+0·121	— 1·28	—0·0220	—0·146
Febr. 6.	—0·006	—0·003	+0·113	— 1·22	—0·0198	—0·166
„ 26.	—0·006	—0·007	+0·102	— 1·15	—0·0173	—0·183
März 18.	—0·006	—0·011	+0·090	— 1·10	—0·0144	—0·198

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1865 April 7.	−0″006	−0″016	+0″075	−1″06	−0″0114	−0″210
„ 27.	−0·006	−0·021	+0·059	−1·03	−0·0081	−0·219
Mai 17.	−0·006	−0·026	+0·042	−1·02	−0·0047	−0·225
Juni 6.	−0·006	−0·031	+0·026	−1·03	−0·0012	−0·227
„ 26.	−0·006	−0·035	+0·009	−1·06	+0·0022	−0·227
Juli 16.	−0·005	−0·040	−0·007	−1·11	+0·0056	−0·223
Aug. 5.	−0·005	−0·044	−0·022	−1·17	+0·0089	−0·217
„ 25.	−0·004	−0·048	−0·034	−1·24	+0·0120	−0·207
Sept. 14.	−0·004	−0·051	−0·044	−1·33	+0·0148	−0·194
Oct. 4.	−0·003	−0·053	−0·053	−1·41	+0·0174	−0·179
„ 24.	−0·002	−0·055	−0·058	−1·49	+0·0196	−0·162
Nov. 13.	−0·001	−0·056	−0·062	−1·57	+0·0215	−0·142
Dec. 3.	−0·001	−0·057	−0·063	−1·64	+0·0230	−0·120
„ 23.	0·000	−0·057	−0·062	−1·69	+0·0242	−0.097
1866 Jan. 12.	+0·001	−0·056	−0·060	−1·73	+0·0249	−0·073
Febr. 1.	+0·002	−0·054	−0·057	−1·74	+0·0252	−0·047
„ 21.	+0·002	−0·052	−0·053	−1·73	+0·0251	−0·021
März 13.	+0·003	−0·049	−0·049	−1·71	+0·0247	+0·006
April 2.	+0·003	−0·045	−0·045	−1·66	+0·0238	+0·032
„ 22.	+0·003	−0·040	−0·042	−1·58	+0·0225	+0·058
Mai 12.	+0·004	−0·036	−0·040	−1·49	+0·0209	+0·084
Juni 1.	+0·004	−0·030	−0·039	−1·37	+0·0189	+0·108
„ 21.	+0·003	−0·025	−0·041	−1·24	+0·0167	+0·131
Juli 11.	+0·003	−0·019	−0·045	−1·09	+0·0141	+0·152
„ 31.	+0·002	−0·014	−0·052	−0·93	+0·0112	+0·170
Aug. 20	+0·002	−0·008	−0·061	−0·76	+0·0080	+0·186
Sept. 9.	+0·001	−0·003	−0·073	−0·58	+0·0046	+0·200
„ 29.	0·000	+0·001	−0·088	−0·41	+0·0011	+0·209
Oct. 19.	−0·002	+0·005	−0·106	−0·23	−0·0027	+0·215
Nov. 8.	−0·003	+0·008	−0·126	−0·06	−0·0066	+0·217
„ 28.	−0·005	+0·010	−0·150	+0·11	−0·0106	+0·215
Dec. 18.	−0·008	+0·011	−0·175	+0·26	−0·0146	+0·208
1867 Jan. 7.	−0·010	+0·010	−0·202	+0·40	−0·0187	+0·196
„ 27.	−0·012	+0·007	−0·231	+0·52	−0·0227	+0·178
Febr. 26.	−0·015	+0·002	−0·261	+0·63	−0·0267	+0·156
März 8.	−0·018	−0·006	−0·291	+0·72	−0·0305	+0·128
„ 28.	−0·021	−0·015	−0·321	+0·79	−0·0340	+0·094
April 17.	−0·024	−0·028	−0·350	+0·84	−0·0373	+0·055
Mai 7.	−0·027	−0·043	−0·377	+0·87	−0·0402	+0·010
„ 27.	−0·030	−0·061	−0·402	+0·88	−0·0427	−0·040

	20 $di:dt$	20 $d\Omega:dt$	20 $d\varphi:dt$	20 $d\pi:dt$	400 $d\mu:dt$	20 $dL:dt$
1867 Juni 16.	−0″033	−0″082	−0″423	+0″88	−0″0447	−0″094
Juli 6.	−0·036	−0 106	−0·441	+0·87	−0·0460	−0·152
„ 26.	−0·038	−0·132	−0·454	+0·86	−0·0467	−0·214
Aug. 15.	−0·040	−0·161	−0·461	+0·85	−0·0466	−0·278
Sept. 4.	−0·042	−0·191	−0·463	+0·84	−0·0456	−0·342
„ 24.	−0·043	−0·223	−0·459	+0·84	−0·0438	−0·406
Oct. 14.	−0·043	−0·256	−0·449	+0·87	−0·0411	−0·468
Nov. 3.	−0·043	−0·289	−0·433	+0·91	−0·0375	−0·526
„ 23.	−0·042	−0·321	−0·411	+0·99	−0·0330	−0·579
Dec. 13.	−0·041	−0·352	−0·384	+1·09	−0·0276	−0·625
1868 Jan. 2.	−0·039	−0·379	−0·353	+1·23	−0·0216	−0·662
„ 22.	−0·036	−0·403	−0·320	+1·41	−0·0149	−0·688
Febr. 11.	−0·032	−0·423	−0·284	+1·61	−0·0078	−0·703
März 2.	−0·028	−0·437	−0·249	+1·84	−0·0004	−0·706
„ 22.	−0·024	−0·445	−0·214	+2·08	+0·0070	−0·698
April 11.	−0·019	−0·447	−0·182	+2·33	+0·0143	−0·677
Mai 1.	−0·014	−0·443	−0·153	+2·58	+0·0212	−0·644
„ 21.	−0·009	−0·433	−0·128	+2·81	+0·0275	−0·601
Juni 10.	−0·005	−0·417	−0·108	+3·01	+0·0332	−0·550
„ 30.	0·000	−0·395	−0·092	+3·18	+0·0379	−0·492
Juli 20.	+0·004	−0·370	−0·080	+3·31	+0·0416	−0·429
Aug. 9.	+0·007	−0·340	−0·072	+3·38	+0·0442	−0·362
„ 26.	+0·010	−0·308	−0·068	+3·39	+0·0458	−0·295
Sept. 18.	+0·012	−0·275	−0 066	+3·36	+0·0463	−0·228
Oct. 8.	+0·014	−0·241	−0·065	+3·26	+0·0457	−0·163
„ 28.	+0·015	−0·207	−0·065	+3·12	+0·0442	−0·103
Nov. 17.	+0·015	−0·174	−0·064	+2·92	+0·0418	−0·047
Dec. 7.	+0·015	−0·143	−0·061	+2·69	+0·0386	+0·002
„ 27.	+0·014	−0·114	−0·057	+2·43	+0·0348	+0·045
1869 Jan. 16.	+0·013	−0·088	−0·050	+2·16	+0·0304	+0·081
Febr. 5.	+0·011	−0·066	−0·041	+1·87	+0·0256	+0·110
„ 25.	+0·009	−0·046	−0·028	+1·58	+0·0206	+0·132
März 17.	+0·007	−0·030	−0·012	+1·29	+0·0154	+0·146
April 6.	+0·005	−0·017	+0·006	+1·03	+0·0102	+0·155
„ 26.	+0·003	−0·008	+0·025	+0·79	+0·0051	+0·157
Mai 16.	+0·001	−0·001	+0·047	+0·58	+0·0002	+0·154
Juni 5.	−0·001	+0·002	+0·069	+0·40	−0·0044	+0·145
„ 25.	−0·003	+0·002	+0·091	+0·25	−0·0087	+0·133
Juli 15.	−0·005	0·000	+0·112	+0·14	−0·0125	+0·116
Aug. 4.	−0·007	−0·005	+0·131	+0·06	−0·0159	+0·097

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$400\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1869 Aug. 24.	−0″008	−0″011	+0″149	+0″01	−0″0187	+0″074
Sept. 13.	−0·009	−0·019	+0·163	−0·01	−0·0210	+0·050
Oct. 3.	−0·010	−0·028	+0·175	−0·01	−0·0227	+0·025
„ 23.	−0·010	−0·038	+0·183	0·00	−0·0238	−0·001
Nov. 12.	−0·011	−0·048	+0·187	+0·02	−0·0243	−0·027
Dec. 2.	−0·011	−0·059	+0·189	+0·04	−0·0243	−0·053
„ 22.	−0·010	−0·070	+0·187	+0·07	−0·0238	−0·079
1870 Jan. 11.	−0·010	−0·080	+0·182	+0·08	−0·0228	−0·103
„ 31.	−0·009	−0·090	+0·176	+0·08	−0·0214	−0·126
Febr. 20.	−0·008	−0·099	+0·167	+0·07	−0·0196	−0·147
März 12.	−0·007	−0·108	+0·158	+0·04	−0·0175	−0·166
April 1.	−0·005	−0·115	+0·148	−0·01	−0·0152	−0·183
„ 21.	−0·004	−0·121	+0·138	−0·07	−0·0126	−0·197
Mai 11.	−0·002	−0·126	+0·128	−0·14	−0·0100	−0·209
„ 31.	−0·001	−0·130	+0·120	−0·23	−0·0072	−0·218
Juni 20.	+0·001	−0·132	+0·112	−0·33	−0·0043	−0·225
Juli 10.	+0·003	−0·133	+0·106	−0·44	−0·0015	−0·229
„ 30.	+0·005	−0·133	+0·102	−0·55	+0·0012	−0·231
Aug. 19.	+0·006	−0·132	+0·100	−0·66	+0·0039	−0·230
Sept. 8.	+0·008	−0·129	+0·099	−0·77	+0·0066	−0·226
„ 28.	+0·009	−0·125	+0·100	−0·88	+0·0090	−0·220
Oct. 18.	+0·011	−0·120	+0·102	−0·97	+0·0113	−0·212
Nov. 7.	+0·012	−0·115	+0·106	−1·06	+0·0134	−0·201
„ 27.	+0·014	−0·108	+0·111	−1·14	+0·0154	−0·188
Dec. 17.	+0·015	−0·101	+0·116	−1·20	+0·0171	−0·174
1871 Jan. 6.	+0·016	−0·093	+0·122	−1·25	+0·0186	−0·158
„ 26.	+0·016	−0·084	+0·129	−1·29	+0·0199	−0·140
Febr. 15.	+0·017	−0·075	+0·135	−1·31	+0·0210	−0·121
März 7.	+0·017	−0·066	+0·140	−1·32	+0·0218	−0·100
„ 27.	+0·018	−0·057	+0·145	−1·32	+0·0224	−0·079
April 16.	+0·018	−0·047	+0·150	−1·31	+0·0228	−0·057
Mai 6.	+0·018	−0·038	+0·153	−1·28	+0·0229	−0·034
„ 26.	+0·017	−0·029	+0·155	−1·24	+0·0227	−0·011
Juni 15.	+0·017	−0·021	+0·155	−1·20	+0·0224	+0·013
Juli 5.	+0·016	−0·013	+0·153	−1·15	+0·0218	+0·036
„ 25.	+0·015	−0·006	+0·150	−1·10	+0·0209	+0·059
Aug. 14.	+0·014	+0·001	+0·144	−1·04	+0·0198	+0·082
Sept. 3.	+0·013	+0·006	+0·137	−0·99	+0·0185	+0·103
„ 23.	+0·012	+0·011	+0·127	−0·93	+0·0169	+0·124
Oct. 13.	+0·010	+0·014	+0·116	−0·89	+0·0151	+0·144

	$20\,di:dt$	$20\,d\Omega:dt$	$20\,d\varphi:dt$	$20\,d\pi:dt$	$100\,d\mu:dt$	$20\,dL:dt$
1871 Nov. 2.	+0″009	+0″015	+0″102	−0″85	+0″0130	+0″162
„ 22.	+0·007	+0·016	+0·087	−0·82	+0·0107	+0·178
Dec. 12.	+0·005	+0·014	+0·069	−0·80	+0·0082	+0·192
1872 Jan. 1.	+0·004	+0·011	+0·049	−0·79	+0·0055	+0·203
„ 21.	+0·002	+0·006	+0·029	−0·80	+0·0026	+0·212
Febr. 10.	0·000	−0·001	+0·006	−0·83	−0·0004	+0·218
März 1.	−0·002	−0·009	−0·017	−0·88	−0·0037	+0·221
„ 21.	−0·004	−0·021	−0·041	−0·94	−0·0071	+0·220
April 10.	−0·005	−0·034	−0·066	−1·02	−0·0106	+0·214
„ 30.	−0·007	−0·049	−0·090	−1·13	−0·0142	+0·205
Mai 20.	−0·008	−0·067	−0·115	−1·25	−0·0179	+0·191
Juni 9.	−0·010	−0·086	−0·138	−1·39	−0·0215	+0·172
„ 29.	−0·010	−0·108	−0·161	−1·54	−0·0251	+0·148
Juli 19.	−0·011	−0·131	−0·182	−1·70	−0·0286	+0·119
Aug. 8.	−0·011	−0·156	−0·201	−1·86	−0·0318	+0·085
„ 28.	−0·011	−0·182	−0·217	−2·03	−0·0348	+0·046
Sept. 17.	−0·010	−0·209	−0·231	−2·19	−0·0373	+0·002
Oct. 7.	−0·009	−0·236	−0·242	−2·33	−0·0394	−0·046
„ 27.	−0·007	−0·262	−0·251	−2·45	−0·0408	−0·099
Nov. 16.	−0·005	−0·288	−0·256	−2·54	−0·0415	−0·154
Dec. 6.	−0·002	−0·312	−0·259	−2·59	−0·0414	−0·211
„ 26.	+0·001	−0·333	−0·258	−2·59	−0·0403	−0·268
1873 Jan. 15.	+0·005	−0·350	−0·257	−2·54	−0·0382	−0·325
Febr. 4.	+0·009	−0·364	−0·254	−2·42	−0·0350	−0·378
„ 24.	+0·014	−0·371	−0·251	−2·24	−0·0307	−0·427
März 16.	+0·018	−0·373	−0·249	−1·99	−0·0253	−0·468
April 5.	+0·023	−0·368	−0·248	−1·70	−0·0190	−0·500
„ 25.	+0·027	−0·357	−0·249	−1·35	−0·0119	−0·522
Mai 15.	+0·031	−0·340	−0·253	−0·98	−0·0042	−0·532
Juni 4.	+0·035	−0·316	−0·260	−0·59	+0·0038	−0·530
„ 24.	+0·037	−0·287	−0·270	−0·20	+0·0119	−0·515
Juli 14.	+0·039	−0·254	−0·281	+0·15	+0·0195	−0·486
Aug. 3.	+0·040	−0·219	−0·293	+0·45	+0·0264	−0·447
„ 23.	+0·040	−0·182	−0·304	+0·73	+0·0325	−0·399
Sept. 12.	+0·039	−0·146	−0·313	+0·93	+0·0374	−0·343
Oct. 2.	+0·037	−0·111	−0·320	+1·06	+0·0409	−0·283
„ 22.	+0·035	−0·079	−0·321	+1·13	+0·0429	−0·221
Nov. 11.	+0·031	−0·051	−0·317	+1·14	+0·0434	−0·159
Dec. 1.	+0·028	−0·027	−0·306	+1·10	+0·0426	−0·100
„ 21.	+0·024	−0·008	−0·289	+1·03	+0·0404	−0·044
1874 Jan. 10.	+0·020	+0·007	−0·266	+0·94	+0·0372	+0·005

Die Integration der vorstehenden Werthe ergab mir die speciellen Störungswerthe, die ich der leichteren und bequemeren Anwendung halber in zwei Tafeln am Schlusse dieser Abhandlung gebracht habe. Die Tafeln selbst bedürfen wohl kaum einer näheren Erläuterung, indem die jeder Tafel vorangesetzten Bemerkungen das Nöthige zu ihrer richtigen Anwendung angeben; nur möchte ich hier hervorheben, daß die Störungsrechnung bis zum Jahre 1874 deßhalb vorgenommen wurde, damit die Berechnung der Ephemeriden für die nächsten Jahre fast ganz ohne Mühe stattfinden kann; zu deren leichteren Fortsetzung habe ich vor den eben erwähnten Störungstafeln den Schluß der Summation eingeschaltet.

Ich kann nun daran gehen die Beobachtungen mit den obigen Elementen zu vergleichen, und werde zu diesem Ende eine jede Opposition für sich allein vornehmen. Als allgemeine Regel bei der Auswahl der Beobachtungen galt mir, daß dieselbe entweder an einem Meridianinstrumente angestellt wurde oder falls dieselbe eine differentielle Beobachtung war, daß die zu Grunde gelegte Vergleichssternposition durch neuere Beobachtungen ermittelt wurde; gründen sich mehrere derartige Beobachtungen auf ein und denselben Vergleichsstern, so habe ich diese zusammen im Mittel als eine Beobachtung (Gewicht 1) angenommen, von der allerdings nicht ganz streng richtigen Voraussetzung ausgehend, daß die Fehler in der Mikrometermessung klein sind im Verhältniß zu den Fehlern in der absoluten Sternposition. Außerdem habe ich nur der jeweiligen Opposition nicht zu ferne Beobachtungen zur Rechnung herbeigezogen und meine dadurch viel Zeit erspart zu haben, ohne daß der Genauigkeit ein wesentlicher Eintrag geschieht.

I. Opposition (1860).

Um die Beobachtungen dieser Opposition mit obigen Elementen vergleichen zu können, ist die Kenntniß der Erdorte nöthig und es schien mir angemessen, die Sonnencoordinaten nicht dem Berliner Jahrbuche zu entlehnen, sondern dieselben direct aus den neueren Sonnentafeln abzuleiten; da vom Jahre 1863 ab innerhalb des Zeitraumes, in welchen die vorliegende Bahnbestimmung fällt, das Berliner Jahrbuch die Sonnentafeln von Hansen und Olufsen benützt, so habe ich auch diese zur Herleitung der Ephemeriden für die Jahre 1860 und 1862 angewendet, um so eine homogene Basis

für die gesammte Untersuchung zu erlangen. Ich habe so gefunden für die Sonnenephemeride:

12h m. Berl. Zeit.	wahre Länge	Breite	log R	Nutation
1860 Sept. 16.	174°15'56"6	—0"50	0·0019350	+15"21
„ 18.	176 13 15·8	—0·50	0·0016915	+15·13
„ 20.	178 10 42·1	—0·39	0·0014440	+15·06
„ 22.	180 8 15·3	—0·19	0·0011936	+14·99
„ 24.	182 5 55·3	+0·08	0·0009415	+14·92
„ 26.	184 3 42·4	+0·32	0·0006891	+14·85
„ 28.	186 1 36·7	+0·50	0·0004376	+14·79
„ 30.	187 59 39·1	+0·59	0·0001876	+14·72
Oct. 2.	189 57 49·7	+0·56	9·9999395	+14·65
„ 4.	191 56 9·3	+0·41	9·9996931	+14·60
„ 6.	193 54 37·9	+0·17	9·9994480	+14·54
„ 8.	195 53 15·8	—0·09	9·9992036	+14·47
„ 10.	197 52 3·0	—0·34	9·9989589	+14·42

Indem ich für den astronomischen Jahresanfang annahm: Januar 0·663, reducirte ich die obigen polaren Coordinaten auf das mittlere Äquinoctium dieser Zeitepoche und berechnete dann sofort die rechtwinckligen Sonnencoordinaten und fand so:

12h m. Berl. Zeit.	X	Y	Z
1860 Sept. 16.	—0·9994142	+0·0922945	+0·0400466
„ 18.	—1·0017033	+0·0609251	+0·0264347
„ 20.	—1·0028154	+0·0294880	+0·0127938
„ 22.	—1·0027498	—0·0019786	—0·0008593
„ 24.	—1·0015073	—0·0334371	—0·0145086
„ 26.	—0·9990900	—0·0648512	—0·0281387
„ 28.	—0·9955019	—0·0961849	—0·0417343
„ 30.	—0·9907452	—0·1274049	—0·0552811
Oct. 2.	—0·9848241	—0·1584754	—0·0687635
„ 4.	—0·9777414	—0·1893628	—0·0821672
„ 6.	—0·9695011	—0·2200301	—0·0954759
„ 8.	—0·9601084	—0·2504424	—0·1086737
„ 10.	—0·9495689	—0·2805602	—0·1217442

Ich habe nun aus den oben angeführten Elementen in Verbindung mit den im Anhange mitgetheilten Störungswerthen die folgenden Elemente abgeleitet, die für 1860 Sept. 30·0 Mittl. Berliner Zeit osculiren und die sich auf das mittlere Äquinoctium 1860,0 beziehen

1860 Sept. 30·0

$$
\begin{aligned}
L &= 8°49'28''44 \\
M &= 352\ \ 3\ 58·64 \\
\pi &= 16\ 45\ 29·80 \\
\Omega &= 170\ 19\ 53·66 \\
i &= 8\ 37\ 40·41 \\
\varphi &= 6\ 44\ 16·36 \\
\mu &= 793''8212 \\
\log a &= 0·4335226
\end{aligned}
$$

woraus zur Berechnung der rechtwinkligen Coordinaten mit Einführung der excentrischen Anomalien (E) gefunden wird

$$
\begin{aligned}
x &= [0·4331329] \sin (E+106°45'20''59) - 0·3045720 \\
y &= [0·4158333] \sin (E+\ 17\ 21\ 50·03) - 0·0912197 \\
z &= [9·8441446] \sin (E+\ 11\ 33\ 11·25) - 0·0164125.
\end{aligned}
$$

Die in die eckigen Klammern eingeschlossenen Coëfficienten sind logarithmisch angesetzt. Die unten angesetzte Ephemeride nun ist aus diesen Zahlen ohne Berücksichtigung des störenden Einflusses der Planeten abgeleitet worden, was eine gestattete Übergehung ist, wenn man bedenkt, daß nur Orte berechnet werden, die in unmittelbarer Nähe der Osculationsepoche liegen.

Ich fand dem zu Folge:

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zt.		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1860 Sept.	16.	0ʰ37ᵐ12ˢ646	+0°34' 9''34	0·151578	11ᵐ45·8
„	17.	0 36 33·985	+0 25 4·61	0·150679	11 44·3
„	18.	0 35 54·557	+0 15 56·16	0·149858	11 43·0
„	19.	0 35 14·420	+0 6 44·55	0·149116	11 41·8
„	20.	0 34 33·639	—0 2 29·62	0·148451	11 40·7
„	21.	0 33 52·274	—0 11 45·75	0·147867	11 39·8
„	22.	0 33 10·389	—0 21 3·26	0·147364	11 39·0
„	23.	0 32 28·048	—0 30 21·55	0·146941	11 38·3
„	24.	0 31 45·314	—0 39 40·05	0·146600	11 37·7
„	25.	0 31 2·251	—0 48 58·18	0·146341	11 37·3
„	26.	0 30 18·923	—0 58 15·34	0·146164	11 37·0
„	27.	0 29 35·397	—1 7 30·94	0·146070	11 36·9
„	28.	0 28 51·733	—1 16 44·43	0·146058	11 36·9
„	29.	0 28 7·991	—1 25 55·23	0·146128	11 37·0
„	30.	0 27 24·236	—1 35 2·77	0·146280	11 37·2
Oct.	1.	0 26 40·540	—1 44 6·45	0·146515	11 37·6

12h m. Berl. Zt.	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1860 Oct. 2.	0h25m56s961	−1°53′ 5″74	0·146832	11m38s1
„ 3.	0 25 13·559	−2 2 0·09	0·147231	11 38·7
„ 4.	0 24 30·403	−2 10 48·92	0·147711	11 39·5
„ 5.	0 23 47·559	−2 19 31·64	0·148272	11 40·4
„ 6.	0 23 5·089	−2 28 7·74	0·148913	11 41·4
„ 7.	0 22 23·052	−2 36 36·66	0·149634	11 42·6
„ 8.	0 21 41·515	−2 44 57·90	0·150435	11 43·9
„ 9.	0 21 0·547	−2 53 10·92	0·151314	11 45·3
„ 10.	0 20 20·207	−3 1 15·25	0·152270	11 46·8

Die von mir in dieser Opposition benützten Refractorbeobachtungen beruhen auf den unten angeführten Vergleichssternen, über deren Coordinaten ich die folgenden Annahmen gemacht habe.

Vergleichssterne für 1860,0.

*	α	δ		
a	0h17m20s57	−2°59′37″1	Robinson	
	20·57	38·9	Pariser M. B.	
ang.	0 17 20·57	−2 59 38·0		
b	0 20 45·72	−2 27 20·4	Königsberg. M. B.	
c	0 22 44·10	−1 53 21·0	Mädler	Eigenb.
	44·37	19·5	Robinson	$d\alpha = +0^s016$
	44·35	20·9	7 year Cat.	$d\delta = -0''05$
ang.	0 22 44·27	−1 53 20·5		
d	0 27 46·42	−2 4 54·0	7 year Cat.	
	46·62	54·1	Pariser M. B.	
ang.	0 27 46·52	−2 4 54·1		

Die Beobachtungen, wie ich dieselben der Rechnung zu Grunde gelegt habe, sind in der folgenden Übersicht enthalten, zu der ich bemerke, daß die letzte mit ∗ bezeichnete Columne sich auf die Art der Beobachtung bezieht, und falls eine Refractorbeobachtung vorliegt, den Hinweis auf den benützten Vergleichsstern enthält; die vorgesetzte Parallaxe ist mit dem Newcomb'schen Werthe der mittleren Sonnenparallaxe, nämlich 8″848, berechnet.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1860 Sept. 17.	Wien	12h48m 6s	0h36m33s42	0·00	+0°24′52″9	+4″6	Mer.
„ 18.	Greenw.	12 43 17	0 35 52·15	0·00	+0 15 18·9	+4·9	Mer.
„ 19.	„	12 38 41	0 35 12·32	0·00	+0 6 9·4	+4·9	Mer.
„ 22.	Wien	12 25 9	0 33 10·43	0·00	−0 21 9·3	+4·7	Mer.

Datum		Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1860 Sept.	24.	Wien	12ʰ15ᵐ37ˢ	0ʰ31ᵐ45ˢ58	0ˢ00	—0°39'43"5	+4"7	Mer.
„	25.	„	12 11 9	0 31 2·97	0·00	—0 48 59 8	+4·8	Mer.
„	25.	Greenw.	12 10 55	0 31 0·78	0·00	—0 49 21·2	+5·0	Mer.
Oct.	2.	Hartwell	13 21 35	0 25 52·99	+0·11	—1 53 55·6	+5·1	*c*
„	3.	„	9 34 50	0 25 16·71	—0·13	—2 1 28·9	+5·0	*c*
„	3.	Paris	10 40 19	0 25 15·27	—0·06	—2 1 46·9	+4·9	*d*
„	3.	Hartwell	10 51 47	0 25 14·35	—0·05	—2 1 56·9	+5·1	*c*
„	3.	Greenw.	11 38 41	0 25 13·32	0·00	—2 2 9·9	+5·0	Mer.
„	9.	Königsb.	11 5 57	0 21 2·69	0·00	—2 52 46·8	+5·3	*b*
„	9.	Paris	11 22 16	0 21 0·59	+0·02	—2 53 11·8	+4·9	*a*
„	9.	„	12 17 56	0 20 59·10	+0·09	—2 53 30·2	+4·9	*a*

Diese Beobachtungen nun habe ich mit der oben stehenden Ephemeride verglichen und finde die folgenden Unterschiede und zwar im Sinne: Beobachtung—Rechnung.

				$d\alpha$	$d\delta$	*
1860	Sept.	17.	Wien	+0ˢ10	+2"2	Mer.
	„	18.	Greenwich	—0·05	+0·2	Mer.
	„	19.	„	+0·16	—0·3	Mer.
	„	22.	Wien	+0·09	—0·7	Mer.
	„	24.	„	+0·03	—1·8	Mer.
	„	25.	„	+0·35	—1·6	Mer.
	„	25.	Greenwich	+0·12	+2·5	Mer.
	Oct.	2.	Hartwell	—0·03	+2·5	*c*
	„	3.	„	+0·02	—0·7	*c*
	„	3.	Paris	+0·24	+0·7	*d*
	„	3.	Hartwell	+0·05	—0·2	*c*
	„	3.	Greenwich	+0·23	+0·9	Mer.
	„	9.	Königsberg	—0·52	—2·6	*b*
	„	9.	Paris	—0·08	+2·2	*a*
	„	9.	„	+0·07	+2·7	*a*

Mit Berücksichtigung des oben (pag. 671) angenommenen Vorganges bei der Zusammenfassung von Beobachtungen, die auf demselben Vergleichsstern beruhen, fand ich als Ephemeridencorrection

1860 Sept. 27·5; $d\alpha = +0^s063$ $d\delta = +0''20$.

Daraus leitete ich den folgenden schon auf das mittlere Äquinoctium 1860,0 bezogenen Normalort ab:

1860 Sept. 27·5; $\alpha = 7°23'4''6$, $\delta = -1°7'51''8$.

Die Störungswerthe für die Zeit des Normalortes werden nach den im Anhange mitgetheilten Tafeln gefunden.

		♃	♄
1860 Sept. 27·5	Δi	+ 24"55	− 0"46
	$\Delta\Omega$	+ 3'36·04	+ 0·24
	$\Delta\pi$	—1°27 10·04	—1'54·72
	$\Delta\varphi$	+ 19·75	— 5·92
	ΔL	+ 19 12·69	+ 13·45
	$\Delta\mu$	—0"1574	—0"0020.

Für die ferneren Rechnungen ist es aber etwas bequemer die Störungswerthe, die sich hier auf die Ekliptik als Fundamentalebene beziehen, auf den Äquator zu übertragen; die Formeln, die man in diesem Falle anwenden kann, habe ich in meiner Abhandlung über die definitive Bahnbestimmung des Planeten (58) Concordia (Sitzungsberichte LVII. Bde. II. Abthlg. Märzheft 1868) angegeben und finden nach denselben für die Summe der Störungen.

	♃ + ♄
$\Delta L'$	+ 19'20"38
$\Delta\pi'$	—1°29 10·53
$\Delta\Omega'$	— 1 36·66
$\Delta i'$	— 31·68
$\Delta\varphi$	+ 13·83
$\Delta\mu$	—0"1594.

II. Opposition (1862).

Die Sonnentafeln von Hansen und Olufsen ließen mich finden:

12h m. Berl. Zeit	wahre Länge	Breite	log*R*	Nutation
1862 Febr. 6.	317°58'58"4	—0"05	9·9941387	+18"54
„ 8.	320 0 24·8	—0·26	9·9942907	+18·53
„ 10.	322 1 45·0	—0·53	9·9944507	+18·51
„ 12.	324 2 58·6	—0·77	9·9946193	+18·49
„ 14.	326 4 6·1	—0·94	9·9947966	+18·46
„ 16.	328 5 7·7	—1.00	9·9949823	+18·42
„ 18.	330 6 3·8	—0·94	9·9951761	+18·38
„ 20.	332 6 54·4	—0·76	9·9953769	+18·34
„ 22.	334 7 39·6	—0·52	9·9955835	+18·30
„ 24.	336 8 19·0	—0·24	9·9957945	+18·24
„ 26.	338 8 52·4	—0·03	9·9960089	+18·17
„ 28.	340 9 19·2	+0·15	9·9962258	+18·11
März 2.	342 9 38·7	+0·19	9·9964444	+18·04

Daraus ergaben sich nun die auf das mittlere Äquinoctium 1862·0 bezogenen rechtwinckligen Coordinaten der Sonne:

12ʰ m. Berl. Zeit	X	Y	Z
1862 Febr. 6.	+0·7329098	−0·6058814	−0·2629064
„ 8.	+0·7560425	−0·5819618	−0·2525282
„ 10.	+0·7782489	−0·5573305	−0·2418416
„ 12.	+0·7994891	−0·5320207	−0·2308603
„ 14.	+0·8197566	−0·5060619	−0·2195970
„ 16.	+0·8390237	−0·4794848	−0·2080649
„ 18.	+0·8572700	−0·4523202	−0·1962772
„ 20.	+0·8744728	−0·4245996	−0·1842478
„ 22.	+0·8906110	−0·3963553	−0·1719907
„ 24.	+0·9056633	−0·3676221	−0·1595212
„ 26.	+0·9196107	−0·3384348	−0·1468549
„ 28.	+0·9324347	−0·3088312	−0·1340084
März 2.	+0·9441191	−0·2788504	−0·1209987

Zur Herleitung einer Ephemeride wurden Elemente abgeleitet, die für die Epoche 1862 Febr. 12·0 osculiren; es fand sich:

Epoche und Osculation 1862. Febr. 12·0.
mittl. Äq. 1862·0.

$L = 119°\ 8'20''62$
$M = 102\ 12\ 15·72$
$\pi = 16\ 56\ 4·90$
$\Omega = 170\ 21\ 31·57$
$i = 8\ 37\ 41·36$
$\varphi = 6\ 43\ 16·33$
$\mu = 793''7073$
$\log a = 0·4335641$

und die Constanten zur Berechnung der rechtwinckligen Coordinaten

$$x = [0·4331714] \sin (E + 106°55'53''02) - 0·3035681$$
$$y = [0·4158962] \sin (E + 17\ 32\ 21·73) - 0·0918991$$
$$z = [9·8441600] \sin (E + 11\ 44\ 39·82) - 0·0166399.$$

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit	α	δ	log Δ	Abrrzt.
1862 Febr. 6.	8ʰ29ᵐ35ˢ681	+10°20'46''54	0·264897	15ᵐ16ˢ2
„ 7.	8 28 46·349	+10 26 53·79	0·265753	15 18·0
„ 8.	8 27 57·712	+10 33 1·85	0·266674	15 19·9
„ 9.	8 27 9·827	+10 39 10·42	0·267659	15 22·0

12h m. Berl. Zeit.	α	δ	log Δ	Abrrzt.
1862 Febr. 10.	8h26m22s746	+10°45'19"20	0·268707	15m24s2
„ 11.	8 25 36·524	+10 51 27·87	0.269818	15 26·6
„ 12.	8 24 51·203	+10 57 36·16	0·270989	15 29·1
„ 13.	8 24 6·828	+11 3 43·78	0·272320	10 31·7
„ 14.	8 23 23·441	+11 9 50·46	0·273510	15 34·5
„ 15.	8 22 41·086	+11 15 55·91	0·274858	15 37·4
„ 16.	8 21 59·801	+11 21 59·91	0·276262	15 40·5
„ 17.	8 21 19·629	+11 28 2·20	0·277721	15 43·6
„ 18.	8 20 40·605	+11 34 2·54	0·279234	15 46·9
„ 19.	8 20 2·765	+11 40 0·67	0·280799	15 50·3
„ 20.	8 19 26·143	+11 45 56·37	0·282416	15 53·9
„ 21.	8 18 50·774	+11 51 49·37	0·284083	15 57·6
„ 22.	8 18 16·689	+11 57 39·48	0·285798	16 1·3
„ 23.	8 17 43·924	+12 3 26·48	0·287560	16 5·2
„ 24.	8 17 12·505	+12 9 10·15	0·289368	16 9·3
„ 25.	8 16 42·460	+12 14 50·27	0·291220	16 13·4
„ 26.	8 16 13·812	+12 20 26·65	0·293114	16 17·7
„ 27.	8 15 46·588	+12 25 59·08	0·295050	16 22·0
„ 28.	8 15 20·808	+12 31 27·40	0·297025	16 26·5
März 1.	8 14 56·494	+12 36 51·44	0·299038	16 31·1
„ 2.	8 14 33·667	+12 42 11·04	0·301088	16 35·8

Vergleichssterne für 1862,0.

*	α	δ	
a	8h15m45s76	+12° 3'33"2	Pariser M. B.
b	8 17 15·79	+12 11 14·0	Wiener „ „
c	8 17 18·58	+12 40 49·6	Pariser „ „
d	8 18 56·30	+11 57 43·9	Leidener „ „
e	8 19 16·07	+11 28 25·9	Pariser „ „
f	8 19 57·39	+11 42 18·8	Berliner „ „
g	8 20 27·12	+12 9 32·2	Schjellerup 3094
	27·17	32·0	Pariser M. B.
ang.	8 20 27·14	+12 9 32·1	
h	8 23 39·56	+12 19 1·2	Pariser M. B.
i	8 26 53·14	+10 45 54·2	Berliner „ „
k	8 27 42·46	+10 29 42·1	„ „ „
l	8 28 24·80	+10 22 58·7	„ „ „

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1862 Febr. 7.	Berlin	14ʰ14ᵐ 8ˢ	8ʰ28ᵐ42ˢ05	+0ˢ14	+10°27′21″0	+3″3	*l*
„ 7.	Cambr. US.	10 17 15	8 28 38·96	—0·06	+10 27 47·6	+2·5	*l*
„ 8.	Berlin	8 45 0	8 28 4·64	—0·12	+10 32 6·9	+3·3	*k*
„ 8.	Leiden	10 36 8	8 27 59·60	—0·02	+10 32 47·8	+3·2	*k*
„ 9.	Berlin	11 2 46	8 27 12·04	0·00	+10 38 50·2	+3·2	*i*
„ 18.	Paris	12 17 33	8 20 39·06	+0·10	+11 34 15·2	+2·9	*e*
„ 19.	Berlin	11 42 33	8 20 3·42	+0·07	+11 39 49·0	+3·1	*f*
„ 21.	Leiden	12 29 23	8 18 49·12	+0·11	+11 51 52·6	+3·1	*d*
„ 22.	„	9 17 38	8 18 19·80	—0·04	+11 56 57·6	+3·0	*d*
„ 22.	Paris	9 27 15	8 18 19·32	—0·04	+11 57 8·5	+2·7	*a*
„ 22.	Leiden	10 8 18	8 18 18·47	0·00	+11 57 20·0	+3·0	Mer.
„ 22.	Paris	11 19 53	8 18 16·84	+0·06	+11 57 36·8	+2·8	*a*
„ 25.	„	9 2 45	8 16 45·33	—0·05	+12 14 16·9	+2·7	*g*
„ 25.	Washington	9 5 48	8 16 38·36	—0·05	+12 15 25·8	+2·0	*a*
„ 27.	Paris	9 28 26	8 15 48·65	—0·01	+12 25 31·5	+2·6	*h*
„ 27.	Wien	11 24 25	8 15 47·38	+0·09	+12 25 44·3	+2·7	*b*
„ 28.	„	8 4 54	8 15 25·13	—0·08	+12 30 25·1	+2·6	*b*
März 1.	Leiden	9 37 29	8 14 58·22	0·00	+12 36 24·3	+2·8	Mer.
„ 1.	Paris	9 58 2	8 14 57·80	+0·02	+12 36 29·1	+2·6	*c*

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

		$d\alpha$	$d\delta$	*
1862 Febr. 7.	Berlin	—0ˢ12	+0″2	*l*
„ 7.	Cambridge US.	+0·04	0·0	*l*
„ 8.	Berlin	—0·25	+2·1	*k*
„ 8.	Leiden	—0·26	+5·4	*k*
„ 9.	Berlin	—0·18	+1·6	*i*
„ 18.	Paris	—0·22	+4·1	*e*
„ 19.	Berlin	—0·14	—0·3	*f*
„ 21.	Leiden	—0·36	—5·6	*d*
„ 22.	„	—0·25	—4·3	*d*
„ 22.	Paris	—0·31	+1·9	*a*
„ 22.	Leiden	—0·35	+3·0	Mer.
„ 22.	Paris	—0·07	+3·0	*a*
„ 25.	„	—0·23	+4·5	*g*
„ 25.	Washington	—0·50	—3·1	*a*
„ 27.	Paris	—0·23	+3·4	*h*
„ 27.	Wien	—0·29	+2·6	*b*
„ 28.	„	—0·36	+0·1	*b*
März 1.	Leiden	—0·30	+3·3	Mer.
„ 1.	Paris	—0·22	+1·3	*c*

Als Ephemeridencorrection habe ich angenommen:

1862 Febr. 20·5; $d\alpha = -0^s296$, $d\delta = +1''67$

und demnach den auf das mittl. Äq. 1860,0 bezogenen Normalort

1862 Febr. 20·5; $\alpha = 124°49'24''5$, $\delta = +11°46'26''2$.

Die Störungswerthe werden:

		♃	♄
1862 Febr. 20·5	Δi	+ 26"39	— 0"33
	$\Delta\Omega$	+ 3'33·71	+ 0·05
	$\Delta\pi$	—1°18 3·01	—1'29·45
	$\Delta\varphi$	— 39·12	— 9·22
	ΔL	+ 19 47·36	+ 18·69
	$\Delta\mu$	—0"2908	—0"0056

oder auf den mittleren Äquator 1860,0 übertragen und summirt:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	+ 20' 0"44
$\Delta\pi'$	—1°19'38·07
$\Delta\Omega'$	— 1 33·28
$\Delta i'$	— 33·48
$\Delta\varphi$	— 48 34
$\Delta\mu$	—0"2964.

III. Opposition (1863).

Das Berliner Jahrbuch gibt die Sonnenephemeride von dem Jahrgange 1863 ab nach den Sonnentafeln von Hansen und Olufsen und es ist von dieser Opposition nicht mehr nöthig auf diese direct zurückzugehen.

Angewandte Elemente:

Epoche und Osculation 1863 Mai 8·0

mittl. Äquinoct. 1863,0.

$$
\begin{aligned}
L &= 218°\ 8'40''98 \\
M &= 200\ 24\ 53·90 \\
\pi &= 17\ 43\ 47·08 \\
\Omega &= 170\ 21\ 21·63 \\
i &= 8\ 37\ 23·28 \\
\varphi &= 6\ 41\ 51·22 \\
\mu &= 792''7178 \\
\log a &= 0·4339253
\end{aligned}
$$

und die Äquatorconstanten

$$
\begin{aligned}
x &= [0·4335109] \sin(E + 107°43'21''60) - 0·3014381 \\
y &= [0·4162908] \sin(E + 18\ 20\ 16·72) - 0·0956939 \\
z &= [9·8446949] \sin(E + 12\ 32\ 49·92) - 0·0177193.
\end{aligned}
$$

Die Coordinaten des Planeten wurden so zuerst auf das mittlere Äquinoctium 1863,0 erhalten; da aber das Berliner Jahrbuch in diesem

Jahrgange nur die wahren Sonnen-Coordinaten angibt, so mußten diese erst nach den Formeln

$$dx = (-fy - g\cos G.z)\sin 1''$$
$$dy = (fx + g\sin G.z)\sin 1''$$
$$dz = (g\cos G.x - g\sin G.y)\sin 1''$$

auf das wahre Äquinoctium des zugehörigen Datums übertragen werden, in denen die Größen f, g, G die bekannten Reductionsgrößen für die Ermittlung des Einflusses der Präcession und Nutation sind und aus den Ephemeriden entlehnt werden können. Es fand sich so in Einheiten der siebenten Decimale für diese Reductionen:

0ʰ m. Berl. Zeit		dx	dy	dz
1863 April	16.	+2172	—3519	—1305
„	18.	+2210	—3532	—1304
„	20.	+2249	—3545	—1303
„	22.	+2289	—3558	—1303
„	24.	+2329	—3572	—1302
„	26.	+2370	—3586	—1302
„	28.	+2411	—3600	—1301
„	30.	+2453	—3614	—1301
Mai	2.	+2496	—3628	—1300
„	4.	+2540	—3643	—1300
„	6.	+2584	—3658	—1299
„	8.	+2629	—3673	—1298
„	10.	+2674	—3688	—1297
„	12.	+2720	—3704	—1297
„	14.	+2767	—3720	—1297
„	16.	+2815	—3736	—1296
„	18.	+2864	—3752	—1295
„	20.	+2913	—3768	—1295
„	22.	+2962	—3784	—1294
„	24.	+3012	—3801	—1293

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1863 April	16.	14ʰ 9ᵐ27ˢ983	—4°19'29"88	0·307201	16ᵐ49ˢ9
„	17.	14 8 41·130	—4 12 57·01	0·306856	16 49·1
„	18.	14 7 53·996	—4 6 26·61	0·306573	16 48·4
„	19.	14 7 6·635	—3 59 59·04	0·306352	16 47·9
„	20.	14 6 19·104	—3 53 34·64	0·306192	16 47·6
„	21.	14 5 31·454	—3 47 13·73	0·306095	16 47·4
„	22.	14 4 43·735	—3 40 56·70	0·306060	16 47·3
„	23.	14 3 55·996	—3 34 43·84	0·306087	16 47·3

12h m. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Aberrat.
1863 April	24.	$14^h\ 3^m\ 8^s296$	$-3^\circ 28' 35''50$	0·306175	$16^m 47^s5$
„	25.	14 2 20·680	—3 22 31·96	0·306326	16 47·9
„	26.	14 1 33·201	—3 16 33·57	0·306537	16 48·4
„	27.	14 0 45·905	—3 10 40·56	0·306808	16 49·0
„	28.	13 59 58·844	—3 4 53·28	0·307140	16 49·8
„	29.	13 59 12·063	—2 59 11·96	0·307533	16 50·7
„	30.	13 58 25·609	—2 53 36·90	0·307984	16 51·7
Mai	1.	13 57 39·523	—2 48 8·35	0·308494	16 52·9
„	2.	13 56 53·856	—2 42 46·54	0·309061	16 54·2
„	3.	13 56 8·648	—2 37 31·71	0·309685	16 55·7
„	4.	13 55 23·936	—2 32 24·14	0·310365	16 57·3
„	5.	13 54 39·762	—2 27 24·02	0·311103	16 59·0
„	6.	13 53 56·174	—2 22 31·60	0·311895	17 0·9
„	7.	13 53 13·211	—2 17 47·10	0·312741	17 2·9
„	8.	13 52 30·909	—2 13 10·66	0·313640	17 5·0
„	9.	13 51 49·306	—2 8 42·53	0·314593	17 7·2
„	10.	13 51 8·442	—2 4 22·87	0·315596	17 9·6
„	11.	13 50 28·354	—2 0 11·86	0·316650	17 12·1
„	12.	13 49 49·080	—1 56 9·70	0·317755	17 14·7
„	13.	13 49 10·656	—1 52 16·52	0·318909	17 17·5
„	14.	13 48 33·115	—1 48 32·48	0·320108	17 20·4
„	15.	13 47 56·493	—1 44 57·70	0·321356	17 23·4
„	16.	13 47 20·821	—1 41 32·31	0·322647	17 26·5
„	17.	13 46 46·128	—1 38 16·42	0·323983	17 29·7
„	18.	13 46 12·450	—1 35 10·11	0·325361	17 33·0
„	19.	13 45 39·810	—1 32 13·47	0·326782	17 36·5
„	20.	13 45 8·233	—1 29 26·55	0·328243	17 40·0
„	21.	13 44 37·742	—1 26 49·43	0·329743	17 43·7
„	22.	13 44 8·360	—1 24 22·11	0·331280	17 47·5
„	23.	13 43 40·110	—1 22 4·63	0·332854	17 51·4

Vergleichssterne für 1863,0.

*	α	δ	
a	$13^h 40^m 15^s 17$	$-1^\circ 45' 26''9$	Cop-Börg. 4068,9
b	13 41 34·22	—2 9 22·2	Schjellerup. 4927,8
c	13 42 14·12	—1 14 46·3	Cop-Börg. 4076,7
	14·12	45·2	Ann Arbor M. B.
	14·22	46·1	Pariser „ „
	14·30	46·9	Berliner „ „
ang.	13 42 14·19	—1 14 46·1	

*	α	δ	
d	13 44 0·81	—1 32 45"6	Bonner M. B.
e	13 44 1·26	—2 7 2·9	Schjellerup. 4941,2
f	13 46 6·09	—1 31 37·1	Bonner M. B.
g	13 47 16·08	—2 19 35·6	Pariser „ „
h	13 47 47·95	—1 42 19·3	Cop-Börg. 4088,9
i	13 50 49·71	—1 38 51·2	Cop Börg. 4099, 4100
	49·86	50·0	Pariser M. B.
ang.	13 50 49·78	—1 38 50·6	
k	13 59 16·83	—3 30 26·4	Schjellerup. 5025
	16·99	26·8	Berliner M. B.
ang.	13 59 16·91	—3 30 26·6	
l	14 1 14·33	—3 54 40·0	Berliner M. B.
m	14 5 25·17	—3 36 40·9	Schjellerup. 5059
n	14 7 19·18	—4 8 35·9	Berliner M. B.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1863 April 17.	Berlin	13ʰ39ᵐ53ˢ	14ʰ 8ᵐ38ˢ31	+0ˢ06	—4°12'34"6	+3"6	n
„ 19.	Clinton	10 52 27	14 6 58·07	—0·08	—3 58 48·8	+3·2	l
„ 20.	Berlin	12 39 50	14 6 18·32	+0·02	—3 53 30·8	+3·6	l
„ 22.	Clinton	10 59 54	14 4 34·28	—0·06	—3 39 46·9	+3·2	m
„ 23.	Berlin	12 10 51	14 3 56·08	+0·01	—3 34 46·9	+3·6	k
Mai 7.	Paris	10 28 58	13 53 15·14	—0·02	—2 18 1·6	+3·3	g
„ 8.	„	10 1 33	13 52 33·11	—0·04	—2 13 31·0	+3·3	g
„ 8.	Berlin	13 25 26	13 52 28·94	+0·11	—2 13 7·1	+3·5	b
„ 9.	Josefstadt	10 54 55	13 51 52·46	+0·01	—2 8 59·9	+3·3	e
„ 9.	„	11 59 45	13 51 50·52	+0·06	—2 8 51·4	+3·3	e
„ 9.	Berlin	12 2 38	13 51 49·80	+0·06	—2 8 55·6	+3·5	b
„ 9.	Paris	11 24 15	13 51 49·25	+0·03	—2 8 45·3	+3·3	g
„ 10.	Josefstadt	11 2 16	13 51 11·11	+0·02	—2 4 39·8	+3·3	e
„ 11.	Wien	11 10 47	13 50 30·58	+0·03	—2 0 25·6	+3·3	i
„ 15.	Josefstadt	10 29 37	13 47 59·66	+0·01	—1 45 17·1	+3·2	a
„ 15.	„	11 26 3	13 47 58·20	+0·06	—1 45 5·9	+3·2	a
„ 15.	Paris	10 55 38	13 47 57·34	+0·03	—1 45 6·0	+3·3	i
„ 16.	Josefstadt	10 32 33	13 47 23·57	+0·02	—1 41 49·6	+3·2	h
„ 16.	Berlin	11 22 27	13 47 22·05	+0·05	—1 41 45·2	+3·4	h
„ 19.	Josefstadt	11 11 32	13 45 41·71	+0·06	—1 32 20·6	+3·2	d
„ 19.	„	11 42 47	13 45 40·90	+0·08	—1 32 18·2	+3·2	f
„ 19.	Berlin	11 47 28	13 45 40·39	+0·08	—1 32 16·4	+3·3	f
„ 20.	Paris	10 53 11	13 45 9·00	+0·05	—1 29 33·6	+3·2	i
„ 23.	„	10 23 44	13 42 41·30	+0·03	—1 22 13·4	+3·1	c

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

		dα	dδ	*
1863 April 17.	Berlin	—0ˢ05	+3"4	n
„ 19.	Clinton	+0·28	+0·9	l

			$d\alpha$	$d\delta$	•
April	20.	Berlin	0·00	+1·3	*l*
„	22.	Clinton	−0·29	+0·6	*m*
„	23.	Berlin	−0·10	+2·1	*k*
Mai	7.	Paris	+0·02	+1·6	*g*
„	8.	„	−0·50	+0·2	*g*
„	8.	Berlin	+0·13	−5·9	*b*
„	9.	Josefstadt	+0·47	+3·2	*e*
„	9.	„	+0·44	−0·2	*e*
„	9.	Berlin	+0·14	−6·9	*b*
„	9.	Paris	−0·27	+2·1	*g*
„	10.	Josefstadt	+0·25	+1·7	*e*
„	11.	Wien	+0·10	+3·0	*i*
„	15.	Josefstadt	+0·18	+1·2	*a*
„	15.	„	+0·18	+4·2	*a*
„	15.	Paris	−0·06	+0·5	*i*
„	16.	Josefstadt	−0·08	+2·2	*h*
„	16.	Berlin	−0·06	−1·8	*h*
„	19.	Josefstadt	+0·22	+5·3	*d*
„	19.	„	+0·13	+4·0	*f*
„	19.	Berlin	−0·01	+4·0	*f*
„	20.	Paris	−0·05	+0·7	*i*
„	23.	„	−0·12	+0·7	*c*

Die Ephemeridencorrection wird anzunehmen sein:

1863 Mai 9·5; $d\alpha = +0^s018$, $d\delta = +1''38$

und der auf das mittlere Äquinoctium 1860,0 bezogene Normalort

1863 Mai 9·5; $\alpha = 207°54'30''3$, $\delta = -2°7'38''1$.

Die Störungswerthe sind:

		♃	♄
1863 Mai 9·5	Δi	+ 8"24	+ 0"03
	$\Delta\Omega$	+ 2'33·39	− 0·07
	$\Delta\pi$	−32 58·20	−10·05
	$\Delta\varphi$	− 2 5·30	− 5·91
	ΔL	+ 4 50·75	− 5·82
	$\Delta\mu$	−1"2431	−0"0117

und summirt und auf den mittleren Äquator 1860,0 bezogen:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	+ 4'40"55
$\Delta\pi'$	−33 12·63
$\Delta\Omega'$	− 1 17·33
$\Delta i'$	− 13·95
$\Delta\varphi$	− 2 11·21
$\Delta\mu$	−1"2548.

IV. Opposition (1864).

Zur Berechnung der Ephemeride leitete ich die folgenden Elemente ab:

Epoche und Osculation 1864 Juli 21·0
mittl. Äquinoctium 1864,0.

$$
\begin{aligned}
L &= 315^\circ\ 6'\ 38''63 \\
M &= 296\ 49\ 33\cdot51 \\
\pi &= 18\ 17\ \ 5\cdot12 \\
\Omega &= 170\ 19\ 38\cdot03 \\
i &= 8\ 37\ 14\cdot65 \\
\varphi &= 6\ 43\ 46\cdot88 \\
\mu &= 794''0208 \\
\log a &= 0\cdot4334499
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x &= [0\cdot4330150] \sin(E + 108^\circ 16' 25''45) - 0\cdot3015887 \\
y &= [0\cdot4158014] \sin(E + 18\ \ 53\ 54\cdot75) - 0\cdot0988728 \\
z &= [9\cdot8442979] \sin(E + 13\ \ \ 5\ 36\cdot44) - 0\cdot0185488.
\end{aligned}
$$

Daraus ergab sich die folgende

Ephemeride.

12^h m. Berl. Zeit		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1864 Juli	7.	20^h30^m21·770	− 8° 1' 4"11	0·219373	13^m45·0
„	8.	20 29 41·107	− 8 3 49·00	0·217851	13 42·1
„	9.	20 28 59·474	− 8 6 43·39	0·216387	13 39·3
„	10.	20 28 16·915	− 8 9 47·16	0·214981	13 36·7
„	11.	20 27 33·477	− 8 13 0·17	0·213635	13 34·2
„	12.	20 26 49·208	− 8 16 22·28	0·212349	13 31·8
„	13.	20 26 4·157	− 8 19 53·38	0·211126	13 29·5
„	14.	20 25 18·371	− 8 23 33·32	0·209965	13 27·3
„	15.	20 24 31·904	− 8 27 21·93	0·208869	13 25·3
„	16.	20 23 44·799	− 8 31 19·04	0·207836	13 23·4
„	17.	20 22 57·114	− 8 35 24·51	0·206870	13 21·6
„	18.	20 22 8·895	− 8 39 38·14	0·205970	13 20·0
„	19.	20 21 20·205	− 8 43 59·73	0·205138	13 18·4
„	20.	20 20 31·095	− 8 48 29·10	0·204373	13 17·0
„	21.	20 19 41·616	− 8 53 6·06	0·203677	13 15·7
„	22.	20 18 51·823	− 8 57 50·36	0·203049	13 14·6
„	23.	20 18 1·778	− 9 2 41·80	0·202492	13 13·6
„	24.	20 17 11·541	− 9 7 40·10	0·202005	13 12·7
„	25.	20 16 21·166	− 9 12 45·03	0·201590	13 11·9
„	26.	20 15 30·715	− 9 17 56·34	0·201246	13 11·3

12h m. Berl. Zeit	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1864 Juli 27.	20h14m40s259	— 9°23'13"75	0·200974	13m10s8
„ 28.	20 13 49·856	— 9 28 37·00	0·200773	13 10·4
„ 29.	20 12 59·572	— 9 34 5·79	0·200645	13 10·2
„ 30.	20 12 9·467	— 9 39 39·82	0·200588	13 10·1
„ 31.	20 11 19·608	— 9 45 18·76	0·200604	13 10·1
Aug. 1.	20 10 30·062	— 9 51 2·33	0·200693	13 10·3
„ 2.	29 9 40·899	— 9 56 50·20	0·200853	13 10·6
„ 3.	20 8 52·184	—10 2 42·07	0·201084	13 11·0
„ 4.	20 8 3·976	—10 8 37·62	0·201387	13 11·5
„ 5.	20 7 16·336	—10 14 36·48	0·201761	13 12·2

Vergleichssterne für 1864,0.

*	α	δ	
a	20h12m47s82	—9°38'12"4	Königsbg. M. B.
	47·84	13·0	Berliner „ „
ang.	20 12 47·83	—9 38 12·7	
b	20 23 30·06	—8 30 17·1	Berliner M. B.
c	20 25 33·30	—8 23 14·9	Schjellerup. 8113.
d	20 27 23·87	—8 9 4·8	Berliner M. B.
e	20 28 4·74	—8 1 29·0	Schjellerup. 8145

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1864 Juli 8.	Berlin	11h35m 7s	20h29m42s26	—0s10	— 8° 3'48"5	+4"6	d
„ 9.	„	10 57 4	20 29 2·00	—0·13	— 8 6 41·1	+4·6	d
„ 10.	„	10 48 16	20 28 19·61	—0·13	— 8 9 42 2	+4·6	d
„ 11.	Josefst.	10 17 10	20 27 37·57	—0·16	— 8 12 47·6	+4·3	c
„ 11.	„	10 41 13	20 27 36·54	—0·14	— 8 12 50·7	+4·4	e
„ 11.	Berlin	11 26 41	20 27 35·04	—0·09	— 8 13 0·1	+4·6	d
„ 13.	Krakau	12 46 50	20 26 4·08	—0·01	— 8 19 53·3	+4·6	c
„ 13.	Leiden	12 57 24	20 26 1·63	0·00	— 8 20 7·7	+4·7	Mer.
„ 14.	Josefst.	10 16 19	20 25 22·82	—0·16	— 8 23 18·1	+4·4	c
„ 14.	„	11 2 42	20 25 21·36	—0·11	— 8 23 23·5	+4·5	b
„ 14.	Krakau	12 38 19	20 25 18·22	—0·02	— 8 23 37·9	+4·6	c
„ 14.	Leiden	12 52 47	20 25 15·97	0·00	— 8 23 49·4	+4·7	Mer.
„ 16.	Berlin	11 18 19	20 23 46·62	—0·08	— 8 31 13·8	+4·7	b
„ 26.	Paris	11 55 51	20 15 29·80	0·00	— 9 18 7·8	+4·7	Mer.
„ 27.	Leiden	11 51 6	20 14 39·83	0·00	— 9 23 24·6	+4·9	Mer.
„ 29.	„	11 41 34	20 12 59·36	0·00	— 9 34 9·4	+4·9	Mer.
„ 29.	Paris	11 41 32	20 12 59·13	0·00	— 9 34 12·3	+4·7	Mer.
„ 30.	Berlin	11 2 32	20 12 11·86	—0.03	— 9 39 25·6	+4·9	a
„ 30.	Paris	11 36 47	20 12 9·08	0·00	— 9 39 44·8	+4·7	Mer.
„ 30.	Königsb.	12 54 4	20 12 9·12	+0·07	— 9 39 45·9	+5·0	a
„ 31.	Leiden	11 32 2	20 11 19·71	0·00	— 9 45 21·6	+4·9	Mer.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1864 Aug. 1.	Josefst.	9ʰ46ᵐ13ˢ	20ʰ10ᵐ35ˢ58	—0ˢ11	— 9°50'27"4	+4"6	a
„ 2.	Leiden	11 22 33	20 9 41·48	0·00	— 9 56 48·7	+4·9	Mer.
„ 4.	„	11 13 4	20 8 4·80	0·00	—10 8 36·5	+4·9	Mer.
„ 4.	Greenw.	11 13 1	20 8 4·15	0·00	—10 8 44·6	+4·9	Mer.

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

		dα	dδ	*
1864 Juli 8.	Berlin	—0ˢ05	+0"6	d
„ 9.	„	+0·17	—2·6	d
„ 10.	„	+0·02	—1·6	d
„ 11.	Josefstadt	+0·03	—0·7	c
„ 11.	„	—0·25	—0·4	e
„ 11.	Berlin	+0·05	—1·8	d
„ 13.	Krakau	+0·14	+5·7	c
„ 13.	Leiden	—0·02	+2·3	Mer.
„ 14.	Josefstadt	+0·16	—0·4	c
„ 14.	„	+0·24	+1·5	b
„ 14.	Krakau	—0·22	—0·2	c
„ 14.	Leiden	0·00	+0·3	Mer.
„ 16.	Berlin	—0·07	+0·7	b
„ 26.	Paris	+0·03	—0·9	Mer.
„ 27.	Leiden	+0·05	—3·0	Mer.
„ 29.	„	—0·07	+2·2	Mer.
„ 29.	Paris	0·00	+1·1	Mer.
„ 30.	Berlin	—0·09	+2·6	a
„ 30.	Paris	—0·11	+1·5	Mer.
„ 30.	Königsberg	+0·16	+1·8	a
„ 31.	Leiden	—0·09	+0·8	Mer.
Aug. 1.	Josefstadt	—0·03	+1·4	a
„ 2.	Leiden	+0·07	+2·8	Mer.
„ 4.	„	+0·01	—0·1	Mer.
„ 4.	Greenwich	—0·05	—3·7	Mer.

Die Ephemeridencorrection ist dem zu Folge:

1864 Juli 24·5; $d\alpha = -0^s016$, $d\delta = +0''32$

und der auf das mittl. Äquinoctium 1860,0 bezogene Normalort

1864 Juli 24·5; $\alpha = 304°13'58''2$, $\delta = -9°8'40''0$.

Die zugehörigen ekliptikalen Störungswerthe sind:

		♃	♄
1864 Juli 24·5	Δi	+ 0"22	+ 0"02
	$\Delta\Omega$	+ 0·41	— 0·08
	$\Delta\pi$	—58·35	+11·82
	$\Delta\varphi$	—14·91	— 1·00
	ΔL	—32·38	— 0·64
	$\Delta\mu$	+0"0346	+ 0"0105.

Die Übertragung auf den Äquator läßt finden:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	$-33''01$
$\Delta \pi'$	$-46\cdot52$
$\Delta \Omega'$	$+\ 0\cdot06$
$\Delta i'$	$-\ 0\cdot24$
$\Delta \varphi$	$-15\cdot91$
$\Delta \mu$	$+0''0451$.

V. Opposition (1865).

Zur Berechnung der Ephemeride hat man

Epoche und Osculation 1865 Dec. 13·0
mittl. Äquinoct. 1865,0.

$$L = 67^\circ 35' 28''68$$
$$M = 49\ 16\ 32\cdot41$$
$$\pi = 18\ 18\ 56\cdot27$$
$$\Omega = 170\ 20\ \ 5\cdot20$$
$$i = 8\ 37\ 10\cdot99$$
$$\varphi = 6\ 44\ 59\cdot34$$
$$\mu = 793''6286$$
$$\log a = 0\cdot4335929$$

$$x = [0.4331556] \sin (E + 108^\circ 18' 13''03) - 0\cdot3025324$$
$$y = [0\cdot4159275] \sin (E + \ 18\ 55\ 47\cdot61) - 0\cdot0993545$$
$$z = [9\cdot8444401] \sin (E + \ 13\ \ 7\ 47\cdot98) - 0\cdot0186612.$$

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1865 Dec. 6.	5ʰ 15ᵐ 9ˢ762	+8°58'53"47	0·192414	12ᵐ55ˢ3
„ 7.	5 14 13·605	+8 57 29·11	0·192554	12 55·6
„ 8.	5 13 17·335	+8 56 13·33	0·192771	12 56·0
„ 9.	5 12 21·021	+8 55 6·19	0·193065	12 56·5
„ 10.	5 11 24·734	+8 54 7·80	0·193435	12 57·2
„ 11.	5 10 28·547	+8 53 18·19	0·193882	12 58·0
„ 12.	5 9 32·539	+8 52 37·49	0·194404	12 58·9
„ 13.	5 8 36·784	+8 52 5·74	0·195003	13 0·0
„ 14.	5 7 41·358	+8 51 42·96	0·195677	13 1·2
„ 15.	5 6 46·330	+8 51 29·20	0·196426	13 2·5
„ 16.	5 5 51·777	+8 51 24·47	0·197249	13 4·0
„ 17.	5 4 57·766	+8 51 28·77	0·198145	13 5·6
„ 18.	5 4 4·375	+8 51 42·11	0·199115	13 7·4

Vergleichssterne für 1865,0.

*	α	δ	
a	5ʰ 5ᵐ 10ˢ67	+8°52′ 0″5	Wiener M. B.
b	5 8 20·00	+8 54 17·5	Schjellerup
	20·07	17·4	Berliner M. B.
ang.	5 8 20·03	+8 54 17·4	
c	5 11 39·61	+9 0 48·2	Königsberger M. B.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
1865 Dec.	6. Königsberg	9ʰ 42ᵐ 51ˢ	5ʰ 15ᵐ 17ˢ30	−0ˢ14	+8°59′ 0″7	+4·2	c
„	7. „	9 30 29	5 14 21·41	−0·14	+8 57 34·9	+4·2	c
„	9. Josefstadt	8 8 11	5 12 31·40	−0·22	+8 55 11·1	+3·9	b
„	10. Wien	11 52 48	5 11 25·91	0·00	+8 54 4·1	+3·6	Mer.
„	11. Paris	11 47 42	5 10 27·87	0·00	+8 53 10·7	+3·6	Mer.
„	13. Krakau	10 15 20	5 8 42·29	−0·09	+8 52 6·9	+5·7	b
„	13. Berlin	11 44 18	5 8 37·85	+0·01	+8 52 1·0	+3·9	b
„	14. Josefstadt	7 21 45	5 7 53·40	−0·23	+8 51 42·5	+3·9	a
„	14. Krakau	7 39 12	5 7 53·03	−0·21	+8 51 43·1	+4·0	b
„	15. Paris	11 28 18	5 6 46·44	0·00	+8 51 23·3	+3·6	Mer.
„	18. Leiden	11 13 51	5 4 5·28	0·00	+8 51 37·8	+3·8	Mer.

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

			dα	dδ	*
1865 Dec.	6.	Königsberg	+0ˢ45	+0″4	c
„	7.	„	+0·22	−0·1	c
„	9.	Josefstadt	+0·13	−2·5	b
„	10.	Wien	−0·08	−1·3	Mer.
„	11.	Paris	+0·06	−3·3	Mer.
„	13.	Krakau	−0·14	+2·1	b
„	13.	Berlin	−0·03	−0·5	b
„	14.	Josefstadt	+0·18	−0·6	a
„	14.	Krakau	−0·05	+0·1	b
„	15.	Paris	+0·09	−2·3	Mer.
„	18.	Leiden	+0·03	−0·2	Mer.

Es findet sich als Ephemeridencorrection:

1865 Dec. 12·5; $d\alpha = +0^s084$, $d\delta = -1''11$.

und der auf das mittl. Äquinoctium 1870,0 bezogene Normalort

1865 Dec. 12·5; $\alpha = 77°26'23''2$, $\delta = +8°53'2''8$

Die ekliptikalen Störungswerthe, die von hier ab auf das mittl. Äquinoctium 1870,0 reducirt erscheinen, sind:

		♃	♄
1865 Dec. 12·5	Δi	— 2"88	— 0"08
	$\Delta \Omega$	— 21·84	— 0·55
	$\Delta \pi$	+ 31·36	—20·87
	$\Delta \varphi$	+ 55·97	+ 0·29
	ΔL	—1'18·06	— 4·25
	$\Delta \mu$	—0"3498	+0·0013

und der Übergang auf den Äquator ergibt:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	—1'12"72
$\Delta \pi'$	+ 11·08
$\Delta \Omega'$	+ 9·60
$\Delta i'$	+ 3·72
$\Delta \varphi$	+ 56·26
$\Delta \mu$	—0"3485.

VI. Opposition (1867).

Die für die 6., 7. und 8. Opposition berechneten Ephemeriden waren vorausberechnet worden und gründen sich ebenfalls auf die Eingangs angeführten Elemente, die den vorausgehenden fünf Oppositionen angeschlossen waren. Von nun an habe ich bloß Meridianbeobachtungen benützt, es fällt deßhalb in den folgenden Zusammenstellungen das Verzeichniß der Vergleichssterne weg, und außerdem habe ich die bei der Mittheilung der Beobachtungen angesetzte Columne „Parallaxe in Rectascension" fortgelassen, indem diese der Null gleich ist, außerdem entfällt die bei den Beobachtungen und der Vergleichung der Beobachtungen angesetzte Columne (*), die auf die Beobachtungsart hinweist, da nur ausschließlich Meridianbeobachtungen in Anwendung kommen.

Die zur Ephemeridenberechnung benützten Elemente waren:

Epoche und Osculation 1867 März 18·0
mittl. Äquinoctium 1867,0.

$$
\begin{aligned}
L &= 168°59'50"92 \\
M &= 150\ 39\ 46·89 \\
\pi &= 18\ 20\ \ 4·03 \\
\Omega &= 170\ 21\ 10·12 \\
i &= 8\ 37\ 15·92 \\
\varphi &= 6\ 46\ \ 3·05 \\
\mu &= 793"7153 \\
\log a &= 0·4335613
\end{aligned}
$$

$$x = [0 \cdot 4331223] \sin (E + 108°19'17''58) - 0 \cdot 3032671$$
$$y = [0 \cdot 4158862] \sin (E + 18\ 56\ 54 \cdot 93) - 0 \cdot 0996990$$
$$z = [9 \cdot 8443297] \sin (E + 13\ 9\ 27 \cdot 22) - 0 \cdot 0187437.$$

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit	α	δ	log Δ	Abrrat.
1867 Feb. 26.	11ʰ52ᵐ16ˢ470	+1° 4'30"38	0·309466	16ᵐ55ˢ1
„ 27.	11 51 36·220	+1 11 29.92	0·308530	16 53·0
„ 28.	11 50 55·209	+1 18 34·85	0·307652	16 50·9
März 1.	11 50 13·480	+1 25 44·84	0·306833	16 49·0
„ 2.	11 49 31·074	+1 32 59·54	0·306073	16 47·3
„ 3.	11 48 48·037	+1 40 18·56	0·305374	16 45·7
„ 4.	11 48 4·415	+1 47 41·53	0·304735	16 44·2
„ 5.	11 47 20·259	+1 55 8·06	0·304159	16 42·9
„ 6.	11 46 35·619	+2 2 37·75	0·303646	16 41·7
„ 7.	11 45 50·546	+2 10 10·18	0·303196	16 40·7
„ 8.	11 45 5·093	+2 17 44·91	0·302809	16 39·8
„ 9.	11 44 19·308	+2 25 21·59	0·302486	16 39·1
„ 10.	11 43 33·245	+2 32 59·74	0·302228	16 38·4
„ 11.	11 42 46·955	+2 40 38·98	0·302034	16 38·0
„ 12.	11 42 0·495	+2 48 18·89	0·301905	16 37·7
„ 13.	11 41 13·917	+2 55 59·01	0·301841	16 37·5
„ 14.	11 40 27·273	+3 3 38·94	0·301841	16 37·5
„ 15.	11 39 40·609	+3 11 18·31	0·301906	16 37·7
„ 16.	11 38 53·975	+3 18 56·73	0·302036	16 38·0
„ 17.	11 38 7·423	+3 26 33·76	0·302231	16 38·4
„ 18.	11 37 21·005	+3 34 8·99	0·302489	16 39·1
„ 19.	11 36 34·767	+3 41 42·06	0·302810	16 39·8
„ 20.	11 35 48·759	+3 49 12·57	0·303196	16 40·7
„ 21.	11 35 3·027	+3 56 40·17	0·303644	16 41·7
„ 22.	11 34 17·618	+4 4 4·46	0·304154	16 42·9
„ 23.	11 33 32·582	+4 11 25·06	0·304727	16 44·2
„ 24.	11 32 47·964	+4 18 41·63	0·305361	16 45·7
„ 25.	11 32 3·807	+4 25 53·82	0·306055	16 47·3
„ 26.	11 31 20·156	+4 33 1.30	0·306811	16 49·0
„ 27.	11 30 37·061	+4 40 3·68	0·307624	16 50·9
„ 28.	11 29 54·566	+4 47 0·65	0·308497	16 52·9
„ 29.	11 29 12·712	+4 53 51·91	0·309427	16 55·1
„ 30.	11 28 31·539	+5 0 37·15	0·310413	16 57·4
„ 31.	11 27 51·084	+5 7 16·11	0·311454	16 59·8
April 1.	11 27 11·381	+5 13 48·54	0·312550	17 2·2

Beobachtungen.

Datum		Ort	Ortszeit	α	δ	Parall.
1867 Febr.	26.	Washington	$13^h 25^m 36^s$	$11^h 52^m 4^s82$	+1° 6′28″9	+2″6
„	27.	Leiden	13 22 0	11 51 33·39	+1 11 57·4	+3·4
„	27.	Washington	13 21 0	11 51 24·25	+1 13 31·0	+2·6
März	2.	Leiden	13 8 8	11 49 28·58	+1 33 22·4	+3·4
„	7.	Washington	12 43 42	11 45 38·68	+2 12 8·4	+2·6
„	14.	„	12 10 54	11 40 16·15	+3 5 29·6	+2·6
„	15.	Greenwich	12 7 11	11 39 39·44	+3 11 25·4	+3·3
„	16.	Leiden	12 2 32	11 38 53·31	+3 19 5·7	+3·3
„	16.	Greenwich	12 2 28	11 38 52·88	+3 19 7·6	+3·3
„	27.	Paris	11 11 2	11 30 37·94	+4 39 49·2	+3·0
„	28.	Leiden	11 6 25	11 29 55·84	+4 46 47·7	+3·2
„	28.	Washington	11 5 24	11 29 46·49	+4 48 20·2	+2·4
„	29.	„	11 0 48	11 29 4·75	+4 55 10·1	+2·4
April	1.	Paris	10 47 57	11 27 12·82	+5 13 21·8	+2·9

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

			$d\alpha$	$d\delta$
1867 Febr.	26.	Washington	+0ˢ30	−3″7
„	27.	Leiden	+0·01	+1·3
„	27.	Washington	+0·08	−1·4
März	2.	Leiden	+0·09	−0·1
„	7.	Washington	+0·37	−1·7
„	14.	„	+0·41	−0·4
„	15.	Greenwich	+0·26	−3·7
„	16.	Leiden	+0·03	+5·4
„	16.	Greenwich	+0·18	+1·6
„	27.	Paris	+0·24	−5·2
„	28.	Leiden	+0·25	+0·3
„	28.	Washington	+0·41	−1·4
„	29.	„	+0·26	−0·3
April	1.	Paris	+0·19	−1·5

Die Ephemeridencorrection findet sich daher:

$$1867 \text{ März } 15{\cdot}5; \quad d\alpha = +0^s220, \quad d\delta = -0''77$$

und der zugehörige Normalort bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1870,0

$$1867 \text{ März } 15{\cdot}5; \quad \alpha = 174^\circ 57' 23''5, \quad \delta = +3^\circ 10' 21''8.$$

Die ekliptikalen Störungwerthe habe ich angenommen:

		♃	♄
1867 März 15·5	Δi	+ 2"99	— 0"12
	$\Delta\Omega$	— 56·68	— 0·99
	$\Delta\pi$	+ 16·03	—38·36
	$\Delta\varphi$	+2' 1·60	— 2·02
	ΔL	—5 52·07	+ 3·16
	$\Delta\mu$	—0"2718	+0·0082

und für den Äquator 1870,0 als Fundamentalebene findet sich daraus:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	—5'47"08
$\Delta\pi'$	— 20·50
$\Delta\Omega'$	+ 35·07
$\Delta i'$	— 0·56
$\Delta\varphi$	+1 59·58
$\Delta\mu$	—0"2636.

VII. Opposition (1868).

Die Elemente zur Berechnung der Ephemeride sind:

Epoche und Osculation 1868 Mai 31·0
mittl. Äquinoctium 1868,0.

$L = 266°\ 2'18"68$
$M = 247\ 34\ 49·88$
$\pi = 18\ 27\ 28·80$
$\Omega = 170\ 22\ 6·44$
$i = 8\ 37\ 17·80$
$\varphi = 6\ 47\ 25·89$
$\mu = 794"2129$
$\log a = 0·4333797$

$x = [0·4329351] \sin (E + 108°26'36"39) — 0·3039474$
$y = [0·4156926] \sin (E + 19\ 4\ 22·38) — 0·1006235$
$z = [9·8440968] \sin (E + 13\ 17\ 24·96) — 0·0189832.$

Ephemeride.

12h m. Berl. Zeit	α	δ	logΔ	Abrrzt.
1868 Mai 18.	17h16m16s617	—10°13'44"61	0·284311	15m58s0
„ 19.	17 15 33·483	—10 10 27·64	0·283023	15 55·2
„ 20.	17 14 49·399	—10 7 14·63	0·281788	15 52·5
„ 21.	17 14 4·406	—10 4 5·72	0·280608	15 49·9
„ 22.	17 13 18·550	—10 1 1·07	0·279482	15 47·5
„ 23.	17 12 31·874	— 9 58 0·85	0·278413	15 45·1
„ 24.	17 11 44·431	— 9 55 5·22	0·277402	15 42·9
„ 25.	17 10 56·27	— 9 52 14·33	0·276448	15 40·9

12h m. Berl. Zeit	α	δ	log Δ	Abrrzt.
1868 Mai 26.	17h 10m 7s444	— 9°49'28"35	0·275552	15m38s9
„ 27.	17 9 17·998	— 9 46 47·47	0·274716	15 37·1
„ 28.	17 8 27·987	— 9 44 11·80	0·273939	15 35·4
„ 29.	17 7 37·466	— 9 41 41·46	0·273223	15 33·9
„ 30.	17 6 46·484	— 9 39 16·60	0·272568	15 32·5
„ 31.	17 5 55·093	— 9 36 57·37	0·271974	15 31·2
Juni 1.	17 5 3·347	— 9 34 43·89	0·271441	15 30·0
„ 2.	17 4 11·298	— 9 32 36·26	0·270971	15 29·0
„ 3.	17 3 18·998	— 9 30 34·62	0·270562	15 28·2
„ 4.	17 2 26·501	— 9 28 39·09	0·270216	15 27·5
„ 5.	17 1 33·861	— 9 26 49·76	0·269932	15 26·9
„ 6.	17 0 41·131	— 9 25 6·72	0·269711	15 26·4
„ 7.	16 59 48·363	— 9 23 30·08	0·269553	15 26·0
„ 8.	16 58 55·611	— 9 21 59·96	0·269457	15 25·9
„ 9.	16 58 2·926	— 9 20 36·44	0·269423	15 25·8
„ 10.	16 57 10·364	— 9 19 19·59	0·269453	15 25·8
„ 11.	16 56 17·980	— 9 18 9·49	0·269545	15 26·0
„ 12.	16 55 25·827	— 9 17 6·25	0·269699	15 26·4
„ 13.	16 54 33·961	— 9 16 9·92	0·269915	15 26·8
„ 14.	16 53 42·437	— 9 15 20·56	0·270193	15 27·4
„ 15.	16 52 51·311	— 9 14 38·23	0·270532	15 28·1
„ 16.	16 52 0·637	— 9 14 2·98	0·270932	15 29·0
„ 17.	16 51 10·469	— 9 13 34·86	0·271392	15 30·0
„ 18.	16 50 20·863	— 9 13 13·95	0·271912	15 31·1
„ 19.	16 49 31·869	— 9 13 0·25	0·272492	15 32·3
„ 20.	16 48 43·541	— 9 12 53·76	0·273129	15 33·7
„ 21.	16 47 55·927	— 9 12 54·50	0·273825	15 35·2
„ 22.	16 47 9·077	— 9 13 2·50	0·274577	15 36·8
„ 23.	16 46 23·038	— 9 13 17·77	0·275384	15 38·6

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α	δ	Parall.
1868 Mai 25.	Leiden	12h55m26s	17h10m54s17	—9°52'10"3	+4"1
„ 26.	„	12 50 42	17 10 5·43	—9 49 24·5	+4·1
„ 26.	Greenwich	12 50 44	17 10 4·60	—9 49 20·9	+4·1
„ 27.	Leiden	12 45 57	17 9 16·08	—9 46 44·0	+4·1
„ 28.	„	12 41 11	17 8 26·12	—9 44 11·0	+4·1
Juni 3.	Greenwich	12 12 25	17 3 17·46	—9 30 32·4	+4·1
„ 9.	Paris	11 43 37	16 58 2·66	—9 20 37·6	+4·0
„ 11.	Leiden	11 34 3	16 56 18·46	—9 18 11·7	+4·1
„ 11.	Paris	11 34 1	16 56 18·05	—9 18 12·0	+4·0

Datum	Ort	Ortszeit	α	δ	Parall.
1868 Juni 13.	Leiden	11ʰ24ᵐ28ˢ	16ʰ54ᵐ34ˢ86	−9°16′13″1	+4″2
„ 13.	Paris	11 24 26	16 54 34·63	−9 16 11·8	+4·0
„ 14.	Leiden	11 19 40	16 53 43·52	−9 15 20·0	+4·2
„ 15.	„	11 14 51	16 52 52·50	−9 14 40·5	+4·1
„ 16.	„	11 10 4	16 52 1·73	−9 14 5·5	+4·1
„ 16.	Paris	11 10 6	16 52 1·83	−9 14 5·3	+4·0
„ 17.	„	11 5 20	16 51 11·67	−9 13 36·5	+4·0
„ 18.	Leiden	11 0 36	16 50 22·52	−9 13 14·0	+4·1
„ 18.	Paris	11 0 34	16 50 21·93	−9 13 17·6	+4·0
„ 19.	Leiden	10 55 51	16 49 33·48	−9 13 1·5	+4·1
„ 19.	Paris	10 55 50	16 49 33·13	−9 13 6·1	+4·0

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

Datum	Ort	dα	dδ
1868 Mai 25.	Leiden	+0ˢ44	−0″7
„ 26.	„	+0·40	−0·1
„ 26.	Greenwich	+0·18	+1·5
„ 27.	Leiden	+0·36	+0·3
„ 28.	„	+0·27	−1·6
Juni 3.	Greenwich	+0·30	+2·2
„ 9.	Paris	+0·19	+2·1
„ 11.	Leiden	+0·27	+2·1
„ 11.	Paris	+0·17	+1·4
„ 13.	Leiden	+0·35	+1·6
„ 13.	Paris	+0·43	+2·4
„ 14.	Leiden	+0·37	+5·4
„ 15.	„	+0·31	+2·5
„ 16.	„	+0·05	+2·2
„ 16.	Paris	+0·45	+2·1
„ 17.	„	+0·30	+2·8
„ 18.	Leiden	+0·31	+4·5
„ 18.	Paris	−0·02	+0·7
„ 19.	Leiden	+0·12	+3·2
„ 19.	Paris	+0·06	−1·6

Für die Ephemeridencorrection wird man anzunehmen haben:

1868 Juni 9·5; $d\alpha = +0^s265$, $d\delta = +1''65$

und der daraus entstehende Normalort reducirt auf 1870,0 wird:

1868 Juni 9·5; $\alpha = 254°32'13''4$, $\delta = -9°20'52''3$.

Für die Störungswerthe findet sich:

		♃	♄
1868 Juni 9·5	Δi	+ 6"08	— 0"82
	$\Delta\Omega$	— 44·72	— 6·86
	$\Delta\pi$	+6'36·06	— 8·58
	$\Delta\varphi$	+3 34·02	— 9·82
	ΔL	—6 28·66	—11·49
	$\Delta\mu$	+0"2655	—0"0183.

Die Übertragung auf den Äquator ergibt:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	—6'38"41
$\Delta\pi'$	+6 29·22
$\Delta\Omega'$	+ 34·02
$\Delta i'$	— 3·11
$\Delta\varphi$	+3 24·20
$\Delta\mu$	+0"2472.

VIII. Opposition (1869).

Die zur Berechnung der Ephemeride benützten Elemente waren:

Epoche und Osculation 1869 October 13·0
mittl. Äquinoctium 1869,0.

$L =$ 16°22'57"50
$M =$ 357 54 22·88
$\pi =$ 18 28 34·62
$\Omega =$ 170 22 47·44
$i =$ 8 37 12·20
$\varphi =$ 6 49 24·49
$\mu =$ 793"7891
$\log a =$ 0·4335343

$$x = [0·4330865] \sin (E + 108°27'36"99) - 0·3054915$$
$$y = [0·4158188] \sin (E + 19\ 5\ 30·59) - 0·1012354$$
$$z = [9·8442502] \sin (E + 13\ 19\ 1·38) - 0·0191194.$$

Ephemeride.

12h m. Berl. Zeit		α	δ	logΔ	Abrrzt.
1869 Sept.	18.	1h 11m 47s087	+2°41'13"34	0·156579	11m53s9
„	19.	1 11 13·939	+2 32 36·77	0·155289	11 51·8
„	20.	1 10 39·691	+2 23 54·75	0·154068	11 49·8
„	21.	1 10 4·387	+2 15 7·74	0·152919	11 47·9
„	22.	1 9 28·073	+2 6 16·22	0·151841	11 46·2
„	23.	1 8 50·798	+1 57 20·68	0·150836	11 44·6
„	24.	1 8 12·611	+1 48 21·62	0·149906	11 43·0
„	25.	1 7 33·561	+1 39 19·56	0·149052	11 41·7

12ʰ m. Berl. Zeit			α	δ	logΔ	Abrrzt.
1869	Sept.	26.	1ʰ 6ᵐ53ˢ703	+1°30′15″03	0·148275	11ᵐ40ˢ4
	„	27.	1 6 13·092	+1 21 8·56	0·147575	11 39·3
	„	28.	1 5 31·785	+1 12 0·73	0·146955	11 38·3
	„	29.	1 4 49·843	+1 2 52·10	0·146415	11 37·4
	„	30.	1 4 7·329	+0 53 43·27	0·145955	11 36·7
	Oct.	1.	1 3 24·309	+0 44 34·85	0·145577	11 36·1
	„	2.	1 2 40·849	+0 35 27·43	0·145282	11 35·6
	„	3.	1 1 57·020	+0 26 21·61	0·145069	11 35·3
	„	4.	1 1 12·891	+0 17 18·03	0·144940	11 35·1
	„	5.	1 0 28·529	+0 8 17·26	0·144894	11 35·0
	„	6.	0 59 44·007	−0 0 40·04	0·144931	11 35·1
	„	7.	0 58 59·395	−0 9 33·27	0·145053	11 35·2
	„	8.	0 58 14·765	−0 18 21·83	0·145258	11 35·6
	„	9.	0 57 30·189	−0 27 5·14	0·145546	11 36·0
	„	10.	0 56 45·738	−0 35 42·61	0·145917	11 36·6
	„	11.	0 56 1·481	−0 44 13·66	0·146371	11 37·3
	„	12.	0 55 17·486	−0 52 37·76	0·146906	11 38·2
	„	13.	0 54 33·824	−1 0 54·36	0·147522	11 39·2
	„	14.	0 53 50·557	−1 9 2·95	0·148218	11 40·3
	„	15.	0 53 7·749	−1 17 3·03	0·148994	11 41·6
	„	16.	0 52 25·461	−1 24 54·15	0·149848	11 43·0
	„	17.	0 51 43·757	−1 32 35·81	0·150780	11 44·5
	„	18.	0 51 2·691	−1 40 7·63	0·151788	11 46·1
	„	19.	0 50 22·322	−1 47 29·19	0·152870	11 47·9
	„	20.	0 49 42·704	−1 54 40·08	0·154027	11 49·8
	„	21.	0 49 3·894	−2 1 39·93	0·155255	11 51·8
	„	22.	0 48 25·943	−2 8 29·38	0·156556	11 53·9
	„	23.	0 47 48·903	−1 15 5·11	0·157926	11 56·2
	„	24.	0 47 12·824	−2 21 29·80	0·159364	11 58·5

Von Beobachtungen waren mir bis zum Abschlusse dieser Arbeit (Ende Januar 1870) die folgenden bekannt geworden:

Beobachtungen.

Datum			Ort	Ortszeit	α	δ	Parall.
1869	Sept.	28.	Berlin	12ʰ34ᵐ25ˢ	1ʰ 5ᵐ31ˢ70	+1°11′49″8	+4″9
	„	29.	„	12 29 47	1 4 49·73	+1 2 41·8	+4·9
	„	30.	„	12 25 9	1 4 7·44	+0 53 34·9	+4·9
	Oct.	1.	„	12 20 30	1 3 24·50	+0 44 28·7	+4·9
	„	9.	Kremsmünster	11 43 12	0 57 31·89	−0 26 56·9	+4·7
	„	11.	„	11 33 52	0 56 3·48	−0 44 2·1	+4.7
	„	12.	„	11 29 13	0 55 19·54	−0 52 24·5	+4·7
	„	13.	„	11 24 33	0 54 36·06	−1 0 39·8	+4·7

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

			$d\alpha$	$d\delta$
1869 Sept.	28.	Berlin	+0ˢ57	+2″6
„	29.	„	+0·42	+1·5
„	30.	„	+0·51	+1·7
Oct.	1.	„	+0·46	+2·1
„	9.	Kremsmünster	+0·73	+1·6
„	11.	„	+0·75	+1·9
„	12.	„	+0·67	+2·2
„	13.	„	+0·73	+2·1

Es findet sich daraus die Ephemeridencorrection:

1869 Oct. 5·5; $d\alpha = +0^s605$, $d\delta = +1''96$

und der Normalort reducirt auf 1870,0:

1869 Oct. 5·5; $\alpha = 15°7'41''9$ $\delta = +0°8'30''9$.

Die Störungswerthe finden sich:

		♃	♄
1869 Oct. 5·5	Δi	+ 1″28	— 0″72
	$\Delta \Omega$	— 49·21	— 9·95
	$\Delta \pi$	+6′ 6·97	+34·19
	$\Delta \varphi$	+5 26·32	— 9·80
	ΔL	—3 7·73	—11·84
	$\Delta \mu$	—0″1602	+0″0042.

Summirt man diese und überträgt dann dieselben auf den Äquator, so hat man:

	♃ + ♄
$\Delta L'$	—3′17″74
$\Delta \pi'$	+6 42·99
$\Delta \Omega'$	+ 33·62
$\Delta i'$	+ 1·73
$\Delta \varphi$	+5 16·52
$\Delta \mu$	—0″1559.

Die vorausgehenden Vergleichungen und Zusammenstellungen können als Grundlage dienen für die weiteren Untersuchungen; doch dürfte es zweckmäßig sein, das wichtigste herauszuheben und übersichtlich zusammenzustellen; in diese Zusammenstellung habe ich

aber auch die zu den Normalorten gehörigen Sonnencoordinaten aufgenommen und zwar A, die Rectascension der Sonne, D die Declination, und R die Entfernung derselben von der Erde und zwar die letzteren beiden Größen in den Verbindungen $R\cos D$ und $R\sin D$, um den Übergang vom heliocentrischen auf den geocentrischen Ort nach den Formeln:

$$\Delta\cos(\alpha-A)\cos\delta = r\cos d\cos(a-A)+R\cos D$$
$$\Delta\sin(\alpha-A)\cos\delta = r\cos d\sin(a-A)$$
$$\Delta\sin\delta = r\sin d + R\sin D$$

unmittelbar ausführen zu können; die mit t überschriebene Columne gibt die Anzahl der Tage an, die seit der Hauptepoche (1865 Januar 7·0 mittlere Berliner Zeit) verflossen sind; die übrigen Columnen sind ihrer Bedeutung nach in dem Vorausgehenden erläutert worden. Ich will nur noch hier hervorheben, daß vor dem Anfange des Jahres 1865 das mittlere Äquinoctium 1860,0 nach diesem Zeitpunkte aber das des Jahres 1870,0 als maßgebend angenommen ist. Es wird sein

		α	δ	A	$R\cos D$	$R\sin D$
I.	1860 Sept. 27·5	7°23′ 4″6	− 1° 7′51″8	184°36′57″05	+1·0006879	−0·0349418
II.	1862 Febr. 20·5	124 49 24·5	+11 46 26·2	334 4 28·65	+0·9720726	−0·1844177
III.	1863 Mai 9·5	207 54 30·3	− 2 7 38·1	46 16 23·74	+0·9638943	+0·3622492
IV.	1864 Juli 24·5	304 13 58·2	− 9 8 40·0	124 24 11·95	+0·9561390	+0·3423141
V.	1865 Dec. 12·5	77 26 23·2	+ 8 53 2·8	260 17 9·89	+0·9048873	−0·3870130
VI.	1867 März 15·5	174 57 23·5	+ 3 10 21·8	355 22 55·58	+0·9945408	−0·0347446
VII.	1868 Juni 9·5	254 32 13·4	− 9 20 52·3	78 23 25·47	+0·9346444	+0·3972540
VIII.	1869 Oct. 5·5	15 7 41·9	+ 0 8 30·9	191 43 19·38	+0·9952832	−0·0877347

	t	$\Delta i'$	$\Delta\Omega'$	$\Delta\varphi$	$\Delta\pi'$	$\Delta L'$	$\Delta\mu$
I.	−1562·5	−31"68	−1'36"66	+ 13"83	−1°29'10"53	+19'20"38	−0"1594
II.	−1051·5	−33·48	−1 33·28	− 48·34	−1 19 38·07	+20 0·44	−0·2964
III.	− 608·5	−13·95	−1 7·33	−2'11·21	− 33 12·63	+ 4 40·55	−1·2548
IV.	− 166·5	− 0·24	+ 0·06	− 15·91	− 46·52	− 33·01	+0·0451
V.	+ 339·5	+ 3·72	+ 9·60	+ 56·26	+ 11·08	− 1 21·72	−0·3485
VI.	+ 797·5	− 0·56	+ 35·07	+1 59·58	− 20·50	− 5 47·08	−0·2636
VII.	+1249·5	− 3·11	+ 34·02	+3 24·20	+ 6 29·22	− 6 38·41	+0·2472
VIII.	+1732·5	+ 1 73	+ 33·62	+5 16·52	+ 6 42·99	− 3 17·74	−0·1559

Die Eingangs erwähnten Elemente mußten, damit dieselben streng mit den eben zusammengestellten Normalorten verglichen werden können auf die Äquinoctien 1860,0 und 1870,0 übertragen werden und ich finde so

Epoche und Osculation 1865, Jan. 7·0 mittl. Berliner Zeit.

mittl. Ekliptik 1860,0	mittl. Ekliptik 1870,0
L = 352°33'27"71	L = 352°41'50"10
π = 18 14 34·48	π = 18 22 56·87
Ω = 170 16 17·33	Ω = 170 24 37·96
i = 8 37 16·30	i = 8 37 11·60

φ = 6°44'3"01
μ = 793"97750.

Indem ich nun die mittlere Schiefe der Ekliptik (nach Hansen) für 1860,0 mit 23°27'26"74; für 1870,0 mit 23°27'22"06 annahm, erhielt ich die folgenden äquatorealen Elemente:

Epoche und Osculation 1865, Jan. 7·0 mittl. Berliner Zeit

mittl. Äquator 1860,0	mittl. Äquator 1870,0
L' = 352°51'22"02	L' = 352°59'28"98
π' = 18 32 28·79	π' = 18 40 35·75
Ω' = 5 36 23·57	Ω' = 5 31 40·90
i' = 15 1 37·35	i' = 15 1 17·91

φ = 6°44'3"01
μ = 793"97750.

Um kleine Änderungen der äquatorealen Elemente in solche der ekliptikalen Elemente umzusetzen, habe ich mich der Formeln bedient, die ich im XLIX. Bande der Sitzungsberichte (Märzheft) veröffentlicht habe; mit Beibehaltung der daselbst gefundenen Bezeichnungsweise fand ich für den vorliegenden Fall, indem ich die Coëfficienten sofort logarithmisch mittheile:

$$d\Omega = 0_n223\,d\Omega' + 0_n232\,di'$$
$$d\sigma = 0_n418\,d\Omega' + 0_n228\,di'$$
$$di = 8.822\,d\Omega' + 9_n985\,di'$$
$$d\omega = d\omega' - d\sigma.$$

Ich habe nun die obigen Normalorte direct mit den eben angeführten äquatorealen Elementen mit Rücksicht auf die bereits mitgetheilten Störungswerthe verglichen und finde die folgenden Unterschiede zwischen der Beobachtung und Rechnung $(B-R)$.

		$d\alpha$	$d\delta$
I.	1860 Sept. 27·5	+0"98	+0"28
II.	1862 Febr. 20·5	—3·34	+1·57
III.	1863 Mai 9·5	+0·45	+1·31
IV.	1864 Juli 24·5	—0·31	+0·20
V.	1865 Dec. 12·5	+1·16	—1·12
VI.	1867 März 15·5	+2·88	—0·75
VII.	1868 Juni 9·5	+4 01	+1·67
VIII.	1869 Oct. 5·5	+8·95	+1·94.

Die Summe der Fehlerquadrate ist = 129"93.

Um nun diese Fehler der Elemente möglichst herabzudrücken und durch Variation dieser, so weit es thunlich war, wegzuschaffen, ermittelte ich die Differentialquotienten zwischen den Elementen und den geocentrischen polaren Coordinaten und bediente mich hiebei der Form, die ich im XLIX. Bande der Sitzungsberichte vorgeschlagen habe mit einigen Abänderungen, die sich mir im Verlaufe der zahlreichen Anwendungen, die ich seitdem von diesen Formeln machte, besonders empfehlenswerth darboten; da sich dieselben aber nirgend zusammengestellt vorfinden, so werde ich kurz die Gesammtheit der nöthigen Formeln hier ansetzen.

$$\cos(\alpha-\Omega')\cos i' = A\sin A', \qquad \sin i' = m\sin M$$
$$\sin(\alpha-\Omega') = A\cos A', \qquad -\sin(\alpha-\Omega')\cos i' = m\cos M$$
$$m\sin(M+\delta) = B\sin B'$$
$$\cos(\alpha-\Omega')\sin\delta = B\cos B'$$
$$-\frac{a}{r}\operatorname{tg}\varphi\sin v = F\sin F', \qquad a^{\frac{3}{2}}\left\{\frac{t.F\sin F}{a^{\frac{3}{2}}} + \frac{2}{3k}\right\} = G\sin G'$$
$$\frac{a^2}{r^2}\cos\varphi = F\cos F', \qquad t.F\cos F = G\cos G'$$
$$\frac{2}{3k} = 38\cdot7550$$

$$\frac{a}{r}\cos\varphi\cos v = H\sin H', \qquad -F\sin F' = P\sin P'$$

$$\frac{(2+e\cos v)\sin v}{\cos\varphi} = H\cos H', \quad \frac{a^2}{r^2}\sin\varphi\left\{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi - \cos E\left(\frac{r}{a}+1\right)\right\} = P\cos P'$$

Dann ist:

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{dL'} = \frac{r}{\Delta}A.F\sin(F'+A'+u'),$$

$$\frac{d\delta}{dL'} = \frac{r}{\Delta}B.F\sin(F'+B'+u')$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{d\mu} = \frac{r}{\Delta}A.G\sin(G'+A'+u')$$

$$\frac{d\delta}{d\mu} = \frac{r}{\Delta}B.G\sin(G'+B'+u')$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{d\varphi} = \frac{r}{\Delta}A.H\sin(H'+A'+u')$$

$$\frac{d\delta}{d\varphi} = \frac{r}{\Delta}B.H\sin(H'+B'+u')$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{d\pi'} = \frac{r}{\Delta}A.P\sin(P'+A'+u')$$

$$\frac{d\delta}{d\pi'} = \frac{r}{\Delta}B.P\sin(P'+B'+u')$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{\sin i'\,d\Omega'} = \frac{r}{\Delta}\cos(\alpha-\Omega'+u')\operatorname{tg}\frac{1}{2}i'$$

$$\frac{d\delta}{\sin i'\,d\Omega'} = -\frac{r}{\Delta}\left\{\sin\delta\sin(\alpha-\Omega'+u')\operatorname{tg}\frac{1}{2}i' + \cos u'\cos\delta\right\}$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{\cos i'\,di'} = -\frac{r}{\Delta}\sin u'\cos(\alpha-\Omega')\operatorname{tg}i'$$

$$\frac{d\delta}{\cos i'\,di'} = \frac{r}{\Delta}\{\sin(\alpha-\Omega')\sin\delta\operatorname{tg}i' + \cos\delta\}\sin u'.$$

Ich habe nun die vorstehenden Formeln für jeden der obigen acht Normalorte vierstellig berechnet; um aber die Quadrattafeln bei der Bildung der Normalgleichungen bequem anwenden zu können, schien es angemessen, alle Coëfficienten kleiner als die Einheit zu machen. Ich habe daher gesetzt:

$$x = 3dL' \quad , \quad u = \frac{10}{3}d\varphi$$

$$y = \frac{1}{2}d\pi' \quad , \quad v = 2\,d\Omega' \sin i'$$

$$z = 4000 d\mu \; , \quad w = 2di' \cos i'$$

und habe überdieß als Fehlereinheit den Werth von zehn Bogensecunden angenommen. Unter diesen Voraussetzungen gelten die folgenden 16 Bedingungsgleichungen:

für die Rectascensionen

+0·0980 =	+0·7010x	−0·8952y	−0·8198z	−0·1867u	+0·1128v	−0·0027w
−0·3270 =	+0·4489	+0·1893	−0·3647	+0·7905	−0·0373	+0·0759
+0·0450 =	+0·3772	+0·5585	−0·1785	−0·1920	+0·0602	−0·0879
−0·0306 =	+0·5844	−0·2699	−0·0730	−0·9594	−0·0594	+0·0927
+0·1146 =	+0·6151	−0·4679	+0·1554	+0·8662	−0·0878	−0·0646
+0·2875 =	+0·3924	+0·5409	+0·2345	+0·3367	+0·0919	+0·0370
+0·3956 =	+0·4556	+0·3235	+0·4254	−0·7506	−0·0774	−0·0698
+0·8950 =	+0·7052	−0·9208	+0·9180	−0·0743	+0·1074	−0·0333

für die Declinationen

+0·0280 =	+0·1879x	−0·2381y	−0·2218z	−0·0662u	−0·8566v	+0·0101w
+0·1570 =	−0·0580	−0·0324	+0·0455	−0·0996	+0·4643	+0·5950
+0·1310 =	−0·0894	−0·1395	+0·0464	+0·0216	+0·6418	−0·3553
+0·0200 =	+0·0777	−0·0616	−0·0046	−0·1105	−0·3905	−0·7390
−0·1120 =	+0·0540	−0·0705	+0·0070	+0·0440	−0·2360	+0·7963
−0·0750 =	−0·1035	−0·1417	−0·0615	−0·0910	+0·7358	+0·1404
+0·1670 =	−0·0375	−0·0536	−0·0295	+0·0493	+0·2582	−0·7456
+0·1940 =	+0·1868	−0·2426	+0·2399	−0·0441	−0·8476	+0·1260

Es schien mir vor Allem wünschenswerth die eben angesetzten Coëfficienten einer zuverlässigen Prüfung zu unterziehen, und diese wird erhalten, wenn man die Elemente stark abändert und dann die daraus entstehenden Änderungen in den geocentrischen Coordinaten einerseits durch directe Rechnung aufsucht und andererseits mit

Hilfe dieser Differentialquotienten ermittelt; beide Resultate müssen innerhalb der Unsicherheit der logarithmischen Rechnung identisches geben. Ich habe zu diesem Ende angenommen:

$$dL'_0 = +20'', \qquad d\Omega' = +40''$$
$$d\pi' = +60'', \qquad di' = +20''$$
$$d\varphi = +20'', \qquad d\mu = +0''01000$$

und erhielt so die in Folge dieser Änderungen entstehenden Differenzen

		nach der directen Rechnung		nach den Differentialformeln	
		$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
Normalort	I.	−27"83	−26"55	−27"79	−26"52
„	II.	+72·90	+23·32	−72·89	+23·35
„	III.	+17·30	− 6·68	+17·31	− 6·67
„	IV.	−37·52	−41·41	−37·56	−41·43
„	V.	+82·54	+30·14	+82·52	+30·17
„	VI.	+74·87	+ 1·70	+74·91	+ 1·70
„	VII.	− 0·31	−25·20	− 0·27	−25·21
„	VIII.	+47·39	− 2·13	+47·39	− 2·12

Die Übereinstimmung zwischen beiden Resultaten ist eine höchst befriedigende und die kleinen auftretenden Differenzen liegen völlig innerhalb der Unsicherheitsgrenzen der beiderseitigen Rechnungen, und hiemit erscheint die Richtigkeit der bisherigen Entwicklungen auf eine zuverlässige Weise geprüft.

Es waren nun die obigen sechszehn Bedingungsgleichungen in sechs Normalgleichungen zusammenzufassen, es schien mir hiebei am Zweckentsprechendsten zu sein, dem Resultate jeder Opposition das gleiche Gewicht zu geben; denn die Vertheilung der Gewichte nach Maßgabe der Anzahl der Beobachtungen könnte nur dann in Anwendung kommen, wenn man überzeugt wäre theoretisch völlig genau die Verbindung zwischen den einzelnen Oppositionen hergestellt zu haben, was doch thatsächlich kaum zu erreichen ist und die Berücksichtigung der störenden Einflüsse noch mehrerer anderer Planeten fordern würde.

Ich erhielt nach den bekannten Methoden die folgenden Normalgleichungen:

$+2\cdot5164x$	$-1\cdot1344y$	$+0\cdot1845z$	$-0\cdot1541u$	$-0\cdot4596v$	$-0\cdot0055w$	=	$+0\cdot9335$
$-1\cdot1344$	$+2\cdot8533$	$-0\cdot0715$	$+0\cdot1115$	$+0\cdot1361$	$+0\cdot0079$	=	$-0\cdot7789$
$+0\cdot1845$	$-0\cdot0715$	$+2\cdot0603$	$-0\cdot2003$	$-0\cdot0267$	$-0\cdot0170$	=	$+1\cdot1609$
$-0\cdot1541$	$+0\cdot1115$	$-0\cdot2003$	$+3\cdot0913$	$+0\cdot0401$	$-0\cdot0062$	=	$-0\cdot4387$
$-0\cdot4596$	$+0\cdot1361$	$-0\cdot0267$	$+0\cdot0401$	$+2\cdot9508$	$-0\cdot0588$	=	$+0\cdot0847$
$-0\cdot0055$	$+0\cdot0079$	$-0\cdot0170$	$-0\cdot0062$	$-0\cdot0588$	$+2\cdot2857$	=	$-0\cdot2534$

Um nun die spätere Bestimmung der Gewichte der Unbekannten zu erleichtern und auch eine zuverlässige Prüfung für die Richtigkeit der Auflösung dieser Normalgleichungen zu erhalten, habe ich die Elimination in zwei Richtungen durchgeführt. Es war hiebei aber nicht nöthig größere logarithmische Tafeln als fünfstellige zu benützen, da offenbar die Unbekannten sich mit großer Sicherheit aus diesen Gleichungen ergeben müssen. Die erste Elimination gab mir (die Coëfficienten sind hier logarithmisch angesetzt):

$0\cdot40078x$	$+0_n05477y$	$+9\cdot26600z$	$+9_n18780u$	$+9_n66238v$	$+7_n74036w$	$=9\cdot97011$
	$0\cdot36957$	$8\cdot06707$	$8\cdot62356$	8_n85181	$7\cdot73400$	$=9_n55398$
		$0\cdot31106$	9_n27694	$7\cdot86629$	8_n22089	$=0\cdot03911$
			$0\cdot48624$	$8\cdot14364$	7_n91275	$=9_n43767$
				$0\cdot45706$	8_n77481	$=9\cdot38319$
					$0\cdot35875$	$=9_n37539$

Ich habe während der Elimination auf die bekannte Weise die Herabminderung der Summe der Fehlerquadrate bestimmt und finde so für das Minimum derselben

$$[nn] = 24\cdot37.$$

Die Kleinheit dieser Zahl (dieselbe summirt sich aus 16 Fehlerquadraten) zeigt wohl, daß diese Bahnbestimmung einen sehr nahen Anschluß an die Beobachtungen erzielen wird.

Die zweite Elimination in verkehrter Richtung ergab (Coëfficienten logarithmisch):

$0\cdot35902x$	$+8_n76938y$	$+7_n79239z$	$+8_n23045u$	$+7\cdot89763v$	$+7_n74036w$	$=9_n40381$
	$0\cdot46972$	$8\cdot60141$	8_n43361	$9\cdot13450$	9_n66251	$=8\cdot89310$
		$0\cdot49006$	9_n30096	$9\cdot04009$	9_n16991	$=9_n64390$
			$0\cdot31111$	8_n79996	$9\cdot23213$	$=0\cdot05355$
				$0\cdot45349$	0_n04243	$=9_n86400$
					$0\cdot30005$	$=9\cdot73715$

Die Summe der übrig bleibenden Fehlerquadrate findet sich hier in völliger Übereinstimmung mit dem Werthe der ersten Lösung

$$[nn] = 24{\cdot}37.$$

Die logarithmischen Werthe der Unbekannten selbst werden nach der

	I. Lösung	II. Lösung
$\log x$	$9{\cdot}43709$	$9{\cdot}43710$
$\log y$	$9_n 17946$	$9_n 17944$
$\log z$	$9{\cdot}72030$	$9{\cdot}72030$
$\log u$	$8_n 95457$	$8_n 95461$
$\log v$	$8{\cdot}91486$	$8{\cdot}91481$
$\log w$	$9_n 01664$	$9_n 01664$

so daß auch hier eine höchst befriedigende Übereinstimmung hervortritt. Bestimmt man nun nach den bekannten Methoden den mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer der obigen Bedingungsgleichungen, so findet sich

der mittlere Fehler $= \pm 1{\cdot}561$
der wahrscheinliche „ $= \pm 1{\cdot}053.$

Die Gewichte der Unbekannten sind:

für w:	$2{\cdot}2843$	für x:	$1{\cdot}9955$
„ v:	$2{\cdot}8630$	„ y:	$2{\cdot}3394$
„ u:	$2{\cdot}2843$	„ z:	$2{\cdot}0060.$

Es finden sich demnach die Correctionen der obigen äquatorealen Elemente, nebst den wahrscheinlichen Fehler derselben:

$$dL' = +0{\cdot}91 \qquad \pm 0{\cdot}25$$
$$d\pi' = -3{\cdot}02 \qquad \pm 1{\cdot}38$$
$$d\mu = +0{\cdot}00131 \qquad \pm 0{\cdot}00019$$
$$d\varphi = -0{\cdot}27 \qquad \pm 0{\cdot}21$$
$$d\Omega' = +1{\cdot}59 \qquad \pm 1{\cdot}20$$
$$di' = -0{\cdot}54 \qquad \pm 0{\cdot}36.$$

Ich habe noch, um mich von der Richtigkeit des Zusammenfassens der Bedingungsgleichungen in die Normalgleichungen zu überzeugen, durch Substitution der gefundenen Correctionen der Elemente in die Bedingungsgleichungen die übrig bleibenden Fehler gesucht und gefunden:

	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I.	+1"75	+1"23
II.	−1·47	+1·59
III.	+0·89	+0·22
IV.	−2·65	−0·63
V.	−1·27	−0·35
VI.	+1·65	−0·89
VII.	+0·28	+0·90
VIII.	+0·62	+0·59

und es findet sich daraus $[nn]$ in schöner Übereinstimmung mit dem auf ganz andere Weise (während der Elimination) erhaltenen Werthe dieser Größe

$$[nn] = 24\text{''}38.$$

Die oben ermittelten Correctionen der äquatorealen Elemente habe ich nun an die Elemente selbst angebracht und um nun Alles einer umfassenden Controlle zu unterwerfen aus diesen Elementen die Darstellung der Orte direct abgeleitet, wiewohl nach dem Zutreffen der bisherigen Prüfungen wohl kaum ein Zweifel an der Richtigkeit der Entwicklungen und Rechnungen bestehen kann und finde so die folgenden Differenzen, die in höchst befriedigender Weise mit dem obigen Substitutionsresultate übereinstimmen. Es wird so erhalten:

		$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I.	1860 Sept. 27·5	+1"73	+1"24
II.	1862 Febr. 20·5	−1·47	+1·60
III.	1863 Mai 9·5	+0·88	+0·23
IV.	1864 Juli 24·5	−2·64	−0·61
V.	1865 Dec. 12·5	−1·26	−0·37
VI.	1867 März 15·5	+1·69	−0·90
VII.	1868 Juni 9·5	+0·29	+0·90
VIII.	1869 Oct. 5·5	+0·63	+0·61

Es war nun noch nöthig die gefundenen Änderungen der äquatorealen Elemente, in solche der ekliptikalen überzuführen und macht man von den auf pag. 701 mitgetheilten Coëfficienten Gebrauch, so findet sich:

$$dL = +0\text{''}83$$
$$d\pi = -3\cdot10$$
$$d\Omega = -1\cdot74$$
$$di = +0\cdot63$$
$$d\varphi = -0\cdot27$$
$$d\mu = +0\text{''}00131$$

und die Elemente selbst sind:

Epoche und Osculation 1865, Jan. 7·0 m. Berl. Zeit

mittl. Ekliptik 1860,0	mittl. Ekliptik 1870,0
$L = 352°33'28''54$	$L = 352°41'50''93$
$\pi = \ \ 18\ 14\ 31·38$	$\pi = \ \ 18\ 22\ 53·77$
$\Omega = 170\ 16\ 15·59$	$\Omega = 170\ 24\ 36·22$
$i = \ \ \ 8\ 37\ 16·93$	$i = \ \ \ 8\ 37\ 12·23$

$$\varphi = 6°44'2''74$$
$$\mu = 793''97881.$$

Läßt man nun das Äquinoctium mit der Osculationsepoche zusammenfallen und kürzt die in den Elementen übrig bleibenden Hunderttheile der Bogensecunde ab, so erhält man die folgenden definitiven Elemente:

(59) Elpis.

Epoche, Osculation und mittl. Äquinoct. 1865, Jan. 7·0 m. Berl. Zeit

$$L = 352°37'40''7$$
$$M = 334\ 18\ 57·1$$
$$\pi = \ \ 18\ 18\ 43·6$$
$$\Omega = 170\ 20\ 26·9$$
$$i = \ \ \ 8\ 37\ 14·6$$
$$\varphi = \ \ \ 6\ 44\ \ 2·7$$
$$\mu = 793''97881$$
$$\log a = 0·4334651.$$

Es ist für die Vorausbestimmung der Lichtstärke und Größe (Helligkeit) des Planeten wünschenswerth, seine mittlere Oppositionshelligkeit zu kennen und ich habe über diese die folgenden Angaben gesammelt und reducirt:

Datum	Beobachter	geschätzte Größe	mittl. Oppositionsgröße = M_g.
1860 Sept. 17.	Ed. Weiss	9·8	10·5
„ 25.	Pogson	9·6	10·3
Oct. 3.	„	10·2	10·9
„ 9.	Auwers	10·5	11·2
1861 Jan. 12.	Förster	11·8	11·3
Febr. 8.	„	12·0	11·2

Datum	Beobachter	geschätzte Größe	mittl. Oppositionsgröße = *Mg*.
1863 Mai 7.	Oppolzer	11·6	11·0
„ 10.	„	11·3	10·7
„ 19.	„	11·5	10·8
1864 Juli 2.	„	11·0	11·1
„ 3.	Ed. Weiss	11·0	11·1
1865 Dec. 8.	Oppolzer	10·0	10·4
1867 März 22.	„	11·3	10·7

Es ist also im Mittel:

$$Mg = 10\cdot86.$$

Die obigen Elemente sind zweifellos so genau, daß auf eine lange Reihe von Jahren die Vorausbestimmung der Orte dieses Planeten mit großer Sicherheit möglich wird, und ich habe hier dieselbe für die Jahre 1871 und 1872 in der Form angegeben, wie dieselbe in der Regel von dem astronomischen Berliner Jahrbuch geliefert wird.

Angewandte Elemente:

Epoche und Osculation 1871 Febr. 5·0
m. Äq. 1870,0

$L = 122°\ 8'54''6$
$M = 104\ 14\ 46·3$
$\pi = 17\ 54\ 8·3$
$\Omega = 170\ 18\ 35·0$
$i = 8\ 37\ 7·0$
$\varphi = 6\ 51\ 21·0$
$\mu = 794''3127$
$\log a = 0·433344$

$$x = [0·432911] \sin (E + 107°53'20''8) - 0·307814$$
$$y = [0·415579] \sin (E + 18\ 31\ 9·4) - 0·098717$$
$$z = [9·844132] \sin (E + 12\ 42\ 15·6) - 0·018336.$$

(59) Elpis 1871.

Jahresephemeride.

0ʰ Berl. Zeit		A : R.	Decl.	logΔ	logr
Januar	16.	9ʰ 15ᵐ6	+ 7°20'	0·274	0·448
Febr.	5.	8 59·1	+ 9 9	0·266	0·451
„	25.	8 43·7	+11 17	0·286	0·454
März	17.	8 35·8	+13 4	0·325	0·458
April	6.	8 37·7	+14 10	0·374	0·461
„	26.	8 48·3	+14 32	0·423	0·464
Mai	16.	9 5·4	+14 13	0·468	0·466
Juni	5.	9 27·0	+13 16	0·507	0·469
„	25.	9 51·5	+11 50	0·540	0·471
Juli	15.	10 17·8	+ 9 58	0·565	0·473
Aug.	4.	10 45·2	+ 7 46	0·584	0·475
„	24.	11 13·2	+ 5 19	0·597	0·477
Sept.	13.	11 41·3	+ 2 44	0·603	0·478
Oct.	3.	12 9·7	+ 0 6	0·602	0·479
„	23.	12 37·7	− 2 27	0·595	0·480
Nov.	12.	13 5·1	− 4 50	0·581	0·481
Dec.	2.	13 31·4	− 6 56	0·560	0·482
„	22.	13 55·9	− 8 36	0·531	0·482
„	42.	14 17·4	− 9 46	0·496	0·482

(59) Elpis 1871.

Oppositionsephemeride.

12h m. Berl. Zeit	α	δ	logΔ	Abrrzt.
Januar 18.	9h 13m 46s 38	+ 7° 30′ 57″ 2	0·271402	15m 30s
„ 19.	9 12 59·98	+ 7 35 38·5	0·270563	15 28
„ 20.	9 12 12·80	+ 7 40 28·1	0·269787	15 27
„ 21.	9 11 24·89	+ 7 45 25·6	0·269074	15 25
„ 22.	9 10 36·30	+ 7 50 30·6	0·268426	15 24
„ 23.	9 9 47·09	+ 7 55 43·0	0·267844	15 22
„ 24.	9 8 57·33	+ 8 1 2·2	0·267327	15 21
„ 25.	9 8 7·07	+ 8 6 28·1	0·266877	15 20
„ 26.	9 7 16·38	+ 8 12 0·4	0·266494	15 20
„ 27.	9 6 25·32	+ 8 17 38·7	0·266180	15 19
„ 28.	9 5 33·95	+ 8 23 22·7	0·265935	15 18
„ 29.	9 4 42·32	+ 8 29 12·2	0·265758	15 18
„ 30.	9 3 50·50	+ 8 35 6·7	0·265649	15 18
„ 31.	9 2 58·54	+ 8 41 6·0	0·265610	15 18
Febr. 1.	9 2 6·49	+ 8 47 9·7	0·265641	15 18
„ 2.	9 1 14·42	+ 8 53 17·5	0·265741	15 18
„ 3.	9 0 22·39	+ 8 59 29·0	0·265909	15 18
☍ „ 4.	8 59 30·47	+ 9 5 43·9	0·266148	15 19
„ 5.	8 58 38·70	+ 9 12 1·9	0·266456	15 19
„ 6.	8 57 47·15	+ 9 18 22·5	0·266833	15 20
„ 7.	8 56 55·87	+ 9 24 45·5	0·267279	15 21
„ 8.	8 56 4·92	+ 9 31 10·4	0·267793	15 22
„ 9.	8 55 14·35	+ 9 37 36·9	0·268375	15 24
„ 10.	8 54 24·23	+ 9 44 4·7	0·269024	15 25
„ 11.	8 53 34·62	+ 9 50 33·6	0·269740	15 26
„ 12.	8 52 45·58	+ 9 57 3·1	0·270523	15 28
„ 13.	8 51 57·16	+10 3 33·0	0·271372	15 30
„ 14.	8 51 9·40	+10 10 2·8	0·272285	15 32
„ 15.	8 50 22·36	+10 16 32·3	0·273262	15 34
„ 16.	8 49 36·09	+10 23 1·1	0·274303	15 36
„ 17.	8 48 50·65	+10 29 28·9	0·275406	15 39
„ 18.	8 48 6·08	+10 35 55·4	0·276569	15 41
„ 19.	8 47 22·44	+10 42 20·3	0·277792	15 44
„ 20.	8 46 39·79	+10 48 43·3	0·279074	15 47
„ 21.	8 45 58·16	+10 55 4·0	0·280414	15 49
„ 22.	8 45 17·62	+11 1 22·2	0·281810	15 53
„ 23.	8 44 38·22	+11 7 37·5	0·283262	15 56

(59) ☍ ☉ Febr. 3, 15h

Lichtstärke = 0·81

Größe = 11·0.

Angewandte Elemente:

Epoche und Osculation 1872, April 20·0
m. Äq. 1870·0

$L = 219°17'\ 2''5$
$M = 201\ 33\ 28·3$
$\pi = 17\ 43\ 34·2$
$\Omega = 170\ 18\ 21·1$
$i = 8\ 37\ 9·6$
$\varphi = 6\ 51\ 12·5$
$\mu = 794''4837$
$\log a = 0·433281$

$x = [0·432852] \sin (E + 107°42'51''0) - 0·307970$
$y = [0·415510] \sin (E + 18\ 20\ 32·1) - 0·097757$
$z = [9·844050] \sin (E + 12\ 31\ 27·0) - 0·018070.$

(59) Elpis 1872.

Jahresephemeride.

0h Berl. Zeit		A : R.	Decl.	logΔ	log r
Jan.	11.	14h 17m4	— 9°46'	0·496	0·482
„	31.	14 34·6	—10 16	0·454	4·482
Febr.	20.	14 45·3	—10 2	0·409	0·482
März	11.	14 48·3	— 9 1	0·363	0·481
„	31.	14 41·4	— 7 17	0·326	0·481
April	20.	14 28·8	— 5 11	0·306	0·480
Mai	10.	14 13·0	— 3 20	0·309	0·478
„	30.	14 1·1	— 2 20	0·335	0·477
Juni	19.	13 56·7	— 2 22	0·373	0·475
Juli	9.	14 0·7	— 3 18	0·415	0·474
„	29.	14 12·0	— 4 52	0·456	0·472
Aug.	18.	14 29·2	— 6 50	0·492	0·470
Sept.	7.	14 50·9	— 8 58	0·523	0·467
„	27.	15 16·5	—11 5	0·547	0·464
Oct.	17.	15 45·0	—13 3	0·565	0·462
Nov.	6.	16 16·0	—14 45	0·577	0·459
„	26.	16 48·8	—15 59	0·582	0·455
Dec.	16.	17 22·8	—16 46	0·580	0·452
„	36.	17 57·3	—17 2	0·572	0·449

(59) Elpis 1872.

Oppositionsephemeride.

12^h m. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
April	8.	14^h 37^m 10^s21	−6° 24′ 5″8	0·314985	17^m 8^s
„	9.	14 36 29·97	−6 17 42·9	0·313918	17 6
„	10.	14 35 48·89	−6 11 19·1	0·312906	17 3
„	11.	14 35 7·00	−6 4 54·6	0·311950	17 1
„	12.	14 34 24·37	−5 58 29·7	0·311050	16 59
„	13.	14 33 41·04	−5 52 4·7	0·310208	16 57
„	14.	14 32 57·05	−5 45 40·0	0·309423	16 55
„	15.	14 32 12·45	−5 39 15·9	0·308697	16 53
„	16.	14 31 27·28	−5 32 52·7	0·308029	16 52
„	17.	14 30 41·60	−5 26 30.9	0·307421	16 50
„	18.	14 29 55·44	−5 20 10·7	0·306872	16 49
„	19.	14 29 8·86	−5 13 52·4	0·306382	16 48
„	20.	14 28 21·90	−5 7 36·3	0·305952	16 47
„	21.	14 27 34·62	−5 1 22·7	0·305583	16 46
„	22.	14 26 47·05	−4 55 11·9	0·305276	16 45
„	23.	14 25 59·25	−4 49 4·3	0·305029	16 45
„	24.	14 25 11·26	−4 43 0·1	0·304844	16 44
☍ „	25.	14 24 23·14	−4 36 59·7	0·304720	16 44
„	26.	14 23 34·94	−4 31 3·3	0·304658	16 44
„	27.	14 22 46·69	−4 25 11·3	0·304656	16 44
„	28.	14 21 58·45	−4 19 23·8	0·304717	16 44
„	29.	14 21 10·25	−4 13 41·3	0·304839	16 44
„	30.	14 20 22·15	−4 8 4·1	0·305021	16 45
Mai	1.	14 19 34·20	−4 2 32·4	0·305264	16 45
„	2.	14 18 46·46	−3 57 6·5	0·305567	16 46
„	3.	14 17 58·98	−3 51 46·8	0·305931	16 47
„	4.	14 17 11·81	−3 46 33·4	0·306355	16 48
„	5.	14 16 25·00	−3 41 26·6	0·306837	16 49
„	6.	14 15 38·59	−3 36 26·8	0·307378	16 51
„	7.	14 14 52·64	−3 31 34·2	0·307977	16 52
„	8.	14 14 7·20	−3 26 49·1	0·308633	16 53
„	9.	14 13 22·30	−3 22 11·5	0·309345	16 55
„	10.	14 12 37·99	−3 17 41·8	0·310113	16 57
„	11.	14 11 54·32	−3 13 20·3	0·310936	16 59
„	12.	14 11 11·32	−3 9 7·0	0·311812	17 1
„	13.	14 10 29·04	−3 5 2·1	0·312741	17 3
„	14.	14 9 47·53	−3 1 5·6	0·313721	17 5

Schließlich gebe ich, um die Fortführung der Störungsrechnung Jedermann ohne Mühe zu ermöglichen, das Schema der letzten summirten Functionen. Die angewandten Maßen sind:

$$♃ = \frac{1}{1049}, \qquad ♄ = \frac{1}{3501.6}$$

und das mittlere Äquinoctium 1870,0 liegt den Werthen zu Grunde, die sich selbst auf die Osculationsepoche 1865 Januar 7·0 mittl. Berliner Zeit beziehen.

Jupiterstörungen.

	'f	$20\frac{di}{dt}$	'f	$20\frac{d\Omega}{dt}$	'f	$20\frac{d\varphi}{dt}$	'f	$20\frac{d\pi}{dt}$	''f	'f	$400\frac{d\mu}{dt}$	'f	$\frac{dL}{dt}$
1873 Dec. 1.		+0''057		−0''055		−0''628		−16''05	+1'54''6309		−0''0460		−3''622
„ 11.	− 1''989		−6'30''509		+6'32''227		−51'42''48			−0''1019		−4'40''326	
„ 21.		+0·049		−0·016		−0·756		−15·20	+1 54·5290		−0·0060		−3·619
„ 31.	− 1·940		−6 30·525		+6 31·471		−51 57·68			−0·1079		−4 43·945	
1874 Jan. 10.		+0·040		+0·013		−0·900		−14·56	+1 54·4211		+0·0347		−3·591
„ 20.	− 1·900		−6 30·512		+6 30·571		−52 12·24			−0·0732		−4 47·536	

Saturnstörungen.

	'f	$20\frac{di}{dt}$	'f	$20\frac{d\Omega}{dt}$	'f	$20\frac{d\varphi}{dt}$	'f	$20\frac{d\pi}{dt}$	''f	'f	$400\frac{d\mu}{dt}$	'f	$\frac{dL}{dt}$
1873 Dec. 1.		+0''028		−0''027		−0''306		+ 1''10	− 2''5857		+0''0426		−0''100
„ 11.	−0''082		− 19''388		− 11''728		− 32''12			−0''0271		− 19''033	
„ 21.		+0·024		−0·008		−0·289		+ 1·03	− 2·6128		+0·0404		−0·044
„ 31.	−0·058		− 19·396		− 12·017		− 31·09			+0·0133		− 19·077	
1874 Jan. 10.		+0·020		+0·007		−0·266		+ 0·94	− 2·5995		+0·0372		+0·005
„ 20.	−0·038		− 19·389		− 12·283		− 30·15			+0·0505		− 19·072	

Tafel der speciellen Störungen des Planeten

(59) „Elpis“

durch

Jupiter.

Für den Zeitraum 1860 Aug. 21. — 1874 Jan. 20.

Vor 1865,0 liegt das mittlere Äquinoctium 1860,0 zu Grunde.
Nach „ „ „ „ „ 1870,0 „ „

$$♃ = \frac{1}{1049}.$$

Jupiter.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1860 Aug. 21.	+24"13	+3'35"55	−1°27'14"2	+ 26"45	+19'21"67	−0"2004
Sept. 10.	+24·36	+3 35·76	−1 27 11·6	+ 22·90	+19 16·53	−0·1777
„ 30.	+24·57	+3 36·09	−1 27 9·9	+ 19·30	+19 12·20	−0·1545
Oct. 20.	+24·76	+3 36·53	−1 27 9·4	+ 15·70	+19 8·70	−0·1312
Nov. 9.	+24·93	+3 37·05	−1 27 9·8	+ 12·12	+19 6·03	−0·1080
„ 29.	+25·08	+3 37·63	−1 27 11·2	+ 8·61	+19 4·20	−0·0852
Dec. 19.	+25·20	+3 38·25	−1 27 13·5	+ 5·20	+19 3·20	−0·0631
1861 Jan. 8.	+25·31	+3 38·87	−1 27 16·2	+ 1·93	+19 3·02	−0·0419
„ 28.	+25·39	+3 39·49	−1 27 19·3	− 1·17	+19 3·60	−0·0220
Febr. 17.	+25·46	+3 40·07	−1 27 22·3	− 4·07	+19 4·94	−0·0037
März 9.	+25·51	+3 40·59	−1 27 24·7	− 6·76	+19 6·98	+0·0126
„ 29.	+25·54	+3 41·05	−1 27 26·2	− 9·21	+19 9·66	+0·0266
April 8.	+25·57	+3 41·41	−1 27 26·2	− 11·42	+19 12·91	+0·0383
Mai 8.	+25·58	+3 41·66	−1 27 24·1	− 13·39	+19 16·66	+0·0471
„ 28.	+25·58	+3 41·79	−1 27 19·5	− 15·14	+19 20·82	+0·0528
Juni 17.	+25·58	+3 41·80	−1 27 11·7	− 16·68	+19 25·29	+0·0551
Juli 7.	+25·58	+3 41·67	−1 27 0·1	− 18·05	+19 29·96	+0·0537
„ 27.	+25·58	+3 41·42	−1 26 44·3	− 19·28	+19 34·69	+0·0484
Aug. 16.	+25·59	+3 41·03	−1 26 23·6	− 20·43	+19 39·37	+0·0389
Sept. 5.	+25·61	+3 40·52	−1 25 57·7	− 21·54	+19 43·82	+0·0250
„ 25.	+25·65	+3 39·89	−1 25 26·1	− 22·69	+19 47·91	+0·0066
Oct. 15.	+25·69	+3 39·17	−1 24 48·3	− 23·93	+19 51·46	−0·0167
Nov. 4.	+25·76	+3 38·36	−1 24 4·1	− 25·34	+19 54·27	−0·0450
„ 24.	+25·84	+3 37·50	−1 23 13·2	− 27·00	+19 56·14	−0·0784
Dec. 14.	+25·94	+3 36·61	−1 22 15·2	− 28·96	+19 56·87	−0·1171
1862 Jan. 3.	+26·06	+3 35·72	−1 21 10·2	− 31·32	+19 56·22	−0·1613
„ 23.	+26·19	+3 34·85	−1 19 58·1	− 34·15	+19 53·94	−0·2108
Febr. 12.	+26·33	+3 34·03	−1 18 38·8	− 37·51	+19 49·77	−0·2658
März 4.	+26·48	+3 33·30	−1 17 12·6	− 41·46	+19 43·44	−0·3261
„ 24.	+26·62	+3 32·69	−1 15 39·6	− 46·06	+19 34·68	−0·3916
April 13.	+26·75	+3 32·21	−1 14 0·1	− 51·33	+19 23·18	−0·4620
Mai 3.	+26·86	+3 31·89	−1 12 14·4	− 57·27	+19 8·65	−0·5370
„ 23.	+26·93	+3 31·72	−1 10 23·1	−1' 3·88	+18 50·80	−0·6160
Juni 12.	+26·93	+3 31·69	−1 8 26·7	−1 11·13	+18 29·34	−0·6982
Juli 2.	+26·87	+3 31·80	−1 6 26·1	−1 18·95	+18 4·03	−0·7827
„ 22.	+26·70	+3 31·98	−1 4 22·0	−1 27·21	+17 34·64	−0·8684
Aug. 11.	+26·42	+3 32·17	−1 2 15·1	−1 35·77	+17 1·02	−0·9537
„ 31.	+26·00	+3 32·28	−1 0 6·1	−1 44·43	+16 23·07	−1·0373
Sept. 20.	+25·42	+3 32·19	− 57 55·4	−1 52·90	+15 40·81	−1·1171
Oct. 10.	+24·66	+3 31·75	− 55 44·1	−2 0·96	+14 54·38	−1·1913

Jupiter.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1862 Oct. 30.	+23"72	+3'30"81	−53'32"8	−2' 8"32	+14' 4"04	−1"2577
Nov. 19.	+22·59	+3 29·20	−51 22·0	−2 14·70	+13 10·20	−1·3143
Dec. 9.	+21·28	+3 26·76	−49 12·0	−2 19·82	+12 13·42	−1·3594
„ 29.	+19·80	+3 23·35	−47 2·7	−2 23·45	+11 14·40	−1·3912
1863 Jan. 18.	+18·17	+3 18·84	−44 54·0	−2 25·40	+10 13·94	−1·4086
Febr. 7.	+16·44	+3 13·17	−42 45·6	−2 25·53	+ 9 12·90	−1·4111
„ 27.	+14·63	+3 6·32	−40 37·4	−2 23·88	+ 8 12·21	−1·3984
März 19.	+12·80	+2 58·34	−38 29·2	−2 20·51	+ 7 12·75	−1·3714
April 8.	+10·98	+2 49·33	−36 20·8	−2 15·61	+ 6 15·33	−1·3307
„ 28.	+ 9·21	+2 39·42	−34 12·2	−2 9·38	+ 5 20·69	−1·2781
Mai 18.	+ 7·55	+2 28·80	−32 3·5	−2 2·10	+ 4 29·38	−1·2153
Juni 7.	+ 6·00	+2 17·66	−29 54·8	−1 54·04	+ 3 41·85	−1·1444
„ 27.	+ 4·60	+2 6·22	−27 47·2	−1 45·43	+ 2 58·40	−1·0672
Juli 17.	+ 3·37	+1 54·68	−25 40·8	−1 36·62	+ 2 19·19	−0·9858
Aug. 6.	+ 2·30	+1 43·24	−23 36·0	−1 27·82	+ 1 44·25	−0·9021
„ 26.	+ 1·39	+1 32·07	−21 33·7	−1 19·27	+ 1 13·53	−0·8175
Sept. 15.	+ 0·65	+1 21·32	−19 34·5	−1 11·12	+ 46·89	−0·7337
Oct. 5.	+ 0·07	+1 11·10	−17 39·2	−1 3·49	+ 24·12	−0·6518
„ 25.	− 0·37	+1 1·52	−15 48·3	− 56·47	+ 5·00	−0·5726
Nov. 14.	− 0·69	+ 52·63	−14 3·0	− 50·07	− 10·74	−0·4970
Dec. 4.	− 0·89	+ 44·47	−12 23·3	− 44·36	− 23·40	−0·4257
„ 24.	− 1·00	+ 37·09	−10 49·5	− 39·33	− 33·26	−0·3590
1864 Jan. 13.	− 1·03	+ 30·47	− 9 22·0	− 34·97	− 40·60	−0·2973
Febr. 2.	− 0·99	+ 24·61	− 8 1·1	− 31·22	− 45·69	−0·2407
„ 22.	− 0·90	+ 19·49	− 6 47·0	− 28·03	− 48·82	−0·1893
März 13.	− 0·78	+ 15·08	− 5 39·7	− 25·35	− 50·23	−0·1432
April 2.	− 0·63	+ 11·35	− 4 39·3	− 23·08	− 50·18	−0·1024
„ 22.	− 0·46	+ 8·23	− 3 45·7	− 21·17	− 48·88	−0·0668
Mai 12.	− 0·30	+ 5·69	− 2 58·6	− 19·55	− 46·57	−0·0362
Juni 1.	− 0·14	+ 3·68	− 2 18·0	− 18·14	− 43·43	−0·0107
„ 21.	+ 0·01	+ 2·13	− 1 43·4	− 16·88	− 39·65	+0·0101
Juli 11.	+ 0·14	+ 0·98	− 1 14·7	− 15·70	− 35·40	+0·0262
„ 31.	+ 0·25	+ 0·19	− 51·3	− 14·52	− 30·90	+0·0379
Aug. 20.	+ 0·33	− 0·30	− 32·9	− 13·30	− 26·24	+0·0454
Sept. 9.	+ 0·38	− 0·56	− 19·0	− 11·97	− 21·58	+0·0489
„ 29.	+ 0·39	− 0·64	− 9·0	− 10·50	− 17·04	+0·0486
Oct. 19.	+ 0·38	− 0·58	− 2·5	− 8·84	− 12·75	+0·0449
Nov. 8.	+ 0·33	− 0·45	+ 1·1	− 6·98	− 8·81	+0·0378
„ 28.	+ 0·25	− 0·28	+ 2·4	− 4·89	− 5·32	+0·0278
Dec. 18.	+ 0·14	− 0·11	+ 1·8	− 2·56	− 2·36	+0·0151

Jupiter.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1865 Jan. 7.	0″00	0″00	0″0	0″00	0″00	0″0000
„ 27.	−0·16	+ 0·03	− 2·6	+ 2·79	+ 1·69	−0·0172
Febr. 16.	−0·35	− 0·05	− 5·5	+ 5·80	+ 2·65	−0·0363
März 8.	−0·55	− 0·28	− 8·4	+ 9·00	+ 2·85	−0·0568
„ 28.	−0·77	− 0·66	−10·8	+ 12·36	+ 2·25	−0·0786
April 17.	−0·99	− 1·22	−12·6	+ 15·84	+ 0·83	−0·1012
Mai 7.	−1·22	− 1·98	−13·4	+ 19·42	− 1·44	−0·1244
„ 27.	−1·45	− 2·92	−13·3	+ 23·05	− 4·55	−0·1480
Juni 16.	−1·67	− 4·07	−12·1	+ 26·70	− 8·50	−0·1716
Juli 6.	−1·89	− 5·42	− 9·8	+ 30·33	− 13·28	−0·1950
„ 26.	−2·09	− 6·95	− 6·6	+ 33·92	− 18·88	−0·2179
Aug. 15.	−2·28	− 8·67	− 2·4	+ 37·43	− 25·28	−0·2402
Sept. 4.	−2·45	−10·56	+ 2·5	+ 40·84	− 32·44	−0·2616
„ 24.	−2·59	−12·59	+ 7·9	+ 44·13	− 40·32	−0·2819
Oct. 14.	−2·70	−14·77	+13·8	+ 47·31	− 48·90	−0·3011
Nov. 3.	−2·79	−17·06	+19·8	+ 50·35	− 58·12	−0·3189
„ 23.	−2·85	−19·44	+25·8	+ 53·26	−1′ 7·95	−0·3353
Dec. 13.	−2·88	−21·90	+31·5	+ 56·04	−1 18·33	−0·3502
1866 Jan. 2.	−2·87	−24·40	+36·8	+ 58·71	−1 29·20	−0·3635
„ 22.	−2·83	−26·93	+41·6	+1′ 1·28	−1 40·53	−0·3753
Febr. 11.	−2·76	−29·46	+45·8	+1 3·77	−1 52·26	−0·3853
März 3.	−2·65	−31·97	+49·1	+1 6·18	−2 4·33	−0·3937
„ 23.	−2·52	−34·44	+51·6	+1 8·55	−2 16·69	−0·4004
April 12.	−2·35	−36·85	+53·3	+1 10·89	−2 29·28	−0·4055
Mai 2.	−2·15	−39·18	+54·1	+1 13·23	−2 42·07	−0·4089
„ 22.	−1·93	−41·41	+54·0	+1 15·57	−2 54·98	−0·4107
Juni 11.	−1·68	−43·52	+53·1	+1 17·96	−2 7·98	−0·4109
Juli 1.	−1·41	−45·51	+51·4	+1 20·40	−3 21·01	−0·4095
„ 21.	−1·12	−47·35	+49·1	+1 22·90	−3 34·03	−0·4066
Aug. 10.	−0·81	−49·04	+46·2	+1 25·50	−3 46·98	−0·4022
„ 30.	−0·48	−50·58	+42·9	+1 28·19	−3 59·82	−0·3964
Sept. 19.	−0·14	−51·94	+39·2	+1 31·00	−4 12·51	−0·3893
Oct. 9.	+0·21	−53·14	+35·4	+1 33·92	−4 25·00	−0·3807
„ 29.	+0·56	−54·16	+31·5	+1 36·98	−4 37·26	−0·3709
Nov. 18.	+0·92	−55·01	+27·8	+1 40·16	−4 49·24	−0·3598
Dec. 8.	+1·29	−55·69	+24·3	+1 43·48	−5 0·91	−0·3475
„ 28.	+1·65	−56·20	+21·3	+1 46·94	−5 12·22	−0·3340
1867 Jan. 17.	+2·00	−56·54	+18·8	+1 50·54	−5 23·14	−0·3195
Febr. 6.	+2·35	−56·73	+17·0	+1 54·26	−5 33·64	−0·3039
„ 26.	+2·70	−56·76	+16·1	+1 58·12	−5 43·68	−0·2872

Jupiter.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1867 März 18.	+3"03	−56"66	+ 16"1	+2' 2"10	−5'53"23	−0"2696
April 7.	+3·35	−56·43	+ 17·3	+2 6·19	−6 2·26	−0·2511
„ 27.	+3·65	−56·07	+ 19·7	+2 10·38	−6 10·75	−0·2317
Mai 17.	+3·94	−55·62	+ 23·4	+2 14·66	−6 18·65	−0·2114
Juni 6.	+4·21	−55·07	+ 28·6	+2 19·03	−6 25·96	−0·1904
„ 26.	+4·47	−54·44	+ 35·3	+2 23·46	−6 32·63	−0·1687
Juli 16.	+4·70	−53·74	+ 43·5	+2 27·93	−6 38·65	−0·1462
Aug. 5.	+4·91	−53·00	+ 53·4	+2 32·45	−6 43·99	−0·1232
„ 25.	+5·11	−52·23	+ 1' 5·0	+2 36·98	−6 48·64	−0·0995
Sept. 14.	+5·28	−51·43	+ 1 18·3	+2 41·52	−6 52·56	−0·0753
Oct. 4.	+5·44	−50·63	+ 1 33·3	+2 46·03	−6 55·75	−0·0507
„ 24.	+5·57	−49·84	+ 1 49·9	+2 50·52	−6 58·18	−0·0256
Nov. 13.	+5·69	−49·08	+ 2 8·3	+2 54·94	−6 59·84	−0·0002
Dec. 3.	+5·78	−48·34	+ 2 28·3	+2 59·30	−7 0·72	+0·0255
„ 23.	+5·86	−47·66	+ 2 49·8	+3 3·57	−7 0·80	+0·0514
1868 Jan. 12.	+5·93	−47·03	+ 3 12·8	+3 7·73	−7 0·06	+0·0774
Febr. 1.	+5·98	−46·46	+ 3 37·1	+3 11·77	−6 58·52	+0·1035
„ 21.	+6·01	−45·97	+ 4 2·7	+3 15·67	−6 56·15	+0·1295
März 12.	+6·04	−45·56	+ 4 29·3	+3 19·41	−6 52·96	+0·1553
April 1.	+6·06	−45·22	+ 4 56·8	+3 22·99	−6 48·94	+0·1808
„ 21.	+6·07	−44·98	+ 5 25·0	+3 26·40	−6 44·10	+0·2060
Mai 11.	+6·07	−44·81	+ 5 53·6	+3 29·62	−6 38·45	+0·2306
„ 31.	+6·08	−44·73	+ 6 22·4	+3 32·65	−6 32·00	+0·2545
Juni 20.	+6·08	−44·73	+ 6 51·1	+3 35·49	−6 24·76	+0·2775
Juli 10.	+6·08	−44·79	+ 7 19·4	+3 38·14	−6 16·76	+0·2996
„ 30.	+6·08	−44·91	+ 7 47·1	+3 40·61	−6 8·01	+0·3203
Aug. 19.	+6·08	−45·09	+ 8 13·6	+3 42·92	−5 58·56	+0·3396
Sept. 8.	+6·09	−45·30	+ 8 38·8	+3 45·08	−5 48·45	+0·3573
„ 28.	+6·10	−45·53	+ 9 2·3	+3 47·11	−5 37·72	+0·3730
Oct. 18.	+6·11	−45·76	+ 9 23·6	+3 49·05	−5 26·44	+0·3865
Nov. 7.	+6·13	−45·99	+ 9 42·4	+3 50·95	−5 14·66	+0·3973
„ 27.	+6·14	−46·18	+ 9 58·3	+3 52·85	−5 2·48	+0·4052
Dec. 17.	+6·16	−46·32	+10 11·0	+3 54·81	−4 49·99	+0·4098
1869 Jan. 6.	+6·17	−46·40	+10 20·1	+3 56·90	−4 37·29	+0·4107
„ 26.	+6·17	−46·40	+10 25·4	+3 59·20	−4 24·52	+0·4075
Febr. 15.	+6·15	−46·31	+10 26·6	+4 1·80	−4 11·81	+0·3997
März 7.	+6·12	−46·12	+10 23·5	+4 4·79	−3 59·33	+0·3867
„ 27.	+6·05	−45·84	+10 16·1	+4 8·29	−3 47·28	+0·3683
April 16.	+5·94	−45·48	+10 4·3	+4 12·39	−3 35·86	+0·3437
Mai 6.	+5·77	−45·06	+ 9 48·3	+4 17·22	−3 25·32	+0·3126

Jupiter.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1869 Mai 26.	+ 5"54	− 44"62	+ 9'28"3	+4'22"88	− 3'13"94	+0"2746
Juni 15.	+ 5·23	− 44·24	+ 9 4·6	+4 29·48	− 3 8·01	+0·2291
Juli 5.	+ 4·83	− 44·00	+ 8 37·6	+4 37·11	− 3 1·87	+0·1761
„ 25.	+ 4·31	− 44·02	+ 8 7·9	+4 45·83	− 2 57·89	+0·1155
Aug. 14.	+ 3·67	− 44·47	+ 7 36·2	+4 55·65	− 2 56·46	+0·0476
Sept. 3.	+ 2·88	− 45·53	+ 7 2·9	+5 6·56	− 2 57·97	−0·0271
„ 23.	+ 1·95	− 47·45	+ 6 28·7	+5 18·47	− 3 2·83	−0·1076
Oct. 13.	+ 0·85	− 50·50	+ 5 53·8	+5 31·21	− 3 11·40	−0·1922
Nov. 2.	− 0·39	− 54·98	+ 5 18·0	+5 44·53	− 3 23·99	−9·2788
„ 22.	− 1·77	−1' 1·18	+ 4 40·9	+5 58·10	− 3 40·79	−0·3644
Dec. 12.	− 3·26	−1 9·39	+ 4 1·6	+6 11·51	− 4 1·84	−0·4457
1870 Jan. 1.	− 4·82	−1 19·81	+ 3 18·6	+6 24·33	− 4 26·96	−0·5192
„ 21.	− 6·38	−1 32·55	+ 2 29·6	+6 36·11	− 4 55·74	−0·5795
Febr. 10.	− 7·88	−1 47·55	+ 1 32·8	+6 46·49	− 5 27·49	−0·6247
März 2.	− 9·25	−2 4·59	+ 0 26·1	+6 55·17	− 6 1·31	−0·6514
„ 22.	−10·44	−2 23·26	− 0 52·0	+7 2·06	− 6 36·12	−0·6581
April 11.	−11·38	−2 43·07	− 2 21·9	+7 7·19	− 7 10·78	−0·6449
Mai 1.	−12·04	−3 3·40	− 4 3·3	+7 10·73	− 7 44·18	−0·6127
„ 21.	−12·42	−3 23·67	− 5 54·7	+7 12·99	− 8 15·36	−0·5642
Juni 10.	−12·52	−3 43·34	− 7 54·1	+7 14·27	− 8 43·56	−0·5025
„ 30.	−12·38	−4 1·98	− 9 58·9	+7 14·92	− 9 8·25	−0·4308
Juli 20.	−12·02	−4 19·25	−12 6·1	+7 15·26	− 9 29·11	−0·3531
Aug. 9.	−11·45	−4 34·96	14 13·3	+7 15·49	− 9 46·04	−0·2719
„ 29.	−10·83	−4 49·00	−16 18·1	+7 15·77	− 9 59·08	−0·1900
Sept. 18.	−10·07	−5 1·35	−18 18·7	+7 16·21	−10 8·37	−0·1093
Oct. 8.	− 9·26	−5 12·08	−20 13·6	+7 16·87	−10 14·17	−0·0315
„ 28.	− 8·43	−5 21·28	−22 1·7	+7 17·79	−10 16·73	+0·0423
Nov. 17.	− 7·59	−5 29·05	−23 42·5	+7 18·92	−10 16·36	+0·1115
Dec. 7.	− 6·78	−5 35·55	−25 15·7	+7 20·22	−10 13·36	+0·1755
„ 27.	− 6·00	−5 40·91	−26 41·1	+7 21·65	−10 8·02	+0·2343
1871 Jan. 16.	− 5·26	−5 45·27	−27 58·8	+7 23·15	−10 0·63	+0·2877
Febr. 5.	− 4·59	−5 48·75	−29 9·1	+7 24·68	− 9 51·44	+0·3357
„ 25.	− 3·97	−5 51·48	−30 12·5	+7 26·19	− 9 40·69	+0·3786
März 17.	− 3·41	−5 53·58	−31 9·3	+7 27·62	− 9 28·61	+0·4165
April 6.	− 2·92	−5 55·15	−32 0·1	+7 28·93	− 9 15·41	+0·4498
„ 26.	− 2·50	−5 56·29	−32 45·4	+7 30·09	− 9 1·26	+0·4786
Mai 16.	− 2·13	−5 57·07	−33 25·8	+7 31·07	− 8 46·34	+0·5032
Juni 5.	− 1·83	−5 57·58	−34 1·6	+7 31·84	− 8 30·80	+0·5239
„ 25.	− 1·59	−5 57·89	−34 33·6	+7 32·39	− 8 14·77	+0·5409
Juli 15.	− 1·40	−5 58·04	−35 2·1	+7 32·71	− 7 58·39	+0·5544

Jupiter.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1871 Aug. 4.	−1″25	−5′58″09	−35′27″7	+7′32″78	−7′41″77	+0″5648
„ 24.	−1·16	−5 58·09	−35 50·8	+7 32·60	−7 25·00	+0·5721
Sept. 13.	−1·11	−5 58·06	−36 11·8	+7 32·18	−7 8·18	+0·5767
Oct. 3.	−1·10	−5 58·05	−36 31·2	+7 31·52	−6 51·41	+0·5787
„ 23.	−1·12	−5 58·08	−36 49·3	+7 30·62	−6 34·75	+0·5783
Nov. 12.	−1·16	−5 58·17	−37 6·4	+7 29·50	−6 18·28	+0·5757
Dec. 2.	−1·24	−5 58·33	−37 22·9	+7 28·16	−6 2·06	+0·5710
„ 22.	−1·33	−5 58·59	−37 39·0	+7 26·62	−5 46·15	+0·5644
1872 Jan. 11.	−1·45	−5 58·94	−37 55·0	+7 24·89	−5 30·61	+0·5561
„ 31.	−1·57	−5 59·40	−38 11·1	+7 23·00	−5 15·48	+0·5461
Febr. 20.	−1·71	−5 59·97	−38 27·5	+7 20·96	−5 0·80	+0·5346
März 11.	−1·85	−6 0·65	−38 44·4	+7 18·79	−4 46·62	+0·5218
„ 31.	−1·99	−6 1·43	−39 2·0	+7 16·52	−4 32·97	+0·5076
April 20.	−2·13	−6 2·32	−39 20·4	+7 14·15	−4 19·88	+0·4924
Mai 10.	−2·27	−6 3·30	−39 39·6	+7 11·72	−4 7·38	+0·4760
„ 30.	−2·41	−6 4·38	−39 59·7	+7 9·25	−3 55·51	+0·4588
Juni 19.	−2·54	−6 5·54	−40 20·9	+7 6·75	−3 44·28	+0·4406
Juli 9.	−2·66	−6 6·77	−40 43·1	+7 4·24	−3 33·71	+0·4217
„ 29.	−2·77	−6 8·06	−41 6·4	+7 1·76	−3 23·81	+0·4022
Aug. 18.	−2·86	−6 9·40	−41 30·7	+6 59·31	−3 14·61	+0·3821
Sept. 7.	−2·95	−6 10·78	−41 56·0	+6 56·92	−3 6·12	+0·3615
„ 27.	−3·01	−6 12·18	−42 22·2	+6 54·61	−2 58·34	+0·3405
Oct. 17.	−3·07	−6 13·60	−42 49·2	+6 52·38	−2 51·27	+0·3192
Nov. 6.	−3·11	−6 15·01	−43 17·1	+6 50·26	−2 44·93	+0·2978
„ 26.	−3·13	−6 16·42	−43 45·6	+6 48·26	−2 39·31	+0·2762
Dec. 16.	−3·14	−6 17·80	−44 14·7	+6 46·40	−2 34·40	+0·2547
1873 Jan. 5.	−3·14	−6 19·14	−44 44·2	+6 44·68	−2 30·21	+0·2333
„ 25.	−3·12	−6 20·44	−45 13·9	+6 43·10	−2 26·72	+0·2121
Febr. 14.	−3·08	−6 21·68	−45 43·7	+6 41·68	−2 23·92	+0·1912
März 6.	−3·04	−6 22·86	−46 13·5	+6 40·41	−2 21·80	+0·1707
„ 26.	−2·99	−6 23·96	−46 43·0	+6 39·29	−2 20·33	+0·1508
April 15.	−2·92	−6 24·99	−47 12·1	+6 38·32	−2 19·49	+0·1315
Mai 5.	−2·85	−6 25·93	−47 40·5	+6 37·49	−2 19·26	+0·1130
„ 25.	−2·77	−6 26·78	−48 8·2	+6 36·78	−2 19·61	+0·0054
Juni 14.	−2·69	−6 27·54	−48 35·0	+6 36·19	−2 20·51	+0·0789
Juli 4.	−2·60	−6 28·20	−49 0·8	+6 35·69	−2 21·91	+0·0635
„ 24.	−2·52	−6 28·77	−49 25·4	+6 35·27	−2 23·77	+0·0493
Aug. 13.	−2·43	−6 29·25	−49 48·8	+6 34·89	−2 26·06	+0·0366
Sept. 2.	−2·34	−6 29·64	−50 10·9	+6 34·55	−2 28·73	+0·0253
„ 22.	−2·26	−6 29·95	−50 31·6	+6 34·19	−2 31·71	+0·0157

Jupiter.

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	$\Delta L'$	$\Delta \mu$
1873 Oct. 12.	−2"18	−6'30"18	−50'51"1	+6'33"81	−2'34"97	+0"0077
Nov. 1.	−2·11	−6 30·35	−51 9·3	+6 33·37	−2 38·43	+0·0015
„ 21.	−2·05	−6 30·45	−51 26·4	+6 32·85	−2 42·04	−0·0027
Dec. 11.	−1·99	−6 30·51	−51 42·4	+6 32·22	−2 45·75	−0·0050
„ 31.	−1·94	−6 30·52	−51 57·7	+6 31·47	−2 49·47	−0·0053
1874 Jan. 20.	−1·90	−6 30·51	−52 12·2	+6 30·56	−2 53·15	−0·0036

Tafel der speciellen Störungen des Planeten



(59) „Elpis“

durch

Saturn.

Für den Zeitraum 1860 Aug. 21. — 1874 Jan. 20.

Vor 1865,0 liegt das mittlere Äquinoctium 1860,0 zu Grunde.
Nach „ „ „ „ „ 1870,0 „ „

$$♄ = \frac{1}{3501,6}.$$

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1860 Aug. 21.	−0"48	+0"21	−1'53"93	−5"54	+13"92	−0"0042
Sept. 10.	−0·47	+0·22	−1 54·35	−5·74	+13·65	−0·0031
„ 30.	−0·46	+0·24	−1 54·78	−5·95	+13·43	−0·0018
Oct. 20.	−0·44	+0·27	−1 55·23	−6·17	+13·26	−0·0004
Nov. 9.	−0·43	+0·30	−1 55·71	−6·39	+13·16	+0·0010
„ 29.	−0·42	+0·33	−1 56·23	−6·62	+13·10	+0·0025
Dec. 19.	−0·41	+0·37	−1 56·78	−6·85	+13·12	+0·0040
1861 Jan. 8.	−0·41	+0·41	−1 57·35	−7·07	+13·20	+0·0055
„ 28.	−0·40	+0·44	−1 57·93	−7·29	+13·32	+0·0070
Febr. 17.	−0·40	+0·48	−1 58·51	−7·49	+13·51	+0·0084
März 9.	−0·39	+0·52	−1 59·04	−7·68	+13·77	+0·0097
„ 29.	−0·39	+0·55	−1 59·49	−7·86	+14·07	+0·0108
April 18.	−0·39	+0·57	−1 59·83	−8·02	+14·43	+0·0118
Mai 8.	−0·39	+0·59	−2 0·03	−8·16	+14·82	+0·0125
„ 28.	−0·39	+0·61	−2 0·02	−8·28	+15·25	+0·0131
Juni 17.	−0·39	+0·61	−1 59·79	−8·38	+15·71	+0·0134
Juli 7.	−0·39	+0·61	−1 59·29	−8·47	+16·17	+0·0134
„ 27.	−0·39	+0·60	−1 58·49	−8·54	+16·64	+0·0132
Aug. 16.	−0·39	+0·58	−1 57·36	−8·60	+17·11	+0·0127
Sept. 5.	−0·39	+0·55	−1 55·86	−8·66	+17·56	+0·0119
„ 25.	−0·38	+0·51	−1 54·00	−8·71	+17·97	+0·0107
Oct. 15.	−0·38	+0·47	−1 51·77	−8·75	+18·34	+0·0093
Nov. 4.	−0·38	+0·42	−1 49·17	−8·80	+18·64	+0·0076
„ 24.	−0·37	+0·36	−1 46·21	−8·86	+18·87	+0·0057
Dec. 14.	−0·36	+0·29	−1 42·90	−8·92	+19·02	+0·0034
1862 Jan. 3.	−0·35	+0·22	−1 39·28	−9·00	+19·07	+0·0010
„ 23.	−0·34	+0·15	−1 35·39	−9·08	+19·01	−0·0016
Febr. 12.	−0·33	+0·08	−1 31·26	−9·17	+18·81	−0·0044
März 4.	−0·32	+0·01	−1 26·9[illegible]	−9·28	+18·50	−0·0073
„ 24.	−0·30	−0·06	−1 22·51	−9·39	+18·05	−0·0103
April 13.	−0·28	−0·13	−1 17·99	−9·50	+17·45	−0·0132
Mai 3.	−0·26	−0·19	−1 13·44	−9·61	+16·71	−0·0161
„ 23.	−0·24	−0·24	−1 8·92	−9·72	+15·84	−0·0188
Juni 12.	−0·22	−0·29	−1 4·48	−9·81	+14·83	−0·0213
Juli 2.	−0·20	−0·32	−1 0·15	−9·88	+13·69	−0·0237
„ 22.	−0·18	−0·35	− 55·97	−9·92	+12·45	−0·0257
Aug. 11.	−0·15	−0·37	− 51·96	−9·93	+11·11	−0·0273
„ 31.	−0·13	−0·37	− 48·14	−9·90	+ 9·69	−0·0286
Sept. 20.	−0·11	−0·37	− 44·49	−9·82	+ 8·22	−0·0294
Oct. 10.	−0·09	−0·36	− 41·02	−9·70	+ 6·71	−0·0298

Saturn.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1862 Oct. 30.	−0"07	−0"34	−37"71	−9"52	+5"20	−0"0293
Nov. 19.	−0·05	−0·31	−34·55	−9·30	+3·69	−0·0298
Dec. 9.	−0·04	−0·28	−31·51	−9·02	+2·22	−0·0284
„ 29.	−0·02	−0·25	−28·55	−8·70	+0·83	−0·0271
1863 Jan. 18.	−0·01	−0·22	−25·66	−8·34	−0·50	−0·0254
Feb. 7.	0·00	−0·19	−22·82	−7·95	−1·73	−0·0234
„ 27.	+0·01	−0·16	−20·01	−7·52	−2·85	−0·0211
März 19.	+0·01	−0·13	−17·22	−7·08	−3·85	−0·0187
April 8.	+0·02	−0·10	−14·43	−6·63	−4·71	−0·0161
„ 28.	+0·02	−0·08	−11·65	−6·17	−5·45	−0·0133
Mai 18.	+0·03	−0·07	− 8·88	−5·72	−6·06	−0·0105
Juni 7.	+0·03	−0·05	− 6·15	−5·27	−6·52	−0·0078
„ 27.	+0·03	−0·05	− 3·49	−4·85	−6·86	−0·0050
Juli 17.	+0·03	−0·04	− 0·89	−4·44	−7·08	−0·0024
Aug. 6.	+0·03	−0·04	+ 1·62	−4·06	−7·18	+0·0002
„ 26.	+0·03	−0·05	+ 4·00	−3·70	−7·17	+0·0025
Sept. 15.	+0·03	−0·05	+ 6·25	−3·37	−7·06	+0·0047
Oct. 5.	+0·03	−0·06	+ 8·32	−3·08	−6·86	+0·0067
„ 25.	+0·03	−0·07	+10·20	−2·81	−6·59	+0·0085
Nov. 14.	+0·03	−0·08	+11·85	−2·57	−6·25	+0·0101
Dec. 4.	+0·03	−0·09	+13·28	−2·36	−5·85	+0.0114
„ 24.	+0·03	−0·10	+14·45	−2·17	−5·42	+0·0125
1864 Jan. 13.	+0·03	−0·10	+15·38	−2·01	−4·94	+0·0133
Febr. 2.	+0·03	−0·11	+16·04	−1·87	−4·46	+0·0139
„ 22.	+0·03	−0·12	+16·42	−1·74	−3·96	+0·0143
März 13.	+0·03	−0·12	+16·57	−1·63	−3·45	+0·0144
April 2.	+0·03	−0·12	+16·46	−1·53	−2·96	+0·0143
„ 22.	+0·03	−0·12	+16·10	−1·44	−2·48	+0·0140
Mai 12.	+0·03	−0·11	+15·52	−1·34	−2·02	+0·0136
Juni 1.	+0·03	−0·11	+14·74	−1·25	−1·59	+0·0129
„ 21.	+0·03	−0·10	+13·78	−1·16	−1·21	+0·0121
Juli 11.	+0·03	−0·09	+12·65	−1·07	−0·85	+0·0112
„ 31.	+0·02	−0·08	+11·40	−0·97	−0·55	+0·0101
Aug. 20.	+0·02	−0·07	+10·05	−0·86	−0·29	+0·0089
Sept. 9.	+0·02	−0·05	+ 8·63	−0·75	−0·09	+0·0077
„ 29.	+0·02	−0·04	+ 7·16	−0·63	+0·05	+0·0064
Oct. 19.	+0·01	−0·03	+ 5·68	−0·51	+0·15	+0·0051
Nov. 8.	+0·01	−0·02	+ 4·20	−0·38	+0·19	+0·0037
„ 28.	+0·01	−0·01	+ 2·76	−0·25	+0·18	+0·0024
Dec. 18.	0·00	0·00	+ 1·35	−0·12	+0·12	+0·0012

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1865 Jan. 7.	0"00	0"00	0"00	0"00	0"00	0"0000
„ 27.	−0·01	0·00	− 1·28	+0·12	−0·16	−0·0011
Febr. 16.	−0·01	0·00	− 2·50	+0·23	−0·36	−0·0021
März 8.	−0·02	−0·01	− 3·65	+0·33	−0·59	−0·0029
„ 28.	−0·02	−0·02	− 4·75	+0·43	−0·85	−0·0037
April 17.	−0·03	−0·04	− 5·81	+0·50	−1·14	−0·0042
Mai 7.	−0·04	−0·06	− 6·84	+0·56	−1·45	−0·0046
„ 27.	−0·04	−0·08	− 7·86	+0·60	−1·77	−0·0049
Juni 16.	−0·05	−0·11	− 8·89	+0·63	−2·10	−0·0049
Juli 6.	−0·05	−0·15	− 9·95	+0·64	−2·42	−0·0048
„ 26.	−0·06	−0·19	−11·06	+0·63	−2·74	−0·0045
Aug. 15.	−0·06	−0·23	−12·23	+0·61	−3·04	−0·0041
Sept. 4.	−0·07	−0·28	−13·47	+0·57	−3·32	−0·0035
„ 24.	−0·07	−0·33	−14·80	+0·53	−3·58	−0·0028
Oct. 14.	−0·07	−0·39	−16·21	+0·48	−3·81	−0·0019
Nov. 3.	−0·08	−0·44	−17·70	+0·42	−4·00	−0·0009
„ 23.	−0·08	−0·50	−19·27	+0·36	−4·15	+0·0002
Dec. 13.	−0·08	−0·55	−20·91	+0·29	−4·25	+0·0013
1866 Jan. 2.	−0·08	−0·61	−22·60	+0·23	−4·31	+0·0025
„ 22.	−0·08	−0·67	−24·33	+0·17	−4·32	+0·0038
Febr. 11.	−0·08	−0·72	−26·07	+0·12	−4·28	+0·0050
März 3.	−0·07	−0·77	−27·80	+0·06	−4·19	+0·0063
„ 23.	−0·07	−0·82	−29·51	+0·01	−4·04	+0·0075
April 12.	−0·07	−0·87	−31·17	−0·03	−3·85	+0·0087
Mai 2.	−0·07	−0·91	−32·75	−0·07	−3·61	+0·0098
„ 22.	−0·06	−0·94	−34·24	−0·11	−3·31	+0·0109
Juni 11.	−0·06	−0·97	−35·60	−0·15	−2·98	+0·0118
Juli 1.	−0·05	−1·00	−36·81	−0·19	−2·60	+0·0127
„ 21.	−0·05	−1·02	−37·93	−0·24	−2·19	+0·0134
Aug. 10.	−0·05	−1·03	−38·86	−0·29	−1·75	+0·0139
„ 30.	−0·05	−1·04	−39·62	−0·35	−1·28	+0·0143
Sept. 19.	−0·05	−1·04	−40·20	−0·43	−0·79	+0·0146
Oct. 9.	−0·05	−1·04	−40·61	−0·51	−0·29	+0·0146
„ 29.	−0·05	−1·03	−40·84	−0·62	+0·21	+0·0145
Nov. 18.	−0·05	−1·03	−40·90	−0·75	+0·72	+0·0141
Dec. 8.	−0·06	−1·02	−40·79	−0·91	+1·21	+0·0136
„ 28.	−0·06	−1·01	−40·53	−1·08	+1·68	+0·0129
1867 Jan. 17.	−0·07	−1·00	−40·13	−1·28	+2·12	+0·0119
Febr. 6.	−0·09	−0·99	−39·62	−1·51	+2·53	+0·0108
„ 26.	−0·10	−0·99	−38·99	−1·78	+2·89	+0·0095

Saturn.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1867 März 18.	−0"12	−0"99	−38"27	− 2"06	+ 3"19	+0"0080
April 7.	−0·14	−1·01	−37·48	− 2·38	+ 3·43	+0·0063
„ 27.	−0·16	−1·04	−36·64	− 2·73	+ 3·59	+0·0044
Mai 17.	−0·19	−1·08	−35·77	− 3·10	+ 3·66	+0·0024
Juni 6.	−0·22	−1·14	−34·89	− 3·51	+ 3·65	+0·0002
„ 26.	−0·25	−1·22	−34·01	− 3·93	+ 3·54	−0·0020
Juli 16.	−0·29	−1·33	−33·14	− 4·37	+ 3·32	−0·0043
Aug. 5.	−0·33	−1·46	−32·28	− 4·82	+ 3·00	−0·0066
„ 25.	−0·37	−1·62	−31·43	− 5·28	+ 2·57	−0·0090
Sept. 14.	−0·41	−1·81	−30·59	− 5·75	+ 2·02	−0·0112
Oct. 4.	−0·45	−2·04	−29·75	− 6·21	+ 1·37	−0·0134
„ 24.	−0·50	−2·29	−28·88	− 6·65	+ 0·62	−0·0155
Nov. 13.	−0·54	−2·58	−27·97	− 7·09	− 0·24	−0·0174
Dec. 3.	−0·58	−2·90	−26·98	− 7·50	− 1·18	−0·0190
„ 23.	−0·62	−3·25	−25·88	− 7·88	− 2·20	−0·0204
1868 Jan. 12.	−0·66	−3·63	−24·65	− 8·23	− 3·28	−0·0215
Febr. 1.	−0·70	−4·04	−23·24	− 8·55	− 4·41	−0·0222
„ 21.	−0·73	−4·46	−21·63	− 8·84	− 5·56	−0·0226
März 12.	−0·76	−4·90	−19·79	− 9·09	− 6·72	−0·0226
April 1.	−0·78	−5·34	−17·71	− 9·30	− 7·86	−0·0223
„ 21.	−0·80	−5·79	−15·38	− 9·48	− 8·98	−0·0216
Mai 11.	−0·81	−6·23	−12·80	− 9·64	−10·04	−0·0205
„ 31.	−0·82	−6·66	− 9·99	− 9·77	−11·04	−0·0191
Juni 20.	−0·83	−7·08	− 6·98	− 9·87	−11·96	−0·0175
Juli 10.	−0·83	−7·47	− 3·80	− 9·97	−12·78	−0·0156
„ 30.	−0·82	−7·84	− 0·50	−10·05	−13·50	−0·0135
Aug. 19.	−0·82	−8·18	+ 2·88	−10·12	−14·11	−0·0113
Sept. 8.	−0·81	−8·49	+ 6·27	−10·19	−14·60	−0·0090
„ 28.	−0·79	−8·77	+ 9·63	−10·25	−14·99	−0·0067
Oct. 18.	−0·78	−9·01	+12·88	−10·32	−15·26	−0·0044
Nov. 7.	−0·77	−9·21	+16·00	−10·38	−15·43	−0·0022
„ 27.	−0·75	−9·39	+18·92	−10·45	−15·50	−0·0001
Dec. 17.	−0·74	−9·53	+21·61	−10·51	−15·48	+0·0018
1869 Jan. 6.	−0·72	−9·65	+24·04	−10·56	−15·37	+0·0036
„ 26.	−0·71	−9·73	+26·20	−10·61	−15·21	+0·0051
Febr. 15.	−0·70	−9·80	+28·07	−10·65	−14·99	+0·0064
März 7.	−0·69	−9·85	+29·65	−10·68	−14·72	+0·0074
„ 27.	−0·68	−9·88	+30·94	−10·69	−14·42	+0·0082
April 16.	−0·68	−9·89	+31·97	−10·69	−14·09	+0·0087
Mai 6.	−0·67	−9·90	+32·76	−10·66	−13·76	+0·0089

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1869 Mai 26.	−0"67	− 9"90	+33"34	+10"62	−13"43	+0"0090
Juni 15.	−0·67	− 9·90	+33·74	+10·55	−13·11	+0·0087
Juli 5.	−0·68	− 9·90	+34·00	+10·46	−12·80	+0·0083
" 25.	−0·68	− 9·90	+34·14	+10·34	−12·53	+0·0077
Aug. 14.	−0·69	− 9·90	+34·20	+10·21	−12·28	+0·0069
Sept. 3.	−0·70	− 9·92	+34·21	+10·06	−12·08	+0·0059
" 23.	−0·71	− 9·93	+34·20	+ 9·90	−11·92	+0·0049
Oct. 13.	−0·72	− 9·96	+34·19	+ 9·73	−11·81	+0·0038
Nov. 2.	−0·73	−10·00	+34·19	+ 9·54	−11·75	+0·0026
" 22.	−0·74	−10·05	+34·21	+ 9·36	−11·74	+0·0014
Dec. 12.	−0·75	−10·11	+34·25	+ 9·17	−11·78	+0·0001
1870 Jan. 1.	−0·76	−10·18	+34·32	+ 8·98	−11·86	−0·0010
" 21.	−0·77	−10·26	+34·40	+ 8·80	−12·00	−0·0022
Febr. 10.	−0·78	−10·35	+34·48	+ 8·62	−12·18	−0·0033
März 2.	−0·78	−10·45	+34·55	+ 8·46	−12·40	−0·0042
" 22.	−0·79	−10·55	+34·59	+ 8·30	−12·66	−0·0051
April 11.	−0·80	−10·67	+34·58	+ 8·15	−12·95	−0·0059
Mai 1.	−0·80	−10·79	+34·51	+ 8·01	−13·27	−0·0065
" 21.	−0·80	−10·92	+34·37	+ 7·88	−13·62	−0·0070
Juni 10.	−0·80	−11·05	+34·14	+ 7·76	−13·98	−0·0074
" 30.	−0·80	−11·18	+33·81	+ 7·65	−14·35	−0·0076
Juli 20.	−0·80	−11·31	+33·37	+ 7·55	−14·74	−0·0077
Aug. 9.	−0·79	−11·44	+32·82	+ 7·44	−15·12	−0·0076
" 29.	−0·79	−11·58	+32·16	+ 7·34	−15·50	−0·0074
Sept. 18.	−0·78	−11·70	+31·39	+ 7·24	−15·87	−0·0071
Oct. 8.	−0·77	−11·83	+30·51	+ 7·14	−16·23	−0·0066
" 28.	−0·76	−11·95	+29·54	+ 7·04	−16·57	−0·0061
Nov. 17.	−0·75	−12·06	+28·48	+ 6·94	−16·88	−0·0054
Dec. 7.	−0·73	−12·17	+27·34	+ 6·83	−17·17	−0·0046
" 27.	−0·72	−12·27	+26·14	+ 6·71	−17·43	−0·0038
1871 Jan. 16.	−0·70	−12·37	+24·89	+ 6·59	−17·65	−0·0028
Febr. 5.	−0·69	−12·45	+23·60	+ 6·46	−17·83	−0·0018
" 25.	−0·67	−12·53	+22·29	+ 6·32	−17·99	−0·0008
März 17.	−0·65	−12·59	+20·97	+ 6·18	−18·09	+0·0003
April 6.	−0·64	−12·65	+19·65	+ 6·04	−18·15	+0·0014
" 26.	−0·62	−12·70	+18·34	+ 5·89	−18·17	+0·0026
Mai 16.	−0·60	−12·73	+17·06	+ 5·74	−18·14	+0·0037
Juni 5.	−0·58	−12·76	+15·82	+ 5·58	−18·07	+0·0048
" 25.	−0·57	−12·78	+14·62	+ 5·43	−17·94	+0·0060
Juli 15.	−0·55	−12·80	+13·47	+ 5·27	−17·78	+0·0071

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1871 Aug. 4.	—0″54	—12″80	+12″37	— 5″12	—17″57	+0″0081
„ 24.	—0·52	—12·80	+11·33	— 4·98	—17·31	+0·0091
Sept. 13.	—0·51	—12·80	+10·34	— 4·84	—17·02	+0·0100
Oct. 3.	—0·50	—12·79	+ 9·41	— 4·72	—16·69	+0·0109
„ 23.	—0·49	—12·77	+ 8·52	— 4·60	—16·32	+0·0116
Nov. 12.	—0·48	—12·76	+ 7·67	— 4·50	—15·92	+0·0123
Dec. 2.	—0·47	—12·74	+ 6·85	— 4·41	—15·49	+0·0128
„ 22.	—0·47	—12·73	+ 6·05	— 4·34	—15·04	+0·0132
1872 Jan. 11.	—0·46	—12·72	+ 5·26	— 4·29	—14·57	+0·0135
„ 31.	—0·46	—12·71	+ 4·46	— 4·26	—14·08	+0·0136
Febr. 20.	—0·46	—12·71	+ 3·63	— 4·26	—13·59	+0·0136
März 11.	—0·46	—12·72	+ 2·75	— 4·27	—13·10	+0·0134
„ 31.	—0·46	—12·74	+ 1·81	— 4·32	—12·62	+0·0131
April 20.	—0·47	—12·77	+ 0·79	— 4·38	—12·15	+0·0125
Mai 10	—0·48	—12·82	— 0·34	— 4·47	—11·70	+0·0118
„ 30.	—0·49	—12·89	— 1·60	— 4·59	—11·28	+0·0109
Juni 19.	—0·50	—12·98	— 2·99	— 4·72	—10·90	+0·0098
Juli 9.	—0·51	—13·08	— 4·53	— 4·89	—10·57	+0·0086
„ 29.	—0·52	—13·22	— 6·23	— 5·07	—10·29	+0·0072
Aug. 18.	—0·53	—13·37	— 8·09	— 5·27	—10·08	+0·0056
Sept. 7.	—0·54	—13·55	—10·12	— 5·49	— 9·94	+0·0038
„ 27.	—0·55	—13·76	—12·31	— 5·72	— 9·88	+0·0020
Oct. 17.	—0·56	—14·00	—14·63	— 5·96	— 9·91	0·0000
Nov. 6.	—0·56	—14·26	—17·08	— 6·21	—10·03	—0·0020
„ 26.	—0·57	—14·55	—19·62	— 6·47	—10·24	—0·0041
Dec. 16.	—0·57	—14·86	—22·21	— 6·72	—10·56	—0·0062
1873 Jan. 5.	—0·57	—15·19	—24·80	— 6·98	—10·97	—0·0082
„ 25.	—0·56	—15·54	—27·34	— 7·24	—11·48	—0·0101
Febr. 14.	—0·56	—15·91	—29·75	— 7·49	—12·07	—0·0119
März 6.	—0·54	—16·28	—31·99	— 7·74	—12·75	—0·0134
„ 26.	—0·52	—16·65	—33·98	— 7·99	—13·52	—0·0147
April 15.	—0·50	—17·02	—35·68	— 8·24	—14·31	—0·0156
Mai 5.	—0·47	—17·38	—37·02	— 8·49	—15·15	—0·0162
„ 25.	—0·44	—17·72	—38·00	— 8·74	—16·00	—0·0164
Juni 14.	—0·41	—18·03	—38·59	— 9·00	—16·86	—0·0162
Juli 4.	—0·37	—18·32	—38·80	— 9·27	—17·69	—0·0156
„ 24.	—0·33	—18·57	—38·65	— 9·55	—18·48	—0·0147
Aug. 13.	—0·29	—18·79	—38·20	— 9·85	—19·21	—0·0133
Sept. 2.	—0·25	—18·97	—37·47	—10·15	—19·86	—0·0117
„ 22.	—0·21	—19·12	—36·54	—10·46	—20·42	—0·0098

Saturn.

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1873 Oct. 12.	−0"18	−19"23	−35"49	−10"78	−20"88	−0"0078
Nov. 1.	−0·14	−19·31	−34·36	−11·10	−21·23	−0·0057
„ 21.	−0·11	−19·36	−33·22	−11·42	−21·48	−0·0035
Dec. 11.	−0·08	−19·39	−32·12	−11·73	−21·63	−0·0014
„ 31.	−0·06	−19·40	−31·09	−12·02	−21·68	+0·0007
1874 Jan. 20.	−0·04	−19·39	−30·15	−12·28	−21·65	+0·0025

Geometrische Mittheilungen.

Von Dr. Emil Weyr.

I.

1. Die Verwandtschaftsgleichung zweier ein-zweideutigen Elementargebilde [1]) nimmt eine besonders einfache Gestalt an, wenn man über die Grundelementenpaare der beiden Gebilde zweckmäßig verfügt.

Bezeichnet man mit ξ das Theilverhältniß eines Elementes des eindeutigen Gebildes, genommen bezüglich eines willkürlichen Elementenpaares, und mit η das Theilverhältniß des ihm im zweideutigen Gebilde entsprechenden Elementes bezüglich eines zweiten Elementenpaares, so wird die zwischen den Gebilden bestehende Verwandtschaft durch die Gleichung:

$$\xi(a\eta^2 + b\eta + c) + (a_1\eta^2 + b_1\eta + c_1) = o \qquad (1)$$

näher fixirt.

Jedem Elemente des eindeutigen Gebildes entspricht ein Elementenpaar des zweideutigen, da jedem ξ— Werthe zwei (conjugirte) η— Werthe zukommen.

Die Elementenpaare des zweideutigen Gebildes bilden eine quadratische Involution, wie aus der Verwandtschaftsgleichung (1) sofort hervorgeht.

Es geschieht nun zweimal, daß die beiden Elemente eines solchen Paares zusammenfallen, nämlich in den beiden Doppelelementen der erwähnten Involution, welche wir deßhalb auch die Doppelelemente des zweideutigen Gebildes nennen wollen.

---

[1]) Vergleiche „Theorie der mehrdeutigen geometrischen Elementargebilde etc." B. G. Teubner, Leipzig 1869. I. Theil Art. 4.

Es seien dies die Elemente v_{12}, w_{12}, denen resp. die Theilverhältnisse ν_{12}, ω_{12} angehören mögen.

Das im Elemente v_{12} vereinigte Elementenpaar wird einem bestimmten Elemente v des eindeutigen Gebildes entsprechen, und ebenso wird einem gewissen Elemente w dieses Gebildes das im Elemente w_{12} vereinigte Elementenpaar des zweideutigen Gebildes entsprechen.

Die Theilverhältnisse der Elemente v, w —, welche wir wohl auch die Verzweigungselemente des eindeutigen Gebildes nennen — mögen beziehungsweise durch ν, ω dargestellt werden.

Bisher haben wir, wie schon Eingangs erwähnt wurde, die Theilverhältnisse der beiden Gebilde auf ganz willkürliche Grundelementenpaare bezogen.

Wir wollen nun zwei Annahmen machen. Erstlich wollen wir uns denken, daß das Elementenpaar (vw) als Grundelementenpaar im eindeutigen auftrete, während gleichzeitig $(v_{12}\, w_{12})$ das Grundpaar des zweideutigen Gebildes ist. Zweitens werden wir annehmen, daß (vw) das Grundpaar des eindeutigen, aber $(w_{12} v_{12})$ jenes des zweideutigen Gebildes sei.

Die erste Annahme ist gleichbedeutend mit Folgendem.

Es soll das Anfangselement des Grundpaares in einem Gebilde nur dem Anfangselement des Grundpaares im anderen Gebilde entsprechen, und ebenso sollen sich ausschließlich die beiden Endelemente der Grundpaare entsprechen. Nun entsprechen aber den Anfangselementen die Theilverhältnißwerthe: o, o und den Endelementen die Theilverhältnißwerthe; ∞, ∞.

Setzt man daher in die Verwandtschaftsgleichung (1) $\xi = o$, so muß $\eta = o$ eine doppelte Wurzel sein und für $\xi = \infty$ muß $\eta = \infty$ eine doppelte Wurzel der Gleichung darstellen.

Führt man nun in (1) den Werth $\xi = o$ wirklich ein, so bleibt:

$$a_1\eta^2 + b_1\eta + c_1 = o,$$

und wenn also $\eta = o$ eine doppelte Wurzel sein soll so muß:

$$b_1 = o, \quad c_1 = o$$

sein. Hiedurch geht (1) über in:

$$\xi(a\eta^2 + b\eta + c) + a_1\eta^2 = o,$$

welche Gleichung sich auch in die Form:

$$\left(a + \frac{b}{\eta} + \frac{c}{\eta^2}\right) + \frac{a_1}{\xi} = o$$

kleiden läßt. Soll diese Gleichung für $\xi = \infty$ die doppelte Wurzel $\eta = \infty$ besitzen, so muß:

$$a = b = o$$

sein.

Es geht also schließlich die Verwandtschaftsgleichung (1) über in:

$$c\xi + a_1\eta^2 = o,$$

oder, wenn $-\frac{a_1}{c}$ mit l bezeichnet wird, in:

$$\xi = l\eta^2. \tag{2}$$

Man wird leicht erkennen, daß für den zweiten Fall, wo nämlich (vw) und $(w_{12}\, v_{12})$ die Grundpaare sind, dem Wethe $\xi = o$ der Werth $\eta = \infty$ doppelt entspricht, und in derselben Art dem Werthe $\xi = \infty$ der Werth $\eta = o$ doppelt zukommt.

Schreibt man (1) in der Form:

$$(a\eta^2 + b\eta + c) + \frac{(a_1\eta^2 + b_1\eta + c_1)}{\xi} = o$$

und setzt $\xi = \infty$, so bleibt (da η gleichzeitig Null wird):

$$a\eta^2 + b\eta + c = o$$

woraus folgt, daß:

$$b = c = o$$

sein müsse.

Gibt man der Gleichung (1) die Gestalt:

$$\xi\left(a + \frac{b}{\eta} + \frac{c}{\eta^2}\right) + \left(a_1 + \frac{b_1}{\eta} + \frac{c_1}{\eta^2}\right) = o$$

und setzt $\xi = o$, so bleibt (da η gleichzeitig unendlich wird)

$$a_1 + \frac{b_1}{\eta} + \frac{c_1}{\eta^2} = o$$

und es muß also, damit $\eta = \infty$ eine doppelte Wurzel sei,

$$a_1 = b_1 = o$$

sein.

Die Verwandtschaftsgleichung (1) nimmt daher in diesem Falle die Form an:

$$a\xi\eta^2 + c_1 = o$$

oder, wenn man $-\frac{c_1}{a}$ kurz mit k bezeichnet:

$$\xi\eta^2 = k. \tag{3}$$

2. Der zweite Fall, welcher also durch Gleichung (3) charakterisirt wird, ist besonders dann bemerkenswerth, wenn sich die beiden gleichartigen ein-zweideutigen Gebilde auf demselben Träger befinden, und wenn überdies die beiden Elemente v und w_{12} und ebenso w und v_{12} über einanderfallen. In diesem Falle sind nämlich, da die Elementenpaare $(v w)$, $(w_{12}\, v_{12})$ identisch sind, die beiden Theilverhältnisse ξ, η auf ein und dasselbe Grundpaar bezogen. Um nun die „drei Doppelelemente beider Gebilde" zu finden, d. h. jene Elemente, in denen ein Element des einen Gebildes mit einem ihm entsprechenden Elemente des anderen Gebildes vereinigt ist, braucht man nur $\xi = \eta$ zu setzen. Man erhält somit für die drei Doppelelemente beider Gebilde die einfache cubische Gleichung

$$\xi^3 = k$$

und es sind somit die drei dritten Wurzeln aus k die Theilverhältnisse der drei Doppelelemente der beiden Gebilde.

3. Der zuletzt behandelte Fall ist deßhalb von besonderem Interesse, weil er für die Curven dritter Ordnung, welche einen Doppelpunkt besitzen, von großer Fruchtbarkeit ist.

Es sei C_4^3 eine solche Curve, δ ihr Doppelpnnkt und G_1, G_2 ihre Tangenten in diesem Punkte. Jede durch δ gehende Gerade A schneidet die Curve C_4^3 in einem bestimmten Punkte a und umgekehrt geht durch jeden Punkt der Curve nur ein einziger Strahl des Büschels δ. Wir können kurz sagen: das Strahlenbüschel δ liegt perspectivisch mit der Curve C_4^3. Um also irgend einen Punkt der Curve C_4^3 zu bestimmen, ist nur nöthig, den durch ihn gehenden

Strahl des Büschels δ zu fixiren, was wir dadurch am einfachsten erzielen, daß wir das Theilverhältniß dieses Strahles bezüglich des Strahlenpaares G_1, G_2 angeben. Es wird in dieser Weise jedem Punkte a der Curve C_4^3 ein bestimmtes Theilverhältniß α entsprechen, durch welches umgekehrt der Punkt bestimmt ist.

Den Theilverhältnißwerthen o und ∞ entsprechen die beiden dem Doppelpunkte δ unendlich nahen Punkte der Curve C_4^3 — die beiden Nachbarpunkte des Doppelpunktes.

Von jedem Punkte a der Curve C_4^3 lassen sich an dieselben zwei Tangenten legen, deren Berührungspunkte a_1, a_2 nach Hesse zwei conjugirte Punkte genannt werden, für welche dann a der gemeinsame Tangentialpunkt ist. Ordnet man dem von δ nach a gehenden Strahle A die beiden von δ nach a_1 und a_2 gehenden Strahlen A_1, A_2 resp. zu, so erhält man am Scheitel δ zwei ein-zweideutige Büschel, welche von der, in Art. 2 besprochenen Art sind [1]). Die beiden Doppelpunktstangenten G_1, G_2 spielen hier gleichzeitig die Rolle der Verzweigungselemente des eindeutigen Büschels und jene der Doppelelemente des zweideutigen; und zwar entspricht der Tangente G_1, wenn man sie als Verzweigungselement betrachtet, die Tangente G_2 als Doppelelement und umgekehrt ist G_1 das Doppelelement, welches dem Verzweigungselemente G_2 entspricht. Würde man also G_1 und G_2 resp. mit V und W bezeichnen, so müßte man überdies G_1 mit W_{12} und G_2 mit V_{12} bezeichnen.

Wenn also ξ das Theilverhältniß des von δ nach einem Punkte a von C_4^3 gehenden Strahles (genommen bezüglich des Paares G_1, G_2) ist, und wenn η das Theilverhältniß eines von den zwei Strahlen ist, welche δ mit den Berührungspunkten der von a an C_4^3 gehenden zwei Tangenten verbinden, so muß nach Gleichung (3) des 1. Art. zwischen ξ und η die Relation

$$\xi\eta^2 = k \tag{3}$$

bestehen, wobei k eine nur von der Curve C_4^3 abhängige Constante ist.

4. Die drei Inflexionspunkte i_1, i_2, i_3 der Curve C_4^3 sind jene Punkte, welche mit ihren Tangentialpunkten zusammenfallen. Wir

---

[1]) Siehe Art. 7 des II. Theiles der „Theorie...“.

werden daher die, diesen drei Inflexionspunkten entsprechenden Theilverhältnisse erhalten, wenn wir in Gleichung (3) $\xi = \eta$ setzen. Dies gibt die schon dagewesene Gleichung:

$$\xi^3 = k,$$

und in der That sind auch die von δ nach den drei Inflexionspunkten i_1, i_2, i_3 gehenden Strahlen J_1, J_2, J_3 die drei Doppelstrahlen der am Scheitel δ von uns betrachteten ein-zweideutigen Büschel [1].

Hiemit hätten wir auch eine geometrische Bedeutung der Constante k gefunden. Diese Constante bietet sich uns als die dritte Potenz des einem der drei Inflexionspunkte entsprechenden Theilverhältnisses dar.

Hieraus folgt aber sofort der folgende merkwürdige Satz:

„Kennt man von einer Curve dritter Ordnung mit einem Doppelpunkte diesen letzteren, seine beiden Tangenten und den aus ihm nach einem Inflexionspunkte (ohne daß dieser selbst bekannt ist) der Curve gehenden Strahl, so sind die zwei nach den übrigen zwei Inflectionspunkten gehenden Strahlen bestimmt“.

Ist δ der Doppelpunkt, G_1, G_2 seine Tangenten und J_1 eine durch δ gehende Gerade, von der man weiß, daß sie einen Inflexionspunkt der Curve enthält, so ist nach Früherem

$$\left(\frac{\sin \widehat{G_1 J_1}}{\sin \widehat{G_2 J_1}}\right)^2 = k$$

und folglich besitzen die beiden übrigen nach den anderen zwei Inflexiospunkten gehenden Strahlen J_2, J_3 die Theilverhältnisse:

$$\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right) \cdot \frac{\sin \widehat{G_1 J_1}}{\sin \widehat{G_2 J_1}}.$$

[1]) Vergleiche die zuletzt citirte Stelle.

und:

$$\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right) \cdot \frac{\sin \widehat{G_1 J_1}}{\sin \widehat{G_2 J_1}}.$$

Es wird nicht nöthig sein, zu bemerken, daß wenn der Doppelpunkt δ ein eigentlicher ist, die beiden letzten Strahlen imaginär sein müssen.

5. Denkt man sich alle möglichen Curven dritter Ordnung, welche einen gegebenen Doppelpunkt δ [1]) besitzen und in diesem zwei feste Gerade G_1, G_2 berühren, so stellen die drei Wurzeln der Gleichung

$$\xi^3 = k$$

(wobei k eine beliebige Größe ist) die Theilverhältnisse dreier durch δ nach den drei Inflexionspunkten einer Curve des Systemes (aber überdies einer unendlichen Menge anderer Curven desselben Systemes) gehenden Strahlen vor, und zwar bezüglich des Winkels $\widehat{G_1 G_2}$.

Läßt man also k die Zahlenreihe von $-\infty$ bis $+\infty$ durchlaufen, so erhält man eine unendliche Menge solcher Strahlentrippel welche, wie man aus der letzten Gleichung sofort erkennt, eine cubische Involution bilden, und zwar eine von der besonderen Art, daß die beiden Doppelpunktstangenten G_1, G_2 zwei dreifache Strahlen sind [2]).

Wir können demnach folgenden Satz aufstellen:

„Hat man ein System von Curven dritter Ordnung mit einem gemeinschaftlichen Doppelpunkte, welche in diesem dieselben zwei festen Geraden berühren, so bilden die nach den Inflexionspunkten der Curven aus dem Doppelpunkte gehenden Strahlentrippel eine cubische Involution, für welche die, den Curven gemeinsamen Doppelpunktstangenten dreifache Strahlen sind".

---

[1]) Jede dieser Curven ist erst durch vier weitere Punkte bestimmt.

[2]) Jede von den zwei Strahlen G_1, G_2 stellt selbst ein Strahlentripel vor, und zwar entsprechen sie den Werthen $k = o$ und $k = \pm\infty$.



Da eine cubische Involution, welche zwei dreifache Elemente besitzt, durch ein Elemententripel bestimmt ist, so können wir sagen:

„Kennt man von einer Curve dritter Ordnung den Doppelpunkt und die drei aus diesem, nach den Inflexionspunkten gehenden Strahlen, so sind hiedurch auch die beiden Tangenten des Doppelpunktes bestimmt".

Über elektromagnetische Tragkraft.

Von Prof. Dr. A. v. Waltenhofen in Prag.

(Mit 2 Tafeln.)

Die bisherigen Untersuchungen über die Tragkraft von hufeisenförmigen Elektromagneten haben zu ganz widersprechenden Resultaten geführt. Man fand die Tragkräfte bald in demselben Verhältnisse wie die Stromstärken, bald in einem kleineren, bald wieder in einem größeren Verhältnisse wachsen.

Eine proportionale Zunahme ergibt sich z. B., wie Jacobi gezeigt hat, aus den Versuchen von Dal Negro und auch aus einigen Versuchen von Jacobi selbst. Ähnliches fand Fechner. Dagegen fanden Lenz und Jacobi bei Anwendung von abgerundeten Ankern eine etwas raschere Zunahme der Tragkraft, womit auch Dub's Beobachtungen übereinstimmen, — bei anderen Versuchen mit ebenen Ankern jedoch ein Zurückbleiben der Tragkraft hinter der Stromstärke. Dieses letztere Verhalten beobachteten auch Müller und Poggendorff und zwar in sehr hohem Grade. — Dub, welcher ein solches Zurückbleiben der Tragkräfte bei seinen Versuchen nur an einem dünnen Hufeisen beobachtete, behauptet: daß die Tragkraft in einem Verhältnisse wachse, welches zwischen dem einfachen und quadratischen liegt, jedoch näher dem letzteren [1]).

Die widersprechenden Resultate anderer Experimentatoren, welche eine geringere Zunahme der Tragkraft fanden, namentlich die von Dal Negro, Fechner, Müller und Poggendorff beobachteten Verhältnisse, glaubt Dub durch die Annahme erklären zu können: die bei diesen Versuchen benutzten Magnete seien gegenüber den in Anwendung gebrachten Stromstärken von so kleinen

[1]) Eine Übersicht der bisherigen Untersuchungen über die Tragkraft von hufeisenförmigen Elektromagneten findet man in Dub, „Elektromagnetismus" Seite 137 bis 143 und in Wiedemann, „Galvanismus und Elektromagnetismus" 2. Band. Seite 402—416.

Dimensionen gewesen, daß „Sättigung eingetreten ist," — eine Annahme, die wohl dahin gestellt bleiben muß, da nirgends die Daten angegeben sind, aus welchen sich ermitteln ließe, welche Sättigungsgrade die besagten Magnete bei jenen Versuchen thatsächlich erreicht haben.

Unter dem „Eintreten der Sättigung", wenn dies nicht eine ganz vage Bezeichnung sein soll, kann hier wohl nichts anderes verstanden werden als eine Magnetisirung, welche im Vergleiche mit der erzeugenden Stromstärke bereits hinter der dem Lenz-Jacobischen Gesetze entsprechenden Proportionalität zurückgeblieben ist. In der That gebraucht Dub obigen Ausdruck stets in diesem Sinne.

Dies vorausgesetzt kann die obige von Dub aufgestellte und meines Wissens ziemlich allgemein angenommene Behauptung über das Wachsen der Tragkraft keinen anderen Sinn haben als:

„So lange Ströme angewendet werden, mit welchen die im nicht verankerten Hufeisen erzeugten Magnetismen proportional bleiben, wachsen die Tragkräfte rascher als jene Ströme".

Denn, wollte man den Zustand vor eintretender Sättigung in dem bisher nirgends angewendeten Sinne auffassen, daß die im verankerten Hufeisen erregten Magnetismen den angewendeten Stromstärken proportional wären, so würde einerseits der Satz: daß in diesem Falle die Tragkraft rascher als die Stromstärke wächst, eine ganz selbstverständliche nothwendige Folgerung sein, die gar keines Beweises mehr bedürfte, — anderseits aber auch gar keinen Werth haben, weil man eben nicht weiß, ob überhaupt jemals innerhalb meßbarer Grenzen eine solche Proportionalität stattfindet, vielmehr Poggendorff's Versuche[1]) über das totale Moment eines verankerten Magneten nur ein Zurückbleiben desselben hinter den Stromstärken constatirt und somit den fraglichen Zustand vor eintretender Sättigung in diesem Sinne als nicht existirend herausgestellt haben.

Nimmt man aber das oben erwähnte Gesetz der Tragkraft in dem angegebenen einzig zulässigen Sinne, so steht es mit sorgfältigen und zahlreichen Versuchen, welche ich darüber angestellt habe, im entschiedensten Widerspruche.

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 85 (Siehe Wiedemann, II, 401).

Diese Versuche, welche Gegenstand der vorliegenden Abhandlung sind, dürften insofern großes Gewicht haben, weil bei jedem derselben der durch den magnetisirenden Strom hervorgebrachte Sättigungsgrad im nicht verankerten Magnet direct und genau gemessen worden ist, so daß darüber gar kein Zweifel obwalten kann, während die bisherigen Versuche über die dabei angewendeten Sättigungsgrade gar keinen Aufschluß geben, weßhalb denn auch alle unter diesbezüglichen Voraussetzungen daraus abgeleiteten Schlußfolgerungen — da diese Voraussetzungen eben nicht constatirt werden können — als auf unbewiesenen Annahmen beruhend, ganz unzuverlässig sind.

Der Apparat, dessen ich mich bei meinen Versuchen bediente, bestand aus folgenden Theilen:

1. Die Vorrichtung zur Messung der Tragkräfte. Dieselbe ist Fig. 1 abgebildet. Im unteren Theile eines rahmenförmigen hölzernen Gestelles ist der untersuchte Elektromagnet mit aufwärts gekehrten Schenkeln befestigt. Sein Eisenkern ist ein, soweit die Magnetisirungsspirale reicht, fast halbkreisförmig zusammengebogener runder Stab von 181 Millim. Länge und 10 Millim. Durchmesser und wiegt 116·39 Grammen. Diesen Eisenkern umgibt eine dicht anliegende Spirale von 52 Windungen eines 2 Millim. dicken gut übersponnenen Kupferdrahtes. Ein zweiter genau eben solcher Elektromagnet diente als Anker und zwar entweder:

A. im nicht magnetisirten Zustande, das heißt in der Weise, daß seine Spirale unbenutzt blieb, oder

B. in der Art, daß derselbe Strom sowohl durch die Windungen des fixen Elektromagneten als auch durch jene des eben besagten Ankers geleitet wurde und somit beide genau gleich magnetisirte, wobei die Drahtverbindung selbstverständlich so angeordnet war, daß die ungleichnamigen Pole übereinander kamen.

C. Außerdem war beim Apparate noch ein dritter Anker, bestehend aus einem Stücke weichen Eisens von beiläufig 133 Millim. Länge, 44 Millim. Breite, 10 Millim. Dicke und 500·4 Grammen Gewicht. Die für die ebenen Polflächen des Elektromagneten bestimmte Seite dieses Ankers ist halbcylindrisch abgerundet, während der andere Anker, so wie der fixe Elektromagnet, ebene Berührungsflächen hat.

Der bei den betreffenden Versuchen benutzte Anker wurde, wie aus der Abbildung ersichtlich, an eine Federwage gehängt, die selbst wieder an einer einfachen Aufzugsvorrichtung hängt. Eine starke Saite nämlich, an deren einem Ende die Federwage befestigt ist, läuft zunächst über eine fixe Rolle am oberen Querbalken des Gestelles und ist mit ihrem anderen Ende an der Peripherie einer an demselben Querbalken befindlichen zweiten Rolle festgemacht, die mittelst einer in der Richtung eines Radius angebrachten Handhabe gedreht werden kann. Diese zweite Rolle ist übrigens, wie die Abbildung zeigt, auch noch mit einer Verzahnung versehen, welche ihre Arretirung mittelst eines Sperrhakens gestattet, wovon übrigens in den meisten Fällen kein Gebrauch gemacht wurde, indem dieser Sperrhaken in der Regel ausgerückt blieb.

Bei diesem Apparate konnte man nun, sobald der Anker angezogen war, mit einer bequem und sicher auszuführenden Handbewegung an der Kurbel, die Federwage beliebig langsam spannen und den Gang des Zeigers dabei verfolgend die Spannung ablesen, bei welcher das Abreißen des Ankers erfolgte.

2. Der Apparat zur Bestimmung des Sättigungsgrades des Elektromagneten. Zu diesem Zwecke benutzte ich meinen in der Abhandlung „Über das elektromagnetische Verhalten des Stahles“ (Sitzungsber. Bd. 48) beschriebenen und seither auch bei anderen Untersuchungen vielfach verwendeten magnetischen Meßapparat in der Fig. 2 dargestellten Anordnung. — In einem der beiden Schlitten — westlich von der Bussole — befand sich in senkrechter Lage zum magnetischen Meridian ein gerader Elektromagnet, der, sowohl was den Eisenkern als auch was die Spirale betrifft, auf das Genaueste mit dem oben beschriebenen Elektromagnet übereinstimmt, mit dem einzigen Unterschiede, daß eben der eine gebogen, der andere aber gerade ist. — Östlich von der Bussole befand sich eine gleiche Spirale wie bei dem soeben beschriebenen geraden Elektromagnet, aber ohne Eisenkern, zur Vermeidung von Biegungen jedoch mit einem eingeschobenen Holzstäbchen von gleicher Größe versehen, welches in der Zeichnung weggelassen ist. Beide Spiralen waren so eingestellt und verbunden, daß sich ihre Wirkungen auf die Nadel vollkommen aufhoben, was vor jeder Versuchsreihe, nach vorläufiger Entfernung des Eisenstabes, mit den größten verfügbaren Stromstärken sorgfältig geprüft wurde.

Hatte man sodann den Eisenstab wieder eingeschoben, so zeigte die Bussole lediglich die vom Stabe bewirkten Ablenkungen an, aus welchen sofort auch die den angewendeten Stromstärken entsprechenden Sättigungsgrade des geraden und des gleichzeitig in dieselbe Stromleitung eingeschalteten hufeisenförmigen Elektromagneten (diesen letzteren als nicht verankert angenommen) berechnet werden konnten [1]).

Zum Behufe dieser Rechnungen war die Horizontalintensität des Erdmagnetismus am Aufstellungsorte dieses Apparates zuvor mit einem Lamont'schen Theodolith wiederholt gemessen und (in dem nicht eisenfreien Locale) = 1·725 gefunden worden. Der Abstand der Mitte des Stabes von der Axe der Bussole betrug 593·5 Millim.

Die mehrfach erwähnte Bussole ist eine besonders sorgfältig gearbeitete mit einer Balkennadel mit Achathütchen versehene Meßtischbussole.

3. Die zur Erzeugung, Messung, Regulirung und Umkehrung des Stromes dienenden Instrumente und Geräthschaften.

Als Stromquelle diente eine Kohlenbatterie, welche bei den zulässigen Widerstandsänderungen eine Steigerung der Stromstärke bis zu circa 250 chemischen Einheiten gestattete, welche Stromstärke eben erforderlich war, um den Eisenkern bis zu 50 $\%$ der absoluten Sättigung zu bringen.

Zum Messen der Stromstärke dienten abwechselnd zwei Gaugain'sche Tangentenbussolen, bei welchen sich für die Reductionscoëfficienten der Ablenkungstangenten auf chemisches Maß beziehungsweise die Zahlen 4·43 und 40·81 ergeben hatten.

Zur Regulirung des Stromes waren eine Siemens'sche Widerstandsscala und ein Schrauben-Rheostat nach Poggendorff (mit Serpentinwalze) in Verwendung.

Zur Umkehrung und Unterbrechung des Stromes diente ein Pohl'sches Gyrotrop, aus Quecksilbernäpfen und dicken Drahtbügeln gebildet.

---

[1]) Gleichwohl wird im Allgemeinen, wenn man sich einen geraden Elektromagnet zu einem Hufeisen zusammengebogen denkt, diese Formänderung in Folge der Wechselwirkung beider Schenkel eine etwas veränderte magnetische Erregung bedingen doch kann dieselbe im vorliegenden Falle bei der verhältnißmäßig großen Entfernung beider Schenkel keinen irgend erheblichen Einfluß auf den hier in Rede stehenden Sättigungsgrad haben.



Die einzelnen Theile des beschriebenen Apparates waren so aufgestellt und verbunden, daß weder der Hufeisenmagnet noch die Leitungsdrähte eine störende Wirkung auf die beiden Bussolen üben konnten und daß die Bussole des magnetischen Meßapparates auch keine Störung von Seite der Tangentenbussole erfuhr. Doch wäre die Entfernung dieser beiden Instrumente zu gering gewesen, um auch eine störende Wirkung des geraden Elektromagneten auf die Tangentenbussole zu verhindern, weßhalb der Eisenkern vor jeder Ablesung an der Tangentenbussole aus seiner Spirale (welche für sich allein nicht mehr auf die Tangentenbussole wirkte) entfernt werden mußte, nachdem zuvor seine Wirkung auf die Meßtischbussole an dieser abgelesen worden war. Dies geschah für jede Stromstärke zweimal, nämlich bei gewechselter Stromrichtung, und sind daher die nachstehend angeführten Ablenkungswinkel an beiden Bussolen immer die Mittel aus je zwei bei entgegengesetzter Stromrichtung gemachten Ablesungen. Bei jeder Stromrichtung wurden mindestens zwei Tragkraftsbestimmungen gemacht, also mindestens vier bei jeder Stromstärke, deren Mittel die nachstehend angegebenen Tragkräfte sind.

In solcher Weise wurden mehrere Versuchsreihen ausgeführt, so daß endlich fast für jede einzelne oder doch nicht viel verschiedene Stromstärken mehrere Tragkraftsbestimmungen vorlagen, von welchen jedoch immer diejenige, welche den größten Werth ergab, als die richtigste angesehen und bei der graphischen Darstellung (Fig 3.) der Versuchsresultate zu Grunde gelegt wurde. Es ist nämlich bei magnetischen Tragkraftsbestimmungen allgemein üblich und auch ganz gerechtfertigt nach diesem Grundsatze vorzugehen, indem man wohl annehmen muß, daß dort, wo bei Anwendnng gleicher Stromstärken verschiedene Tragkräfte sich ergaben, die kleineren durch ungünstige Stellungen des Ankers beim Abreissen herbeigeführt worden sind.

Die in der Rubrik α stehenden Zahlen sind die Ablenkungen an der Tangentenbussole und es bedeutet die beigefügte römische Zahl das bei dem betreffenden Versuche benutzte Instrument, nämlich I jenes mit dem größeren, II jenes mit dem kleineren Reductionsfactor.

Unter s sind die Stromstärken nach chemischen Maße angeführt.

Unter β kommen die vom geraden Elektromagneten bewirkten Ablenkungen an der Meßtischbussole vor und unter p die entsprechenden Sättigungsgrade in Procenten, wobei ein Moment von 2100

absoluten Einheiten per Milligramm als Grenze der Magnetisirbarkeit angenommen war [1]). Die mit V überschriebenen Zahlen sind die Verhältnißzahlen dieser Sättigungsgrade unter sich, wobei die kleinste bei meinen Versuchen vorgekommene Sättigung von 3·01 % als Einheit zu Grunde liegt. — Die Quotienten $\frac{p}{s}$ lassen die Proportionalität zwischen Magnetismus und Stromstärke erkennen.

Unter T endlich sind die Tragkräfte in Kilogrammen verzeichnet. Sie sind an der von 2 bis 20 Kilogramm hergestellten und von Zeit zu Zeit revidirten empirischen Scala der Federwage abgelesen, oder vielmehr die oben näher bezeichneten Mittelwerthe dieser Ablesungen.

Mit jedem der drei Anker A, B und C wurden Versuche gemacht und ich lasse die Ergebnisse derselben nun der Reihe nach folgen [2]).

Anker A.

Nr.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	II	74°48'	16·29	2°22'	3·01	1·97	0·194	1·00
2	II	81 3	28·11	4 22	5·57	4·17	0·198	1·85
3	II	82 51	35·29	5 19	6·79	4·92	0·192	2·25
4	II	84 27	45·55	6 58	8·91	6·27	0·196	2·96
5	I	65 27	89·35	13 42	17·78	10·27	0·199	5·90
6	II	87 23	96·86	14 35	18·98	10·27	0·196	6·30
7	II	88 3	130·01	18 49	24·85	11·37	0·191	8·24
8	I	77 48	188·77	27 42	38·29	14·02	0.203	12·70
9	I	80 36	246·53	35 10	51·39	14·42	0·208	17·05
10	I	80 42	249·23	35 33	52·12	14·42	0·209	17·29

[1]) Siehe meine hierauf bezügliche Abhandlung. Sitzungsberichte Bd. 59.

[2]) Selbstverständlich wurde von der an der Federwage abgelesenen Tragkraft überall das Gewicht des betreffenden Ankers, nämlich 0·2313 Kilogr. für A oder B und 0·5004 Kilogr. für C in Abzug gebracht.

Anker B.

Nr.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	II	74°34'	16·03	2°26'	3·10	5·37	0·193	1·02
2	II	83 15	37·40	5 36	7·15	8·97	0·191	2·37
3	II	84 27	45·55	6 50	8·74	10·27	0·192	2·90
4	II	87 13	91·05	13 34	17·60	13·87	0·193	5·84
5	I	80 12	236·28	34 18	49·75	16·24	0·211	16·51

Anker C.

Nr.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	I	21°15'	15·87	2°36'	3·31	3·75	0·209	1·10
2	I	33 49	27·34	4 22	5·57	6·15	0·204	1·85
3	I	42 27	37·33	6 21	8·12	7·35	0·217	2·69
4	I	55 45	59·95	10 0	12·86	9·90	0·215	4·27
5	I	57 0	62·85	10 30	13·52	10·90	0·215	4·48
6	I	68 0	101·02	16 45	21·95	12·82	0·217	7·28
7	I	75 57	163·09	25 55	35·44	14·50	0·217	11·76
8	I	79 12	213·95	32 21	46·20	15·50	0·216	15·33

Mit dem Anker *A* war eine größere Anzahl von Versuchen gemacht worden, von welchen in obiger Tabelle diejenigen zusammengestellt sind, welche die relativ größten Tragkräfte ergaben. Die übrigen, welche übrigens unten sich ebenfalls einen ziemlich regelmäßigen Verlauf zeigen, enthält die nachstehende Tabelle.

Anker A.

Nr.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
11	I	30°39'	24·18	4°16'	5·44	3·27	0·225	1·80
12	I	45 27	41·46	6 45	8·63	5·27	0·208	2·86
13	I	52 6	52·43	7 45	9·93	6·07	0·189	3·29
14	I	55 0	58·29	9 45	12·53	6·72	0·215	4·16
15	I	61 21	74·70	12 24	16·04	7·57	0·215	5·32
16	I	68 6	101·53	16 42	21·88	9·02	0·216	7·26
17	I	72 0	125·61	20 30	27·27	10·52	0·217	9·05
18	I	78 57	208·99	30 30	42·96	12·67	0·206	14·25
19	I	80 36	246·53	35 12	51·45	13·22	0·209	17·07

Einen besseren Überblick der Resultate gewährt die Fig. 3 beigefügte graphische Darstellung der in den drei ersten Tabellen angeführten Tragkraftsbestimmungen, wobei die Sättigungsprocente als Abscissen und die Tragkräfte in Kilogrammen als Ordinaten aufgetragen sind.

Die Curve für den Anker *C* verläuft zwischen jenen für den nicht magnetisirten und für den magnetisirten Hufeisenanker. Alle drei Curven zeigen eine ziemlich rasche Convergenz gegen eine zur Abscissenaxe parallèle Asymptote, welche einem Tragkraftsmaximum von 18 Kilogrammen entsprechen dürfte.

Man sieht, daß die beobachteten Tragkräfte diesem Maximum schon bei einer Stromstärke ziemlich nahekommen, welche im nicht verankerten Magnet erst ungefähr die halbe Sättigung erzeugt. Ein rascheres Anwachsen der Tragkraft im Vergleiche mit der Stromstärke ist nur bei viel kleineren Sättigungsgraden beobachtet worden, nämlich beim Anker *A* bei Tragkräften zwischen 2 und 4 Kilogrammen, welche Sättigungsgraden von etwa 3 bis 5% im nicht verankerten Magnet entsprechen und etwa dem 26fachen Gewichte des Magneten gleich-

kommen. Es ist daher sehr erklärlich wenn Dub[1]) z. B. bei seinen Versuchen mit einem Hufeisenmagnet von 1 Zoll Schenkeldurchmesser und 6 Zoll Schenkellänge bis zur Tragkraft von 68 Pfunden eine raschere Zunahme der Tragkräfte im Vergleiche mit den Stromstärken erhalten hat. Diese Tragkraft von 68 Pf. beträgt nämlich (wenn die ganze Länge des ausgestreckten Hufeisens zu etwa 18 Zollen gerechnet wird) beiläufig nur das 17fache vom Gewichte des Magneten und läßt daher mit großer Wahrscheinlichkeit einen noch viel geringeren Sättigungsgrad voraussezten als im so eben besprochenen Falle, nämlich von ungefähr 4% im nicht verankerten Hufeisen. Im Bereiche so geringer Sättigungsgrade wächst aber auch der freie Magnetismus eines Eisenstabes noch in einem rascheren Verhältnisse als die Stromstärken[2]). Damit soll übrigens nicht gesagt sein, daß hierin die einzige Ursache für die innerhalb gewisser Grenzen beobachtete raschere Zunahme der Tragkräfte liege, denn offenbar kommt hier auch noch die Rückwirkung des Ankers in Betracht, deren Antheil an der magnetischen Erregung des geschlossenen Hufeisens jedoch mit zunehmender Sättigung sehr rasch abnehmen muß.

In der That ist eine raschere Zunahme der Tragkraft im Vergleiche mit der Stromstärke durch die Versuche von Dub und von mir nur für sehr gering Magnetisirungen constatirt und in dieser,

---

1) „Elektromagnetismus" Seite 141.

2) Ich will hier beispielsweise einen Versuch dieser Art anführen mit einem Eisenstabe, an welchem ich diese Anomalie in einem ungewöhnlich hohen Grade beobachtet habe. Ein 103 Millimeter langer und 20 Millimeter dicker Cylinder wurde magnetisirt in einer eng anschließenden 91 Millimeter langen Spirale mit 4 Lagen von je 24 Windungen eines 3 Millimeter dicken Kupferdrahtes. Derselbe zeigte bei den in der Rubrik x angeführten Stromstärken (deren Einheit ungefähr 9 chemische Stromeinheiten betrug) die in der Rubrik y beigefügten Magnetismen (in Millionen von absoluten Einheiten ausgedrückt).

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6·02	12·97	21·67	31·77	42·32	52·99	64·82

Man sieht hieraus, daß der erregte Magnetismus beinahe im Verhältnisse 1 zu 11 wuchs, während die Stromstärke auf das 7fache gesteigert wurde. Es mag hierbei noch bemerkt werden, daß dieser Stab, welchem vermöge seines Gewichtes ein magnetisches Maximum $=519$ entspricht, bei der Stromstärke $x=3$ eine Sättigung von ungefähr 4% hatte.

aber auch nur in dieser Einschränkung findet sie auch in dem oben Gesagten ihre ganz befriedigende Erklärung.

Eine Tragkraftszunahme aber im quadratischen Verhältnisse der Stromstärke, zu deren Voraussetzung ein nicht ganz richtiges Raisonnement bisweilen geführt hat, ist meines Wissens niemals beobachtet worden und wäre auch nur innerhalb sehr enger Grenzen möglich.

Dazu würde nämlich erforderlich sein, daß auch der im geschlossenen Hufeisen und Anker erregte Magnetismus proportional den succesive angewendeten Stromstärken anwachse, was aber nur bei so äußerst geringen Magnetisirungen denkbar ist, bei welchen sichere Tragkraftsbestimmungen kaum ausführbar sein dürften.

Aber nicht nur bei der Berührung zwischen Magnet und Anker, wie sie bei Tragkraftsbestimmungen stattfindet, sondern auch bei der „Anziehung" durch ein dünnes Diaphragma kann jene Proportionalität der in Wechselwirkung stehenden Magnetismen des Hufeisens und Ankers mit der Stromstärke und somit auch die dadurch bedingte Proportionalität der Anziehung mit dem Quadrate der Stromstärke nur eine sehr beschränkte sein. — In der That hat Dub bei einem Hufeisen von 6 Zoll Schenkellänge und $^1/_2$ Zoll Schenkeldurchmesser schon bei nicht sehr starken Strömen Abweichungen von diesem Gesetze erreicht[1]).

Wie rasch die magnetische Sättigung durch die Rückwirkung des Ankers (bei der unmittelbaren Berührung) gesteigert wird, läßt sich an einem speciellen Falle, den meine Versuche darbieten, nachweisen.

Einem Häcker'schen Stahlmagnet vom Gewichte (116 Gr.) meines Elektromagneten entspricht nach der (für Grammen umgerechneten) Häcker'schen Formel

$$T = 103 \cdot 33 \, P^{\frac{2}{3}}$$

eine Tragkraft von 2·46 Kilogrammen, während seine Sättigung bei vorgelegtem Anker mit 400 absoluten Einheiten per Milligramm (d. i. etwa 20 %) gewiß nicht zu hoch angenommen ist, wenn man erwägt, daß ungefähr dieser Sättigungsgrad bei kleinen Stahlmagneten

1) „Elektromagnetismus" Seite 132.

schon im nicht verankerten Zustande erreichbar ist[1]). Ungefähr dieselbe Sättigung wird also auch ein Elektromagnet haben müssen, um eine gleiche Tragkraft von 2·46 Kilogrammen zu äußern. Erwägt man nun, daß mein Elektromagnet die Tragkräfte 1·97 und 4·17 bei Stromstärken hatte, welche im nicht verankerten Magnet beziehungsweise die Sättigungsgrade von 3·01 und 5·57 % erzeugten, daß er also — wie man durch Interpolation findet — jene Tragkraft 2·46 bei einer Stromstärke haben würde, welche im nicht verankerten Magnet eine Sättigung von 3·5 % hervorbringt, so folgt hieraus, daß dieser Sättigungsgrad durch das Vorlegen des Ankers auf den nahezu 6fachen Betrag (von 20 %) gesteigert werden muß.

Demnach erscheint auch das Ergebniß meiner Versuche ganz erklärbar, daß nämlich die Tragkräfte nur bei sehr geringen Magnetisirungen rascher wachsen als die Stromstärken und sehr bald hinter der innerhalb enger Grenzen stattfindenden Proportionalität zurückbleiben, und zwar in der Art, daß Tragkräfte, welche dem Maximum schon ziemlich nahe kommen, schon bei Stromstärken erreicht werden, für welche das Lenz-Jacobi'sche Gesetz für den nicht verankerten Magnet noch in voller Geltung ist. — In der That zeigen meine Versuche mit dem Anker *C* eine Tragkraft (15·5) von 86% des Maximums (18) schon bei einer Stromstärke, welche im nicht verankerten Magnet nur eine Sättigung von 46% hervorzubringen vermag und für welche das Lenz-Jacobi'sche Gesetz noch vollkommen zutrifft.

Die widersprechenden Resultate verschiedener Beobachter, welche für die Tragkräfte bald ein mit den Stromstärken proportionales, bald ein rascheres und bald wieder ein langsameres Wachsen herausgestellt haben, erklären sich also einfach in der Weise, daß jedes dieser drei Gesetze innerhalb gewisser Grenzen

---

[1]) Nach W. Weber kann man bei einem sehr starken Stahlmagnet 400 absolute Einheiten auf 1 Milligramm Stahl rechnen. Doch scheint der erreichbare permanente Sättigungsgrad nach meinen Erfahrungen in hohem Grade von der Größe und Form des Querschnittes abhängig zu sein; denn, während es mir z. B. gelungen ist ein cylindrisches Stäbchen aus glashartem Wolframstahl von 6 Millim. Durchmesser bis auf nahe 470 Einheiten per Milligramm bleibend zu magnetisiren, fand ich bei zwei Haarlemer Magnetstäben vom Querschnitte $(17)^2$ Quadratmillimeter (bei etwa 100 Millimeter Länge) Momente von nur 40 bis 50 Einheiten per Milligramm.



Geltung hat, nach Maßgabe des bereits erreichten Sättigungsgrades.

In dem Berichte über die neuesten Fortschritte der Physik (Seite 531) versucht Müller die Ergebnisse seiner eigenen Untersuchungen über magnetische Tragkraft, welche ebenfalls eine rasche Annäherung an ein Maximum herausgestellt haben, mit seiner Formel für den Zusammenhang zwischen Magnetismus und Stromstärke in Einklang zu bringen, indem er dabei von dem Grundsatze ausgeht, daß die Tragkraft jedenfalls dem Quadrate des erregten Magnetismus proportional sein müsse.

Wenn Müller in Folge dessen sofort in der Formel

$$s = ad^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg} \frac{m}{bd^2}$$ [1]

statt m die Quadratwurzel der Tragkraft $\sqrt{t}$ substituirt, so ist dagegen zunächst einzuwenden, daß dieser Vorgang nur dann zulässig ist, wenn man m nicht mehr die ursprüngliche Bedeutung des in einem nicht verankerten Magnet erzeugten freien Magnetismus, für welchen einzig und allein die Müller'sche Formel nachgewiesen worden ist, beilegt, sondern von der ganz willkürlichen Annahme ausgeht, daß diese Formel auch für den im geschlossenen Hufeisen erregten Magnetismus, der eben bei der Tragkraft in Rechnung kommt, Geltung habe. Natürlich hat dann auch a einen anderen Werth, als wenn die Formel ihre gewöhnliche Bedeutung beibehalten soll, während b durch die Einführung von $\sqrt{t}$ sofort auch von der Gestalt des Magneten und seines Ankers abhängig wird.

Dies vorausgesetzt kommt die weitere Frage in Betracht, ob die so transformirte Formel eine befriedigende Übereinstimmung mit den Beobachtungen zeigt.

Da die Seite 532 und 533 des citirten Berichtes enthaltene Zusammenstellung beobachteter und berechneter Werthe nicht vollständig ist, so habe ich die Rechnung beispielsweise für alle Seite

[1] Wobei s die Stromstärke, m den erzeugten Magnetismus, d den Stabdurchmesser und a und b Constante bedeuten.



528 verzeichneten mit dem Magnet Nr. I bei Anwendung der Spiralen II, III und IV angestellten Versuche ausgeführt mit Beibehaltung der von Müller selbst bestimmten Constanten. Dabei hat sich herausgestellt, daß die meisten Werthe allerdings gut stimmen, mitunter aber auch bedeutende Abweichungen hervortreten, wie z. B. die bei den Stromstärken 5, 10, 16 und 24 beobachteten Tragkräfte 1900, 7900, 6500 und 7500 im Vergleiche mit den berechneten 2573, 9049, 7263 und 8169 zeigen.

Bemenkenswerth ist auch das auffallend geringe Tragkraftsmaximum von nicht ganz 12 Kilogrammen, welches Müller aus seinen Versuchen mit dem vermöge der angegebenen Dimensionen mindestens 300 Grammen schweren Magnet Nr. I gefolgert hat, im Vergleiche mit der bei meinem nur 116 Grammen schwereren Magnet thatsächlich erreichten Tragkraft von fast 16 Kilogrammen. Die viel geringere Leistung eines ungefähr dreimal schwereren Hufeisens dürfte wohl in einer nicht entsprechenden Beschaffenheit des Ankers [1]) ihren Grund gehabt haben.

Immerhin würde aber auch eine bessere Übereinstimmung der berechneten und beobachteten Tragkräfte zu keiner Schlußfolgerung auf die Richtigkeit der Voraussetzungen berechtigen, welche bei der besagten Umgestaltung der Müller'schen Formel zu Grunde gelegt worden sind, — denn es ist nicht schwer mit Benutzung der Function arc.tg. unter sehr verschiedenen Modifikationen zu Formeln zu gelangen, die sich durch entsprechende Wahl der Constanten den Beobachtungen ziemlich gut anpassen lassen.

Ein Beleg dafür ist die Thatsache, daß ich, bevor ich jene auf die Tragkraft angewendete Formel von Müller in dessen Bericht gelesen hatte, auf eine andere mit obigen Voraussetzungen nicht vereinbare Formel gekommen war, welche mit den Versuchen mindestens ebenso gut wenn nicht besser stimmt als jene. Diese Formel ist die einfachere:

$$T = b \operatorname{arctg} a.s$$

wobei wieder T die Tragkraft, s die Stromstärke und a und b Constante bedeuten.

---

[1]) Wenngleich derselbe, wie Seite 527 des citirten Berichtes bemerkt ist, einem Logeman'schen nachgebildet war.



Für das Tragkraftsmaximum = 18 meines Elektromagneten muß, wenn arctg. in Graden gerechnet wird,

$$b = \frac{18}{90} = 0 \cdot 2$$

sein, während sich für a aus den Versuchen mit dem Anker C der Werth 0·0202 ergibt. Mit diesen Constanten gibt die Formel nachstehende berechnete Tragkräfte im Vergleiche mit den beobachteten.

Stromstärke	Tragkraft	
	berechnet	beobachtet
27·34	5·74	6·15
62·85	10·61	10·90
101·02	13·03	12·82
163·09	14·80	14·50
213·95	15·52	15·50

Die Curve der berechneten Tragkräfte für den Anker C ist in der beigefügten Zeichnung punktirt und schließt sich jener der beobachteten Tragkräfte sehr genau an. Damit soll übrigens nicht gesagt sein, daß ich auf diese Übereinstimmung großes Gewicht lege oder daraus einen Vorzug meiner Formel vor der Müller'schen herleiten will.

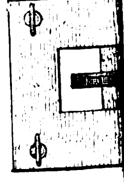
Weder die eine noch die andere gibt theoretische Aufschlüsse an die Hand und beide haben vorläufig nur den Werth die große Regelmäßigkeit, mit welcher sich bei sorgfältig durchgeführten Versuchen die Tragkräfte einem Grenzwerthe nähern, besser anschaulich zu machen.

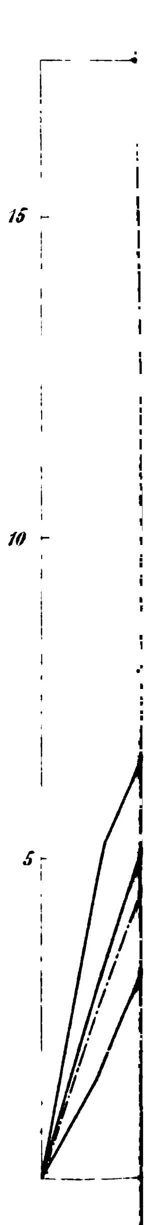
Eine ausgedehntere Brauchbarkeit würden solche Formeln erlangen, wenn die Abhängigkeit der Tragkraft von den Dimensionen des Magneten soweit erforscht wäre, daß eine der Constanten (nämlich b in obigen Formeln) für jeden Magnet sofort aus seinen Dimensionen berechnet werden könnte, — so wie z. B. in Folge meiner Nachweisungen über die Grenze der Magnetisirbarkeit dieselbe für jeden Magnet sofort aus seinem Gewichte bestimmt werden kann,

wodurch die experimentelle Bestimmung des Coëfficienten β in der Formel $y = \beta\gamma \operatorname{arctg} \frac{x}{\alpha\gamma^{\frac{1}{2}}}$ entfallen ist.

Wie man übrigens in einzelnen Fällen mit Benutzung der Häcker'schen Erfahrungen über Stahlmagnete, wenn deren Sättigung bei vorgelegtem Anker ermittelt werden kann, auf das Tragkraftsmaximum eines gleich schweren Elektromagneten zu schließen vermag, habe ich in dem Berichte über die Sitzung der königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften vom 10. März 1869 bereits an einem Beispiele dargethan.

Prag, 23. April 1870.




v. Walter
15
10
5

Gesteinsanalysen I.

Mitgetheilt

von Prof. A. Bauer.

In folgenden Zeilen theile ich die Resultate der Analysen von mehreren Gesteinen und Quellabsätzen mit, die sämmtlich aus dem Thermalgebiet von Teplitz und Schönau in Böhmen stammen und mir von Herrn Heinrich Wolf, Geologen der k. k. geologischen Reichsanstalt, übergeben wurden.

Obwohl im Allgemeinen die Analysen von Gebirgsgesteinen ohne vorhergegangene Trennung der einzelnen Mineralien, welche sie zusammensetzen, nur wenig Werth haben, so glaubte ich doch in vorliegendem Falle solche Analysen ausführen lassen und deren Besultate veröffentlichen zu sollen, da die Gesteine, die sie betreffen, zum Theile das Materiale abgeben, aus welchem die Quellenwässer, deren Sedimente ebenfalls der Analyse unterworfen wurden, ihre Mineralbestandtheile aufnehmen.

Es dürften daher die Resultate dieser Analysen für die Geologie der Umgebung von Teplitz von einiger Wichtigkeit sein.

Die Analysen selbst wurden von mehreren Praktikanten meines Laboratoriums ausgeführt, deren Namen an den betreffenden Stellen angegeben sind. Was die Methoden der Analysen anbelangt, so mag über dieselben, in so weit sie nicht bei den einzelnen Fällen Erwähnung finden, hier Folgendes bemerkt werden.

Die Gesteinsproben wurden meistens durch Schmelzen mit kohlensaurem Natron-Kali aufgeschlossen und wenn dieselben, was namentlich von den Quellabsätzen gilt, theilweise in Salzsäure löslich waren, zuerst mit dieser Säure digerirt und hierauf der Rückstand wie oben gesagt wurde behandelt.

Die Kieselsäure wurde aus der Schmelze mit Salzsäure abgeschieden und weiter nach der gewöhnlichen Methode direct bestimmt.

Eisenoxyd und Thonerde wurden von dem Manganoxydul durch fein vertheilten kohlensauren Baryt, in der Kälte, als Oxydhydrate getrennt. Das Mangan im Filtrate mit Schwefelammonium als Mangansulfür gefällt und als solches nach Rose's Methode (durch Glühen mit Schwefelpulver im Wasserstoffstrom) bestimmt. Eisenoxyd und Thonerde wurden zusammen geglüht und gewogen, dann mit saueren schwefelsauren Kali geschmolzen, in verdünnter Schwefelsäure gelöst, das Eisenoxyd durch Wasserstoff reducirt und das Eisenoxydul durch Titrirung mit Chamäleon bestimmt. Die Menge der Thonerde wurde aus der Differenz ermittelt.

Die Alkalien wurden in einer durch Flußsäure oder mittelst Ätzbaryt aufgeschlossenen Probe bestimmt und als Chloralkalien zusammen gewogen, in Wasser gelöst, und Kaliumchlorid von Natriumchlorid durch Platinchlorid getrennt. Das Platinchlorid-Chlorkalium endlich durch Erhitzen im Wasserstoffstrom zersetzt und das Platin gewaschen und gewogen.

Die Bestimmung des Wassers geschah in der bei 100° C. getrockneten Probe durch Glühen im Luftstrome und Auffangen des entweichenden Wassers in einer gewogenen Chlorcalciumröhre.

Die Dichtenbestimmungen sind alle von Herrn Heinrich Wieser aufgeführt worden. Es wurde bei denselben zum Füllen des Pyknometer's Wasser von 17° C. verwendet und die Substanz in Form von erbsengroßen Stücken zur Anwendung gebracht.

Nr. I. Analyse eines Quarzporphyrs.

Von Joh. Stingl.

Der zur Analyse verwendete Quarzporphyr stammt aus den Brüchen beim Settenzer Viehtrieb nächst Teplitz; ein petrographisch ganz gleiches Gestein bricht am Fuße des Monte de Ligne nächst der Steinbadgasse und stellt im frischen Bruche ein grobkörniges grünlich-graues Gestein dar, welches mit vielen deutlichen Quarzkörnern durchsetzt ist und sporadisch schwarzen Glimmer in geringer Menge beigemengt enthält. Die Dichte desselben beträgt 2·64.

Zur Analyse wurden zwei Partien verwendet, deren eine mittelst Ätzbaryt aufgeschlossen, zur Bestimmung der Alkalien, die andere, welche mit kohlensaurem Natron-Kali geschmolzen wurde, zur Bestimmung der übrigen Bestandtheile diente.

2·0 Grm. Substanz gaben 1·4618 Grm. Kieselsäure und 0·3848 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·1525 Grm. Eisenoxyd gefunden wurden, ferner 0·0216 Grm. Schwefelmangan, entsprechend 0·0176 Grm. Manganoxydul, dann 0·0524 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·0198 Grm. Magnesia. 2·042 Grm. Substanz gaben 0·1882 Grm. Chlorkalium und Chlornatrium, woraus 0·1372 Platin, entsprechend 0·1034 Grm. Chlorkalium und 0·0653 Grm. Kaliumoxyd, erhalten wurden.

Eine directe Wasserbestimmung ergab, in 1·423 Grm. Substanz 0·0099 Grm. Wasser.

Diesen Daten zu Folge enthalten 100 Theile des Minerals:

Kieselsäure	73·09	Proc.
Thonerde	11·61	„
Eisenoxyd	7·62	„
Manganoxydul	0·88	„
Magnesia	0·99	„
Kali	3·19	„
Natron	2·19	„
Wasser	0·70	„
Summe .	100·27	Proc.

Nr. 2. Analyse eines zersetzten Quarzporphyrs.

Von Heinrich Wieser.

Dieser Quarzporphyr ist den Felsköpfen entnommen, welche bei dem Aufgange zum Schießhause in Teplitz, am Fuße der Königshöhe enstehen und zeigte eine sehr zersetzte Grundmasse, in welcher die ehemals in Krystallen ausgeschiedenen Orthoklase, gegenwärtig in derselben Umgrenzung aber ganz in Kaolinmasse umgewandelt erscheinen.

Eine nicht unbeträchtliche Menge von grobkörnigem Quarz ist in dem Gestein eingesprengt und dasselbe zeigte eine Dichte von 2·58. Beim Behandeln mit Salzsäure löst sich ein Theil desselben auf und man fand, im Durchschnitt aus mehreren Versuchen, daß hiebei 95·8 Proc. ungelöst bleiben.

Zum Behufe der Analyse wurde eine größere Menge des Gesteines grob gepulvert und die größte Menge (und zwar 62·3 Proc.)

der Quarzkörner mechanisch getrennt und der hier bleibende Rest der Analyse unterworfen.

3·1323 Grm. der bei 100° C. getrockneten Substanz wurde mit Salzsäure behandelt und gaben 0·0094 Grm. löslicher Kieselsäure, 0·108 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worunter 0·014 Grm. Eisenoxyd gefunden wurden, dann 0·1132 Grm. schwefelsaure Alkalien, worin 0·0602 Grm. Schwefelsäure (entsprechend 0·1754 Grm. Schwefelsaures Baryt) enthalten waren.

Hieraus berechnet sich die Menge des schwefelsauren Natrons zu 0·0793 Grm. und die des schwefelsauren Kali's zu 0·0339 Grm., was 0·0346 Grm. Natron und 0·0183 Grm. Kali entspricht.

In dem in Salzsäure unlöslichen Rückstand fand man 2·124 Grm. Kieselsäure und 0·652 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worunter 0·0108 Grm. Eisenoxyd waren, ferner 0·0456 Grm. Kalk und 0·0035 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia oder 0·0013 Magnesia.

2·3218 Grm. der bei 100° C. getrockneten Substanz lieferten bei der directen Wasserbestimmung 0·0743 Grm. Wasser.

Diesen Daten zu Folge enthalten 100 Theile des Porphyrs:

Kieselsäure	0·30 Theile.	In Salzsäure löslich: 9·19 Theile.
Thonerde	3·00 „	
Eisenoxyd	0·45 „	
Kali	0·58 „	
Natron	1·66 „	
Wasser	3·20 „	
Kieselsäure	67·81 „	In Salzsäure unlöslich: 90·15 Theile.
Thonerde	20·47 „	
Eisenoxyd	0·35 „	
Kalk	1·46 „	
Magnesia	0·06 „	
	99·34 Theile.	

Nr. 3. Analyse eines zersetzten Quarzporphyrs.

Von Joh. Stingl.

Die untersuchte Probe dieses Quarzporphyrs stammt vom linken Ufer des Saubaches aus der Gegend gegenüber der protestantischen Kirche in Teplitz und erscheint völlig zersetzt. Die Dichte

des Gesteins beträgt 2·512 und dasselbe gibt an kochende Salzsäure Eisenoxyd ab.

0·6473 Grm. lieferten beim Glühen 0·0254 Grm. Wasser.

1·417 Grm. der wasserfreien Substanz gaben beim Digeriren mit Salzsäure 1·34 Grm. unlöslichen Rückstand und 0·0796 Grm. Eisenoxyd, welches in Lösung ging.

Der unlösliche Theil ergab ferner: 1·0844 Grm. Kieselsäure, 0·2367 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·0906 Grm. Eisenoxyd gefunden wurden.

1·649 Grm. der wasserfreien Substanz gaben endlich nach erfolgter Aufschließung mit Flußsäure 0·067 Grm. schwefelsaures Natron, entsprechend 0·027 Grm. Natriumoxyd.

In 100 Theilen des ursprünglichen Gesteines sind demnach 3·80 Theile Wasser enthalten und in der vom Wasser befreiten Probe wurde gefunden:

In Salzsäure löslich:

Eisenoxyd	5·62 Proc.

In Salzsäure unlöslich:

Kieselsäure	76·52 Proc.
Thonerde	10·30 „
Eisenoxyd	6·30 „
Natron	1·60 „
Summe .	100·34 Theile.

Nr. 4. Analyse des Quellenoker.

Von Joh. Stingl.

Der zur Analyse übergebene braungefärbte von der Urquelle in Teplitz stammende okerige Absatz zeigte ein specifisches Gewicht von 2·41 und wurde zum Behufe der Analyse in zwei Theile getrennt, deren einer in Salzsäure löslich, der andere aber unlöslich war.

1·379 Grm. der bei 100° C. getrockneten Substanz gaben 0·608 Grm. eines in Salzsäure unlöslichen Rückstandes, welcher 0·586 Grm. Kieselsäure enthielt und bei der weitern Analyse 0·014 Grm. Kalk, dann 0·067 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0·023 Grm. Schwefelsäure und 0·006 Grm. Eisenoxyd und Thonerde.

Der in Salzsäure lösliche Theil obiger Substanz gab 0·0136 Grm. Kalk, 0·684 Grm. Eisenoxyd, 0·011 Grm. Kohlensäure und 0·0602 Grm. gebundenes Wasser.

100 Theile dieses bei 100° C. getrockneten Quellenokers enthalten somit:

In Salzsäure löslicher Theil:

Eisenoxyd	49·60	Proc.
Kalk	0·98	„
Kohlensäure	0·79	„
Wasser	4·36	„

In Salzsäure unlöslicher Theil:

Kieselsäure	42·49	„
Kalk	1·01	„
Schwefelsäure	0·61	„
Eisenoxyd und Thonerde	0·04	„
Summe	99·88	Proc.

Nr. 5. Analyse eines Plänermergels.

Die zur Analyse übergebene Probe dieses Plänermergels stammt von der Neubadhügelquelle in Schönau bei Teplitz und stellt ein gelblich-graues Gestein, von ganz gleichförmigem Gefüge dar, welches jedoch durch das Wasser einer in demselben aufsteigenden Quelle, mit einer dicken Kruste von Quellensinter bedeckt wurde.

Dieser Überzug (Sinter) wurde von dem Gestein mechanisch getrennt und beide Theile der Analyse unterworfen. Der Überzug zeigte ein specifisches Gewicht von 2·65—2·68, der Mergel selbst dagegen nur eine Dichte von 2·48—2·54.

Analyse des Plänermergels (Grundmasse).

Von Hermann Modes und W. Ratkowsky.

I. 0·6675 Grm. Substanz gaben 0·532 Grm. Kieselsäure und 0·0905 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·0207 Grm. Eisenoxyd gefunden wurden.

Dieselbe Menge von Substanz lieferte 0·0109 Grm. Ätzkalk und 0·0875 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0·03 Grm. Schwefelsäure.

In 1·154 Grm. Substanz wurde 0·005 Grm. Wasser nachgewiesen.

II. 1·881 Grm. Substanz lieferten 1·4985 Grm. Kieselsäure, dann 0·2615 Grm. Thonerde und Eisenoxyd, worin 0·0545 Grm. Eisenoxyd gefunden wurde.

Dieselbe Menge Substanz ergab ferner: 0·0285 Grm. Kalk und 0·2464 Grm. schwefelsauren Baryt oder 0·0846 Grm. Schwefelsäure.

1·149 Grm. Substanz liefert, bei der directen Wasserbestimmung, 0·005 Grm. oder 0·4 Proc. Wasser.

100 Theile der mergeligen Grundmasse enthalten demnach:

	Analyse I.	Analyse II.
Kieselsäure	79·70	79·60
Eisenoxyd	3·10	2·89
Thonerde	10·45	11·00
Kalk	1·64	1·51
Schwefelsäure	4·49	4·49
Wasser	0·43	0·43
Summa	99·81	99·92

Analyse des Sinters (Überzuges).

Von Heinrich Wieser.

2·9478 Grm. der bei 100° getrockneten Probe lieferten 0·1981 Grm. Kieselsäure, 2·585 Grm. kohlensauren Kalk und 0·009 Grm. Schwefelmangan, ferner 0·1575 Grm. schwefelsaure Alkalien. Diese Menge von schwefelsaueren Alkalien lieferte 0·2328 Grm. schwefelsaueren Baryt, entsprechend 0·0799 Grm. Schwefelsäure.

Es berechnet sich demnach der Gehalt des obengenannten Gemenges an schwefelsauren Alkalien zu 0·073 Grm. schwefelsauren Natron und 0·0845 Grm. schwefelsauren Kali, entsprechend 0·03187 Grm. Natron und 0·04569 Grm. Kali.

2·0701 Gr. der bei 100° C. getrockneten Substanz gaben ferner: 0·0226 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·0068 Grm. Eisenoxyd gefunden wurden.

0·3868 Grm. des Minerals lieferten endlich 0·1492 Grm. Kohlensäure und 0·432 Grm. desselben, beim Glühen im Luftstrome 0·0781 Grm. chemisch gebundenes Wasser.

100 Theile des okerigen Überzuges enthalten demnach:

Kieselsäure	6·72	Proc.
Kohlensäure	38·62	„
Kalk	49·11	„
Thonerde	0·76	„
Eisenoxyd	0·32	„
Manganoxydul	0·02	„
Kali	1·55	„
Natron	1·08	„
Wasser	1·81	„
Summa	99·99	Proc.

Nr. 6. Analyse eines Plänergesteins.

Von Josef Zaufal.

Dieses Gestein stammt aus dem Quellengrunde der Schlangenbadfassung in Schönau, ès ist dunkel gefärbt, erscheint verkieselt und hat eine Dichte von 2·66.

0·7605 Grm. Substanz gaben 0·661 Grm. Kieselsäure und 0·0656 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·0074 Grm. Eisenoxyd enthalten waren.

1·135 Grm. Substanz lieferten ferner 0·0255 Grm. Kalk, dann 0·0513 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0·0176 Grm. Schwefelsäure und 0·02 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia oder 0·0072 Grm. Magnesiumoxyd.

100 Theile des Gesteins enthalten demnach:

Kieselsäure	86·91
Thonerde	7·65
Eisenoxyd	0·97
Manganoxydul	Spur
Kalk	2·24
Magnesia	0·63
Schwefelsäure	1·55
Summa	99·95

Nr. 7. Analyse eines Pläner-Sandsteins.

Von B. Haas.

Dieses Gestein ist in der ganzen Masse sehr ungleichförmig, theils dunkel, theils lichtgrau gefärbt. Es enthält zahlreiche krystallinische Quarzkörner wie der frische Quarzporphyr. Die uns zur Analyse übergebene Probe, stammt vom Einschnitt der Teplitz-Duxer Eisenbahn bei Janigg und zeigte eine Dichte von 2·65.

1·08 Grm. der Substanz gaben, nach dem Aufschließen mit kohlensauerem Natron-Kali 0·978 Grm. Kieselsäure, dann 0·110 Grm. schwefelsauren Baryt, entsprechend 0·0377 Grm. Schwefelsäure und 0·04 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·0175 Grm. Eisenoxyd und 0·0225 Grm. Thonerde gefunden wurden, ferner 0·0075 Grm. Kalk und 0·0137 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·005 Grm. Magnesia.

1·274 Grm. Substanz lieferten, beim Trocknen im Luftbad 0·011 Grm. Wasser.

100 Theile des Gesteines enthalten demnach:

Kieselsäure	90·55
Schwefelsäure	3·49
Thonerde	2·08
Eisenoxyd	1·62
Kalk	0·69
Magnesia	0·46
Wasser	1·01
Summa	99·90

Nr. 8. Analyse eines hornsteinartigen Pläner.

Von Julius Ostersetzer.

Dieses Gestein stammt aus der Steinbadquelle in Teplitz, ist dunkel gefärbt, mit Eisenoker überzogen und zeigt ein specifisches Gewicht von 2·64.

Die Analyse ergab folgende Resultate:

1·188 Grm. Substanz gaben 0·9609 Grm. Kieselsäure, dann 0·138 Grm. Eisenoxyd und Thonerde (worin 0·04799 Grm. Eisenoxyd gefunden wurden), 0·0681 Grm. Kalk, 1·995 Grm. des Gesteines

lieferten 0·0558 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·0201 Grm. Magnesia.

100 Theile des Gesteines enthalten demnach:

Kieselsäure	80·88	Proc.
Eisenoxyd	4·04	„
Thonerde	7·57	„
Kalk	5·73	„
Magnesia	1·01	„
Wasser	0·81	„
Summa	100·04	Proc.

Nr. 9. Analyse eines hornsteinartigen Pläner.

Von F. Felbermayer.

Dieser hornsteinartige Pläner stammt vom sogenannten Saubach, nächst dem Bahneinschnitt bei Settentz und zeigt eine Dichte von 2·63.

0·804 Grm. Substanz lieferten 0·7504 Grm. Kieselsäure, dann 0·0362 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·002 Grm. Eisenoxyd gefunden wurden, ferner 0·0012 Grm. Kalk und 0·0032 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·0011 Grm. Magnesia.

Die Wasserbestimmung, welche durch die directe Methode ausgeführt wurde, ergab 0·0092 Grm. Wasser in 0·4236 Grm. Substanz.

100 Theile des Gesteines enthalten demnach:

Kieselsäure	93·33
Thonerde	4·26
Eisenoxyd	0·24
Kalk	0·14
Magnesia	0·13
Wasser	2·17
Summa	100·27

Nr. 10. Analyse eines Kalksinters.

Von A. W. Voß.

Dieser Kalksinter stammt aus den hölzernen Röhren, welche das Wasser der Hügelquelle, das eine Temperatur von 20

bis 25° R. zeigt, in die Bäder leiten, ist porös und zeigt eine Dichte von 2·689.

Die Analyse ergab folgende Resultate:

5·415 Grm. Substanz wurden mit Salzsäure behandelt und nach Abscheidung der vorhandenen Menge von 0·0095 Grm. Kieselsäure, aus dem Filtrat erhalten: 0·0285 Grm. Eisenoxyd und 0·0077 Grm. Thonerde, ferner 0·0648 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·0092 Grm. Magnesia, endlich 6·9211 Grm. schwefelsauren Kalk oder 2·499 Grm. Kalk und 0·275 Grm. schwefelsaures Natron oder 1·245 Grm. Natron.

0·815 Grm. Substanz gaben 0·350 Grm. Kohlensäure.

Die directe Wasserbestimmung ergab 1·24 Proc. Wasser.

100 Theile dieses Kalksinters enthalten demnach;

Kohlensäure	42·94
Kieselsäure	0·17
Eisenoxyd	0·52
Thonerde	0·14
Magnesia	0·47
Manganoxydul	Spur
Baryt	Spur
Kalk	52·63
Natron	2·20
Kali	Spur
Lithion	Spur
Wasser	1·24
Summa	100·31

Nr. II. Analyse eines Quellabsatzes.

Von F. Felbermayer.

Das uns zur Analyse übergebene Product stammt aus einer Wasserleitungsröhre, durch welche das, eine Temperatur von 8—12° R. zeigende Wasser floß, war deutlich geschichtet mit dunkel und lichten Streifen und zeigt eine Dichte von 2·66.

2·478 Grm. Substanz wurden in Salzsäure gelöst und daraus 0·0045 Grm. Kieselsäure abgeschieden.

1·2913 Grm. Substanz gaben ferner 0·0335 Grm. Eisenoxyd und Thonerde, worin 0·0042 Grm. Eisenoxyd, ferner 0·6383 Grm. schwefelsauren Kalk, entsprechend 0·6746 Grm. Kalk, dann 0·0108 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia oder 0·0039 Grm. Magniumoxyd.

1·5968 Grm. des Gesteines lieferten 0·0508 Grm. schwefelsaures Natron oder 0·0184 Grm. Natron, dann 0·2563 Grm. Substanz, 0·1078 Grm. Kohlensäure und 1·0502 Grm. des Minerals, 0·011 Grm. Wasser.

100 Theile der Gesteine enthalten demnach:

Kohlensäure	42·11
Kieselsäure	0·18
Wasser	1·04
Thonerde	2·26
Eisenoxyd	0·33
Magnesia	0·30
Kalk	52·25
Natron	1·16
Kali	Spur
Lithion	Spur
Summa	99·63

Zusammenstellung der Resultate

	Quarzporphyr	zersetzter Quarzporphyr				Quellenocker		Plänermergel	Überzug (Sinter)	Plänergestein				Quellensinter	
Nummer:	1	2 lösl.	2 unlösl.	3 lösl.	3 unlösl.	4 lösl.	4 unlösl.	5	5	6	7	8	9	10	11
Dichte:	2·64	2·58		2·512		2·414		2·54	2·67	2·66	2·656	2·64	2·63	2·689	2·66
Kieselsäure	73·09	0·30	67·81	—	76.52	—	42·49	79.60	6·72	86·91	90·55	80·88	93·58	0·17	0·18
Kohlensäure	—	—	—	—	—	0·79	—	—	38·62	—	—	—	—	42·94	42·11
Thonerde	11·61	3·00	20·47	—	10·30	—	} 0·04 (Thonerde u. Eisenoxyd)	11·00	0·76	7·65	2·08	7·57	4·26	0·14	2·26
Eisenoxyd	7·62	0·45	0·35	5·62	6·30	49·60		2·89	0·32	0·97	1·62	4·04	0·24	0·52	0·33
Manganoxydul	0·88	—	—	—	—	—	—	—	0·02	Spur	—	—	—	Spur	—
Kalk	—	—	1·46	—	—	0·98	1·01	1·51	49·11	2·24	0·69	5·73	0·14	53·13	52·25
Magnesia	0·99	—	0·06	—	—	—	—	—	—	0·63	0·46	1·01	0·13	0·17	0·30
Kali	3·19	0·58	—	—	—	—	—	—	1·55	—	—	—	—	—	0·30
Natron	2·19	1·66	—	—	1·60	—	—	—	1·08	—	—	—	—	2·20	1·16
Schwefelsäure	—	—	—	—	—	—	0·61	4·49	—	1·58	3·49	—	—	—	—
Wasser	0·70	3·20	—	—	—	4·36	—	0·43	1·81	—	1·01	0·81	2·17	1·24	1·04
Summe	100.27	99·34		100·34		99·88		99·92	99·98	99·95	99·99	100·04	100·52	100·51	99·63

XIV. SITZUNG VOM 19. MAI 1870.

Herr Prof. Oscar Schmidt in Graz dankt mit Schreiben vom 14. Mai für die ihm, zum Behufe der Tiefen-Untersuchungen des Adriatischen Meeres bewilligte Subvention von 600 fl.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Kritische Durchsicht der Ordnung der Flatterthiere oder Handflügler (*Chiroptera*). Familie der Fledermäuse (*Vespertiliones*). II. Abtheilung, von Herrn Dr. L. J. Fitzinger in Pest.

„Herpetologische Notizen“ (II.), vom Herrn Dr. Fr. Steindachner.

I. „Beiträge zur chemischen Geschichte des α) Cymols“; II. „Über einige Derivate der Cuminsäure“; III. „Über Nitrobenzylcyanid und Amido-Benzyl-Cyanid“, vom Herrn Dr. Ed. Czumpelik in Prag, eingesendet durch Herrn Regierungsrath, Prof. Dr. Fr. Rochleder.

„Elektromagnetische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die Anwendbarkeit der Müller'schen Formel“, (II. Abtheilung), vom Herrn Prof. Dr. A. v. Waltenhofen in Prag.

„Geometrische Mittheilungen“ (II), vom Herrn Dr. Emil Weyr in Prag.

Herr Director Dr. K. Jelinek überreicht eine Abhandlung: „Über die jährliche Vertheilung der Gewittertage nach den Beobachtungen an den meteorologischen Stationen in Oesterreich und Ungarn“.

Herr Hofrath Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung: „Über die Wirkung von Borsäure auf frische Ganglienzellen“ vom Herrn *Dr. Medicinae* E. Fleischl vor.

Herr Director Dr. J. Stefan übergibt eine Abhandlung: „Bestimmung der Brechungsverhältnisse von Zuckerlösungen“ vom Herrn A. v. Obermayer.

Herr Prof. Dr. C. Freiherr von Ettingshausen legt eine Abhandlung: „Beiträge zur Kenntniß der fossilen Flora vom Radoboj“ vor.

Herr Prof. Dr. Edm. Weiß überreicht eine Abhandlung über Höhenbestimmungen von Sternschnuppen während der Augustperiode 1869“.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 8. Jahrg., Nr. 10. Wien, 1870; 8°.

Archief, Nederlandsch, voor Genees-en Natuurkunde. Deel V, 2e Aflev. Utrecht, 1870; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1801—1802 (Bd. 76. 1—2.) Altona, 1870; 4°.

Berlin, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1869/70. 4°.

Bonizzi, Paulo, Sulle varietà della specie *Gasterosteus aculeatus*. 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXX, Nr. 18. Paris, 1870; 4°.

Cosmos. XIXe Année. 3e Série. Tome VI, 20e Livraison. Paris, 1870; 8°.

Czyrnianski, Emil, Chemische Theorie auf der rotirenden Bewegung der Atome basirt. (Zweite vermehrte Auflage.) Krakau, 1870; 8°.

Farr, William, Report to the International Statistical Congreß held at the Hague in 1869. London, 1870; 8°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XXII. Band, 1. Heft. Berlin, 1870; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXXI. Jahrgang, Nr. 20. Wien, 1870; 8°.

Heidelberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1869/70. 4° & 8°.

Hirsch, A., et E. Plantamour, Nivellement de précision de la Suisse. 3me Livraison. Genève & Bale, 1870; 4°.

Jahresbericht der Lese- und Redehalle der deutschen Studenten zu Prag (1869—1870.) Prag; 8⁰.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band I, 6. & 7. Heft. Leipzig, 1870; 8⁰.

Landbote, Der steirische. 3. Jahrgang, Nr. 10. Graz, 1870; 4⁰.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1870, Nr. 17. Wien; 8⁰.

Nature. Nr. 28. Vol. II. London, 1870; 4⁰.

Peabody Institute: Discourse on the Life and Character of Georg Peabody. Baltimore, 1870; 8⁰.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1870, Nr. 7. Wien; 4⁰. — Die fossilen Mollusken des Tertiärbeckens von Wien. Von Dr. Moriz Hörnes. II. Band, Nr. 9, 10. Bivalven. Wien, 1870; Folio.

Reslhuber, Augustin, Resultate aus den in den Jahren 1867 und 1868 auf der Sternwarte zu Kremsmünster angestellten meteorologischen Beobachtungen. Linz, 1868 & 1870; 8⁰.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. VII[e] Année, Nr. 24. Paris & Bruxelles, 1870; 4⁰.

Société des Ingenieurs civils: Mémoires et compte rendu des travaux. 3[e] Série. 22[e] Année, 3[e] Cahier. Paris; 1869: 8⁰. — Séances du 7 Janvier — 22 Avril 1870. 8⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XX. Jahrgang, Nr. 27. Wien, 1870; 4⁰.

Zeitschrift für Chemie, von Beilstein, Fittig & Hübner. XIII. Jahrgang. N. F. VI. Band, 8. Heft. Leipzig, 1870; 8⁰.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXII. Jahrgang, 3. Heft. Wien, 1870; 4⁰.

Elektromagnetische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die Anwendbarkeit der Müller'schen Formel.

Zweite Abhandlung,

enthaltend die Versuche mit discontinuirlichen Eisenmassen, nebst einem Anhange über die Grenzen der Giltigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes.

(Mit 1 Tafel.)

Von Prof. Dr. A. v. Waltenhofen in Prag.

In meiner vor 5 Jahren erschienenen ersten Abhandlung über die Müller'sche Formel habe ich das Verhalten von massiven cylindrischen Stäben besprochen.

Dabei hatte sich die besagte Formel in der Weise bewährt, daß die mit Beibehaltung derselben numerischen Werthe für die beiden Constanten berechneten Magnetismen mit den beobachteten von den dünnsten Stäben angefangen bis zu einer Stabdicke von etwa $^2/_3$ des inneren Durchmessers der Spirale eine befriedigende Übereinstimmung darboten.

Die auch bei dünnen Stäben vorkommenden Abweichungen sind — wie ein Blick auf die graphische Darstellung der Versuche zeigt — am größten bei Magnetisirungen, die unter dem Betrage der halben Sättigung liegen, welcher Betrag — wie ich nachgewiesen habe — ungefähr die Grenze bezeichnet, bis zu der die Magnetismen nach dem Lenz-Jacobi'schen Gesetze proportional mit den Stromstärken wachsen, während nach der Müller'schen Formel diese Proportionalität lange nicht in solcher Ausdehnung, sondern nur für sehr kleine Stromstärken bestehen kann.

Außerdem habe ich die schon von Lenz entdeckte und später auch von Anderen beobachtete Anomalie auch bei meinen Versuchen bestätigt gefunden, daß nämlich bei beginnender Magnetisirung die erregten Magnetismen sogar rascher wachsen als die Stromstärken und erst später hinter denselben zurückbleiben, so daß die Intensitätscurve Anfangs convex gegen die Abscissenaxe sich erhebt,

sodann nahezu geradlinig verläuft und erst bei einem Wendepunkte, welcher stets dem Punkte der halben Sättigung nahe liegt, in die concave Krümmung übergeht.

Dieses größtentheils geradlinige Stück zwischen dem Anfangspunkte der Coordinaten und dem Wendepunkte — in meiner ersten Abhandlung die „Anomalie" genannt — charakterisirt den Unterschied zwischen der beobachteten und der nach der Müller'schen Formel berechneten Intensitätscurve.

Abgesehen von den durch diese Anomalie bei Sättigungsgraden unter 50% bedingten Abweichungen gilt also die Müller'sche Formel nach meinen Untersuchungen mit massiven Cylindern in gleicher Weise für Stäbe von sehr verschiedenen Durchmessern, von den dünnsten angefangen bis zu Stäben, deren Dicke ungefähr $^2/_3$ von der Weite der Spirale beträgt.

Anders verhält sich die Sache bei nicht massiven Elektromagneten.

Ich habe in dieser Hinsicht vornehmlich Bündel von cylindrischen oder prismatischen Stäben und Röhren untersucht und theile die Resultate im Folgenden mit.

Dabei muß ich jedoch Einiges über die bisherigen Arbeiten in dieser Richtung vorausschicken.

Das elektromagnetische Verhalten von Bündeln und Röhren ist allerdings schon mehrfach Gegenstand von Untersuchungen gewesen, doch hat man dabei nur die Vergleichung mit massiven Stäben von gleichem Querschnitte im Auge gehabt und ist mitunter auch zu offenbar unrichtigen Resultaten gelangt.

Was die Vergleichung von Drahtbündeln mit massiven Stäben von gleichem Querschnitte betrifft, sind Muncke durch Tragkraftsbestimmungen, Joule durch Versuche mit elektromagnetischen Maschinen und Dub durch Messung der Kräfte, mit welchen die verglichenen Eisenkerne in eine Spirale hineingezogen wurden, übereinstimmend zu dem Resultate gelangt, daß die Wirkung von Drahtbündeln jener von massiven Eisenkernen von gleichen Dimensionen nachsteht [1], wie es mit Rücksicht auf die größere Masse der letzteren auch nach dem Müller'schen Gesetze nicht anders zu erwarten wäre.

[1]) Siehe Dub, „Elektromagnetismus" S. 233 u. f.



Wenn Joule ein anderes Mal mit einem Magnetkern aus viereckigen Stäbchen in einer elektromagnetischen Maschine eine grössere Wirkung erhielt als mit einem massiven, so findet hierauf die Bemerkung Dub's [1]) Anwendung, daß man bei der Wirkung eines Eisenkernes den Fall einer andauernden Magnetisirung von dem alternirender Magnetisirungen, wie sie bei elektromagnetischen Maschinen vorkommen, wohl unterscheiden muß, da im letzteren Falle besondere Umstände in Betracht kommen, welche die Anwendung discontinuirlicher Eisenkerne vortheilhaft erscheinen lassen.

Eine dritte Versuchsreihe von Joule [2]) mit eben solchen Stabbündeln und massiven Stäben von gleichen Querschnitten, wobei er die anziehenden Wirkungen verglich und fand, daß jene bei grösseren Stromstärken schwächer wirken, während bei kleineren häufig das Gegentheil stattfand, deutet — wie aus meinen Versuchen hervorgehen wird — offenbar darauf hin, daß die prismatischen Stäbchen nicht ohne Zwischenräume zu prismatischen Bündeln zusammengefügt und daher von geringerer Masse waren als die massiven Stäbe von gleichem Querschnitte.

Bezüglich der magnetischen Wirkung eiserner Röhren mögen zunächst die Versuche von Pfaff erwähnt werden. Er fand bei der Vergleichung der Tragkräfte hohler und massiver Elektromagnete von gleicher Form die Tragkraft des hohlen Elektromagneten bedeutend kleiner [3]).

Joule fand bei Anwendung zweier Kerne von ziemlich gleichen Dimensionen, deren einer hohl, der andere massiv war, die Tragkraft ebenfalls beim massiven Kern größer als beim hohlen, bei diesem dagegen eine größere Anziehung. Dieses letztere Resultat ist ebensowenig mit dem ersteren vereinbar als mit den Folgerungen, welche sich aus späteren Untersuchungen über den freien Magnetismus er-

---

1) Siehe Dub, „Elektromagnetismus" S. 234 u. 235.

2) Sturgeon Annals, vol. IV.

3) Die dabei angenommene beiläufige Proportionalität der Tragkräfte mit den Massen der verglichenen Elektromagnete kann ebenso wenig als eine allgemeine Regel gelten, wie die bei dem oben erwähnten Versuche von Dub beobachtete ungefähre Proportionalität der Spiralanziehungen mit den Massen der dabei angewendeten verglichenen Eisenkerne (Bündel und Stab) von gleichem Querschnitte, denn in beiden Fällen ist die Wirkung auch vom Sättigungsgrade abhängig.



geben haben [1]). Dasselbe gilt von einem anderen Versuche Joule's, bei welchem er eine größere Fernwirkung eines hohlen Cylinders im Vergleiche mit einem massiven beobachtet haben will [2]).

Aus den Versuchen von Feilitzsch folgt vielmehr, daß die Wirkung eines hohlen Cylinders jene eines massiven von gleichem Durchmesser niemals übertreffen kann, und daß zwar einem massiven Cylinder bei einem gewissen magnetisirenden Strome ein hohler von gleichem Durchmesser und entsprechender Wanddicke äquivalent sein kann, daß jedoch die Überlegenheit des letzteren bei größeren magnetisirenden Stromstärken immer hervortreten muß, welche Folgerungen, wie sich später zeigen wird, auch mit meinen Versuchen in Übereinstimmung sind.

Es ist sonach wohl außer Zweifel gestellt, daß Drahtbündel und Röhren den massiven Stäben von gleichem Querschnitte im Allgemeinen [3]) nachstehen, und zwar in steigendem Verhältnisse bei wachsender Stromstärke, aber die bisherigen Untersuchungen geben weder einen Aufschluß über die Sättigungsgrade, welche Bündel, Röhren und Stäbe von gleichem Querschnitte bei gleichen Stromstärken erlangen, noch über die wichtige Frage, wie sich Bündel und Röhren im Vergleiche mit massiven Stäben von gleichem Gewichte verhalten.

Diese Fragen, insbesondere die letztere, habe ich speciell zum Gegenstande einer eingehenden Untersuchung gemacht, zumal dieselbe auch mit der weiteren Frage im innigsten Zusammenhange steht: ob und in wie weit die Müller'sche Formel auch auf nicht massive Eisenstäbe ausgedehnt werden kann.

Meine Versuche erstreckten sich 1. auf Bündel aus cylindrischen Drähten; 2. auf Bündel aus prismatischen Stäben, welche theils ohne Zwischenräume dicht beisammen lagen, theils durch indifferente Zwischenlagen getrennt waren; 3. auf eiserne Röhren und 4. auf Aggregate von Eisenfeilspähnen.

Zur Ausführung dieser Versuche diente derselbe Apparat, den ich für meine früheren elektromagnetischen Untersuchungen construirt

---

[1]) Dub, „Elektromagnetismus", S. 235.

[2]) Sturgeon Annals, vol. IV. p. 60.

[3]) Daß in einzelnen Fällen unter gewissen Bedingungen eine Äquivalenz stattfinden kann, wird im Folgenden gezeigt werden.

hatte und dessen Beschreibung in meiner im Jahre 1863 erschienenen Abhandlung „Über das elektromagnetische Verhalten des Stahles" (Sitzungsberichte, Band 48) enthalten ist.

Alle untersuchten Eisenkerne hatten auch bei diesen Versuchen, wie bei den früheren, die gleiche Länge von 103 Millimetern. Auch beziehen sich die angeführten Zahlen auf die bereits in meinen früheren Abhandlungen über das Verhalten des Stahles, über die Müller'sche Formel u. s. w. angegebenen Einheiten, sowie auch bei der Berechnung der den magnetisirenden Strömen x nach Maßgabe der Stabgewichte γ entsprechenden Magnetismen y für die Coëfficienten α und β der Müller'schen Formel

$$y = \beta\gamma \operatorname{arctg} \frac{x}{\alpha\gamma^{\frac{3}{2}}}$$

dieselben numerischen Werthe wie in den früheren Abhandlungen beibehalten worden sind [1]).

I. Versuche mit Bündeln aus cylindrischen Drähten.

Es waren zweierlei Drähte, nämlich von etwas mehr als 1 Millimeter und von etwas über 2 Millimeter Durchmesser in Verwendung. Die daraus gebildeten Bündel [2]) sind im Folgenden durch zwei eingeklammerte Zahlen in der Weise bezeichnet, daß die erstere die Anzahl der Stäbchen, und die letztere deren Durchmesser andeutet. So bezeichnet z. B. das Symbol (113, 1) ein Bündel von 113 Stäbchen des 1 Millimeter dicken Drahtes, dagegen (28, 2) ein Bündel von 28 Stäbchen des 2 Millimeter dicken Drahtes. — Die Stäbchen der ersteren Art wogen durchschnittlich 0·773, die der letzteren 3·073 Grammen, woraus die Durchmesser 1·25 und 2·21 berechnet wurden.

---

[1]) Ich habe seither nachgewiesen, daß der Coëfficient β der Müller'schen Formel für beliebige Magnetisirungsspiralen constant und etwas größer ist, als der hier angenommene. Die Einführung dieses verbesserten Werthes hätte aber die Vergleichungen mit früheren Versuchsresultaten erschwert und hätte auch bei dickeren Eisenkernen größere Abweichungen von den beobachteten Werthen bedingt, aus Gründen, die ich in meiner Abhandlung „Über die Grenzen der Magnetisirbarkeit" (Sitzungsberichte, Bd. 59) ausführlich erörtert habe.

[2]) Dieselben waren, um die Drähte hinreichend fest zusammen zu halten, mit aufgeschobenen Kautschukringen (Abschnitten von Röhren) versehen.



Die Versuche führten zu folgenden Resultaten, wobei ich noch bemerken will, daß die den vorgenommenen Magnetisirungen entsprechenden Sättigungsgrade in jedem Falle leicht beurtheilt werden können, wenn man erwägt, daß die Grenze der Magnetisirbarkeit des Eisens einem Maximalmomente von in runder Zahl 2 Millionen absoluter Einheiten per Gramm entspricht, und daß sonach der in Millionen absoluter Einheiten gemessene Betrag der halben Sättigung stets nahezu durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, wie das beigefügte Gewicht des betreffenden Eisenkernes in Grammen.

I. Schwache Drahtbündel, d. h. solche von wenigen (dünnen) Drähten, zeigen bei allen Stromstärken keine erhebliche Abweichung von der Müller'schen Formel. Z. B.

	$x =$	2	4	6	8	10	15	Bündel	Gewicht
y	berechnet	1·094	1·653	1·928	2·083	2·181	2·316	(2, 1)	1·55
	beobachtet	1·052	1·537	1·821	1·903	2·022	2·178		
y	berechnet	1·293	2·118	2·591	2·876	3·064	3·329	(3, 1)	2·32
	beobachtet	1·144	2·196	2·563	2·884	3·022	3·159		
y	berechnet	1·432	2·468	3·128	3·555	3·843	4·264	(4, 1)	3·09
	beobachtet	1·281	2·471	3·270	3·756	3·940	4·217		
y	berechnet	1·631	2·970	3·953	4·654	5·160	5·943	(6, 1)	4·64
	beobachtet	1·354	2·976	4·125	5·000	5·369	5·971		
y	berechnet	1·708	3·162	4·279	5·107	5·721	6·696	(7, 1)	5·41
	beobachtet	1·372	3·059	4·585	5·600	6·193	6·899		

Die Wirkung schwacher Drahtbündel zeigt also im Vergleiche mit der Wirkung gleich schwerer massiver Stäbchen von gleicher Länge keine auffallenden Unterschiede. Dieß findet man auch durch directe Vergleichung der bei den Bündeln (3, 1) und (7, 1) beobachteten Magnetismen mit jenen der nahezu gleich schweren Stäbe Nr. 2 und Nr. 4 in der ersten Abhandlung.

II. Stärkere Drahtbündel zeigen bei mittleren Sättigungsgraden eine bedeutend raschere Zunahme des Magnetismus als gleich schwere massive Stäbe von gleicher Länge, somit auch viel größere Abweichungen von der Müller'schen Formel, während bei geringen Sättigungsgraden keine erheblichen Abweichungen dieser Art hervortreten.

Dieß zeigt sich bei den nachstehenden Versuchen mit den Bündeln (14, 1), (16, 1), (18, 1), (20, 1), (22, 1) und (24, 1), welche so gewählt sind, daß der bei der Stromstärke 15 erreichte (durch stärkere Ziffern hervorgehobene) Magnetismus der halben Sättigung nahe liegt. Er überschreitet überall bedeutend den berechneten Werth, während beim Bündel (90, 1), welches etwa nur $^1/_8$ der Sättigung erreicht, eine genaue Übereinstimmung mit der Müller'schen Formel stattfindet.

$x =$		2	4	6	8	10	15	Bündel	Gewicht
y	berechnet	2·070	4·014	5·751	7·245	8·505	10·82	(14, 1)	10·826
	beobachtet	1·738	3·885	5·860	7·888	**9·713**	**12·63**		
y	berechnet	2·144	4·182	6·031	7·662	9·066	11·73	(16, 1)	12·374
	beobachtet	1·766	4·014	6·017	8·094	9·969	**14·16**		
y	berechnet	2·212	4·328	6·283	8·028	9·562	12·550	(18, 1)	13·920
	beobachtet	1·830	4·106	6·138	8·272	10·186	**14·948**		

	$x=$	2	4	6	8	10	15	Bündel	Gewicht
y	berechnet	2·273	4·463	6·505	8·357	10·003	13·290	(20, 1)	15·467
	beobachtet	2·013	4·217	6·453	8·723	10·900	15·608		
y	berechnet	2·329	4·586	6·705	8·654	10·410	13·970	(22, 1)	17·014
	beobachtet	1·995	4·290	6·620	8·817	11·091	16·122		
y	berechnet	2·382	4·698	6·889	8·921	10·770	14·590	(24, 1)	18·560
	beobachtet	2·059	4·345	6·676	8·958	11·215	16·428		
y	berechnet	3·323	6·646	9·931	13·190	16·380	24·11	(90, 1)	69·600
	beobachtet	3·095	6·248	9·713	12·850	16·340	24·21		

In der folgenden Zusammenstellung sind Drahtbündel mit nahezu gleich schweren massiven Stäben von gleicher Länge verglichen, nämlich das Bündel (26, 1) mit einem massiven prismatischen Eisenstabe P von quadratischem Querschnitte, ferner das Bündel (80, 1) zwar nicht unmittelbar mit einem gleich schweren massiven Stabe, aber mit einem aus 12 ohne Zwischenräume dicht beisammen liegenden Prismen p von quadratischem Querschnitte gebildeten Eisenkerne (bezeichnet mit 12 p), der — wie später gezeigt werden soll, einem massiven Stabe von gleichem Gewichte genau äquivalent ist, — und endlich das Bündel (104, 1) ebenfalls mit einem solchen zusammengesetzten Prisma (bezeichnet mit 16 p), welches aus 16 dicht beisammen liegenden gleichen Stäbchen p der beschriebenen Art gebildet war und auch direct mit einem gleich schweren massiven prismatischen Stabe R von quadratischem Querschnitte.

	$x =$	2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Gewicht
y	berechnet	2·430	4·804	7·062	9·169	11·110	15·170	(26, 1)	20·107
	beobachtet	2·132	4·474	6·927	9·259	11·638	17·027		
		2·059	4·235	6·527	8·676	10·758	15·643	$P = 4p$	20·180
y	berechnet	3·242	6·450	9·635	12·770	15·870	23·250	(80, 1)	61·867
	beobachtet	2·948	6·064	9·381	12·530	15·720	23·390		
		3·159	6·203	9·335	12·485	15·623	23·112	$12p$	60·860
y	berechnet	3·464	6·913	10·332	13·736	17·079	25·217	(104, 1)	81·105
	beobachtet	3·297	6·667	10·186	13·602	17·128	25·558		
		3·297	6·667	10·167	13·505	17·017	25·132	$16p$	
		3·435	6·853	10·281	13·651	17·128	25·278	$R = 16p$	

Man sieht beim Drahtbündel (26, 1), welches bei der Stromstärke 15 der halben Sättigung nahe kommt, eine bedeutende Überlegenheit über den gleich schweren massiven Stab, während dieß bei den Bündeln (80, 1) und (104, 1), welche nicht viel über $^1/_3$ der Sättigung erreicht haben, nicht der Fall ist.

III. Die Überlegenheit stärkerer Drahtbündel bei mittleren Sättigungsgraden über gleich schwere und gleich lange massive Stäbe bei gleichen Stromstärken bedingt auch die Möglichkeit, daß solche Drahtbündel bei gewissen Stromstärken sogar massiven Stäben von gleichem Querschnitte äquivalent sein können, indem die Überlegenheit dieser letzteren, welche bei höheren Sättigungsgraden natürlich jedenfalls stattfinden muß, noch nicht hervortritt.

Die nachstehende Zusammenstellung vergleicht die Drahtbündel (12, 1), (24, 1) und (104, 1), welche Hohlcylinder von ungefähr 4, 6 und 12 Millimeter Durchmesser [1]) ausfüllen würden, mit massiven cylindrischen Eisenstäben von sehr nahe gleicher Dicke. Es sind dieß die Eisenstäbe Nr. 5, Nr. 6 und Nr. 7 der ersten Abhandlung und daher in der folgenden Zusammenstellung auch so bezeichnet.

Es zeigt sich, daß wohl die schwächeren Bündel (12·1) und (24, 1) den Stäben Nr. 5 und Nr. 6 nachstehen, nicht aber (104, 1) dem Stabe Nr. 7, sondern im Gegentheile die Wirkung des massiven Stabes jene des Drahtbündels noch nicht einmal erreicht hat.

x	2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Durchmesser und Gewicht
y	1·601	3·618	5·647	7·524	9·146	11·292	(12, 1)	$d=4$ $\gamma=9\cdot28$
	1·821	3·618	5·647	7·645	9·335	12·089	Nr. 5	$d=4$ $\gamma=10\cdot10$
y	2·059	4·345	6·676	8·958	11·215	16·423	(24, 1)	$d=6$ $\gamma=18\cdot56$
	2·269	4·570	6·955	9·240	11·637	17·233	Nr. 6	$d=6$ $\gamma=22\cdot49$
y	3·297	6·667	10·186	13·602	17·128	25·558	(104, 1)	$d=12$ $\gamma=81\cdot11$
	3·270	6·639	10·025	13·309	16·675	24·600	Nr. 7	$d=12$ $\gamma=87\cdot97$

[1]) Die Rechnung gibt für die Durchmesser D der umschriebenen Cylinder mit Hilfe der leicht abzuleitenden Formel $D=\frac{2d}{\sqrt{\pi}}\cdot\sqrt{n}$ (wobei d die Drahtdicke und n die Zahl der Drähte des Bündels bedeutet) beziehungsweise die Werthe 4·3, 6·1 und 12·7.



2. Versuche mit prismatischen Stäben und Bündeln prismatischer Stäbe.

IV. Bei prismatischen Eisenstäben zeigt sich, im Gegensatze zu Stahlstäben [1]), keine Verschiedenheit des Verhaltens im Vergleiche mit runden Stäben. Sie befolgen so gut wie diese das Müller'sche Gesetz.

Dieß zeigt sich aus den nachstehenden Versuchen mit 4 zum Theile bereits erwähnten prismatischen Stäben von quadratischem Querschnitte, bezeichnet mit p, P, Q und R, deren Gewichte sich wie 1, 4, 9 und 16 zu einander verhalten. Vergleicht man nämlich die beobachteten Magnetismen mit den nach der Müller'schen Formel berechneten, so findet man durchwegs eine befriedigende Übereinstimmung.

In die Tabelle sind auch noch die Versuche aufgenommen, welche mit Bündeln von quadratischem Querschnitte aus je 4, 9 und 16 Stäbchen wie p, welche ohne Zwischenräume dicht beisammen lagen und mittelst aufgeschobener messingener Hülsen zusammengehalten wurden, ausgeführt worden sind [2]). Man sieht hieraus zugleich das weitere Resultat:

V. Bündel aus prismatischen Stäben, welche ohne Zwischenräume zusammengefügt sind, wirken wie massive Stäbe von gleicher Form, somit auch überhaupt wie gleich schwere massive Stäbe von gleicher Länge.

---

[1]) Ich habe nämlich nachgewiesen („Über das elektromagnetische Verhalten des Stahles" Sitzungsberichte, Bd. 48), daß prismatische Stahlstäbe im Vergleiche mit gleich schweren und gleich langen cylindrischen von derselben Stahlsorte und Härte bei gleichen magnetisirenden Kräften bedeutend kleinere Magnetismen annehmen.

[2]) Die Querschnitte dieser Bündel sind in der beigegebenen Zeichnung Fig. 4, 6 und 11 dargestellt, so wie Fig. 14 das in der letzten Zeile der folgenden Tabelle vorkommende Bündel $4P$, aus 4 Stäben wie P bestehend.



$x =$		2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Gewicht
y	berechnet	1·681	3·092	4·161	4·942	5·517	6·417	p	5·12
	beobachtet	1·400	2·994	4·281	5·268	5·878	6·546		
y	berechnet	2·448	4·834	7·109	9·238	11·203	15·335	$P = 4p$	20·57
	beobachtet	2·288	4·493	6·806	8·864	10·929	15·872		
		2·288	4·511	6·918	9·061	11·378	16·524	$4p$	20·52
y	berechnet	2·991	5·965	8·897	11·750	14·530	21·053	$Q = 9p$	45·565
	beobachtet	2·655	5·369	8·019	10·053	13·651	20·168		
		2·792	5·739	8·516	11·302	14·209	21·065	$9p$	45·560
y	berechnet	3·464	6·913	10·332	13·736	17·079	25·217	$R = 16p$	81·105
	beobachtet	3·435	6·853	10·281	13·651	17·128	25·278		
		3·297	6·667	10·167	13·505	17·017	25·132	$16p$	81·105
		3·664	6·899	10·234	13·602	16·826	25·110	$4P = 16p$	81·375

VI. Bündel aus getrennten Stäben, das heißt aus Stäben, welche sich nicht berühren, sondern z. B. durch indifferente Zwischenlagen in gewissen Entfernungen von einander gehalten werden, zeigen schon bei geringen und noch mehr bei mittleren Sättigungsgraden rascher zunehmende Magnetismen, als Bündel aus denselben aber dicht beisammen liegenden Stäben.

Dieß ist ersichtlich aus der nachstehenden Vergleichung der Wirkungen von 4 prismatischen Stäbchen p, je nachdem dieselben, wie Fig. 9 andeutet, durch 5 messingene Stäbchen getrennt, oder, wie Fig. 4 zeigt, dicht beisammen liegend in Anwendung kamen, so wie bei 2 nach Fig. 3 getrennten oder nach Fig. 2 dicht beisammen liegenden Stäbchen. In die Tabelle sind auch noch Versuche aufgenommen, die mit èinem nach dem Schema Fig. 8 zusammengesetzten Bündel von 5 Stäbchen gemacht wurden, wobei sich, im Einklange mit ähnlichen Beobachtungen von Feilitzsch, keine erheblich grössere Wirkung als bei Fig. 9 herausgestellt hat, was eben erst bei höheren Sättigungsgraden stattfinden würde.

Eine solche schon bei schwachen Magnetisirungen hervortretende Überlegenheit zeigen auch röhrenförmig angeordnete Bündel — wie z. B. Fig. 7 und Fig. 12, aus beziehungsweise 8 und 12 Stäbchen p bestehend — im Vergleiche mit Bündeln aus denselben aber dicht beisammen liegenden Stäben, welche, nach dem Vorhergehenden, massiven Stäben von gleichem Gewichte äquivalent sind. Auch hier wirkt das röhrenförmige Bündel von 8 Stäbchen (Fig. 7) fast wie das massive aus 9 Stäbchen (Fig. 6), eine Erscheinung, welche mit den Beobachtungen von Feilitzsch mit ineinandergeschobenen Röhren übereinstimmt.

x	2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Gewicht
y	2·288	4·511	6·918	9·061	11·378	16·524	$4p$ vereinigt	20·52
	2·710	5·342	8·001	10·681	13·427	19·209	$4p$ getrennt	
	2·719	5·240	8·038	10·805	13·524	19·646	$5p$ (Fig. 8)	25·60
	1·848	3·904	5·851	7·701	9·335	12·002	$2p$ vereinigt	10·30
	2·087	4·125	6·156	8·113	9·921	12·437	$2p$ getrennt	
	3·205	6·369	9·827	13·241	16·775	24·882	$12p$ hohl (Fig. 12)	60·86
	3·159	6·203	9·335	12·485	15·623	23·112	$12p$ massiv (Fig. 13)	
	2·930	5·489	8·394	11·158	14·041	20·642	$8p$ hohl (Fig. 7)	40·55
	2·792	5·739	8·516	11·302	14·209	21·065	$9p$ (Fig. 6)	45·56

Die, wie man sieht, schon bei schwachen Magnetisirungen hervortretende Überlegenheit nicht massiver Bündel, muß natürlich bei stärkeren Magnetisirungen, wo sich das Verhältniß der magnetischen Intensitäten immer mehr dem Verhältniß der Gewichte nähert, aufhören.

3. Versuche mit Röhren.

Um die Magnetisirungen über die Grenze der Proportionalität mit der Stromstärke hinaus verfolgen zu können, habe ich nur mit dünnwandigen Röhren experimentirt. Dieselben waren aus cylindrisch gebogenen möglichst weichen Eisenblechen in der Art hergestellt, daß die der Axe parallelen Ränder des zusammengerollten Rechteckes sich nicht übereinander schoben, sondern in der Mantelfläche des Cylinders genau aneinander passend sich berührten. Es wurden 5 Röhren, welche im Folgenden vom engsten aufsteigend mit I bis V bezeichnet sind, untersucht. Die Länge betrug bei allen 103 Millimeter, die äußeren Durchmesser beziehungsweise 6, 10, 12, 20·5 und 28 Millimeter, die Gewichte 3·37, 3·30, 7·30, 13·45 und 16·84 Grammen und die aus diesen Daten berechneten Blechdicken 0·22, 0·13, 0·24, 0·26 und 0·24 Millimeter.

In der folgenden Zusammenstellung enthalten die mit der Aufschrift „Stab" bezeichneten Rubriken die nach der Müller'schen Formel berechneten magnetischen Intensitäten, welche ein mit dem untersuchten Rohre gleich schwerer massiver Stab von gleicher Länge bei denselben Stromstärken geäußert haben würde. Man entnimmt aus dieser Vergleichung der mitgetheilten Versuchsresultate folgendes Ergebniß:

VII. Weite Röhren aus dünnem Eisenblech zeigen eine schon bei geringen magnetisirenden Kräften auffallende, bei mittleren Sättigungsgraden am meisten hervortretende, bei stärkeren Magnetisirungen aber rasch wieder abnehmende Überlegenheit über gleich schwere massive Stäbe von gleicher Länge bei Anwendung gleicher Stromstärken, während engere Röhren vielmehr hinter den ihren Gewichten entsprechenden Magnetisirungen zurückbleiben, ohne jedoch dabei großen Abweichun en von der Müller'schen Formel zu unterliegen.

Nr.	Durchmesser und Gewicht des Rohres	Eisen-kern	2	4	6	8	10	15	x
I	$d=6$	Stab	1·474	2·576	3·301	3·777	4·105	4·587	y
	$\gamma=3·37$	Rohr	0·832	1·766	2·554	3·086	3·481	4·125	
II	$d=10$	Stab	1·464	2·548	3·256	3·720	4·037	4·503	y
	$\gamma=3·30$	Rohr	1·235	2·426	3·022	3·435	3·756	4·217	
III	$d=12$	Stab	1·856	3·529	4·915	6·015	6·882	8·339	y
	$\gamma=7·30$	Rohr	2·288	4·631	6·434	7·739	8·488	9·666	
IV	$d=20·5$	Stab	2·190	4·284	6·208	7·922	9·414	12·300	y
	$\gamma=13·45$	Rohr	2·563	5·693	8·676	11·139	13·065	15·822	
V	$d=28$	Stab	2·324	4·569	6·683	8·621	10·360	13·890	y
	$\gamma=16·84$	Rohr	4·539	9·287	13·388	16·624	19·073	22·244	

Das erstere Verhalten, wie es soeben für weite Röhren beschrieben wurde, zeigt sich hier an den Röhren III, IV und V, das letztere an den Röhren I und II. Jene überschreiten mit ihrem Durchmesser $^1/_3$ von der Weite der Spirale, diese nicht. — Besonders bemerkenswerth, nämlich auffallend groß sind die am weitesten Rohre beobachteten Magnetismen. Sie entsprechen bei der halben Sättigung einem mit der gleichen Stromstärke magnetisirten Stabe von mehr als dreizehn-

fachem Gewichte [1]). Diese halbe Sättigung erreicht das Rohr schon bei der Stromstärke 8, während der gleichschwere massive Stab seine halbe Sättigung erst bei einer mehr als doppelten magnetisirenden Kraft (etwa der Stromstärke 18 entsprechend) erreichen würde. Man bemerkt aber auch, daß diese Überlegenheit über den massiven Stab bei stärkeren Magnetisirungen rasch abnimmt, und bei der Stromstärke 15 schon viel geringer ist als bei 10 und hier schon merklich geringer als bei 8, wo ungefähr die halbe Sättigung erreicht war.

4. Versuche mit Aggregaten von Feilspähnen.

Um über die Magnetisirbarkeit einer nach allen Richtungen discontinuirlichen Eisenmasse Beobachtungen anzustellen, was mir im Hinblicke auf die hypothetischen Vorstellungen vom Vorgange der Magnetisirung und die dabei in Betracht kommende Wechselwirkung der Moleküle von Interesse zu sein schien, wurden Feilspähne von möglichst weichem Eisen in der Art der Einwirkung eines magnetisirenden Stromes unterworfen, daß mit solchen Feilspähnen möglichst gleichförmig dicht gefüllte beiderseits verkorkte Glasröhren in die Magnetisirungsspirale eingeführt und wie die anderen Eisenkerne behandelt wurden. Die auf diese Art aus den Feilspähnen gebildeten Cylinder hatten die gleiche Länge von 103 Millimeter und bei den nachstehend beschriebenen Versuchen Gewichte von 22·80 und 27·91 Grammen.

Nachstehende Tabelle zeigt die dabei beobachteten Magnetismen, wobei ich noch bemerken will, daß ich nur bezüglich der beim ersten Versuche verwendeten Feilspähne dessen sicher bin, daß sie von weichem Eisen waren. Übrigens zeigen beide Versuchsreihen im Wesentlichen dasselbe, nämlich das im Folgenden ausgesprochene merkwürdige Resultat:

VIII. Aggregate von Eisenfeilspähnen in die Form eines Cylinders gebracht und der Einwirkung eines magnetisirenden Stromes ausgesetzt, zeigen hinsichtlich der temporären Magnetisirung ein ähnliches Verhalten wie sehr harte Stahlstäbe; doch gibt sich dabei eine noch geringere Magnetisirbarkeit zu erkennen, sowohl durch

[1]) Nämlich vom Gewichte 224·18 Gr., welches das 13·31fache von dem Gewichte dieses Rohres ist.

eine langsamere Zunahme der magnetischen Momente als auch durch einen viel kleineren Betrag ihrer absoluten Werthe, während anderseits der magnetische Rückstand ungefähr dem bei dünnen Eisendrähten vorkommenden entspricht.

Der nach Unterbrechung des Stromes beobachtete magnetische Rückstand ist in der mit 0 überschriebenen Rubrik angeführt.

x	2	4	6	8	10	15	0	Gewicht
y	0·229	0·549	0·823	1·144	1·418	2·196	0·320	22·80
	0·201	0·439	0·713	1·098	1·446	2·288	0·320	27·91

Die erste dieser beiden Versuchsreihen, bei welchen zuverlässig Feilspähne von weichem Eisen verwendet worden sind, ist durch die Curve I in der beigefügten Zeichnung graphisch dargestellt. — Die Quotienten $\frac{y}{x}$ wachsen von $x=2$ bis $x=15$ von 0·114 bis 0·146 und bedingen daher innerhalb dieses Intervalles eine sehr geringe Convexität gegen die Abscissenaxe, eine viel geringere als der für Stahlstäbe geltenden Gleichung [1]) $y=kx^{\frac{4}{3}}$ entsprechen würde und an der Curve II ersichtlich ist, welche sich auf einen nahezu gleichschweren (22·42) Stab aus glashartem Wolframstahl bezieht [2]) und zugleich die durch gleiche Stromstärken hervorgebrachte viel stärkere Magnetisirung des letzteren ersichtlich macht, während das nahezu geradlinige Curvenstück III die durch dieselben Stromstärken erzeugten noch weit größeren Magnetismen eines ebenfalls nahezu gleich schweren (22·49) weichen Eisenstabes [3]) darstellt. Die Curve IV endlich gehört einem Eisenstäbchen [4]) von ungefähr 30mal klei-

[1]) Nämlich für dünne Stahlstäbe unter $\frac{1}{4}$ der Sättigung, wobei k der Potenz $\frac{3}{2}$ der Stabdurchmesser proportional ist. Siehe meine Abhandlung im 48. Bande der Sitzungsberichte.

[2]) Nr. 2 in der eben citirten Abhandlung über das elektromagnetische Verhalten des Stahles.

[3]) Nr. 6 in meiner ersten Abhandlung über die Müller'sche Formel (Sitzungsberichte, Bd. 52). Daselbst soll es übrigens Seite 101, vorletzte Zeile statt Nr. 8 heißen Nr. 6, wie aus dem Verzeichnisse Seite 99 sofort ersichtlich ist.

[4]) Nr. 1 in derselben Abhandlung.

nerem Gewichte (0·773) an, welches nahe bis zur Sättigung magnetisirt worden ist, während die Eisenfeilspähne bei derselben Stromstärke noch lange nicht $^1/_{10}$ ihrer magnetischen Sättigung erreicht haben. Dasselbe magnetische Moment (2·196) hatte ein glashartes Stäbchen aus Wolframstahl [1]) von 6·05 Grammen Gewicht bei derselben Stromstärke (15) erlangt, jedoch nach erfolgter Stromunterbrechung einen viel größeren magnetischen Rückstand (1·006) als jener Cylinder aus Eisenfeilspähnen (0·320) behalten. Der letztere Betrag kommt, wie gesagt, den bei dünnen Eisendrähten beobachteten Residuen nahe, wobei ich jedoch die sehr merkwürdige Thatsache hervorheben muß, daß die Residuen z. B. bei den 1 Millimeter dicken Drähten nur zwischen den Grenzwerthen 0·20 und 0·46 sich bewegten, während bald nur einzelne Stäbchen, bald Bündel von beliebig vielen bis über 100 dem Versuche unterworfen wurden. Bei dickeren massiven Stäben aus gutem weichen Eisen war der magnetische Rückstand stets bedeutend kleiner, sehr oft = 0 oder auch negativ [2]).

Das beschriebene eigenthümliche Verhalten der Eisenfeilspähne hat wohl ohne Zweifel darin seinen Grund, daß durch die Zertheilung der Masse in kleine Partikel jene Wechselwirkung der magnetischen Moleküle, welche sonst die durch den magnetisirenden Strom unmittelbar bewirkte Drehung derselben noch verstärkt und somit ein rascheres Anwachsen des Magnetismus bedingt, größtentheils aufgehoben ist. — Im Sinne der Weber'schen Theorie gesprochen, kommt dieß einer Vergrößerung der Directionskraft der Moleküle gleich.

Anderseits kommt in Betracht, daß ein Aggregat von Feilspähnen eine viel größere Oberfläche darbietet als eine massive Eisenmasse von gleicher Form und daß diese Oberfläche in Folge der mechanischen Bearbeitung, durch welche eben die Feilspähne gewonnen wurden, auch nicht so weich sein kann wie ein anderer Eisenkern aus gut ausgeglühtem Schmiedeeisen. Ähnliches gilt auch von dünnen Drähten [3]) und mag die Thatsache erklären, daß in beiden Fällen magne-

---

[1]) Nr. 20 in der citirten Abhandlung über den Stahl.

[2]) Siehe meine Abhandlung „Über eine anomale Magnetisirung des Eisens" im 48. Bande der Sitzungsberichte.

[3]) Insofern nämlich auch diese — im Vergleiche mit dickeren Stäben — eine im Verhältnisse zur Masse größere Oberfläche haben, deren in Folge der mechanischen



tische Rückstände auftreten, welche zwar viel kleiner sind als beim Stahl aber doch viel größer als bei dickeren Stäben aus weichem Eisen.

Mit den in dieser Arbeit mitgetheilten Versuchen glaube ich die Frage nach dem elektromagnetischen Verhalten von discontinuirlichen Eisenmassen, insbesondere von Bündeln und Röhren, worüber bisher — außer den aus einem anderen Gesichtspunkte durchgeführten Untersuchungen von Feilitzsch — keine eingehenden Untersuchungen, sondern nur vereinzelte Experimente mit theilweise widersprechenden Resultaten gemacht worden sind, soweit diese Frage von theoretischem Interesse oder praktischer Wichtigkeit ist, erledigt zu haben.

Hinsichtlich der Müller'schen Formel geht daraus hervor, daß dieselbe auf discontinuirliche Eisenkerne nur eine sehr beschränkte Anwendung findet, indem sie — mit Ausnahme schwacher Drahtbündel und enger Röhren — nur bei sehr hohen Sättigungsgraden wieder zur Geltung kommen kann.

Am Schlusse meiner Untersuchungen über die Anwendbarkeit dieser Formel erübrigt mir noch einer Vergleichung zu erwähnen, die ich in einem speciellen Falle zwischen den nach dieser und nach der bekannten Weber'schen Formel berechneten Werthen und ihrer Übereinstimmung mit den beobachteten durchgeführt habe.

Berechnet man aus der Versuchsreihe, welche W. Weber in den elektrodynamischen Maßbestimmungen (Diamagnetismus, S. 570) mitgetheilt hat, die Constanten der Müller'schen Formel und nach dieser dann die den angewendeten magnetisirenden Kräften entsprechenden Magnetismen, so erhält man die Zahlen, welche die nachstehende Tabelle in der mit *M* bezeichneten Reihe enthält, während

---

Bearbeitung größere Coërcitivkraft das Auftreten größerer Rückstände bedingt. Das nur bei dickeren Stäben beobachtete Vorkommen negativer Rückstände stimmt damit überein und läßt annehmen, daß diese Wirkung plötzlicher Stromunterbrechungen viel häufiger eintreten würde, wenn es möglich wäre die Oberfläche eines Eisenstabes ebenso weich herzustellen wie die innere Masse desselben. — Die größten magnetischen Residuen habe ich übrigens bei den in dieser Abhandlung mitgetheilten Versuchen mit dünnwandigen eisernen Röhren beobachtet. Sie betrugen bei den Röhren II, III, IV und V, beziehungsweise 0·92, 0·69, 2·28 und 1·37 (bei Nr. I fehlt die Beobachtung).



die nach der Weber'schen Formel berechneten in der mit *W* bezeichneten Rubrik aufgeführt sind. Die zur leichteren Übersicht zwischen beiden stehende Zahlenreihe gibt die von W. Weber beobachteten Werthe [1]).

$x=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
y	1·37	2·75	4·14	5·30	6·11	6·77	7·17	7·52	7·76	8·03	8·24	8·40	8·52	8·66	8·78	*W*
	1·74	3·28	4·47	5·32	6·01	6·54	6·97	7·35	7·67	7·95	8·20	8·41	8·60	8·77	8·90	beob.
	1·76	3·31	4·55	5·51	6·24	6·81	7·25	7·61	7·90	8·14	8·34	8·51	8·66	8·79	8·90	*M*

Die gute Übereinstimmung mit beiden Formeln scheint mir aus dem Grunde bemerkenswerth, weil bei dem Versuche von Weber etwas andere Verhältnisse obwalteten, als die Müller'sche Formel eigentlich voraussetzt, insofern nämlich diese Formel aus Versuchen abgeleitet worden ist, bei welchen die magnetisirten Stäbe aus den Spiralen hervorragten, während bei dem besagten Weber'schen Versuche der magnetisirte Stab vielmehr von der Spirale überragt wurde. Die dessenungeachtet stattfindende Übereinstimmung, von der soeben die Rede war, scheint anzudeuten, daß jenes Hervorragen des Stabes aus der Spirale für das Zutreffen der Müller'schen Formel keine wesentliche Bedingung ist.

Wie ich am Schlusse meiner im Jahre 1865 erschienenen Abhandlung der „elektromagnetischen Untersuchungen" bereits bemerkt habe, sind auch die in der vorliegenden Abhandlung mitgetheilten Versuche schon damals durchgeführt, aber noch nicht zur Publication vorbereitet gewesen. Ich bedaure die durch mancherlei Umstände herbeigeführte Verzögerung dieser längst angekündigten Fortsetzung, glaube jedoch, daß deren Bearbeitung durch die mittlerweile erhaltenen genaueren Aufschlüsse über die Grenzen der Magnetisirbarkeit wesentlich gewonnen hat.

---

[1]) Diese sind aus der an citirter Stelle beigefügten graphischen Darstellung entnommen.



ANHANG.

Über die Grenzen der Giltigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes.

Seit die allgemeine Giltigkeit dieses Gesetzes durch die Nachweisung der magnetischen Sättigung widerlegt worden ist, hat man die innerhalb gewisser Grenzen unstreitig stattfindende Proportionalität von Magnetismus und Stromstärke in der Weise mit den Ergebnissen der neueren Untersuchungen in Einklang zu bringen gesucht, daß man dieselbe als einen für kleine Stromstärken auch nach der Müller'schen Formel sich ergebenden speciellen Fall betrachtete. — So sagt Müller („Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik", Seite 501) über das von Lenz und Jacobi aufgestellte Gesetz: „Innerhalb dieser Grenzen" — nämlich „für dicke Stäbe und schwächere Ströme" — „fällt ihr Gesetz mit dem von mir aufgestellten zusammen".

Ich habe aber schon in meiner ersten Abhandlung über die Müller'sche Formel gezeigt, daß das Lenz-Jacobische Gesetz eine viel ausgedehntere Geltung hat, als ihm durch diese Unterordnung unter das Müller'sche angewiesen wurde, indem ich nachwies (Sitzungsberichte, Bd. 52, S. 107), daß eine vom Ursprunge der Coordinaten durch den Punkt der halben Sättigung gezogene Gerade [1]) der empirischen Curve

---

[1]) Um dieselbe zu construiren errichtet man für die Abscisse $x = \alpha\gamma^{\frac{2}{3}}$ die Ordinate $y = 45\beta\gamma$, wenn α und β die Constanten der Müller'schen Formel und γ das Stabgewicht bedeuten, und verbindet den so bestimmten Punkt mit dem Ursprunge der Coordinaten.



der magnetischen Intensitäten sehr nahe kommt und zwar näher als die nach der Müller'schen Gleichung berechnete Curve, — oder, mit anderen Worten, daß diese Gerade den Beobachtungen sich besser anschließt, als das durch diese Gerade abgeschnittene Segment der Müller'schen Curve.

Ich habe dieses Verfahren damit begründet, daß nämlich der Wendepunkt der magnetischen Intensitätscurve [1]), bis zu welchem dieselbe eben sehr wenig von einer Geraden abweicht, in der Regel dem Punkte der halben Sättigung nahe liegt und im Allgemeinen zwischen den Ordinaten gelegen ist, welche einem Drittel und der Hälfte des magnetischen Maximums entsprechen [2]).

Seither haben meine Untersuchungen über die Grenzen der Magnetisirbarkeit ein größeres magnetisches Maximum für die Gewichtseinheit als das damals angenommene herausgestellt [3]), was — wie ich in der bezüglichen Abhandlung (Sitzungsberichte, Bd. 59) auch angedeutet habe — eine andere Bezeichnung der Lage des Inflexionspunktes und somit auch der Proportionalitätsgrenze von Magnetismus und Stromstärke bedingen würde.

Um dabei mit größerer Sicherheit vorzugehen, habe ich jedoch auch neuerdings Rechnungen über den Verlauf der Werthe $\frac{y}{x}$ in einer größeren Anzahl vorliegender Beobachtungen angestellt und dabei

---

[1]) Das Stück der Intensitätscurve vom Anfangspunkte der Coordinaten bis zum Wendepunkte habe ich in meiner ersten Abhandlung die „Anomalie" genannt, weil es eben die Abweichung von der Müller'schen Formel charakterisirt, habe jedoch Seite 92 jener Abhandlung auch ausdrücklich hervorgehoben, daß diese sogenannte Anomalie keineswegs in ihrer ganzen Ausdehnung convex gegen die Abscissenaxe erscheint, sondern vielmehr aus einem convexen und einem merklich geradlinigen Theile besteht. Wenn also Dub in einer vor Kurzem erschienenen Abhandlung (Pogg. Ann. Bd. 133) hervorhebt, daß die Werthe $\frac{y}{x}$ nicht nur ein Zu- und Abnehmen, sondern auch ein Constantbleiben zeigen, so ist darin kein Widerspruch, sondern nur eine Bestätigung meiner eigenen Beobachtungen und Behauptungen. Daß unter den für meine Versuche berechneten Quotienten $\frac{y}{x}$ die constanten Werthe weniger zahlreich erscheinen als bei Dub, hat seinen Grund darin, weil bei meinen Versuchen die successive angewendeten Stromstärken in einem viel rascheren Verhältnisse wachsen und daher viel größere Ordinaten-Intervalle bedingen als es bei Dub's Versuchen der Fall ist.

[2]) Sitzungsberichte, Bd. 52, S. 105 und Bd. 48, S. 544.

[3]) Nämlich 2100 statt 1680 absolute Einheiten per Milligramm.



nicht nur eigene Versuchsresultate benutzt, sondern auch einige von denjenigen mit einbezogen, welche Dub in seiner kürzlich erschienenen Abhandlung: „Über das Eintreten des Sättigungszustandes der Elektromagnete“ (Pogg. Ann. Bd. 133) mitgetheilt hat.

Ich will gleich von vornherein bemerken, daß die nachstehenden Resultate dieser Rechnungen zeigen: Daß meine ursprüngliche Angabe der Lage des Inflexionspunktes oder der Grenze der Giltigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes, nämlich bis zu Magnetisirungen zwischen $1/2$ und $1/3$ des magnetischen Maximums aufrecht bleibt und auf den neu berechneten Werth dieses Maximums bezogen sogar genauer ist als mit Beziehung auf den früher angenommenen, was eben in einer geringeren Genauigkeit und Ausdehnung der dießbezüglichen früheren Rechnungen begründet ist.

Wenn man aus meinen Versuchen mit den Stäben Nr. 1 bis Nr. 5 meiner ersten Abhandlung (Seite 100 und 101 des 52. Bandes der Sitzungsberichte) die Quotienten $\frac{y}{x}$ rechnet und bei den (in nachstehender Tabelle großgedruckten) Werthen stehen bleibt, mit welchen eine entschiedene Abnahme dieser Quotienten eintritt, so gelangt man zu folgenden Resultaten, welchen unter der Bezeichnung „letzte Ordinate“ auch die Werthe von y beigefügt sind, welche für jeden Stab dem zuletzt angeführten Quotienten $\frac{y}{x}$ zu Grunde liegen. Der Mittelwerth dieser letzten und der nächst vorhergehenden Ordinate ist als „Ordinate des Wendepunktes“, nämlich als diejenige magnetische Intensität angenommen worden, bis zu welcher Proportionalität zwischen Magnetismus und Stromstärke stattfand. Durch Vergleichung dieses Werthes mit dem unter der Aufschrift „theoretisches Maximum“ beigefügten aus dem Gewichte des betreffenden Stabes berechneten Grenzwerthe der Magnetisirbarkeit (2·1 Millionen absolute Einheiten per Gramm gerechnet) ergaben sich die für jeden Stab in der untersten Zahlenreihe beigefügten Sättigungsprocente bis zu welchen das Lenz-Jacobi'sche Gesetz Geltung hatte.

Werthe von x	Werthe von $\frac{y}{x}$ für die Stäbe				
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
1	0·393	0·549	0·640	0·595	0·823
2	0·366	0·549	0·686	0·686	0·910
3	**0·289**	0·549	0·702	0·710	0·912
4	—	0·560	0·698	0·721	0·904
5	—	**0·507**	**0·622**	0·733	0·917
6	—	—	—	0·710	0·941
7	—	—	—	0·708	0·922
8	—	—	—	**0·668**	0·956
9	—	—	—	—	0·954
10	—	—	—	—	0·933
15	—	—	—	—	**0·806**
Letzte Ordinate	0·869	2·536	3·113	5·342	12·089
Ordinate des Wendepunktes	0·800	2·389	2·952	5·148	10·712
Theoretisches Maximum .	1·62	5·67	6·11	12·01	21·21
Sättigungs-Procente . . .	49%	42%	48%	43%	55%

Die aus der oben citirten Abhandlung von Dub entnommenen Versuche[1]), welche ich ebenfalls für diesen Zweck benutzen konnte, beziehen sich auf 5 Stäbe von 12 Zoll Länge und von den Durchmessern $^{3}/_{16}$, $^{5}/_{16}$, $^{3}/_{8}$, $^{4}/_{8}$ und $^{5}/_{8}$ Zoll. — Die in nachstehender Tabelle für x und y angeführten Zahlen sind Dub's Abhandlung entnommen, jedoch durchaus mit 10 multiplicirt. Als Ordinate des

1) Pogg. Ann. Bd. 133, S. 64 und 65.

Wendepunktes habe ich hier nicht das Mittel zwischen zwei Ordinaten wie oben, sondern einfach die dem ersten abnehmenden Quotienten $\frac{y}{x}$ entsprechende angenommen, weil hier die Intervalle so klein sind, daß mir eine Interpolation nicht nöthig schien. Die großgedruckten Quotienten $\frac{y}{x}$, mit welchen deren Abnahme eintritt, sind die von Dub selbst als solche hervorgehobenen.

Werthe von x	Werthe von $\frac{y}{x}$ für die Stäbe				
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
0·524	0·850	1·691	2·025	2·215	2·723
0·875	**0·849**	1·671	2·041	2·279	2·779
1·228	0·809	1·693	2·030	2·336	2·724
1·583	0·697	**1·684**	2·042	2·393	2·730
1·944	0·625	1·437	**2·039**	2·372	2·778
2·309	—	1·292	1·904	2·388	2·859
2·679	—	1·176	1·760	**2·366**	2·850
3·057	—	1·066	1·613	2·322	2·868
3·640	—	0·952	1·355	2·142	**2·846**
4·245	—	0·845	1·279	2·038	2·735
Letzte Ordinate	0·743	2·667	3·964	6·340	10·360
Theoretisches Maximum .	2·20	6·20	9·00	15·99	24·97
Sättigungs-Procente . . .	34%	43%	44%	40%	42%

Man sieht aus den angeführten Zahlen, daß die Sättigungsprocente, bei welchen die Abnahme der Quotienten $\frac{y}{x}$ eingetreten ist, nicht unter 34% und nicht über 55% gehen.

Dieß bestätigt sonach neuerdings meine ursprüngliche Angabe, daß der Wendepunkt, welcher die Proportionalitätsgrenze für Magnetismus und Stromstärke bezeichnet, zwischen $^1/_3$ und $^1/_2$ des magnetischen Maximums gelegen ist. — Man kann daher in runder Zahl wohl sagen, daß das Lenz-Jacobi'sche Gesetz bis zu Sättigungsgraden von 30% bis 50% Geltung hat.

Nach meinen Erfahrungen liegt diese Grenze in den meisten Fällen viel näher bei 50%, und zwar so nahe, daß man als Regel annehmen kann: Das Lenz-Jacobi'sche Gesetz gelte bis zur halben Sättigung.

Dieß würde sich auch aus den Versuchen von Dub deutlicher herausgestellt haben, wenn man bei der Bestimmung der Grenzwerthe bis zu jenen Werthen von $\frac{y}{x}$ gegangen wäre (wie ich es bei meinen Versuchsresultaten durchgeführt habe), bei welchen zuerst eine bedeutende Abnahme eintritt, während Dub schon die geringsten, noch keine erheblichen Abweichungen von der Proportionalität bedingenden und z. B. in einer graphischen Darstellung noch gar nicht merklichen Abnahmen berücksichtigt hat.

Nicht unbedeutend sind jedoch in vielen Fällen die bei geringen Magnetisirungen stattfindenden Zunahmen der Quotienten $\frac{y}{x}$, welche ein genaues Zutreffen des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes nicht selten auf das Intervall zwischen 10% und 50% des theoretischen Maximums einschränken.

---

v. Walt

13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0 1

Si

Bestimmung der Brechungsverhältnisse von Zuckerlösungen.

Von **Albert v. Obermayer.**

(Ausgeführt im k. k physikalischen Institute.)

Zuckerlösungen sind in optischer Beziehung so wichtige Substanzen, daß eine genaue Bestimmung ihrer Brechungsverhältnisse wünschenswerth erschien. Zugleich ergab sich dabei die Gelegenheit, die bisher für den Zusammenhang zwischen Brechungsvermögen und Dichten aufgestellten Relationen auch an diesen Lösungen zu prüfen.

Zu diesem Behufe wurden Lösungen von reinem, trokenen, weißen Kandiszucker in destillirtem Wasser bereitet, ihre Brechungsquotienten für die sieben Frauenhofer'schen Linien und ihre Dichten bestimmt.

Von den untersuchten Lösungen enthielten 100 Gewichtstheile 10, 20 und 30 Gewichtstheile Zucker. Die Fehler in diesen Bestimmungen betragen höchstens 0·0008 Gewichtstheile, was die fünfte Decimalstelle des Brechungsquotienten kaum um eine Einheit ändert.

Jede Lösung wurde unmittelbar vor der Messung bereitet, um von den Änderungen unabhängig zu sein, welchen Zuckerlösungen bei längerer Aufbewahrung ausgesetzt sind.

Zu den Messungen der Deviationen diente ein Steinheil'sches Hohlprisma, welches gar keine Eigenablenkung zeigte und dessen brechender Winkel sich als Mittel von neunundzwanzig Beobachtungen zu 59° 48′ 58″ ergab. Die größten Abweichungen einzelner Beobachtungen von diesem Mittelwerthe betragen 5 Secunden auf- und abwärts. Die Temperatur schien den Prismenwinkel wenigstens innerhalb jener Grenzen, in welchen sie während der Versuche schwankte, nicht zu ändern.

Der Prismenwinkel, sowie die Deviationen für die sieben Frauenhofer'schen Linien wurden mit einem Starke'schen Goniometer gemessen. Die beiden zur Elimination des Excentricitätsfehlers um

180° gegen einander verstellten Ablesung-Mikroskope, gestatten mittelst Ocularmikrometern noch einzelne Secunden abzulesen. Die größten möglichen Einstellungs- und Ablesungsfehler betragen dabei kaum über zwei Secunden.

Zur Messung wurden die einzelnen Fraunhofer'schen Linien auf das Minimum der Deviation eingestellt und das Brechungsverhältniß nach der Formel:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(D + A)}{\sin \frac{1}{2} A},$$

worin A der Prismenwinkel und D das Minimum der Deviation sind, berechnet. Um die Größe D für eine Fraunhofer'sche Linie zu erhalten, wurden zwei Einstellungen gemacht; die eine wenn das Prisma nach der einen, die andere, wenn es nach der anderen Seite, der durch die Collimatorachse gezogen gedachten Mittellinie ablenkte. Die Hälfte des Winkels, um welchen das Fernrohr von einer dieser Stellungen zur andern verschoben werden muss, gibt die gesuchte Minimalablenkung. Mit dem arithmetischen Mittel zweier solcher Beobachtungen wurde dann nach obiger Formel das n gerechnet.

Zur Beobachtung der Temperatur der Lösungen während der Messungen, diente ein Fastre'sches Thermometer mit willkürlicher Skala, das für Temperaturen von 0 bis 30° C. ausreichte. Es ergab eine Vergleichung mit einem anderen Fastre'schen Thermometer dessen Eis- und Siedepunkt genau bestimmt wurde, daß 5·9996 Theilstriche der willkürlichen Skala 1° C. ausmachten. Aus der Ablesung x in Theilstrichen der willkürlichen Skala und der Lage des Eispunktes bei 1·5 ergab sich für die Temperatur t in Graden Celsius.

$$t = (x - 1{\cdot}5)\, 0{\cdot}16667.$$

Das Thermometer war während der Messung der Deviationen durch die Eingußöffnung des Prismas, bis über die Hälfte seines cylindrischen Gefäßes eingetaucht. Nichts destoweniger sind die Temperaturangaben, besonders zu Anfang der Beobachtungen, um zwei bis drei Theilstriche gefehlt. Während der Messungen blieb die Temperatur nicht constant, sondern stieg manchmal beinahe um zehn Theilstriche. Es wurde dieselbe daher vor und nach jeder Deviations-

Nr. der Lösung	Concentration	B		C		D		E		F		G		H	
		n	t	n	t	n		n	t	n	t	n	t	n	t
1.	10 Procent	—	—	1·34588	140	1·34745	140	—	—	1·35173	141	1·35529	141	—	—
2.		1·34508	126·5	1·34581	127	1·34769	127·5	1·35000	127·5	1·35196	129·5	1.35554	127·5	1·35858	128·5
		1·34504	129·5	1·34580	130	1·34766	130	1·34997	130	1·35192	130·5	—	—	—	—
3.		1·34493	136·25	1·34572	132·5	1.34761	133	1·34991	133·75	1·35195	129.5	1·35541	135	1·35844	136
		1·34503	131	—	—	—	—	—	—	1·35186	135·5	—	—	—	—
4.	20 Procent	1·36075	139·5	1·36148	140·25	1·36340	141	1·36578	142·25	1·36780	143·5	1·37147	143·75	1·37462	144·75
		1·36062	145·25	—	—	1·36329	146	1·36567	147·5	1·36777	147	1·37139	147·25	1·37461	147·25
5.		1·36101	127·5	1·36175	128	1.36368	129	1·36606	129·25	1·36813	127	1·37178	130	1·37495	131
6.	30 Procent	1.37819	127·5	1·37896	127·5	1·38097	128	1·38346	128·25	1.38555	128·5	1·38939	129	1·39269	129
7.		1.37781	142·75	1·37860	142·25	1.38062	141·75	1·38310	141	1·38530	138	1·38910	140	1·39234	140·5
		—	—	1·37853	145·5	1·38055	145	—	—	1·38511	145·5	1·38897	144·75	1·39223	145·5
		—	—	—	—	—	—	—	—	1·38516	144	—	—	—	—

bestimmung abgelesen. Das Mittel dieser Ablesungen galt als Beobachtungstemperatur.

Schließlich mag noch bemerkt werden, daß sich während der Versuche auch die Concentration der Lösung vollkommen constant erhielt, wenn das Einfüllen der Lösung mit gehöriger Aufmerksamkeit geschah.

In der vorhergehenden Tafel sind die aus den gemessenen Deviationen berechneten Brechungsquotienten *n*, sammt den Beobachtungstemperaturen in Theilstrichen der willkürlichen Skala, eingetragen.

Um die in der Tafel eingetragenen Brechungsquotienten auf dieselbe Temperatur zu beziehen, wurden aus denjenigen, welche für dieselbe Concentration und Frauenhofer'sche Linie gelten und deren Temperatur um wenigstens fünf Theilstriche verschieden ist, die Temperaturscorrectionen für einen Theilstrich der willkürlichen Skala gerechnet. Da nun angenommen werden kann, daß innerhalb der geringen Temperaturschwankungen, wie sie in den Versuchen vorkommen, sich bei derselben Concentration die Brechungsquotienten für alle Frauenhofer'schen Linien mit der Temperatur gleichmäßig verändern, wurde aus den für jede Concentration gerechneten Correctionen das Mittel genommen, und mit diesem Werthe die Umrechnung der, in der Tafel eingetragenen Brechungsquotienten auf die Temperatur von 135 Theilstrichen oder 22·26° C. vorgenommen.

Diese Mittelwerthe sind:

	für einen Theilstrich	für 1° C
10%	....0·0000178	0·0001068
20%	....0·0000218	0·0001309
30%	....0·0000259	0·0001553.

Es folgen nun die mit diesen Werthen berechneten *n*. Zum Vergleiche sind in der ersten Vertikalreihe der nachfolgenden Zusammenstellung die von Van der Willingen [1]) gefundenen Brechungsquotienten des destillirten Wassers eingetragen.

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 122, Seite 19

	Wasser	10%	20%	30%
B	1·33032	1·34495	1·36085	1·37800
C	1·33102	1·34568	1·36160	1·37878
D	1.33282	1·34756	1·36354	1·38080
E	1·33503	1.34989	1·36594	1·38327
F	1·33699	1·35185	1.36798	1·38538
G	1·34050	1·35541	1·37167	1·38923
H	1·34339	1·35846	1·37486	1.39251.

Die größten Fehler dieser Werthe übersteigen keinesfalls zwei Einheiten der fünften Decimalstelle, weil ja die durch Umrechnung erhaltenen Brechungsquotienten, von den in der Zusammenstellung gegebenen Mittelwerthen, um nicht mehr als 0·00002 abweichen.

Die Dichten der Lösungen wurden mittelst eines Piknometers bestimmt. An der engen Stöpselröhre desselben waren zwei Marken angebracht; das Gewicht wurde immer dann abgelesen, wenn die Flüssigkeit bei der unteren Marke stand. Dadurch wurde die Ausgleichung etwaiger Temperaturverschiedenheiten der Lösungen und der äußeren Luft ermöglicht. Überdieß wurde noch, nach jeder Gewichtsablesung, das oben beschriebene Fastre'sche Thermometer in die Lösung getaucht, um die volle Überzeugung von der Richtigkeit der beobachteten Temperatur zu erlangen.

Die Wägungen mögen bis auf 0·0004 Gramme genau sein. Sie wurden mit einem verglichenen Gewichtseinsatz vorgenommen. Alle Wägungen sind auf den luftleeren Raum reducirt und die Dichte ist nach der Formel:

$$d = q + \frac{P(1 - \frac{q}{\sigma})}{W} w$$

berechnet. Hierin bedeutet:

P das an den Gewichtsstücken abgelesene Gewicht der Flüssigkeit;

W das wahre Wassergewicht des Piknometers;

$\sigma = 8{\cdot}4$ das specifische Gewicht der Gewichtsstücke, alle aus Messing vorausgesetzt. Die Änderungen dieses specifischen Gewichtes mit der Temperatur sind vernachläßigt;

$w = 0{\cdot}997923$ das specifische Gewicht des Wassers bei der Temperatur von 22·26° C.;

$q = 0{\cdot}0018$ das Gewicht eines Kubikcentimeters atmosphärischer Luft bei 22·26° C. und 752 Mm. mittleren Barometerstand.

Das wahre Wassergewicht W des Piknometers bei 22·26° C. ergab sich gleich 45·2319 Gramme.

Für die Gewichte P und die Dichten d wurden folgende Werthe gefunden:

Concentration.	Temperatur	P	d
10%	20·75° C.	47·0112 Gr.	1·03825
10%	21·58° C.	47·0058 Gr.	1·03810
20%	21·63° C.	48·9342 Gr.	1·08064
20%	23·02° C.	48·9058 Gr.	1·08001
30%	21.09° C.	51·0265 Gr.	1·12680
30%	22·45° C.	50·9998 Gr.	1·12620
30%	23·43° C.	50·9852 Gr.	1·12587.

Um die in dieser Weise bestimmten Dichten auf die Temperatur von 22·26° C. zu bringen, ist es nöthig die Änderung derselben mit der Temperatur zu kennen. Diese Änderungen wurden aus einer Tabelle genommen, die Pohl [1]) aus Steinheil'schen Versuchen berechnete. Es sind dort die Änderungen der Dichte von Zuckerlösungen für einen Grad Celsius und für Concentrationen von 1 bis 25 Procent, bei einer Temperatur von 15·5° C. eingetragen. Um auch die Änderung der 30procentigen Lösung angenähert berechnen zu können, nahm ich an, daß die zweiten Differenzen der in der Tafel eingetragenen Werthe nahe an 25 Procent, constant gleich 11 seien, und daß dieß auch für die nicht mehr in der Tafel eingetragenen Werthe, wenigstens bis 30 Procent Geltung habe.

Die besagten Änderungen betragen dann:

bei 10 Procent 0·001018
„ 20 „ 0·000166
„ 30 „ 0·001018.

Mit Hilfe dieser Zahlen ergeben sich für die Dichten bei 22·26° C.

10 Procent 1·03812
20 „ 1·08034
30 „ 1·12639.

Ist P das Gesammtgewicht der Lösung, p jenes des darin enthaltenen Wassers, p' jenes des Zuckers; sind ferner N in D Bre-

[1]) Sitzungsberichte der kaiserl. Akad. d Wissenschaften zu Wien. Bd. 11.

chungsquotient und Dichte der Lösung n, d; n' und d', jene des Wassers und des Zuckers, und bezeichnet man die Formen

$\frac{n^2-1}{d}$ oder $\frac{n-1}{d}$ durch γ, so sollte die Relation:

$$\gamma' = \frac{P}{p'}\Gamma - \frac{p}{p'}\gamma$$

für dieselbe Fraunhofer'sche Linie gelten.

Berechnet man die γ' wirklich, so findet man daß dieselben mit der Concentration zunehmen, daß diese Relation den Versuchsergebnissen also nicht entspricht.

Bezeichnet n_c den Brechungsquotienten einer Lösung von der Concentration c, n jene des Wassers, d_c die Dichte der Lösung, so ergibt sich aus den für die Zuckerlösungen bestimmten Zahlen:

	$\frac{n_{10}-n}{10\, d_{10}}$	$\frac{n_{20}-n}{20\, d_{20}}$	$\frac{n_{30}-n}{30\, d_{30}}$	Mittelwerth
B....	0·001409	0·001413	0·001411	0.001411
C....	1412	1415	1413	0 1413
D....	1420	1422	1420	1420
E....	1431	1431	1430	1430
F....	1431	1434	1432	1432
G....	1436	1443	1440	1440
H....	1452	1456	1453	1453.

Es gilt somit sehr nahe die Relation:

$$n_c = n + K\, c\, d_c$$

worin K eine Constante bedeutet, deren angenäherte Werthe durch die angegebenen Mittelwerthe des Verhältnisses $\frac{n_c - n}{c.\, d}$ gegeben sind.

Diese Formel gibt die Brechungsquotienten bis auf die vierte Decimalstelle genau.

Über die jährliche Vertheilung der Gewittertage nach den Beobachtungen an den meteorologischen Stationen in Österreich und Ungarn.

Von dem w. M. Dr. C. Jelinek.

Vor nicht langer Zeit hat Hr. Alexander Buchan, Secretär der schottischen meteorologischen Gesellschaft, in dem Journale der letzteren [1]) eine interessante Mittheilung über die Vertheilung der Gewitter in Schottland gemacht, wobei derselbe zur Vergleichung noch die Anzahl der Gewitter nach 23jährigen Beobachtungen zu Stykkisholm auf Island, nach 3jährigen Beobachtungen in Frankreich und 10jährigen zu Beyrut (Syrien) hinzufügt.

In der Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie [2]) hat Herr Dr. J. Hann über die Arbeit Buchan's berichtet, und der leichteren Übersicht wegen die monatliche Anzahl der Gewitter in Percenten (die jährliche = 100 gesetzt) ausgedrückt.

Wir lassen die letzteren Zahlen, welche die Verschiedenheiten der einzelnen Gegenden besser, als die absoluten Zahlen hervortreten lassen, auf der nächsten Seite folgen.

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß Island fast nur Wintergewitter hat; in Nordwest-Schottland sind ebenfalls die Wintergewitter überwiegend, doch zeigt sich bereits ein zweites secundäres Maximum im Juli; die Sommergewitter bilden die Regel in Mittel- und Südost-Schottland, wie in Frankreich (und wohl auch dem ganzen continentalen Europa). Auffallend ist es, daß Beyrut — abgesehen von der sehr geringen Anzahl der Gewitter überhaupt (es fallen nur 4 auf ein Jahr) — eine ähnliche Vertheilung im Jahre zeigt, wie Island. Während die 4 Monate Juni bis September in 10 Jahren nicht ein

[1]) Neue Folge. II. Bd S. 339.

[2]) V. Bd. S. 118.

Gewitter aufzuweisen haben, fallen auf den Winter (December bis Februar) mehr als die Hälfte der Gesammtzahl (57·5 Percent), auf den Jänner allein 27·5 Percent.

Monat.	Island	NW. Schottland u. Inseln	Mittel-Schottland	SO.-Schottland	Frankreich	Beyrut
December ...	22·5	11·4	6·9	4·0	2·3	17·5
Jänner	24·4	11·6	7·8	5·0	4·9	27·5
Februar	15·3	9·1	6·0	3·4	4·3	12·5
März.........	7·3	5·6	3·1	2·4	8·8	0·0
April	5·4	4·3	5·3	5·0	9·7	5·0
Mai..........	1·8	5·3	11·5	15·0	12·2	2·5
Juni	0·0	7·4	12·6	16·8	12·4	0·0
Juli.........	1·8	10·6	13·9	15·6	13·3	0·0
August	0·0	9·9	12·2	16·8	11·8	0·0
September...	4·5	7·6	8·6	6·4	11·4	0·0
October	4·5	10·1	6·6	6·0	6·8	10·0
November ...	12·6	6·8	5·3	3·5	2·2	25·0
Gesammtzahl d. Beobachtungen	111	394	1553	499	647	4·0

Die für Beyrut angeführten Zahlen könnten bedenklich erscheinen, wenn sie nicht bekräftigt würden durch die Beobachtungen an den 3 meteorologischen Stationen, die am Suez-Canal errichtet sind und welche nach Rayet[1]) folgende Zahlen ergeben:

Monat.	Port Saïd			Ismaïlia			Suez		
	1866	1867	1868	1866	1867	1868	1866	1867	1868
Jänner	....	0	0	....	1	0	0	1	0
Februar	....	0	0	....	1	0	....	0	0
März.........	0	1	1	....	1	2	....	0	0
April	0	0	1	....	1	1	....	0	0
Mai	1	0	1	0	3	1	0	3	1
Juni	1	0	0	1	0	3	0	0	1
Juli.........	0	0	0	0	0	0	0	0	0
August	0	0	0	0	0	0	0	0	0
September ..	0	0	1	0	0	0	0	0	0
October.....	0	0	1	1	1	4	0	0	2
November ...	3	2	0	1	1	0	1	0	0
December....	0	1	0	1	3	0	0	1	0

Die Gesammtzahl der Gewitter ist zu Port Saïd und Suez nicht viel größer (4 und 5 an ersterer, 5 und 4 an letzterer Station in den Jahren 1861 und 1868); etwas beträchtlicher in der Mitte der Land-

[1]) Im Atlas de l'Observatoire Impérial de Paris pour 1868. D. 9.

enge, zu Ismaïlia, wo die Anzahl im Jahre 1867 12, im Jahre 1868 11 betrug. Die Vertheilung nach Percenten gibt folgendes Resultat für Ismaïlia:

December .	13	März......	13	Juni......	13	September...	0
Jänner....	4	April.....	9	Juli......	0	October.....	22
Februar...	4	Mai.......	17	August....	0	November ...	4
Winter....	21	Sommer...	39	Sommer...	13	Herbst	26

Die Vertheilung im Jahre weiset, wie dies bei einer nur zweijährigen Reihe wohl nicht anders sein kann, bedeutende Unregelmäßigkeiten auf, doch scheinen zwei Jahres-Maxima zu existiren, eines im Herbst (October mit 22%), ein anderes im Frühjahr (Mai mit 17%). Bemerkenswerth ist es, daß in den Monaten Juli bis September (ähnlich wie in Beyrut) kein Gewitter vorkommt.

Wenn schon die Zahl der Gewitter für Beyrut gering erscheint, so ist dieselbe nach den Beobachtungen Dr. Th. Chaplin's in Jerusalem noch geringer [1]).

In einem Zeitraume von 3 Jahren 4 Monaten beobachtete derselbe blos 11 Gewitter und zwar 2 im Februar, 2 im April und Mai, 2 im November und 1 im December.

C. Kuhn hat in seinem Handbuch der angewandten Electricitätslehre S. 215—225 zahlreiche Daten über die Vertheilung der Gewitter zusammengestellt. Als Haupt-Resultat ergibt sich demselben eine Zunahme der Gewitter-Frequenz mit der Annäherung an den Äquator, und zwar ist

in der Zone	die jährl. Anzahl der Gewitter	Zahl der benützten Stationen
zwischen 65° und 60° n. Br.	6·1	7
„ 60 „ 55 „	13·0	13
„ 55 „ 50 „	18·0	31
„ 50 „ 45 „	21·5	53
„ 45 „ 40 „	30·0	5
unter 40 „ — „	48·0	6

Man sieht aus den für Beyrut, Jerusalem und den Suez-Canal angeführten Daten, daß eine solche Abhängigkeit von der geographischen Breite sich füglich nicht behaupten läßt und daß andere

---

1) Journal of the Scottish Meteorological Society. Vol. II, p. 105.

Momente in erster Reihe für das Zustandekommen der Gewitter maßgebend sind. Rayet bemerkt in seiner vorhin citirten Abhandlung, daß die meisten Gewitter zu Ismaïlia sich während der mehr regnerischen Monate und bei West- oder Nordwest-Winden ereignen, selten bei Ost- oder Nordost-Wind. Der trockene Passat scheint der Entstehung der Gewitter entschieden ungünstig zu sein. Erst wo derselbe aufhört und das Reich der tropischen Zone beginnt, steigt die Gewitterfrequenz rasch zu einer in unsern Gegenden ungewöhnlichen Höhe.

Es scheinen daher in der nördlichen Hemisphäre zwei Minima und zwei Maxima der Gewitter-Frequenz zu existiren. Das erste Minimum fällt in die Gegend nördlich vom Polarkreise, das zweite in die Region des Passates; beide haben miteinander dies gemein, daß die Sommer-Gewitter selten sind oder ganz fehlen. Die Maxima der Gewitter-Frequenz fallen einerseits in die Nähe des Äquators, andererseits in die gemäßigte Zone, und zwar scheinen dieselben im Süden Europa's häufiger zu sein.

Ein großes Hinderniß einer solchen Untersuchung bildet die schwankende Weise der Zählung der Gewitter-Erscheinungen. Einerseits werden bloß die Tage mit Gewittern gezählt, so zwar, daß ein Tag, an dem mehrfache Gewitter-Erscheinungen zu Stande kommen, bloß als eine Einheit gilt, andererseits werden die einzelnen Gewitter-Erscheinungen an sich berücksichtigt, so daß ein Tag, an welchem mehrere Gewitter zum Ausbruche kamen, so oft gezählt wird, als eben solche Erscheinungen zu Stande kamen.

Prof. C. Kuhn in seinem Handbuche der angewandten Electricitäts-Lehre spricht sich für die zweite Art der Zählung aus. Im österreichischen Beobachtungs-Systeme ist die erste Art der Zählung — nach Gewittertagen — eingeführt. Der Grund hiefür liegt darin, daß es bei allen ähnlichen statistisch-meteorologischen Untersuchungen auf die Vergleichbarkeit der Resultate in erster Reihe ankommt. Diese Vergleichbarkeit scheint aber in höherem Grade gesichert, wenn die Gewittertage gezählt werden, als wenn man jede einzelne Gewitter-Erscheinung für sich zählt. Wie oft ereignet es sich, daß an verschiedenen Theilen des sichtbaren Himmels-Gewölbes Gewitter-Wolken gleichzeitig sich befinden oder Gewitter-Erscheinungen kurz nach einander auftreten. Es ist hier dem subjectiven Ermessen der Beobachter, welche zu entscheiden haben,

ob mehrere solche Erscheinungen als getrennte Phänomene oder aber als Ausflüsse eines und desselben Gewitters aufzufassen sind, ein viel weiterer Spielraum gegeben, und es ist mit Sicherheit anzunehmen, daß ein eifriger Beobachter, der über die erforderliche Muße zum Verfolgen der Gewittererscheinungen gebietet, eine weit größere Anzahl von Gewittern notiren wird, als derjenige, der sich an den Verlauf der Erscheinung im Großen und Ganzen hält und durch seine sonstige Berufsstellung gehindert ist, den Einzelheiten des Phänomens die erforderliche Aufmerksamkeit zu schenken. Es scheint wohl keinem Zweifel zu unterliegen, daß die auffallende Verschiedenheit der Gewitter-Frequenz nach verschiedenen Perioden für denselben Ort, wie dieselbe von C. Kuhn S. 226—229 hervorgehoben worden ist, ähnlichen Gründen wenigstens theilweise zuzuschreiben sein wird. Es ist sogar sehr möglich, daß man im Laufe der Zeit von der einen Zählungsweise (Gewitter-Erscheinungen) zu der andern (Gewitter-Tage) übergegangen sei, wobei dann natürlich die Resultate sehr verschieden ausfallen müssen. Um nur ein Beispiel anzuführen, so zählte man in Catherinenburg im Jahre 1851 37·5 + 22·5 = 60, im Jahre 1856 aber 37·5 — 15·5 = 22 Gewitter (wobei 37·5 die normale Zahl der Gewitter bedeutet).

Eine dritte Art der Zählung der Gewitter-Erscheinungen endlich ist jene, welche im Atlas météorologique de l'Observatoire Impérial gewählt wurde. Es wird daselbst, und zwar für jeden Tag des Jahres, die Zahl der Departements angegeben, in welchen Gewitter-Erscheinungen beobachtet wurden.

Außer diesen Angaben, welche hinsichtlich der Ausdehnung und Verbreitung des Gewitters von großer Bedeutung sind, wird aber auch für jedes Departement insbesondere die Zahl der Gewitter-Tage für die einzelnen Monate angegeben. Es finden zwischen diesen Zahlen jedoch sehr erhebliche Unterschiede statt; während das Minimum der Gewitter-Tage im Jahre in einigen Departements bloß 7, 6 und 1 (Departement der Charente) betragen soll (?), sind die höchsten Werthe: 62 (Alpes maritimes, Haute-Marne), 63 (Bas-Rhin), 65 (Meuse) und selbst 83 (Moselle). Die meisten Winter-Gewitter hatten im Jahre 1868 die Departements Manche (6) und Lot et Garonne (5), Gironde (4)[1]).

[1]) Atlas météorologique pour 1868. A. 16.

Es schien nun wünschenswerth zu untersuchen, welche Gewitter-Vertheilung an den meteorologischen Stationen in Österreich und Ungarn stattfindet.

Ich habe daher durch Herrn J. Chavanne eine Zusammenstellung der monatlichen Anzahl der Tage mit Gewitter ausführen lassen, deren Resultate die nachfolgende Tabelle enthält.

	Eger	Pilsen	Bodenbach	Prag	Czaslau	Senftenberg	Brünn	Hochwald
Zahl d. Jahre.	6	25	33	69	21	19	21	9
Jänner	0·0	0·1	0·0	0·1	0·1	0·1	0·0	0·0
Februar	0·3	0·0	0·0	0·1	0·1	0·2	0·0	0·0
März.........	0·3	0·3	0·1	0·2	0·1	0·1	0·0	0·1
April	1·3	1·0	1·1	1·2	0·8	0·8	0·8	1·2
Mai	3·8	2·7	3·5	4·1	2·0	2·4	2·9	4·8
Juni	4·5	4·0	4·6	4·8	3·7	5·2	4·1	5·5
Juli.........	4·3	3·6	4·2	4·7	2·9	3·8	3·6	4·9
August......	2·1	2·1	2·9	3·5	2·9	3·4	2·6	4·7
September...	0·3	0·5	1·1	1·2	1·1	1·5	0·8	1·7
October	0·3	0·1	0·2	0·3	0·3	0·2	0·3	0·4
November ...	0·0	0·0	0·0	0·1	0·0	0·0	0·0	0·1
December ...	0·0	0·0	0·1	0·1	0·0	0·0	0·0	0·1
Jahr........	17·5	14·6	17·8	20·5	14·0	17·7	15·1	23·5

	Oderberg[1])	Troppau	Teschen	Biala	Krakau	Lemberg	Rzeszow	Czernowitz
Zahl d. Jahre	14	10	5	10	44	19	16	11
Jänner	0·1	0·1	0·2	0·1	0·1	0·0	0·0	0·0
Februar....	0·0	0·0	0·0	0·1	0·1	0·0	0·1	0·0
März	0·1	0·0	0·0	0·0	0·1	0·1	0·2	0·0
April	0·6	0·4	0·0	1·0	1·5	0·6	0·7	0·6
Mai	3·0	1·4	2·4	4·0	4·1	4·0	2·7	2·7
Juni.......	3·7	3·0	3·2	5·4	5·4	5·7	4·1	3·9
Juli	3·8	2·8	1·2	4·8	4·5	4·4	4·2	3·6
August	3·0	3·1	1·8	4·3	4·4	3·5	3·1	2·1
September .	1·2	0·5	0·4	1·0	1·7	1·1	1·9	0·7
October ...	0·3	0·1	0·8	0·3	0·4	0·1	0·1	0·3
November..	0·0	0·0	0·0	0·1	0·0	0·1	0·0	0·0
December..	0·1	0·1	0·0	0·2	0·1	0·1	0·0	0·0
Jahr.......	15·8	11·5	10·0	21·3	22·5	19·7	17·4	14·0

[1]) Die Beobachtungen von Privoz (bei Mähr. Ostrau) mit jenen von Oderberg vereinigt

	Bludenz	Wilten	Lienz	St. Martin	St. Maria	Salzburg	Ischl	Kremsmünster
Zahl d. Jahre	13	40	14	6	4	27	15	104
Jänner......	0·1	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
Februar.....	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·3	0·0
März	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·1	0·2	0·1
April	0·5	0·3	0·2	0·5	0·0	1·5	0·5	1·3
Mai	1·6	1·5	1·5	0·6	0·2	3·7	2·0	4·0
Juni........	2·1	3·4	3·3	2·3	2·0	6·4	4·2	6·2
Juli	3·7	5·1	5·0	3·2	4·5	7·2	4·8	6·0
August	2·8	3·6	3·7	2·1	2·0	5·8	4·4	5·1
September ..	1·0	0·9	1·3	1·1	0·5	2·1	0·8	1·5
October.....	0·5	0·2	0·8	0·1	0·7	0·4	0·4	0·2
November ...	0·0	0·0	0·1	0·0	0·0	0·0	0·1	0·0
December ...	0·1	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·2	0·1
Jahr	12·4	15·0	15·8	10·1	10·0	23·7	18·0	24·6

	Kirchdorf	Linz	Wien	W. Neustadt	Reichenau	Preßburg	Ödenburg	Oberschütz.
Zahl d. Jahre	15	18	76	13	5	16	9	10
Jänner......	0·0	0·2	0·1	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
Februar.....	0·0	0·1	0·1	0·0	0·0	0·1	0·0	0·0
März	0·2	0·2	0·2	0·0	0·0	0·1	0·2	0·3
April.......	0·8	1·2	1·1	0·4	1·0	0·4	0·4	1·5
Mai	2·7	3·8	3·5	2·2	5·0	2·4	2·3	4·1
Juni........	4·1	5·7	4·1	2·2	4·2	2·8	2·8	4·7
Juli	3·8	5·4	4·3	3·1	5·4	2·7	3·5	5·0
August	3·7	4·0	3·8	2·9	3·8	2·9	3·0	3·4
September ..	1·5	1·3	1·4	0·5	1·6	0·6	0·9	1·4
October.....	0·3	0·3	0·2	0·4	0·8	0·3	0·3	0·6
November ...	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
December ...	0·1	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
Jahr	17·3	22·5	18·9	11·7	21·8	12·3	13·5	21·0

	Árva-váralja	Leutschau	Rosenau	Ofen	Debreczin	Klagenfurt	Althofen	Maltein
Zahl d. Jahre	20	15	10	13	16	57	15	10
Jänner	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·1	0·0
Februar	0·1	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
März	0·0	0·1	0·2	0·2	0·2	0·2	0·0	0·1
April	0·7	1·5	1·0	0·7	0·8	0·8	0·9	0·6
Mai	4·6	4·1	4·1	3·0	1·7	3·1	2·9	2·4
Juni	6·0	5·7	3·8	3·4	2·2	5·9	5·4	6·2
Juli	6·1	4·8	4·1	3·6	2·0	7·8	6·2	5·6
August	5·4	4·8	3·0	3·7	1·3	5·7	6·5	4·7
September	1·2	1·5	0·9	1·5	0·7	2·4	2·5	3·1
October	0·3	0·1	0·3	0·5	0·7	1·0	0·5	0·4
November	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·3	0·1	0·0
December	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·1	0·0	0·0
Jahr	24·5	22·6	17·4	16·2	9·7	25·5	25·1	23·1

	St. Paul	Saifritz	Hoch-Obir	Alt-Aussee	Graz	Cilli	Laibach	Rudolfswerth
Zahl d. Jahre	18	17	8	15	22	14	16	12
Jänner	0·0	0·0	0·0	0·2	0·0	0·0	0·2	0·1
Februar	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
März	0·2	0·2	0·1	0·1	0·2	0·2	0·1	0·1
April	0·6	0·4	0·1	0·1	1·0	0·6	1·0	1·1
Mai	3·1	0·9	0·4	1·1	3·6	2·7	2·8	4·5
Juni	5·8	1·6	1·0	2·9	5·8	3·6	5·8	7·6
Juli	7·2	2·6	2·0	2·4	6·0	6·0	6·7	7·7
August	4·9	1·8	1·4	1·5	4·4	4·4	4·2	5·1
September	1·3	1·5	0·9	0·7	1·7	1·9	2·8	2·6
October	0·4	0·7	0·0	0·3	0·6	1·1	1·2	1·7
November	0·0	0·2	0·0	0·0	0·0	0·1	0·3	0·4
December	0·0	0·0	0·0	0·1	0·0	0·1	0·0	0·1
Jahr	23·6	10·2	5·9	9·4	23·3	20·7	25·4	31·1

	Pan-csova	Ora-vicza	Hermann-stadt	Bi-stritz [1])	Triest	Agram	Lesina	Valona
Zahl d. Jahre	10	4	18	17	19	10	10	12
Jänner......	0·0	0·0	0·0	0·0	0·3	0·2	0·7	0·2
Februar.....	0·1	0·0	0·1	0·0	0·1	0·0	0·8	0·2
März	0·3	0·8	0·3	0·6	0·4	0·4	0·8	0·2
April	0·5	1·5	1·1	1·7	1·3	0·7	0·8	0·1
Mai	3·6	3·2	4·2	5·6	1·9	2·5	1·3	0·2
Juni........	5·0	6·4	4·8	7·0	3·4	2·4	4·3	0·5
Juli	4·1	4·5	5·3	6·4	3·8	3·8	2·7	0·9
August	3·4	3·5	3·0	4·6	3·5	2·3	4·3	1·8
September ..	1·8	1·0	1·3	2·0	2·2	1·4	3·7	0·8
October.....	0·6	0·2	0·0	0·5	2·5	0·6	3·0	0·8
November ...	0·0	0·0	0·2	0·1	1·0	0·0	1·9	0·3
December ...	0·1	0·0	0·0	0·0	0·5	0·0	1·7	0·2
Jahr	19·5	21·0	20·5	28·5	20·9	14·3	26·0	6·2

Wie zu erwarten war, erscheinen fast ausschließend Sommer-Gewitter verzeichnet. Eine Ausnahme bildet nur Triest, wo auf den Winter 0·9 Gewitter entfallen und noch mehr Lesina, welches im Winter 4·2 Gewitter zählt, allein selbst in diesem extremsten Falle bilden die Wintergewitter bloß 16 Percent der Gesammtsumme. Auch Valona ließe sich hier anführen, indem die 0·6 Gewitter-Tage des Winters immerhin an 10 Percent der Gesammtzahl bilden, wenn nur nicht diese Gesammtzahl selbst (6·2) bedenklich gering wäre.

Bemerkenswerth ist ferner die geringe Gewitter-Frequenz auf der 6288 Par. Fuß hohen Bergstation Obir, die mit jener auf Sta. Maria ziemlich gut stimmt. Allerdings enthalten die Beobachtungen auf dem Obir Lücken, indem an Sonn- und Feiertagen im Bergwerke nicht gearbeitet wird und daher auch keine meteorologischen Beobachtungen angestellt werden.

[1]) Die Beobachtungsreihe von Bistritz wurde mit der älteren von Wallendorf in eine zusammengezogen.

Über die Wirkung von Borsäure auf frische Ganglienzellen.

Von **Ernst Fleischl,**

Doctorand der Medicin.

(Aus dem physiologischen Institute der Wiener Universität.)

(Mit 1 Tafel.)

Ich fand mich veranlaßt, zu untersuchen, ob sich durch die Einwirkung von Borsäurelösung bei den Ganglienzellen eine ähnliche Trennung von Formelementen bewirken läßt, wie solche zuerst an den Blutkörperchen von Tritonen auf Anwendung dieses Reagens beobachtet wurde [1]).

Die Verhältnisse waren bei den Ganglienzellen von vornherein weniger günstig, als bei den Blutkörperchen. Während das Blut unmittelbar aus dem gesunden und ganzen Organismus in die Borsäurelösung fließt, und wieder aus dieser, ohne irgend einen anderen, als den chemischen Eingriff erfahren zu haben, unter das Mikroskop gebracht wird, bedingt sowohl die grob anatomische Präparation des Ganglions und seine Lostrennung vom Organismus, als auch die der Beobachtung mit stärkeren Linsen nothwendig vorhergehende fein mikroskopische Präparation einen Aufwand von Zeit und von mechanischen Insulten, welcher möglicherweise den Erfolg beeinträchtigen kann.

Als Untersuchungsobjecte dienten mir die Nervenzellen des Ganglion semilunare (Gasseri) des Frosches. Der Frosch wird geköpft, dann werden möglichst rasch die Decken seiner Schädelhöhle und das Gehirn entfernt und nun wird der das gesuchte Ganglion einhüllende Brei von CO_2CaO Krystallen entweder mit einem mit Borsäurelösung befeuchteten Pinsel abgepinselt oder mit dem feinen

---

[1]) E. Brücke: Über den Bau der rothen Blutkörperchen; diese Berichte 56. Band, 2. Abtheilung pag. 79.

Strahl einer mit 1 procentiger Borsäurelösung gefüllten Spritzflasche abgespült und dann das Ganglion aus seiner Knochenmulde mit einer feinen Schere herausgeschnitten. Die ganze Procedur nimmt nicht mehr, als höchstens 1 Minute Zeit in Anspruch. Das Ganglion wird dann sogleich in ein Uhrgläschen gelegt, in welchem sich eine 1 percentige Lösung von geschmolzener Borsäure befindet. Nachdem es in dieser Flüssigkeit durch einige Minuten gelegen hat, wird es unter der Loupe auf einem Objectträger in einen Tropfen der genannten Lösung mit feinen Nadeln möglichst schonend zerzupft und das so gewonnene Präparat nach Entfernung der größeren Stücke aus demselben sogleich mit einem Deckglase bedeckt und angesehen. Der Umstand, daß diese letzte Operation, die Isolirung einzelner Zellen und Zellgruppen, beim Ganglion Gasseri des Frosches verhältnißmäßig leicht und ohne Anwendung einer größeren Gewalt gelingt, bewog mich, nächst der relativ leichten Zugänglichkeit desselben zur Benützung dieses Objectes für meine Untersuchung. Die sehr überwiegende Mehrzahl der auf diese Weise zur Anschauung gebrachten Ganglienzellen zeigt ein von dem bekannten Schema nicht sehr abweichendes Aussehen. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich aber im Zellenleibe eine Abgrenzung der Masse in kugelige Massen und ein Unterschied in den Brechungsverhältnissen der globulären und der interglobulären Substanz — mit diesen Namen will ich einstweilen die die kugeligen Massen bildende und die zwischen denselben enthaltene Substanz belegen. Die Contouren der globulären Substanz sind nahezu oder vollkommen kreisrund und eigenthümlich fein und weich. Der Kern wird mitunter in seiner Form verändert gefunden in der Art, daß die Kreislinie seines Contours unterbrochen erscheint und es aussieht, als hätten sich mehrere Globuli in seine Masse eingedrängt oder auch so, als sendete der Kern Fortsätze seiner eigenen Substanz in die Zwischenräume der globulären Substanz, so daß wir Kernsubstanz und interglobuläre Substanz für identisch oder für ineinander fließend halten müssen. Genaues Einstellen belehrt darüber, daß man es hier nicht etwa mit der perspectivischen Überschneidung von Kreisen zu thun hat, die in verschiedenen Ebenen liegen, sondern daß wirklich die Kernfortsätze ein Continuum mit der interglobulären Substanz bilden.

Beeinträchtigt schon dieser Befund die allgemeine Giltigkeit des Satzes, daß der Kern ein fortsatzloses, kugel- oder bläschen-

förmiges Gebilde sei, so geschieht dieß noch weit mehr durch die Beobachtung von solchen Zellen, deren Ansehen sich weiter von dem gewöhnlichen Schema entfernt. Man wird nämlich nicht leicht ein auf die oben geschilderte Art angefertigtes Präparat aufmerksam durchsuchen, ohne auf die gleich näher zu beschreibenden Bilder zu stoßen, aus denen sich der Satz ergibt, daß aus frischen Ganglienzellen, welche der Einwirkung einer schwachen Borsäurelösung ausgesetzt sind, die Kerne austreten.

In den unveränderten oder in den mit den gebräuchlichen Reagentien behandelten Ganglienzellen liegt der Kern zwar nicht immer central, aber doch nur in dem Sinne wandständig, daß immer eine deutlich wahrnehmbare Protoplasmaschichte ihn von der Oberfläche der Zelle trennt. An manchen der mit Borsäurelösung behandelten Zellen des Ganglion semilunare des Frosches aber sieht man den Kern in unmittelbarem Contacte mit der Oberfläche der Zelle, an anderen überragt er mit einem größeren oder geringeren, verschieden gestalteten Antheile die Zelloberfläche, und endlich findet man sowohl kernlose — sonst vollkommen erhaltene — Zellen, als auch freie Kerne, und zwar die letzteren häufig genug und insbesondere dann, wenn keine Strömung in der Flüssigkeit, in welcher das Präparat liegt, stattgefunden hat, in unmittelbarster Nähe, in Berührung mit kernlosen Ganglienzellkörpern. Davon, daß es wirklich die Kerne sind, welche austreten, habe ich mich unter anderem auch durch die Anwendung von Borsäurekarmin überzeugt. Dieser tingirt das Zellprotoplasma blaß, die Kerne dagegen intensiv roth. — Der austretende Kern wandert nicht immer als Kugel aus, in den meisten Fällen verändert er seine Gestalt während des Austrittes bedeutend, nimmt aber, gänzlich frei geworden, immer die Kugelgestalt an. Ich will gleich hier sagen, daß ich niemals die ganze Reihe der Veränderungen an einer und derselben Zelle beobachtet habe, wohl aber die verschiedenen Stadien an verschiedenen Zellen, und daß sich auf Combination dieser Beobachtungen meine Angaben gründen. Der Kern ist selbst in solchen Fällen, in denen er noch vollständig in der Zelle, aber schon nahe an einem Punkte ihrer Oberfläche liegt, oft birnförmig ausgezogen, so als bestünde er aus einer weichen, elastischen Substanz und wäre an einer Stelle festgehalten worden. Immer liegt das breite Ende der Birne näher an der Peripherie der Zelle, als das spitze; dieses ist nicht scharf begrenzt, sondern verliert sich

zwischen den Kugeln der Zellsubstanz, scheint also ein Continuum mit der interglobulären Substanz zu bilden. Häufig genug zieht der Kern statt des einen zwei oder mehrere solche Schwänze in der Zelle nach sich. Oft hat auch das Kernkörperchen schon in diesem Stadium an den Veränderungen theilgenommen, dadurch, daß es sich zu einem apfelkern- bis stäbchenförmigen Gebilde, dessen Längsachse mit der Austretungsrichtung des Kernes übereinstimmt, ausgezogen hat. In einem späteren Momente ist ein Theil des Kernes bereits frei geworden. Die Höhle in der Zelle, in welcher der Kern liegt, muß nun nothwendiger Weise durch ein Loch mit der Umgebung communiciren und man sieht auch ganz deutlich an der dem Beschauer zugewendeten Lippe der Öffnung das körnige Protoplasma aufhören und zwar mit einem in seichten Biegungen gewellten oder in stumpfen Winkeln gebrochenen Rande, der dem eben durchtretenden Stücke des Kernes anliegt [1]). Mitunter erscheint der Kern durch die Ränder des Loches, durch welches er austritt, eingeschnürt und besteht dann aus einem intracellulären und einem extracellulären Antheile, welche durch einen Hals zusammenhängen. Das Kernkörperchen befindet sich fast immer in dem außerhalb der Zelle gelegenen Antheile des Kernes und hat sich oft schon sehr weit von der gewöhnlich an ihm beobachteten Kugelgestalt entfernt. Beobachtet man eine Zelle, aus welcher der Kern bereits zum großen Theile ausgetreten ist, so bemerkt man mitunter an einer extracellulären Stelle der Oberfläche des letzteren ein größeres oder kleineres Stückchen von Zellsubstanz haften. Gewöhnlich sieht man einen der oben beschriebenen Ausläufer des Kernes in dieses Klümpchen sich erstrecken und ein Continuum bilden mit der interglobulären Substanz desselben. Endlich sieht man Bilder, an denen der Kern zum allergrößten Theile sich bereits außerhalb der Zelle befindet. In diesem Stadium hat der Kern meistens wieder eine sphärische Form angenommen und ist nun wieder in allen seinen Durchmessern größer, als der größte Durchmesser des Loches, durch welches er austrat — ein Umstand, den ich hier bloß hervorhebe, um mich nachher auf ihn zu berufen. Fig. 2 veranschaulicht dieses Stadium und zeigt zugleich die noch immer

[1]) Diese Form der Ränder entspricht vollkommen der hier supponirten Zusammensetzung der Zellen aus globulärer und interglobulärer Substanz.

in die Zelle hineinragenden Ausläufer des Kernes und ihr Zusammenfließen mit der interglobulären Substanz. Die Reihe wird geschlossen durch die schon oben erwähnten Bilder kernloser Zellen und freier Zellkerne.

Indem ich die allerdings verführerische Gelegenheit, auf diese Reihe von Bildern und die nothwendig aus ihr folgende Annahme eines Auswanderns der Kerne aus den Nervenzellen, weitere Schlüsse über das Wesen dieser Gebilde zu bauen, vorübergehen lasse; will ich jezt nur diejenigen Sätze aufzählen, von denen es mir scheint, daß man sie als die unmittelbaren Folgerungen des Beobachteten zugeben müsse.

1. Die Ganglienzellen aus dem Ganglion Gasseri des Frosches haben keine Zellmembran.

2. Der Leib dieser Zellen besteht aus einer weichen Substanz welche entweder immer in kugelige Massen abgetheilt ist oder sich nach Borsäure-Einwirkung in solche theilt. Zwischen diesen Kugeln liegt eine das Licht anders brechende Zwischensubstanz.

3. Der Kern dieser Zellen ist nicht das kugelige, allseitig abgegrenzte Gebilde, für welches man ihn meistens hält, sondern er hat die mannigfaltigsten Formen und sendet vor allem Ausläufer in das Innere der Zelle, welche mit der Zwischensubstanz zwischen den Kugeln des Zellleibes zusammenhängen und welche, wenigstens in ihrem dem Kerne zunächst gelegenen Antheile aus derselben Substanz bestehen, wie der Kern.

4. Diese Substanz ist weich, elastisch und entweder contractil oder sehr quellungsfähig, in dem Sinne, daß sie ihre äußere Gestalt durch Diffussionsveränderungen in ihrem Inneren leicht und rasch ändert (s. pag. 4 unten).

5. Das Kernkörperchen ist ebenfalls weich und elastisch, besitzt aber höchst wahrscheinlich keine eigene Contractionsfähigkeit, sondern seine Form- und Lageveränderungen sind durch die Gestalts- und Ortsveränderungen des Kernes bedingt.

6. Unter der Einwirkung einer schwachen Borsäurelösung tritt aus diesen Zellen häufig der Kern aus. Dieser Vorgang kann nicht ohne weiteres auf einen einfachen Quellungsproceß zurückgeführt werden, da die Erscheinung im destillirten Wasser nicht wie in der Borsäure beobachtet wird.

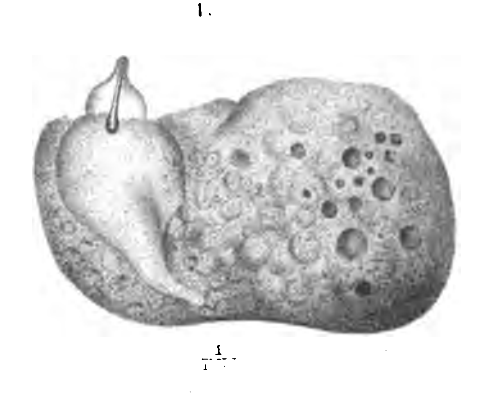


7. Von einer fibrillären Anordnung habe ich an diesen Objecten selbst mit Hartnack's Immersionslinse Nr. XV nie etwas gesehen.

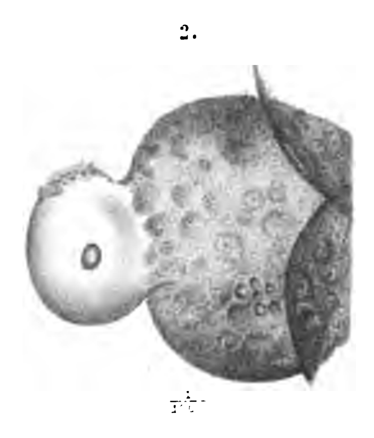
Die Abbildungen sind nicht schematisch, sondern entsprechen wirklich gesehenen Bildern.

Die dunkel gehaltenen Kreise in Fig. 1 stellen die in vielen Zellen des Ganglion Gasseri des Frosches enthaltenen gelben Fetttropfen dar.

1.



2.



Gez. v. Verf. lith. v. Dr. C. Heitzmann. A. d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei

Geometrische Mittheilungen.

Von Dr. Emil Weyr,
Privatdocent an der Universität Prag.

II.

1. Legt man durch einen Punkt x_1 einer Curve C_4^3 dritter Ordnung mit einem Doppelpunkte δ Strahlen (X_1), so scheidet jeder solche Strahl die Curve in einem Punktepaar x_2, x_3, welche Punktepaare auf der Curve eine centrale Involution zweiten Grades bilden[1]. Wenn man nämlich die Punktepaare x_1, x_2 mit dem Doppelpunkte der Curve durch Strahlenpaare $\overline{\delta x_1}$, $\overline{\delta x_2}$ verbindet, so erhält man eine quadratische Strahleninvolution.

Den Punkt x_1 nennen wir das Centrum der auf obige Weise durch ihn auf der Curve gebildeten Punktinvolution. Von dem Centrum lassen sich an die Curve zwei (reale oder imaginäre) Tangenten legen, deren Berührungspunkte die Doppelpunkte der erwähnten Involution sind. Es sind dies zwei conjugirte Punkte der Curve, so daß die aus δ nach ihnen gehenden zwei Strahlen den Winkel der Doppelpunktstangenten harmonisch theilen.

Bezeichnen wir wieder als den Parameter eines Punktes x der Curve C_4^3 das Theilverhältniß ξ des vom Doppelpunkte nach dem Punkte x gehenden Strahles in Bezug auf den Winkel der Doppelpunktstangenten, so besteht nach der ersten Mittheilung zwischen dem Parameter η eines Punktes y der Curve C_4^3 und dem Parameter ξ seines Tangentialpunktes x die Gleichung:

$$\xi\eta^2 = k \tag{0}$$

wobei k eine nur von der Curve C_4^3 abhängige Constante ist.

---

[1]) Siehe „Theorie mehrdeutiger geom. Elementargebilde" II. Theil Art. 11.

Hiernach haben also die Doppelpunkte der centralen Involution, welche den Punkt x_1 zum Centrum besitzt, die Parameter

$$+\sqrt{\frac{k}{\xi_1}} \text{ und } -\sqrt{\frac{k}{\xi_1}}.$$

Sind nun x_2 und x_3 die zwei Schnittpunkte einer beliebigen durch x_1 gehenden Geraden mit der Curve C_4^3, so sind diese Punkte harmonisch bezüglich der Doppelpunkte der oben erwähnten Involution. Wenn man also consequenter Weise die Parameter der beiden Punkte x_2, x_3 resp. mit ξ_2, ξ_3 bezeichnet, so muß nach einer bekannten Gleichung [1]:

$$\xi_2\xi_3 - \frac{1}{2}(\xi_2+\xi_3)\left(\sqrt{\frac{k}{\xi_1}} - \sqrt{\frac{k}{\xi_1}}\right) + \left(\sqrt{\frac{k}{\xi_1}}\right)\left(-\sqrt{\frac{k}{\xi_1}}\right) = o$$

sein. Oder aber:

$$\xi_2\xi_3 - \frac{k}{\xi_1} = o$$

und folglich:

$$\xi_1\xi_2\xi_3 = k. \tag{1}$$

Diese Gleichung drückt, da der Punkt x_1 und die durch ihn gelegte Gerade ganz beliebig war, folgenden bemerkenswerthen Satz aus:

„Das Produkt der Parameter der drei Punkte, in welchen eine beliebige Gerade unsere Curve C_4^3 schneidet, ist constant".

2. Man erkennt sofort, daß die Gleichung (0) nur ein specieller Fall der Gleichung (1) ist. Wird nämlich die schneidende Gerade eine Tangente der Curve, welche im Punkte η [2]) berührt und im Punkte ξ die Curve schneidet, so hat man in (1) η statt ξ_1 und ξ_2, und ξ statt ξ_3, zu setzen, wodurch (1) unmittelbar in (0) übergeht.

---

[1]) Siehe Hesse, analyt. Geom. 1. Aufl. pag. 27.

[2]) Wir wollen der Kürze wegen einen Punkt der Curve C_4^3 mit demselben Buchstaben wie dessen Parameter bezeichnen.

3. Wir haben schon in der ersten Mittheilung die Inflexionspunkte der Curve C_4^3 in den Kreis unserer Betrachtungen gezogen.

Man gelangt einfach zu denselben, wenn man sich eine Inflexionstangente als eine Gerade vorstellt, welche die Curve in drei unmittelbar auf einander folgenden Punkten schneidet. Ist also etwa j der Parameter eines Inflexionspunktes, so liefert die Gleichung (1):

$$j^3 = k$$

woraus sich für die Parameter der drei Inflexionspunkte die Werthe: $j_1 = \sqrt[3]{k}$, $j_2 = \alpha \sqrt[3]{k}$, $j_3 = \alpha^2 \sqrt[3]{k}$ ergeben, wenn man mit α die imaginäre Kubikwurzel aus der Einheit bezeichnet.

Nun ist aber:

$$j_1 \cdot j_2 \cdot j_3 = \alpha^3 (\sqrt[3]{k})^3 = k$$

woraus das bekannte Resultat fließt: „daß die drei Inflexionspunkte in einer und derselben Geraden liegen“.

4. Wir wollen an einigen Beispielen zeigen, wie einfach sich die meisten über Curven dritter Ordnung bekannten Sätze aus der Gleichung (1) ableiten lassen, um hiedurch die Fruchtbarkeit dieser Gleichung nachzuweisen.

Es werde die Curve C_4^3 von zwei Geraden G und G' geschnitten und zwar von der ersten in dem Punktetripel $\xi_1 \xi_2 \xi_3$ und von der letzteren in den Punkten $\xi_1' \xi_2' \xi_3'$. Wir verbinden nun je einen Punkt auf der einen Geraden mit einem Punkte auf der anderen, wodurch wir drei neue Gerade, etwa $\overline{\xi_1 \xi_1'}$, $\overline{\xi_2 \xi_2'}$, $\overline{\xi_3 \xi_3'}$ erhalten. Diese drei Geraden mögen die Curve C_4^3 in drei neuen Punkten resp. ξ_1'', ξ_2'', ξ_3'' schneiden.

Dann zeigt sich leicht, daß diese drei letzten Punkte abermals auf einer Geraden liegen.

Wir haben zunächst nach unseren ersten Annahmen:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 \xi_2 \xi_3 &= k \\ \xi_1' \xi_2' \xi_3' &= k; \end{aligned}\right\} \qquad (\alpha)$$

ferner ebenso:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 \xi_1' \xi_1'' &= k \\ \xi_2 \xi_2' \xi_2'' &= k \\ \xi_3 \xi_3' \xi_3'' &= k. \end{aligned}\right\} \qquad (\beta)$$

Bildet man nun das Produkt der drei Gleichungen (β) und dividiert es durch das Produkt der Gleichungen (α), so ergibt sich sofort:

$$\xi_1'' \xi_2'' \xi_3'' = k,$$

woraus hervorgeht, daß wirklich die drei neuen Punkte ξ_1'', ξ_2'', ξ_3'' in einer und derselben Geraden liegen.

„Verbindet man also die drei Schnittpunkte der Curve C_4^3 und einer Geraden durch drei gerade Linien mit den drei Schnittpunkten der Curve und einer zweiten Geraden, so schneiden die drei Verbindungslinien die Curve in drei auf einer dritten Geraden liegenden Punkten".

Es ist dieses Ergebniß, wie man sofort erkennt, nur ein specieller Fall des Satzes, daß alle Curven dritter Ordnung, welche durch acht feste Punkte hindurchgehen, auch durch einen neunten festen Punkt gehen.

5. Wenn die beiden Geraden G und G', von denen wir im vorigen Artikel ausgegangen sind, unendlich nahe zusammenrücken, so gelangen wir, da dann $\overline{\xi_1 \xi_1'}$, $\overline{\xi_2 \xi_2'}$, $\overline{\xi_3 \xi_3'}$ Tangenten der Curve sind, zu dem bekannten Satze, daß die Tangentialpunkte dreier in gerader Linie liegenden Curvenpunkte wieder in einer Geraden liegen [1]).

Man gelangt jedoch auch zu demselben Resultate, wenn man von der Gleichung (0) ausgeht. Sind nämlich η_1, η_2, η_3 drei Punkte in einer Geraden, so ist:

$$\eta_1 \eta_2 \eta_3 = k$$

und ferner sind die Tangentialpunkte der drei Punkte nach (0):

$$\frac{k}{\eta_1^2}, \frac{k}{\eta_2^2}, \frac{k}{\eta_3^2}.$$

Da jedoch

$$\frac{k}{\eta_1^2} \cdot \frac{k}{\eta_2^2} \cdot \frac{k}{\eta_3^2} = \frac{k^3}{(\eta_1 \eta_2 \eta_3)^2} = \frac{k^3}{k^2} = k$$

---

1) Vergleiche Cremona, ebene Curven pag. 57.

ist, so liegen wirklich die drei Tangentialpunkte in einer und derselben Geraden, wie zu beweisen war.

6. Es seien auf der Curve C_4^3 vier beliebige Punkte ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4 gegeben. Diese Punkte kann man als Ecken eines vollständigen Viereckes betrachten, dessen drei Gegenseitenpaare auf der Curve drei Punktepaare bestimmen, von welchen wir nachweisen wollen, daß sie eine centrale Punktinvolution bilden, d. h. daß ihre drei Verbindungslinien sich in einem und demselben Punkte der Curve schneiden.

Die drei Gegenseitenpaare des erwähnten vollständigen Viereckes sind:

$$\overline{\xi_1\xi_2} \text{ und } \overline{\xi_3\xi_4}$$
$$\overline{\xi_2\xi_3} \text{ und } \overline{\xi_4\xi_1}$$
$$\overline{\xi_2\xi_4} \text{ und } \overline{\xi_1\xi_3}$$

und nach (1) sind die drei Punktepaare, in denen diese Linienpaare die Curve C_4^3 schneiden, der Reihe nach:

$$\frac{k}{\xi_1 \cdot \xi_2} \text{ und } \frac{k}{\xi_3 \cdot \xi_4}$$
$$\frac{k}{\xi_2 \cdot \xi_3} \text{ und } \frac{k}{\xi_4 \cdot \xi_1}$$
$$\frac{k}{\xi_2 \cdot \xi_4} \text{ und } \frac{k}{\xi_1 \cdot \xi_3}.$$

Die Verbindungslinien des ersten Punktepaares schneidet nach (1) die Curve C_4^3 im Punkte:

$$\frac{k}{\dfrac{k}{\xi_1 \cdot \xi_2} \cdot \dfrac{k}{\xi_3 \cdot \xi_4}}$$

d. h. also im Punkte:

$$\frac{\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4}{k},$$

und man erkennt sofort, daß sich derselbe Punkt der Curve als ihr Schnittpunkt mit den Verbindungslinien der beiden anderen Punktepaare ergibt. Hiedurch ist also der Satz bewiesen:

„Die drei Gegenseitenpaare eines der Curve C_4^3 eingeschriebenen vollständigen Viereckes $(\xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4)$ bestimmen auf der Curve drei Punktepaare einer centralen Involution, deren Centrum der Punkt $\frac{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 \cdot \xi_4}{k}$ ist".

Wir können diesen Satz auch in folgender Form aussprechen, in welcher er große Ähnlichkeit mit dem Satze von Désargues besitzt.

„Die drei Gegenseitenpaare eines vollständigen Viereckes bestimmen auf jeder dem Vierecke umschriebenen Curve dritter Ordnung mit einem Doppelpunkte eine centrale Involution".

Wenn je zwei Ecken des vollständigen Viereckes unendlich nahe zu einander fallen, so gelangt man zu dem Satze des letzten Artikels.

7. Wenn sich zwei Gegenseitenpaare des vollständigen Viereckes auf der Curve C_4^3 schneiden, so bilden sie ein der Curve eingeschriebenes vollständiges Vierseit. Die in den Schnittpunkten der erwähnten zwei Gegenseitenpaare an die Curve gelegten Tangenten müssen sich nach dem letzten Satze in einem Curvenpunkte schneiden, was dann selbstverständlich von allen Gegeneckenpaaren gilt [1]).

Dies gibt den bekannten Satz:

„Die drei Gegeneckenpaare eines der Curve C_4^3 eingeschriebenen vollständigen Vierseits sind conjugirte Punktepaare der Curve, d. h. die Tangenten der Curve in zwei solchen Gegenecken schneiden sich wieder auf der Curve".

8. Es seien α und β zwei feste Punkte der Curve C_4^3, welche wir mit einem variabelen Punkte η der Curve durch zwei Strahlen $\overline{\alpha\eta}$, $\overline{\beta\eta}$ verbinden. Diese Verbindungslinien werden die Curve in zwei neuen Punkten resp. ξ_1 und ξ_2 schneiden, so daß wir dem Punkte ξ_1 den Punkt ξ_2 und umgekehrt als entsprechend zuordnen können.

---

[1]) Die zwei Schnittpunkte der beiden Gegenseitenpaare des Viereckes sind zwei Gegenecken des betrachteten vollständigen Vierseites.

Um die Natur dieser Verwandtschaft zu ermitteln, beachte man, daß die zwei Gleichungen

$$\alpha.\eta.\xi_1 = k$$
$$\beta.\eta.\xi_2 = k$$

gleichzeitig gelten, woraus sich

$$\frac{\alpha\xi_1}{\beta\xi_2} = 1$$

oder aber:

$$\xi_2 = \frac{\alpha}{\beta}.\xi_1$$

ergibt. Die letzte Gleichung lehrt jedoch, da in ihr die Parameter ξ_1 und ξ_2 bloß linear vorkommen, daß die beiden Punktsysteme (ξ_1) und (ξ_2) zwei projectivische Systeme bilden.

Denn schreibt man die letzte Gleichung in der Form:

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{\beta}{\alpha}$$

so erkennt man sofort, daß linker Hand nichts anderes vorkömmt, als das Doppelverhältniß $(D_1 D_2 X_1 X_2)$ der vier Strahlen D_1, D_2, X_1, X_2, wobei die ersten zwei die Doppelpunktstangenten und die beiden letzten jene zwei Strahlen sind, welche den Doppelpunkt der Curve mit den beiden Punkten ξ_1, ξ_2 verbinden. Da dieses Doppelverhältniß constant $\left(\text{gleich } \frac{\beta}{\alpha}\right)$ ist, so erkennt man, daß die Strahlen X_1, X_2 zwei projectivische concentrische Büschel bilden, deren Doppelstrahlen die beiden Doppelpunktstangenten sind. Es bilden somit die beiden Punkte ξ_1, ξ_2 auf der Curve C_4^3 zwei projectivische Punktsysteme, deren Doppelpunkte die beiden Nachbarpunkte des Doppelpunktes sind.

„Projicirt man sämmtliche Punkte der Curve C_4^3 aus zwei festen Punkten derselben wieder auf die Curve, so erhält man zwei projectivische Punktsysteme, für welche die beiden Nachbarpunkte des Doppelpunktes der Curve die Doppelelemente sind".

Unter den beiden Nachbarpunkten des Doppelpunktes sind hiebei die dem Doppelpunkte unendlich nahen Punkte zu verstehen, von denen jeder auf einem durch den Doppelpunkt gehenden Zweige der Curve liegt.

Aus der letzten Gleichung folgt, daß, wenn $\beta = \xi_1$ wird, $\xi_2 = \alpha$ werden müsse. Es entspricht also dem Punkte β, wenn man ihn zum Systeme (ξ_1) rechnet, der Punkt α des Systemes (ξ_2). Da sich nun die beiden Geraden $\overline{\alpha\xi_1}$ und $\overline{\beta\xi_2}$ in einem Punkte η der Curve C_4^3 schneiden, so kann man dieses Ergebniß in folgendem Satze zum Ausdruck bringen:

„Befinden sich auf der Curve C_4^3 zwei projectivische Punktsysteme, für welche die beiden Nachbarpunkte des Doppelpunktes Doppelelemente sind, so schneiden sich je zwei Gerade, welche zwei Paar entsprechender Punkte wechselseitig verbinden, in einem Punkte der Curve".

9. Besonders bemerkenswerth ist der Fall, wenn die beiden Punkte α und β zwei conjugirte Punkte der Curve C_4^3 sind. In diesem Falle ist nämlich $\alpha = -\beta$ und folglich $\frac{\beta}{\alpha} = -1$ und somit nach letzter Gleichung auch:

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = -1$$

oder aber:

$$\xi_1 = -\xi_2$$

d. h. es sind dann auch die beiden Punkte ξ_1 und ξ_2 zwei conjugirte Curvenpunkte. Dies gibt den bekannten Satz:

„Projicirt man zwei conjugirte Punkte der Curve C_4^3 aus einem beliebigen Punkte der Curve wieder auf dieselbe, so erhält man abermals zwei conjugirte Punkte".

Die beiden projectivischen Systeme des vorigen Artikels gehen hier in die Involution conjugirter Punkte über.

10. Aus der Gleichung (0):

$$\xi\eta^2 = k,$$

welche die Beziehung zwischen einem beliebigen Punkte η und dessen Tangentialpunkte ξ darstellt, kann man leicht den Parameter eines beliebig vielfachen Tangentialpunktes ableiten.

Man erhält z. B. für den ersten Tangentialpunkt ξ_1 des Punktes η den Parameter:

$$\xi_1 = \frac{k}{\eta_2};$$

für den zweiten Tangentialpunkt ξ_2 von η, d. h. für den ersten Tangentialpunkt von ξ_1 den Parameter:

$$\xi_2 = \frac{k}{\xi_1^2} = \frac{\eta^4}{k}.$$

Ebenso für den dritten Tangentialpunkt:

$$\xi_3 = \frac{k}{\xi_2^2} = \frac{k^3}{\eta^8}$$

u. s. w.

Man findet aus diesen Formeln, daß man sich ohne Aufhören dem Doppelpunkte der Curve C_4^3 nähere, wenn man die auf einanderfolgenden Tangentialpunkte des Punktes η construirt. Hiebei ist vorausgesetzt, daß der Doppelpunkt der Curve ein eigentlicher sei, und es zeigt sich, daß man an der Grenze von einem Zweige der Curve zum anderen abwechselnd überspringe.

Dies geht daraus hervor, daß die Parameterwerthe der auf einander folgenden Tangentialpunkte an der Grenze abwechselnd ∞ und 0 werden.

Berichtigungen

zu Obermayer's Abhandlung: „Bestimmung der Brechungsverhältnisse von Zuckerlösungen". (Maiheft II. Abtheilung.)

Seite 801, zweite Zeile von unten statt $q = 0·0018$, lies: $q = 0·00118$.

„ 802, eilfte „ „ „ „ bei 10 Procent 0·001018, lies: bei 10 „ 0·000059.



